

ASTRONOMIA

LUN. MART. GIOV.
11/12 11/12 11/12

M. Hack Corso di Astronomia ed. HOEPLI

Urnöld The New Cosmos

Frank H. Shu The Physical Universe

ASTRONOMIA CLASSICA : Misura di distanze
Moti propri
Moti apparenti

ASTRONOMIA MODERNA : Natura fisica dei corpi celesti
Temperatura, strutture chimiche,
evoluzione stellare, evoluzione
galattica, evoluzione dell'universo
Fisica planetaria ↔ quasi uscite
del campo dell'astrofisica
rientrata in quello della geofisica

- 1) Parte introduttiva : - Astronomia sferica (Sistemi di
coordinate necessari per localizzare
un corpo celeste)
↕
Strumenti
- Moti apparenti delle stelle, misure
delle distanze delle stelle
- Meccanica celeste

- 2) Astrofisica
- Fisica planetaria
- Fisica solare
- Fisica stellare
- Fisica della galassia (stelle + mezzo
interstellare)
- Fisica extragalattica (galassie, gruppi
ammassi)
- Cosmologia (universo, origine ed
evoluzione)

STRUTTURA GENERALE DELL'UNIVERSO E SUE DIMENSIONI

Terra III pianeta del sistema solare
 500 m/s attorno al proprio asse
 30 Km/s sul piano dell'eclittica
 velocità del baricentro del sistema Terra luna

Sole 20 Km/s rispetto alle stelle + vicine
 200 Km/s rispetto al centro della galassia

$$1 \text{ a. l. (anno-luce)} \approx 9 \cdot 10^{12} \text{ Km} \sim 1 \cdot 10^3 \text{ Km}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{luna} \approx 1^{\text{s}} \xrightarrow{\text{secondi}} l \\ \text{sole} \approx 8^{\text{m}} \xrightarrow{\text{minuti}} l \\ \text{dist. sole-plutone} \approx 5^{\text{h}} \xrightarrow{\text{ore}} l \end{array} \right\} \text{dimensioni del sistema solare}$$

dist. Sole - 2 Centauri $\approx 4 \text{ a. l.}$

" media Sole - stelle più vicine $\approx 10 \text{ a. l.}$

diametro della galassia 10^5 a. l.

distanza media intergalattica $\approx 10^6 - 10^7 \text{ a. l.}$

dimens. medie di un ammasso $\approx 10^7 \text{ a. l.}$

$\odot \equiv \text{sole}$

$$\begin{array}{l} - R_{\odot} \approx 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}; \bar{R} \approx 10^{11} \text{ cm} \text{ raggio stellare medio; } \bar{d} \approx 10^{13} \text{ cm} \\ \frac{\bar{R}}{\bar{d}} \approx 10^{-8} \Rightarrow \text{universo è praticamente vuoto} \end{array} \quad \text{dist. media}$$

$$\begin{array}{l} - \bar{R}_{\text{galassie}} \approx 10^4 - 10^5 \text{ a. l.}; \bar{d} \approx 10^6 - 10^7 \text{ a. l.} \text{ dist. media intergal} \\ \frac{\bar{R}}{\bar{d}} \approx 10^{-2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} - \bar{R}_{\text{ammassi}} \approx 10^7 \text{ a. l.}; \bar{d} \approx 10^7 - 10^8 \text{ a. l.} \text{ dist. media tra gli ammassi} \\ \frac{\bar{R}}{\bar{d}} \approx 1 - 10^{-1} \end{array}$$

Ciò significa che la probabilità di un incontro tra 2 stelle è bassissima, più alta è la prob.

