

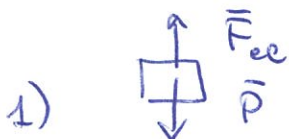
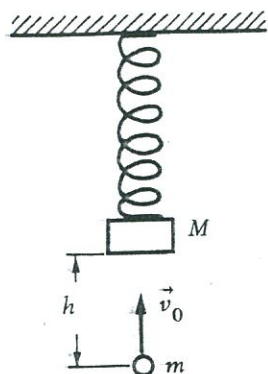
Scrivere: NOME/COGNOME/DATA NASCITA

PROBLEMA I

Un corpo di massa  $M = 1,00 \text{ kg}$ , da considerare puntiforme, e' appeso ad una molla di massa trascurabile e costante elastica  $k$ . Il sistema e' inizialmente in equilibrio (vedi figura). Se la molla e' allungata di  $x = 0.1 \text{ m}$ , quanto vale  $k$  la costante elastica della molla? Da un punto P al di sotto del corpo ed a distanza  $h = 500 \text{ cm}$  da esso, viene sparato, con velocita'  $v_0 = 30,0 \text{ m/s}$  verticale verso l'alto, un proiettile puntiforme di massa  $m = 100 \text{ g}$  ( $M = 10m$ ). Si determini: 2) la velocita'  $v$  del proiettile subito prima dell'impatto; 3) l'intervallo di tempo  $t$  che intercorre tra l'istante in cui il proiettile e' lanciato dal punto P e l'istante in cui urta la massa  $M$ . Considerando l'urto tra il proiettile ed il corpo perfettamente elastico, si determini 4) la velocita'  $V$  acquistata dalla massa  $M$  verso l'alto e la velocita'  $u$  acquistata dal proiettile verso il basso.

5/F) Considerare il sistema molla+corpo dopo l'urto e calcolare l'altezza massima  $A$  a cui sale il corpo rispetto al punto di partenza (sia  $A > x$ ).

$h = 500 \text{ cm} = 5,00 \text{ m}$



1)  $P = F_{ee} \quad M g = k x \quad k = \frac{M g}{x} = \frac{1 \cdot 9,8}{0,1} = 98 \text{ N/m}$

2) cons.  $E_m$  meccan.  $E_i = E_f$   
 $\frac{1}{2} m v_0^2 = m g h + \frac{1}{2} m v^2 \quad v^2 = v_0^2 - 2 g h$

$v = \sqrt{v_0^2 - 2 g h} = \sqrt{30^2 - 2 \cdot 9,8 \cdot 5} = 28,3 \text{ m/s}$   
 17,4 m/s

3) eq. moto unif. accel.  $v = v_0 - g t$

$t = \frac{v_0 - v}{g} = \frac{30 - 28,3}{9,8} = 0,17 \text{ s}$   
 0,27 s

urto elastico

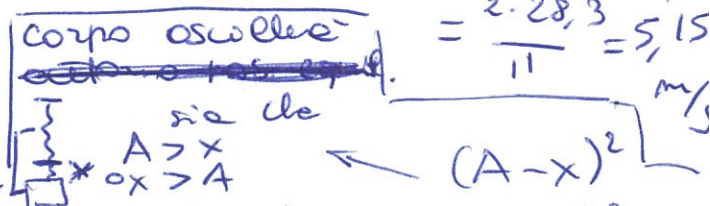
4) cons.  $E_m$  e  $\bar{p}$

$\begin{cases} m v = M V - m u \\ \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} m u^2 \end{cases}$  (u sarà positivo!)

