

**ANALISI COMPLESSA**  
**PROVA SCRITTA DEL 7 SETTEMBRE 2015**

(1) Calcolare

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{-R}^R \frac{t^2 e^{it}}{t^3 + i} dt .$$

(2) Sia

$$f(z) = \frac{z + 1}{z - 2} .$$

Posto

$$E = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < 2, |z - 1| > 1\}$$

determinare  $f(E)$ .

(3) Presi  $p, q \in \mathbb{C}$ , sia  $u : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  data da

$$u(z) = e^{(pz + q\bar{z})} , \forall z \in \mathbb{C} .$$

- a) Stabilire sotto quali condizioni su  $p$  e  $q$   $u$  è armonica.
- b) Stabilire sotto quali condizioni su  $p$  e  $q$   $u$  è armonica e a valori reali.