

# **“Complementi di Fisica”**

## **Lecture 2**

**Livio Lanceri**  
**Università di Trieste**

**Trieste, 22-09-2015**

## **Reminder:**

# **Classical Particles and Waves**

### **Particles**

**Forces, acceleration, velocity (momentum), trajectory**  
**Potential energy and kinetic energy**

### **Waves**

**Wave equation and solutions**  
**Wave superpositions**  
**Energy flow**

## Particles: from forces...

**Newton's Law:**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

**differential equation linking forces with rate of change of momentum**

**a specific example: electrostatic force on an electron (mass m, charge q<0)**

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

**Electrostatic field:**

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

**(defined as force and work per unit charge)**

**Electrostatic potential:**

$$\Delta V = V(x) - V(0) = -\int_0^x E_x dx'$$

22-09-2015 L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2 3

## ... to trajectories

**Newton's Law:**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

**plus initial conditions**

$$\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0), \quad \vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$$

**Unique solution: "trajectory" = position vs time**

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$

22-09-2015 L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2 4

## Particles: energy

**If forces are conservative:**

$$E = K + U = \frac{p^2}{2m} + U = \text{const.}$$

←
↓

**Kinetic Energy    Potential Energy**

**Example: electron**  
( $q < 0$ )

$E_x = -\frac{dV}{dx}$

$V(x) = V(0) - \int_0^x E_x dx'$

$U(x) = qV(x)$

an invisible "potential wall"

$$E = U(x_0) + \frac{1}{2}mv_0^2 = \text{const.}$$


---

22-09-2015                      L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2                      5

## Waves: equation...

**This differential equation with partial derivatives describes several different phenomena:**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

- $z$     **space coordinate**
- $t$     **time**
- $u$     **constant parameter (propagation velocity)**
- $f$     **e.m. waves: electric (magnetic) field**  
**sound waves: local gas pressure**  
**transverse waves on a rope: displacement**  
**etc...**

---

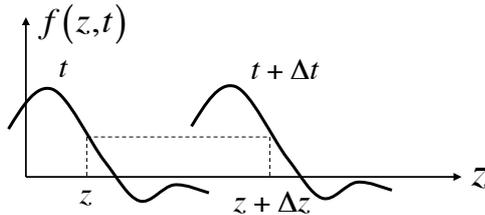
22-09-2015                      L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2                      6

## ... and solutions

$f(\xi)$ ,  $\xi = z \pm ut$  is a solution  $\forall f$ , easy to check :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{d^2 f}{d\xi^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = u^2 \frac{d^2 f}{d\xi^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

Interpretation? Family of functions of  $z$ : varying the parameter  $t$ , they "move" along  $z$  with speed  $u$



$$u = \frac{\Delta z}{\Delta t} \Rightarrow \Delta z = u \Delta t \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} f(z, t) &= f(z - ut) = \\ &= f(z + \Delta z - \Delta z - ut) = \\ &= f(z + \Delta z - u \Delta t - ut) = \\ &= f(z + \Delta z, t + \Delta t) \end{aligned}$$

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

7

## Sinusoidal waves

**Sinusoidal waves: particularly useful**

- if the source of the wave is a harmonic oscillator, and:
- can be used in Fourier analysis to approximate any wave

**real form:**

$$f(z, t) = f_0 \cos[k(z - ut)] = f_0 \cos(kz - kut) = f_0 \cos(kz - \omega t)$$

**dimensions:**

$$\begin{aligned} [z] &= [ut] = [L] \\ [k] &= [L^{-1}] \end{aligned}$$

$$[ku] = [\omega] = [t^{-1}] = [T^{-1}]$$

$$u = \frac{\omega}{k} = v_f \quad \text{"phase velocity"}$$

**complex exponential form:**

$$\begin{aligned} f(z, t) &= f_0 e^{ik(z-ut)} = \\ &= f_0 [\cos(kz - \omega t) + i \sin(kz - \omega t)] \end{aligned}$$

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

8

## Sinusoidal waves

**Wave-length  $\lambda$  and wave-number  $k$**   
**At fixed  $t = 0$**   
 $f(z, t = 0) = f_0 \cos(kz)$   
 $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ 

$\lambda$  "space period"  
 $k$  "space frequency"

**Period  $T$  and frequency  $\nu$**   
**At fixed  $z = 0$**   
 $f(z = 0, t) = f_0 \cos(\omega t)$   
 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$ 

$T$  "time period"  
 $\nu$  "time frequency"

(real form for simplicity)