Nascita dell'astrofisica ≈ 1610 introduzione del cannocchiale
prima si potevano fare solo misure
di posizioni e non si potevano fare
osservazioni sulle nature fisiche
dei corpi celesti

1727 Bradley \rightarrow aberrazione della luce

1803 parallasse stellare Bessel \rightarrow 1^a misura di distanza

1850-1900 sviluppo degli studi degli spettri stellari

\downarrow

Padre Secchi ipotizza che la diversità degli spettri fosse
dovuta a differenze di temperature

COMPOSIZIONE DELL'UNIVERSO

H	10^{12}	}
He	10^{11}	
C	10^8	
N	$5 \cdot 10^7$	
O	10^3	
Si	10^7	
Fe		

1900-1940 Bethe

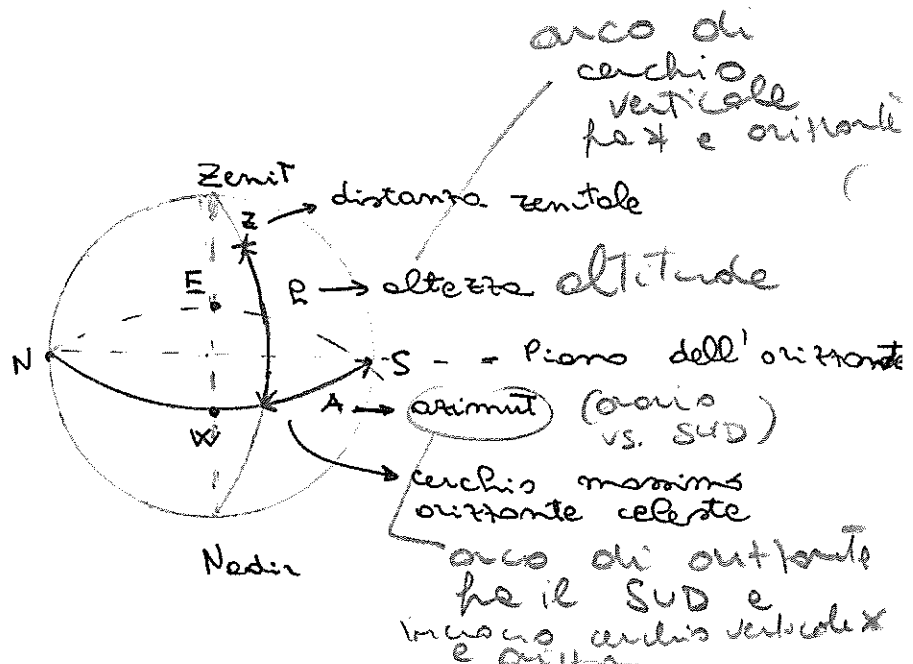
1933 Jansky scoperta dell'emissione
di onde-radio da
parte delle stelle

Fimestra ottica 3'000 - 8'000 Å (angstrom)
" radio 1 cm - 50 m

1970 satelliti \rightarrow studio allargato e tutto lo spettro

COORDINATE CELESTI

I Altazimutale Horizontal System



Cerchio meridiano: cerchio che passa per il Polo Nord, lo Zenit, il S, la stella $\leftrightarrow (h, A)$

