

ANALISI COMPLESSA
PROVA SCRITTA DEL 01/02/2016

- (1) Sia u soluzione del problema di Dirichlet

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & \text{in } B_1(0), \\ u = \varphi & \text{su } \partial B_1(0), \end{cases}$$

dove $\varphi(e^{i\vartheta}) = \cos \vartheta - \sin 4\vartheta$, $0 \leq \vartheta \leq 2\pi$. Calcolare $\partial_x u(0)$ e $\partial_y u(0)$.

- (2) Sia $f \in H(B_1(0) \setminus \{0\})$. Si supponga che esista $C > 0$ tale che

$$|zf'(z)| \leq C, \forall z \in B_1(0) \setminus \{0\} .$$

Provare che f ha una singolarità rimovibile in $z = 0$.

- (3) Calcolare

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(t^2 + 4)(t^4 + 81)} dt .$$