Phase velocity:  $v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$

---

22-09-2015
L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2
9

## Light (e.m.) waves

**From Maxwell equations for electric and magnetic fields:**

- e.m. fields can propagate in a vacuum!
- in the wave equation for e.m., derived from Maxwell eq.s:

$$u = v_f = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$


---

**Table 1.3. THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM**

Type of Radiation	Frequency	Wavelength	Quantum Energy
"Wave" region { radio waves microwaves	10 <sup>0</sup> Hz and less 10 <sup>9</sup> Hz to 10 <sup>12</sup> Hz	300 mm and longer 300 mm to 0.3 mm	0.000004 eV and less 0.000004 eV to 0.004 eV
"Optical" region { infrared visible ultraviolet	10 <sup>12</sup> Hz to 4.3 × 10 <sup>14</sup> Hz 4.3 × 10 <sup>14</sup> Hz to 5.7 × 10 <sup>14</sup> Hz 5.7 × 10 <sup>14</sup> Hz to 10 <sup>16</sup> Hz	300 μ to 0.7 μ 0.7 μ to 0.4 μ 0.4 μ to 0.03 μ	0.004 eV to 1.7 eV 1.7 eV to 2.3 eV 2.3 eV to 40 eV
"Ray" region { x-rays gamma rays	10 <sup>16</sup> Hz to 10 <sup>19</sup> Hz 10 <sup>19</sup> Hz and above	300 Å to 0.3 Å 0.3 Å and shorter	40 eV to 40,000 eV 40,000 eV and above

Note: The numerical values are only approximate and the division into the various regions are for illustration only. They are quite arbitrary.

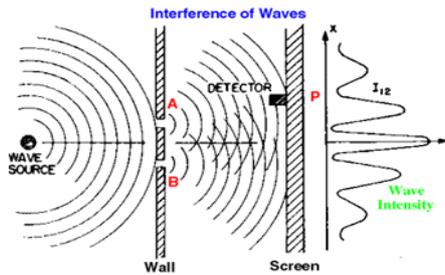
---

22-09-2015
L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2
10

## Waves: diffraction

**Wave equation: linear**

- ⇒ linear combinations of solutions are good solutions
- ⇒ “superposition principle”
- ⇒ example 1: diffraction



Electric field from point source i

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

Superposition from slits A and B

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

Intensity ( $\sim$  energy)

$$\langle I(\vec{r}) \rangle_t = \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}^*(\vec{r}, t)$$

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

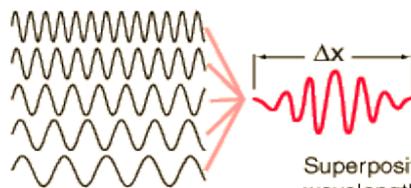
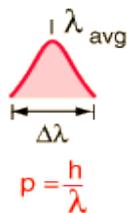
11

## Waves: packets

**Wave equation: linear**

- ⇒ linear combinations of solutions are good solutions
- ⇒ “superposition principle”
- ⇒ example 2: wave packets

A continuous distribution of wavelengths can produce a localized “wave packet”.



Each different wavelength represents a different value of momentum according to the DeBroglie relationship.

Superposition of different wavelengths is necessary to localize the position. A wider spread of wavelengths contributes to a smaller  $\Delta x$ .

$$\Delta x \Delta p > \frac{\hbar}{2}$$

From: HyperPhysics (©C.R. Nave, 2003)

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

12

## Waves: energy flow

Even if the medium does not move  
(for instance gas for sound waves; no medium needed for e.m.)  
waves carry both energy and momentum!

For e.m. waves (...), the energy flux is described by:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad I = \frac{1}{\mu_0} E B = E H$$

“Poynting vector” [W/m<sup>2</sup>]

“Irradiance”

$$\begin{aligned} [E] &= V/m = N/C \\ [B] &= (N/C)(m/s) \\ &= N/(A \cdot m) = \text{tesla} = T \\ [H] &= A/m \\ \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A} \end{aligned}$$

A beam of light exerts pressure  $P$  on a black surface:  $P = \frac{I}{c}$

(This is related to the momentum of photons... more on this later!)

---

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

13

## Classical Particles and Waves

Summary of the classical point of view:

**Point-like particles** (for instance electrons):

*localized* in space, with well defined *momentum* (velocity)  
predictable *trajectories*, if forces acting on them are known  
associated *energy* (potential and kinetic)

**Waves** (for instance e.m. waves)

*distributed* over all space, if *wave number* (frequency) is well defined  
superpositions of waves  
“*diffraction*” and other interference phenomena in space  
“*wave packets*”: only *partially localized* in space, time and frequency  
associated *energy flow*

---

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

14

## Classical Particles and Waves

In the next lectures: experimentally,

Can waves (e.m., ...) behave like “particles”?

Can particles (electrons, ...) behave like “waves”?

---

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

15

## Thermodynamics: a reminder

Temperature and ideal gases

1<sup>st</sup> principle:

work, heat, energy conservation

2<sup>nd</sup> principle:

restrictions on energy exchange processes,  
entropy

Thermodynamic equilibrium = ?

## Temperatura e gas ideali

- **Trasporto di energia**
  - Energia meccanica macroscopica ed “energia interna” di un sistema
  - Lavoro meccanico (“macroscopicamente ordinato”)
  - Calore (“macroscopicamente disordinato”)
  - (diffusione, cioè trasporto di particelle: verrà discusso in seguito)
- **Equilibrio termico**
  - Principio Zero della Termodinamica
  - Temperatura: termometri, scale empiriche
- **Gas ideali**
  - P.d.v. microscopico: teoria cinetica
  - Termometro a gas; temperatura assoluta (scala Kelvin)
  - P.d.v. macroscopico: equazioni di stato e relazione tra temperatura ed energia cinetica media