Azimut over

Azimut est

$$0^\circ \leq h \leq 90^\circ$$

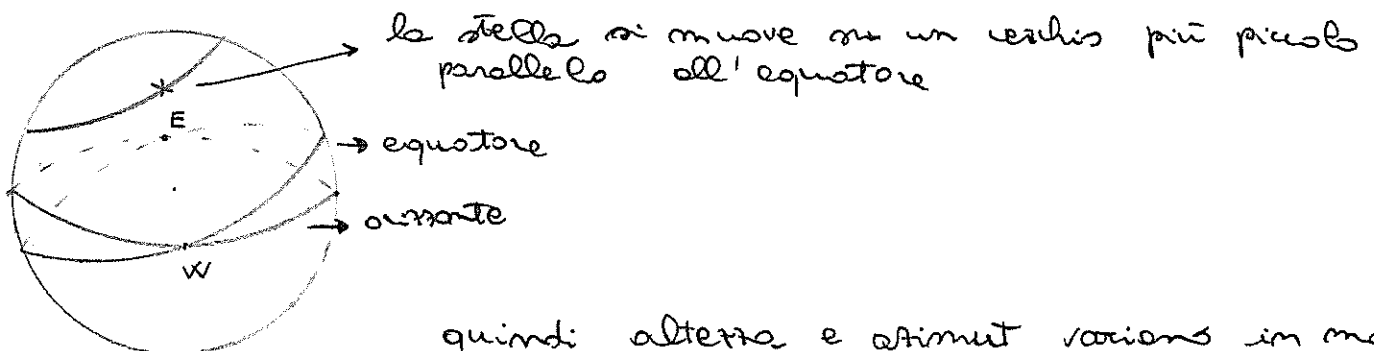
$$0^\circ \leq A_{est} \leq 180^\circ$$

$$0^\circ \leq A_{over} \leq 180^\circ$$

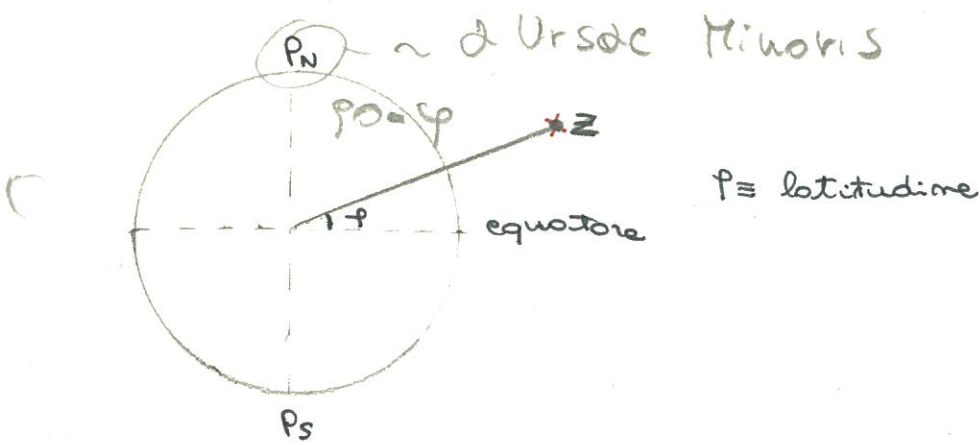
$$h = 90^\circ - z \text{ dist. zenitale}$$

Vantaggi: Azimut ed altezza sono facili da stimare senza strumenti

Svantaggi: per effetto della rotazione della terra, sembra che tutta la volta celeste ruoti

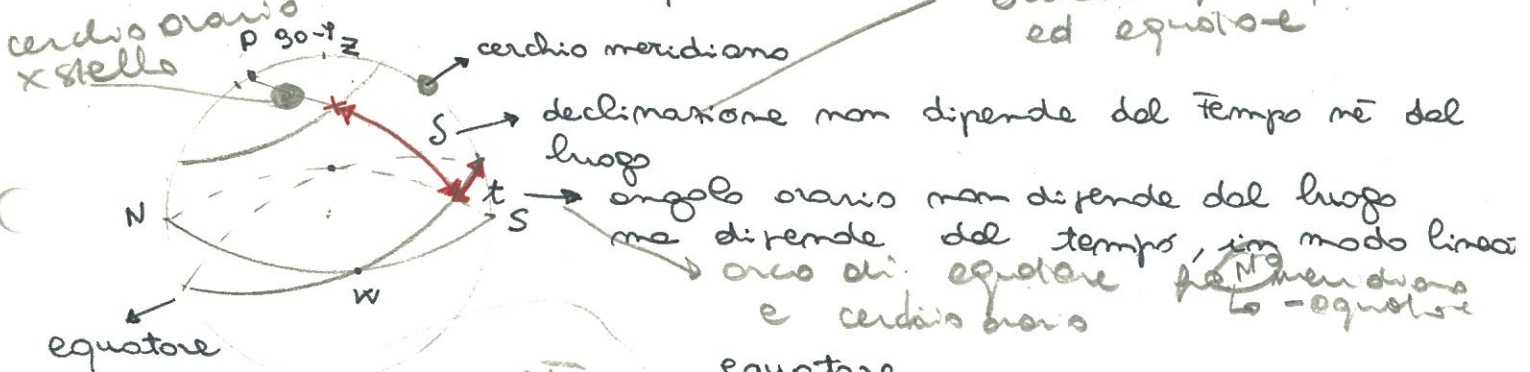


quindi altezza e azimut variano in modo non lineare col tempo, inoltre azimut e altezza dipendono dalla posizione dell'osservatore sulla terra.



