

Programmazione:  
Circoli viziosi  
ovvero  
Un'eterna ghirlanda brillante

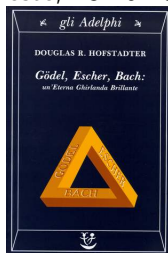
EUGENIO OMODEO

Trieste, 13.10.2015

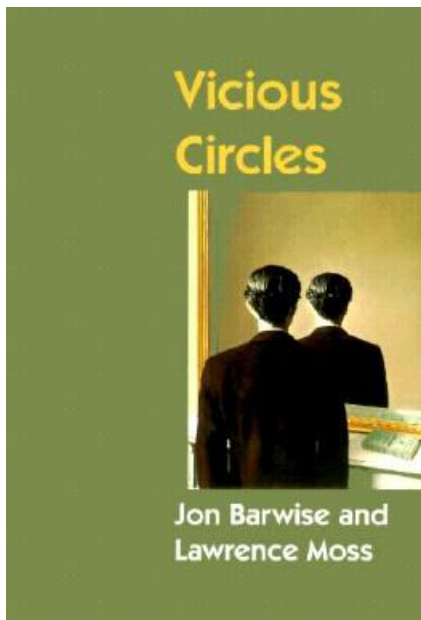
Programmazione:  
Circoli viziosi  
ovvero  
Un'eterna ghirlanda brillante

EUGENIO OMODEO

Trieste, 13.10.2015



# Bello o conturbante ?



# Test ricorsivo di palindromicità<sup>1</sup> in Java

```
public static boolean palindroma( String s ) {  
    return s.length() ≤ 1 ||  
        ( s.charAt( 0 ) == s.charAt( s.length() - 1 ) &&  
          palindroma( s.substring( 1, s.length() - 1 ) ) );  
}
```

La stringa vuota e le stringhe di lunghezza 1 sono il caso base. Se una stringa non è vuota, richiediamo che abbia il primo carattere uguale all'ultimo e che, mutilata di questi due caratteri, rimanga palindroma.

---

<sup>1</sup>Es.: “Avevi visioni d'un evo dove nudi noi si viveva”.

# Ricorsione mutua



# Ricorsione mutua, in Java

```
public static boolean pari( int p ) {  
    assert p  $\geq$  0;  
    return p == 0 || dispari( p - 1 );  
}
```

```
public static boolean dispari( int d ) {  
    assert d  $\geq$  0;  
    return d != 0 && pari( d - 1 );  
}
```

# Simulazione del test ricorsivo di disparità

L'esecuzione di

```
System.out.println( dispari( 2 ) );
```

'scatena' le invocazioni

- ▶ `dispari( 2 )`
- ▶ `pari( 1 )`
- ▶ `dispari( 0 )`

che forniscono (da sotto in su) i risultati

- ▶ **false**
- ▶ **false**
- ▶ **false** ( questo verrà stampato a video )

# Simulazione del test ricorsivo di parità

L'esecuzione di

```
System.out.println( pari( 2 ) );
```

'scatena' le invocazioni

- ▶ `pari( 2 )`
- ▶ `dispari( 1 )`
- ▶ `pari( 0 )`

che forniscono (da sotto in su) i risultati

- ▶ **true**
- ▶ **true**
- ▶ **true** ( questo verrà stampato a video )



## Due esercizi sulla ricorsione

- ▶ Implementate in modo ricorsivo il *confronto lessicografico* fra stringhe.
- ▶ Implementate come metodo ricorsivo che abbia il suo *caso base nei numeri primi* la scomposizione dei numeri interi nonnegativi come somme di quattro quadrati.

# Un esempietto liberamente riadattato da Peano

```
public static long fatt( int n ){  
  
    return ( n == 0 ) ? 1 : n * fatt( n - 1 );  
}
```

*Queste definizioni rigorose sono adottate nei trattati scolastici del prof. Catania.*

*(Giuseppe Peano, "Le definizioni in matematica", 1921)*

# Esempietto analogo: numeri di Fibonacci ( 1170–1240 ca. )

MATIYASEVIČ'S EQUATIONS. ⑥

I  $(u-1) + (w-1) = v$

II  $l = 2(v+a) + 1$

III  $l^2 - lz - z^2 = 1$

IV  $z = bl^2$

V  $g^2 - gh - h^2 = 1$

VI  $m = (2h+g)c + 3$

VII  $m = fl + 2$

VIII  $x^2 - mxy + y^2 = 1$

IX  $x = (d-1)l + (u-1)$

X  $x = (2h+g)(e-1) + v$

I - X has a solution in non-negative integers  $\Leftrightarrow v = F_{2u}$   
 $F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$



```
public static int fib( int opd ){  
    if ( opd < 2 ) return opd; // caso base  
    // Doppia chiamata ricorsiva:  
    return fib( opd - 2 ) + fib( opd - 1 );  
}
```

# E poi i numeri del triangolo di Tartaglia ( 1499 ca.-1557 )



# E poi i numeri del triangolo di Tartaglia ( 1499 ca.–1557 )

## Computing the value of binomial coefficients [\[edit\]](#)

Several methods exist to compute the value of  $\binom{n}{k}$  without actually expanding a binomial power or counting  $k$ -combinations.

### Recursive formula [\[edit\]](#)

One method uses the *recursive*, purely additive, formula

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} \quad \text{for all integers } n, k : 1 \leq k \leq n-1,$$

with initial/boundary values

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1 \quad \text{for all integers } n \geq 0,$$