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

17

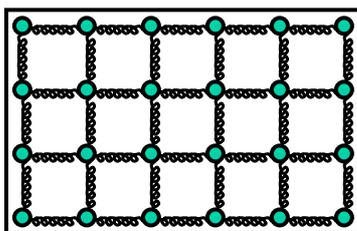
## Energia di un sistema

- **Energia meccanica (macroscopica) = cinetica + potenziale**



$$E = K + U$$

- **Energia interna = cinetica (componenti microscopici) + potenziale (legami chimici etc)**



$$E_{\text{int}} = \sum_i \left( K_i + \sum_j U_{ij} \right)$$

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

18

## Termodinamica - sommario

**Primo Principio:**  $\Delta U = Q - W$

Calore scambiato + lavoro scambiato da un sistema = variazione di energia interna del sistema

**Secondo Principio:**

Un processo (ciclico) il cui unico risultato sia di prelevare calore da un serbatoio e convertirlo integralmente in lavoro e' impossibile

**Teorema di Carnot**

Nessuna macchina termica che preleva calore  $Q_1$  a temperatura  $T_1$  e cede  $Q_2$  a temperatura  $T_2$  puo' fornire piu' lavoro (avere rendimento piu elevato) di una macchina reversibile, per la quale:  $W = \eta Q_1 = (1 - T_2/T_1) Q_1$

**Entropia**

Se un sistema scambia reversibilmente  $Q$  alla temperatura  $T$ , la sua entropia varia di

$$\Delta S = (Q/T)_{rev}$$

inoltre  $S = 0$  a  $T = 0$  (una delle formulazioni del "Terzo Principio")

Per l' universo o un sistema isolato, l' entropia **totale** di tutte le sue parti non cambia per trasformazioni reversibili, aumenta sempre per trasformazioni irreversibili.

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

19

## Equilibrio termico

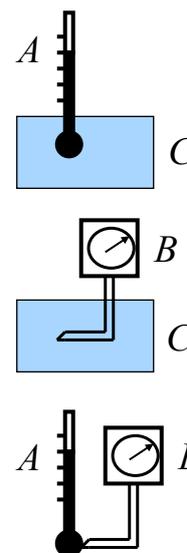
**Equilibrio termico**

Due corpi isolati (...) dall' ambiente circostante sono in equilibrio termico fra loro se, una volta messi a contatto, tutte le grandezze fisiche che li caratterizzano (p.es. volume, resistenza elettrica, etc.) rimangono costanti nel tempo

**"Principio zero" della termodinamica**

se "A in equilibrio con C" e "B in equilibrio con C" separatamente

allora: anche "A in equilibrio con B"



22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

20

## Equilibrio termodinamico - 1

### Equilibrio "termodinamico" dal pdv microscopico?

Tre tipi di "contatto" tra sistemi:

contatto **meccanico**: possibilità di scambio energetico sotto forma di lavoro (che implica variazioni di volume)

contatto **termico**: scambio energetico possibile sotto forma di calore

contatto **diffusivo**: se è possibile uno scambio di particelle (molecole, etc.)

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

21

## Equilibrio termodinamico - 2

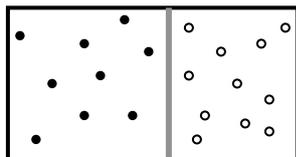
### Equilibrio "termodinamico" dal pdv microscopico?

Esempio: due diversi gas monoatomici separati da un pistone mobile:

Equilibrio **meccanico**: pressioni uguali, cioè energie cinetiche *per unità di volume* uguali (lavoro netto scambiato: nullo)

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{N_1}{V_1} \left\langle \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \right\rangle = \frac{N_2}{V_2} \left\langle \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right\rangle$$

Equilibrio **termico** (dopo un tempo sufficientemente lungo: scambio di calore nullo): ragionando sugli urti fra molecole diverse di due gas mescolati oppure sugli urti tra molecole e parete divisoria, si trova che devono risultare uguali anche le energie cinetiche medie *per molecola*:



$$T_1 = T_2 \Leftrightarrow \left\langle \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right\rangle$$

*L'energia cinetica media per molecola risulta essere un indice di equilibrio termico, come la temperatura!*

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

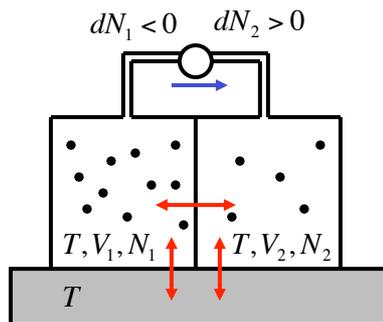
22

## Equilibrio termodinamico - 3

### Equilibrio "termodinamico" dal pdv microscopico?

Gas in recipienti messi in comunicazione fra di loro (contatto termico e "diffusivo") ed in equilibrio termico con un serbatoio a temperatura  $T$ :

Equilibrio **diffusivo**: se eguali "potenziali chimici" nei due recipienti per ciascuna specie di gas presente



$$\mu_1 = \mu_2 \Leftrightarrow \left( \frac{\partial F_1}{\partial N_1} \right)_{T, V_1} = \left( \frac{\partial F_2}{\partial N_2} \right)_{T, V_2}$$

$F \equiv U - TS$  "energia libera"  
 $S$  "entropia"