asta gire
e invecchia
2 volte il
meridiano
culminazione
superiore h_{max}
e inferiore
h_{min}

II Sistema di coordinate equatoriale

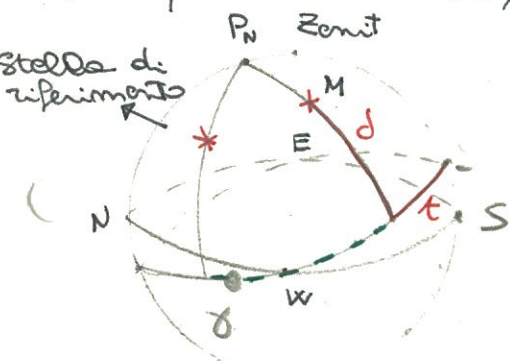


Varie molto
→ latitudine
~ cost
-90° ≤ δ ≤ 90°
grazie
eq. celeste

0 ≤ t ≤ 24h
1h → 15°
cresce vs. W
Moto diretto (antiorario)

arco di cerchio
orario ha *
ed equatore
equatore
Polo Nord, Sud celeste
δ (gradi ±) t (ore)
↑
sopra o sotto l'equatore
cerchio meridiano
cerchi orari (per polo Nord e Sud celesti)
(è tipico della quasi totalità dei corpi celesti; eccezioni: Venere, Urano)

- 1) Alta azimutale (R°, A°) istante luogo variano non linearmente col tempo
- 2) equatoriale (δ°, t^h) 1° coordinata costante, 2° varia nel tempo, ma è lineare



M ≡ stella
Ci servono 2 coordinate costanti.
Invece di stella di riferimento si prende punto d'Ariete γ: posizione occupata dal sole il 21 marzo: equinozio di prim.
3)

III equatoriale (δ° , 2^h) \rightarrow ascensione retta

$$-90^\circ \leq \delta \leq +90^\circ$$

$$0 \leq t \leq 24h$$

$$1h \rightarrow 15^\circ$$

angolo orario cresce verso ovest (poiché astri si spostano verso ovest)

$t=0$ culminazione superiore

$t=12$ ore " inferiore

ascensione retta cresce verso est

$t(\gamma) =$ tempo siderale Θ

$\Theta = \alpha + t$ lega I e II equat.

\rightarrow arco di equatore vs. est ha γ e archi orari \times

Per puntare una stella: A) Posizione della stella dai cataloghi

B) tempo siderale

\rightarrow vedi Karttunen
X TRASF. alle fine

III serve per fare cataloghi

equatore di primavera
sole da dec neg \rightarrow posit

IV PIANETI CHE SI MUOVONO SU PIANI \sim ECLITTICA
prende come sistema di riferimento l'eclittica