$\begin{cases} m v = 10 m V - m u \\ m v^2 = 10 m V^2 + m u^2 \end{cases} \quad \begin{cases} u = 10 V - v \\ v^2 = 10 V^2 + (10 V - v)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} v^2 = 10 V^2 + 100 V^2 + v^2 - 20 v V \\ 110 V^2 = 20 v V \end{cases} \quad \begin{cases} V = \frac{2}{11} v = \frac{2 \cdot 28,3}{11} = 5,15 \text{ m/s} \end{cases}$

$\begin{cases} V = 5,15 \text{ m/s} \\ u = 10 \cdot 5,15 - 28,3 = 23,2 \text{ m/s} \end{cases}$



5/F)  $E_i = E_f \quad \frac{1}{2} M V^2 + \frac{1}{2} k x^2 = M g A + \frac{1}{2} k (x - A)^2$   
 $M V^2 + k x^2 = 2 M g A + k x^2 + k A^2 - 2 k A x$

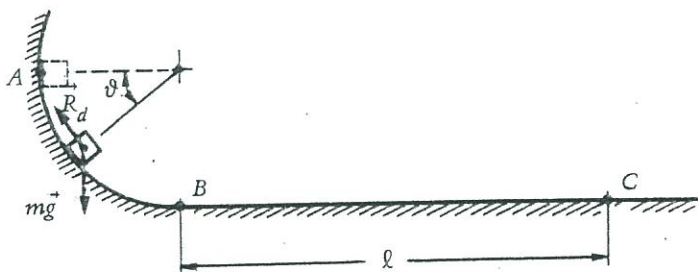
so da  $x = \frac{M g}{k} \quad M V^2 = 2 M g A + k A^2 - 2 k A \frac{M g}{k} \quad A = \sqrt{\frac{M}{k}} V = \sqrt{\frac{1}{9,8}} \cdot 5,15 = 0,52 \text{ m}$   
 0,3

PROBLEMA II

6,0

Un corpo puntiforme di massa  $m$  e' lasciato libero con velocita' iniziale nulla dal punto A di una guida circolare di raggio  $R=1,0$  m (vedi figura). Dopo aver percorso l'arco AB, esso scivola su una superficie piana scabra arrestandosi nel punto C alla distanza  $l = 8,0$  m dal punto B. Si supponga che non vi sia attrito fra il corpo e la superficie del tratto circolare, si determini: 1) la velocita'  $v_B$  del corpo nel punto B; 2) il coefficiente di attrito  $\mu$  del tratto orizzontale BC.

3/F) Si supponga ora che vi sia attrito sia fra il corpo e la superficie sul tratto circolare (coefficiente  $\mu_1 = 0,20$ ) e fra il corpo e la superficie del tratto orizzontale (coefficiente  $\mu_2$ ). Con queste nuove assunzioni, ri-determinare la velocita'  $v_B$  del corpo nel punto B e il coefficiente di attrito  $\mu_2$  del tratto orizzontale BC. SUGGERIMENTO: Iniziare a scrivere il lavoro infinitesimo  $dW$  delle forze di attrito in funzione dell'angolo  $\theta$  (vedi figura).



1)  $E_C = E_P$   
 cons. E mecc.  $mgR = \frac{1}{2} m v_B^2$   $v_B = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1} = 4,4 \text{ m/s}$

2)  $E_{diss} = |W_{nc}|$   $\frac{1}{2} m v_B^2 = \mu m g l$   $\mu = \frac{v_B^2}{2gl} = \frac{4,4^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 8} = 0,12$   
 e' negativo! → 0,17

3/F)  $E_i = E_f + E_{diss}$   $mgR = \frac{1}{2} m v_B'^2 + |W_{nc}|$

$|W_{nc}| = \left| \int_{\theta_1}^{\theta_2} \vec{F}_{att} \cdot d\vec{s} \right|$   $F_{att} = \mu_1 m g \sin \theta$   $ds = R d\theta$

$\downarrow \int_0^{\pi/2} \mu_1 m g \sin \theta R d\theta = \mu_1 m g R \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta =$

$= \mu_1 m g R \left[ -\cos \theta \right]_0^{\pi/2} = \mu_1 m g R \cdot (-0 + 1) =$