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

23

## Ulteriori sviluppi...

- **Generalizzando e approfondendo:**

- Primo principio: scambio di calore, lavoro, particelle (contatto anche diffusivo):

$$dU = TdS - pdV + \mu dN$$

- Temperatura  $T$ , pressione  $p$  e potenziale chimico  $\mu$  come derivate parziali di entropia  $S$ , energia interna  $U$ , ed energia libera  $F$  date come funzioni delle loro variabili indipendenti "naturali":

	$S(U, V, N)$	$U(S, V, N)$	$F(T, V, N)$
$T$ :	$\frac{1}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V, N}$	$T = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, N}$	indep. variab.
$p$ :	$\frac{p}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_{U, N}$	$-p = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, N}$	$-p = \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T, N}$
$\mu$ :	$-\frac{\mu}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right)_{U, V}$	$\mu = \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{S, V}$	$\mu = \left( \frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T, V}$

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

24

## Lecture 2 - Homework

- **Exercise 2.1:** Consider the state equation for ideal gases,  $pV=nRT=Nk_B T$ , where  $p$  is the gas pressure,  $V$  the occupied volume,  $N=nN_A$  the number of molecules expressed in terms of number of moles and Avogadro's number,  $R$  the universal gas constant, and  $T$  the absolute temperature in the Kelvin scale. In the S.I. system, check that the product  $pV$  is dimensionally an energy, and compute the value of Boltzmann's constant  $k_B$  from  $R$  and  $N_A$  (see tables)
- **Exercise 2.2:** Find the kinetic energy, expressed in joule, of an electron accelerated from rest (zero velocity) by an electrostatic field, through electrostatic potential differences  $\Delta V=100$  V and  $\Delta V=10$  GV
- **Exercise 2.3:** In a modern particle accelerator, an electron beam travels at a speed very close to the speed of light  $c$ . If the beam electrical current is about 1A, how many electrons cross a given section of the vacuum pipe per second?
- **Exercise 2.4:** By substitution, check that  $f(z,t) = A \exp [i(kz - \omega t)]$  is a solution of the differential wave equation discussed in this lecture, with "phase velocity"  $u=\omega/k$ .
- **Exercise 2.5:** An e.m. wave propagates at the speed of light  $c$ . If the wavelength is about 500 nm, what is the electric field oscillation frequency at a given point in space?

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

25

## Back-up slides

## Temperatura (scale empiriche)

Due corpi in equilibrio termico hanno la stessa “temperatura”

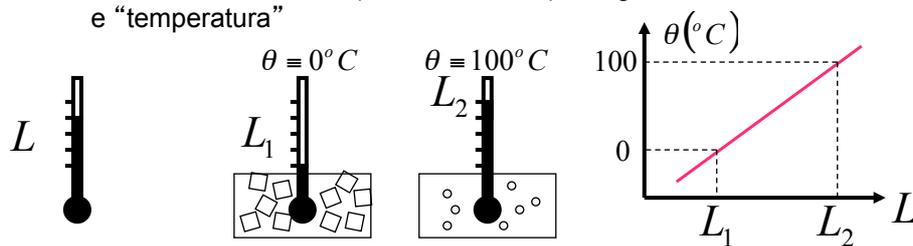
Una “scala empirica di temperature” (p.es. Centigrada):

puo` essere ottenuta scegliendo:

un “termometro” e la corrispondente “grandezza termometrica” (lunghezza, volume, resistenza elettrica...)

Due condizioni di riferimento riproducibili (p.es. fusione del ghiaccio, ebollizione dell’ acqua a pressione standard)

Una relazione arbitraria (di solito: lineare) tra “grandezza termometrica” e “temperatura”



22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

27

## Dettagli su termometria e calorimetria?

Altri corsi (Fisica Tecnica etc....)

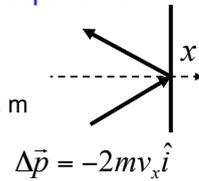
Ora: introduciamo piuttosto il significato fisico di temperatura, attraverso la teoria cinetica dei gas

## Gas monoatomici: modello cinetico - 1

- Interpretazione microscopica della pressione esercitata da un gas monoatomico sulle pareti rigide, in condizioni di equilibrio termico e meccanico

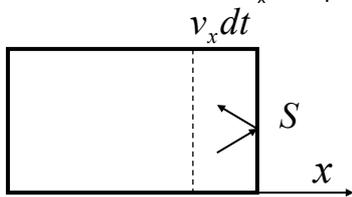
- Ipotesi (gas sufficientemente rarefatto):

- N molecole puntiformi nel volume V, ciascuna di egual massa m
- Urti contro le pareti: elastici
- Interazioni tra molecole: trascurabili



- Forza normale esercitata in media **dalla** parete (sup. S); ingredienti:

- Numero di urti nel tempo dt  $\rightarrow \frac{1}{2} \frac{N}{V} S v_x dt$
- Forza media  $F'_x$  in dt per urto (Impulso)  $\rightarrow F'_x dt = d(mv_x) = -2mv_x$



Forza media  $F_x$  totale **sulla** parete e pressione:

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{N}{V} S v_x 2mv_x \Rightarrow p = \frac{|F_x|}{S} = \frac{N}{V} m v_x^2$$