α 90°

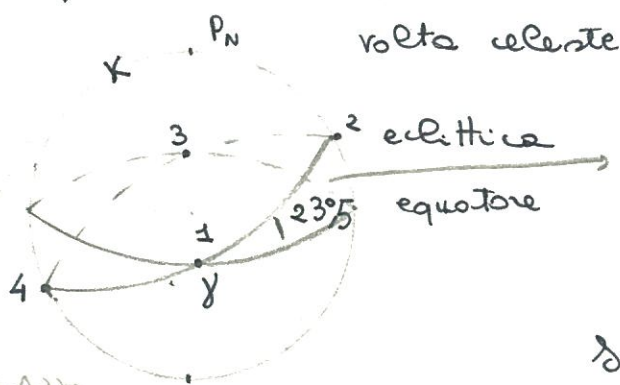
2×4

δ 90°

dec sole

ϵ $|\max|$

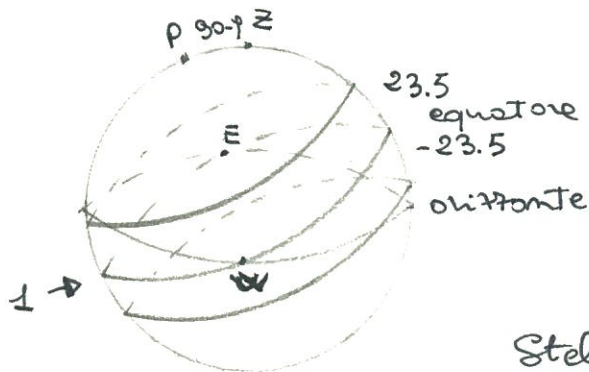
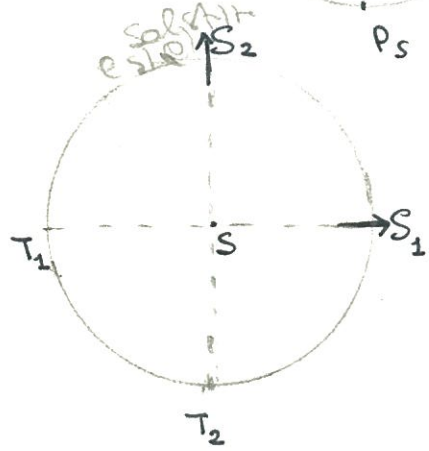
$G = E$



vedremo sole in 1, 2, 3, 4
obliquity of ecliptic

$K \equiv$ polo dell'eclittica

Sm γ sole si comporta
come stella di declinazione = 0



$\varphi \equiv$ latitudine

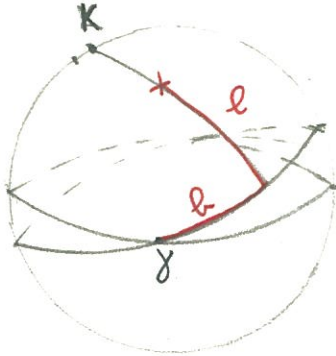
T_1 T_2 orizzonti della Terra
 S_1 S_2 direzioni in cui
vediamo il sole

Stella di declina-
zione 0 sta 12 ore
sopra l'equatore e 12
ore sotto. Tramonta
ad ovest.

Terra si sposta sull'eclittica quindi anche sole

- (Sole al solstizio d'estate 2), in 2) sole tramonta fra Nord e W
in 4) notte è più lunga del giorno

longitudine
latitudine



iv) eclittica (l°, b°)

eclittica

↘ crescente verso est

Si misura in gradi

iv) si usa per i pianeti che si muovono su piani poco inclinati rispetto al piano dell'eclittica

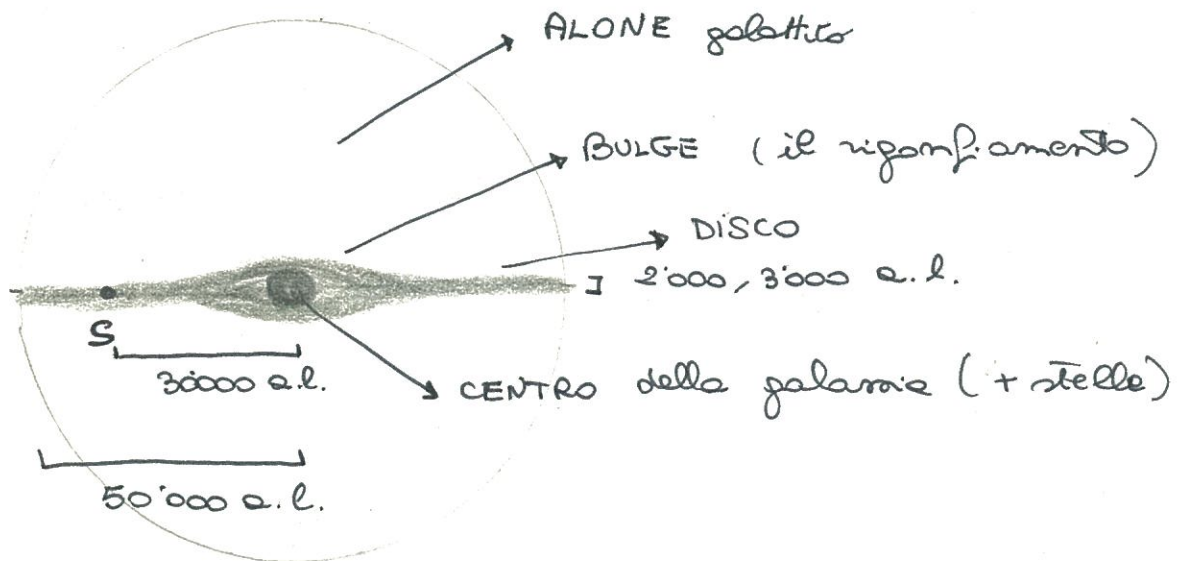
(Plutone 16°) Mercurio 7°

e poi Toss.

