

**ANALISI COMPLESSA**  
**PROVA SCRITTA DEL 21 SETTEMBRE 2015**

(1) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^2}{t^4 + i} dt .$$

(2) Sia

$$f(z) = \frac{z - i}{z + i} .$$

Posto

$$E = \{w \in \mathbb{C} \mid |\Im w| < 1\}$$

determinare  $f^{-1}(E)$ .

(3) Sia  $f \in H(\mathbb{C})$ . Presi  $p, q \in \mathbb{C}$ , si ponga

$$u(z) = f(pz + q\bar{z}), \forall z \in \mathbb{C} .$$

Si provi che se, per ogni  $p, q \in \mathbb{C}$ ,  $u$  è armonica su  $\mathbb{C}$  allora  $f$  è lineare.