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

29

## Gas monoatomici: modello cinetico- 2

- Passando alla velocità quadratica media e supponendo isotropa la distribuzione delle velocità:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

$$p = \left( \frac{N}{V} \right) m \langle v_x^2 \rangle = \frac{2}{3} \left( \frac{N}{V} \right) \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle$$

$$pV = \frac{2}{3} N \langle K \rangle = \frac{2}{3} U_{\text{int}} \quad U_{\text{int}} = N \langle K \rangle = N \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle$$

Energia cinetica media

Numero di molecole

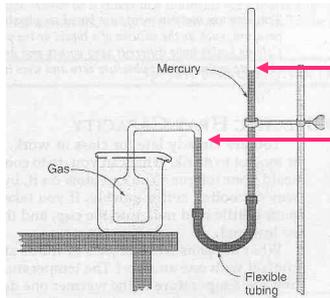
- Nelle ipotesi fatte l'energia interna  $U_{\text{int}}$  del gas e' solo cinetica, essendo trascurabili le forze a distanza fra molecole (attenzione alle notazioni: in precedenza chiamata  $E_{\text{int}}$ )
- Il prodotto  $pV$  risulta essere proporzionale all'energia interna  $U_{\text{int}}$  ed anche all'energia cinetica media per molecola

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

30

## Termometro a gas e temperatura assoluta



Termometro a gas:

grandezza termometrica scelta:  $p$  (a  $V$  costante)

$$h \Rightarrow p$$

Stato di riferimento: punto triplo  $H_2O$  ( $0.01^\circ C$ ),  
cui viene assegnato (scala Kelvin):

$$T_{tr} = 273.16 K$$

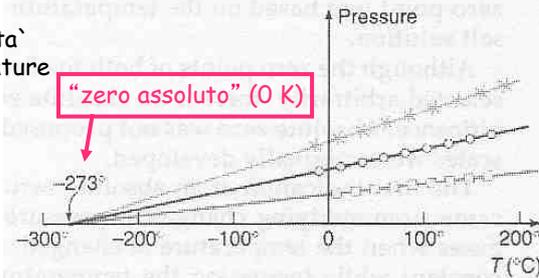
(Nel limite di piccola pressione, con questo metodo  
la temperatura misurata e' indipendente dal gas usato)

Indipendentemente dal tipo e quantita`  
di gas, estrapolando a basse temperature  
la dipendenza lineare della pressione  
dalla temperatura ( $^\circ C$ ), si trova che:

$$\theta(^\circ C) \rightarrow -273.15^\circ C \Rightarrow p \rightarrow 0$$

Scala "assoluta" Kelvin:

$$T(K) = \theta(^\circ C) + 273.15$$



22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

31

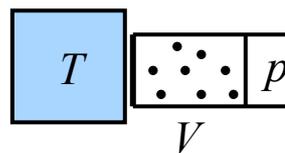
## Gas "ideali": equazione di stato

- Leggi sperimentali:

$$V = \text{cost.} \Rightarrow p \propto T$$

$$p = \text{cost.} \Rightarrow V \propto T$$

$$T = \text{cost.} \Rightarrow p \propto V^{-1}$$



$$n = 1 \text{ mol}, p_0 = 1 \text{ atm}, T_0 = 273.15 K \Rightarrow V = 22.4 \times 10^{-3} m^3$$

- Riassumibili nell' "equazione di stato" (sperimentale)

$$pV = nRT$$

$$R = 8.31 Pa m^3 K^{-1}$$

Costante universale dei gas

numero di moli

Temperatura assoluta (K)

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

32

## Temperatura e costante di Boltzmann

- Confrontando l'equazione di stato (sperimentale) con l'equazione ottenuta dalla teoria cinetica:

$$pV = \frac{2}{3} N \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle$$

$$pV = nRT$$

$$\Rightarrow \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle = \frac{3}{2} \frac{n}{N} RT = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k_B T$$

- La temperatura assoluta T è una misura della energia cinetica media per molecola;
- la costante di Boltzmann  $k_B$  permette di convertire (joule  $\leftrightarrow$  kelvin)

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (\text{numero di Avogadro: } N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})$$

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

33

## Principi della termodinamica

- Trasferimenti di energia tra sistemi:
  - lavoro W e calore Q
- Primo Principio della Termodinamica
  - Energia interna U di un sistema, lavoro, calore: bilancio energetico (conservazione dell'energia)
- Trasformazioni termodinamiche
  - Sistema e ambiente
  - Trasformazioni reversibili e irreversibili
  - Macchine termiche cicliche, rendimento
- Il secondo principio della termodinamica
  - Non tutte le trasformazioni compatibili con il primo principio sono possibili...
  - Enunciato di Kelvin ("macchine termiche")
  - Enunciato di Clausius ("macchine frigorifere")
  - Entropia

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

34

## Trasferimenti di energia tra sistemi

- “ordinati”: lavoro  $W$ 
  - p.es.: espansione o compressione di un gas
- “disordinati: calore  $Q$ 
  - p.es.: contatto tra corpi a temperature diverse