$= \mu_1 m g R$

$\mu_1 m g R = \frac{1}{2} m v_B'^2 + \mu_1 m g R$   $v_B'^2 = 2gR(1 - \mu_1)$

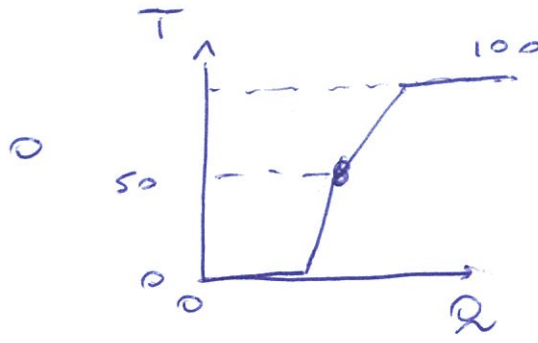
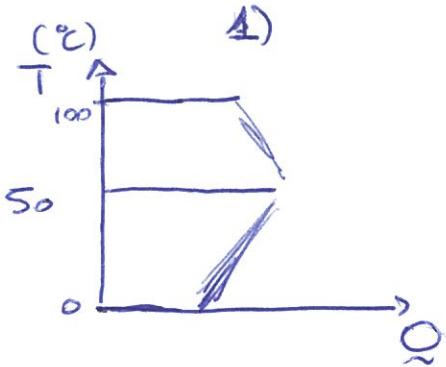
$v_B' = \sqrt{2gR} \cdot \sqrt{1 - \mu_1} = 4,4 \cdot \sqrt{1 - 0,2} = 4,4 \cdot \sqrt{0,8} = 3,9 \text{ m/s}$

come prima  $E_{diss} = |W_{nc}|$   $\mu_2 = \frac{v_B'^2}{2gl} = \frac{3,9^2}{2 \cdot 9,8 \cdot 8} = 0,1$   
→ 0,13

PROBLEMA II

Si introduca una massa  $M$  di vapore a  $t_V = 100^\circ\text{C}$  in un calorimetro (contenitore termicamente isolato) assieme a  $m = 150\text{ g}$  di ghiaccio a  $t_G = 0^\circ\text{C}$ , affinché si ottenga acqua nella fase liquida a  $t_A = 50^\circ\text{C}$ . Il calore latente di fusione è  $C_{fus} = 80\text{ cal/g}$  e quello di evaporazione è  $C_{evap} = 539\text{ cal/g}$ . Si faccia 1) uno schizzo del grafico temperatura verso calore del processo e si calcoli: 2) il calore assorbito dal ghiaccio  $Q_{ass}$ , 3) la massa  $M$  del vapore.

4/F) Nel caso che il calorimetro avesse avuto una massa equivalente (cioè equivalente all'acqua)  $m_e = 100\text{ g}$  ed all'inizio fosse stato a temperatura ambiente  $t_{amb} = 20^\circ\text{C}$ , si dica se la massa di vapore  $M_{new}$  è più grande o più piccola della precedente e si calcoli  $M_{new}$ .



calore specifico acqua  
 $\downarrow$   
 $\Delta t$

$$2) Q_{ass} = C_{fus} \cdot m + 1 \cdot m \cdot (50 - 0) =$$

$$= 150 \cdot 80 + 150 \cdot 50 = 19500 \text{ cal}$$

$$3) 19500 - M C_{evap} - 1 \cdot M (100 - 50) = 0$$

$$19500 - 539 M - 50 M = 0 \quad 589 M = 19500$$

$$M = \frac{19500}{589} = 33 \text{ g}$$

4/F) come 3 ma con aggiunta meq. che assorbe  
calore  
per passare  
da  $t = 20^\circ\text{C}$   
a  $t = 50^\circ\text{C}$

$$19500 - 589 M_{new} + 100 \cdot (50 - 20) = 0$$

$$589 M_{new} = 19500 + 3000 = 22500$$

$$M_{new} = \frac{22500}{589} = 38,2 \text{ g}$$