$W_{in} = -|W_{in}| < 0$

$W_{out} = |W_{out}| > 0$

$Q_{in} = |Q_{in}| > 0$

$Q_{out} = -|Q_{out}| < 0$

---

22-09-2015
L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2
35

## Lavoro termodinamico

- P.es. Espansione o compressione di un gas:

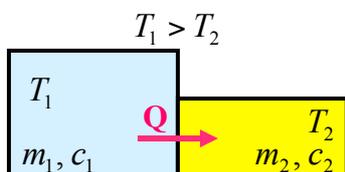
$\delta W = Fdx = pSdx = pdV \quad (dV > 0 \Rightarrow \delta W > 0)$

$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$

---

22-09-2015
L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2
36

## Calore e calori specifici



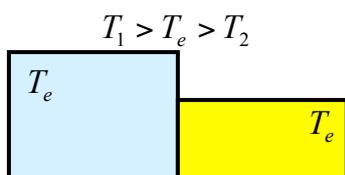
### Definizione operativa

- Calore  $Q$  dal corpo più caldo a quello più freddo
- Corpo 1: cede calore  $Q_1 < 0$

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_e - T_1) < 0$$

- Corpo 2: acquista calore  $Q_2 = -Q_1 > 0$

$$-Q_1 = Q_2 = m_2 c_2 (T_e - T_2) > 0$$



- Calore specifico di riferimento e unità di misura:

$$c_{H_2O} = 1 \frac{\text{kcal}}{\text{kg K}}$$

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

37

## Equivalenza tra lavoro e calore

- La temperatura di un corpo può essere aumentata eseguendo una quantità nota  $W$  (joule) di lavoro meccanico (attrito)
- Il corpo può essere riportato allo stato iniziale facendogli cedere calore ( $Q$  (calorie), misurabile)
- Si trova che il rapporto è sempre lo stesso:

$$\frac{W}{Q} = 4.19 \frac{\text{joule}}{\text{calorie}}$$

- Conclusione:  $W$ ,  $Q$  equivalenti: entrambi sono forme di energia scambiata fra sistemi, misurabili in joule

22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

38

## Calori specifici...

Lo studio dei

“calori specifici” (calore scambiato per unità di sostanza per una variazione unitaria di T)

“calori latenti” (richiesti per ottenere transizioni di fase a T costante)

e' importante perche' fornisce informazioni sulla struttura microscopica e le energie di legame

22-09-2015

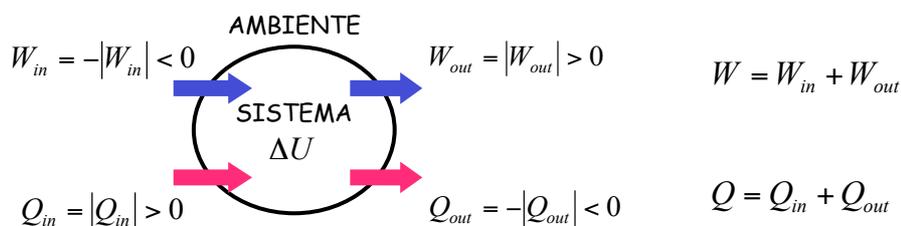
L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

39

## Primo Principio della Termodinamica

- Energia interna, lavoro, calore: bilancio energetico (conservazione dell' energia)
  - Se in una trasformazione termodinamica un sistema scambia lavoro totale  $W$  e calore totale  $Q$  con l' ambiente, l' energia interna del sistema subisce una variazione  $\Delta U$ :

$$\Delta U = Q - W \quad dU = \delta Q - \delta W$$



22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

40

## Primo Principio della Termodinamica

- Alcune affermazioni non banali implicite nell'enunciato:
  - Lavoro  $W$  e calore  $Q$  sono entrambi "energie scambiate" dal sistema;
  - $W$  e  $Q$  non sono, singolarmente considerate, "funzioni di stato": in generale a trasformazioni diverse tra gli stessi due stati (iniziale e finale) corrispondono lavori e calori scambiati diversi
  - La combinazione  $Q-W$  è invece una "funzione di stato", e rappresenta la variazione dell' "energia interna del sistema" tra stato iniziale e finale della trasformazione
  - Se la trasformazione è ciclica (stato finale = stato iniziale), allora su un ciclo:

$$\Delta U = 0 = Q - W \Rightarrow Q = W$$

22-09-2015

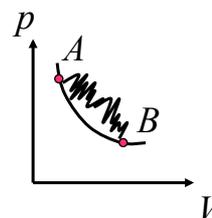
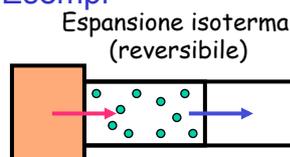
L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

41

## Trasformazioni termodinamiche

- **Trasformazioni reversibili:**
  - Se il sistema ed anche l' ambiente possono entrambi essere riportati allo stato iniziale
  - (in pratica: approssimabili con trasf. quasi statiche, senza dissipazione di energia meccanica, con piccole differenze di temperatura)
- **Trasformazioni irreversibili:**
  - Se, quando il sistema viene riportato allo stato iniziale, l' ambiente è irrimediabilmente modificato
  - (in pratica: tutte le trasformazioni reali)

- **Esempi**



22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

42

## Macchine termiche cicliche

Riconducibili allo schema:

- Calore  $Q_H > 0$  prelevato a  $T_H$
- Lavoro fornito  $W > 0$
- Calore  $Q_C < 0$  ceduto a  $T_C < T_H$

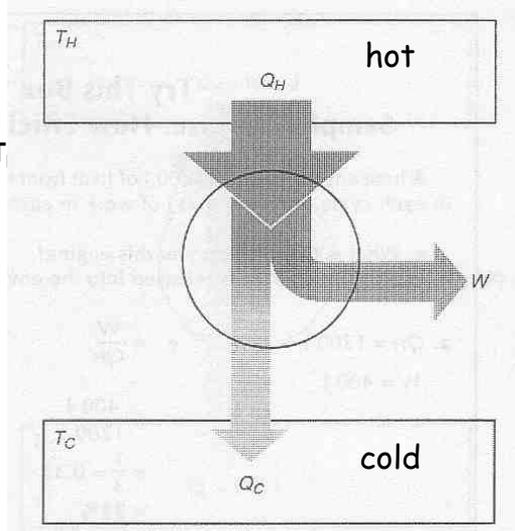
Rendimento

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_H} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|}$$

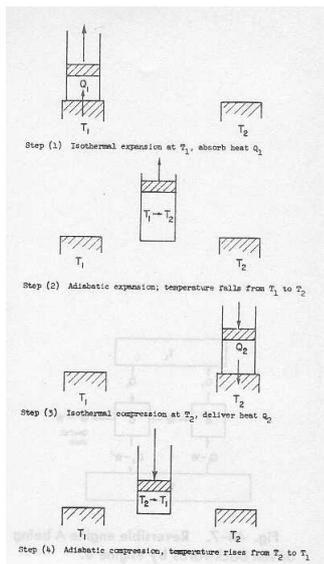
Per il Primo Principio:

$$\Delta U = 0 \quad \text{su un ciclo} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C|$$



## Ciclo reversibile di Carnot



Analisi fatta da Carnot:

- Ciclo idealizzato con rendimento "massimo"
- ab: espansione isoterma reversibile a  $T_1$
- bc: espansione adiabatica rev. (da  $T_1$  a  $T_2$ )
- cd: compressione isoterma rev. a  $T_2$
- da: espansione adiabatica rev. (da  $T_2$  a  $T_1$ )

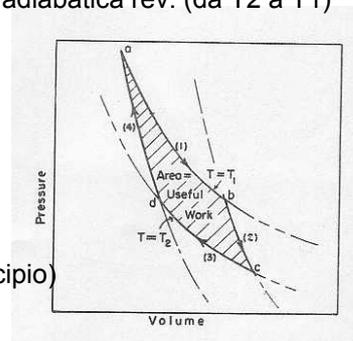
Risultati:

Rendimento

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Massimo !!!

(dim: Secondo Principio)



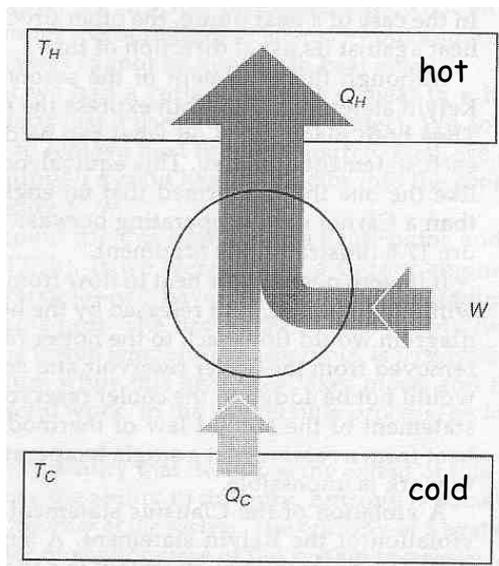
## Macchine frigorifere

### Frigoriferi e pompe di calore

Lavoro "assorbito"  $W < 0$   
 Calore  $Q_L > 0$  prelevato a  $T_L$   
 Calore  $Q_H < 0$  ceduto a  $T_H > T_L$

### Per il Primo Principio:

$$\begin{aligned} \Delta U = 0 \quad \text{su un ciclo} &\Rightarrow \\ \Rightarrow W = Q = Q_H + Q_C < 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow Q_H = W - Q_C &\Rightarrow \\ \Rightarrow |Q_H| = |W| + |Q_C| & \end{aligned}$$



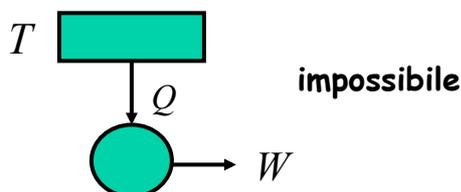
22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

45

## Il secondo principio della termodinamica

- Non tutte le trasformazioni compatibili con il primo principio sono possibili....
- Enunciato di Kelvin
  - Nessuna macchina termica che lavori continuamente (ciclicamente) può prelevare calore  $Q > 0$  da una sola sorgente a una temperatura  $T$  e convertirlo completamente in lavoro  $W > 0$



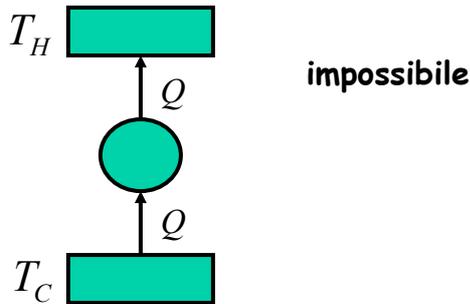
22-09-2015

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lecture 2

46

## Il secondo principio della termodinamica

- **Enunciato di Clausius (equivalente a quello di Kelvin)**
  - Del calore non puo` fluire da un corpo piu` freddo a uno piu` caldo se non e` coinvolto qualche altro processo



22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

47

## L' entropia - 1

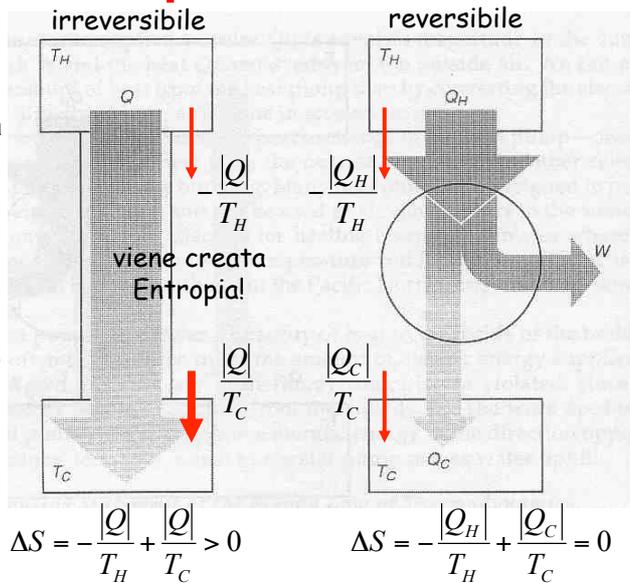
### Funzione di stato S:

La sua variazione per ogni parte del sistema e` definita da:

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{rev}$$

Se l' entropia totale aumenta, non e` stato ottenuto il massimo lavoro possibile... ad esempio: lavoro perso nel primo caso:

$$T_C \Delta S = W_{perso}$$



22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

48

## L' entropia - 2

- Dal pdv microscopico: “probabilità termodinamica  $w$ ” dello stato (misura del “disordine”); entropia:

$$S = k_B \ln w$$

- Si dimostra che questa definizione è equivalente alla definizione macroscopica
- Tutta la termodinamica (inclusi i principi “classici”) può essere riformulata in termini statistici... con significato fisico più evidente dal punto di vista microscopico

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

49

## Entropia e Secondo Principio

Per l' universo o per un sistema isolato, l' entropia **totale** di tutte le sue parti non cambia per trasformazioni reversibili, aumenta sempre per trasformazioni irreversibili.

NB se il sistema non è isolato, la sua entropia può diminuire!

Questo enunciato include i precedenti, che possono essere analizzati anche in termini di variazione di entropia

Le “impossibilità” dichiarate nel Secondo Principio sono di natura statistica: con un elevato numero di molecole, certe trasformazioni sono “estremamente improbabili” (es...)

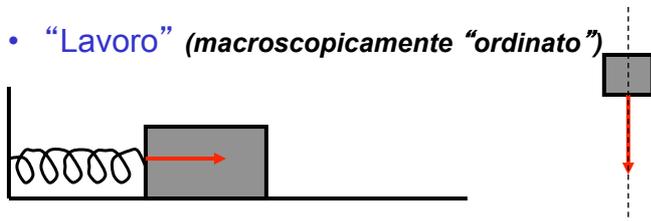
22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

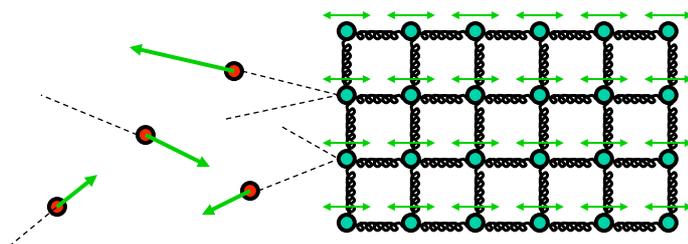
50

## Trasferimenti di energia

- “Lavoro” (*macroscopicamente “ordinato”*)



- “Calore” (*macroscopicamente “disordinato”*)



22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

51

## Trasmissione di “calore”

- “Calore”
  - Nuova grandezza fisica, va definita operativamente:
    - metodi di misura del “calore scambiato” tra corpi o sistemi (calorimetria), unita` di misura (“caloria”)
    - Nozioni preliminari necessarie: “equilibrio termico”, “temperatura”
  - Si riconosce poi sperimentalmente (Joule) l’equivalenza tra lavoro e calore: il calore e` una forma di energia, si puo` misurare in joule
- **Trasmissione del calore**
  - “conduzione”
    - p.es. nei solidi: trasferimento di energia senza spostamento di molecole
  - “convezione”
    - p.es. nei fluidi: trasferimento di energia con spostamento di molecole
  - “irraggiamento”
    - Anche nel vuoto: trasferimento per mezzo di onde elettromagnetiche

22-09-2015

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lecture 2

52