Fig 2.14
vedi Kauffman

v) sistemi di coordinate galattiche

Prende come riferimento il piano della galassia

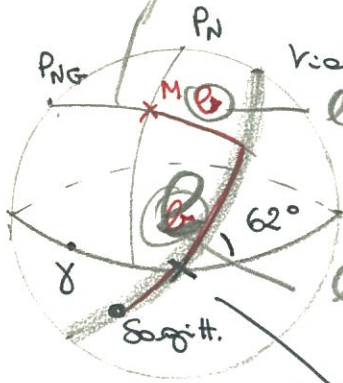


Se guardiamo in direzioni \perp al disco vediamo poche stelle (sono rarefatte), se guardiamo nella direzione del disco vedremo + stelle

Via Lattea intersezione della volta celeste col disco
Milky Way

archi max x polv

$$-90^\circ < b < +90^\circ$$



latitudine b

$P_N \equiv B \equiv N$ galattica

equat.

longitud. l
 $0 \leq l < 360^\circ$

latitudine galattica

longitudine galattica

$l^I l^I$

prima si calcolava la longitudine da questo punto (comodo, ma senza significato fisico)

Poi direzione del centro galattico (nel Sagittario)

$l^II l^II$ giacitura del piano galattico corretta di $1^\circ, 5$
(Radionde sono + penetranti)

$\rightarrow d = 17h 45m \delta = -27^\circ 00'$

Sagittario declinazione -27°

$\alpha_{PN} = 12h 51.4m \delta_{PN} = 27^\circ 08'$

\rightarrow longit.

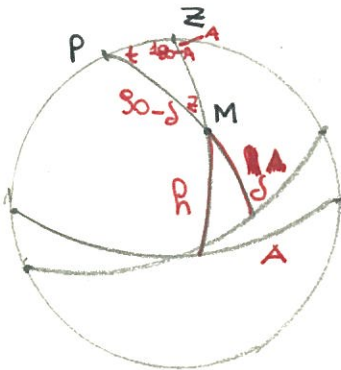
$l_{PN} = 123^\circ$

Fig 2.15 Konturven

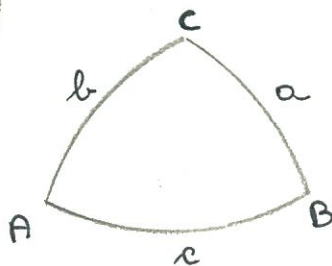
V) importante per gli studi galattici
disco: stelle + giovani

x pensare da un sistema all'altro

Formule di trigonometria sferica



triangolo sferico sup. sferica contenuta fra 3 archi di cerchio massimi



$$1) \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$2) \frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$$

$$3) \sin a \cos B = \cos b \sin c + \sin b \cos c \cos A$$

dati δ, τ e $90 - \tau$ (della posizione)

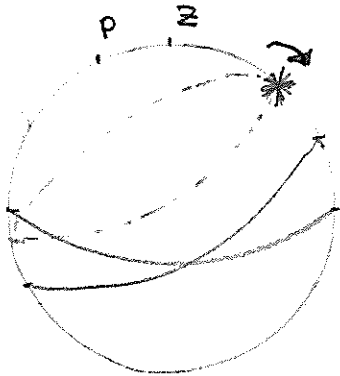
$$\cos z = \sin \tau \sin \delta + \cos \tau \cos \delta \cos \tau$$

$$\frac{\sin z}{\sin \tau} = \dots$$

MISURA DEL TEMPO

SO OT
 autunno
 inverno

GIORNO SOLARE: intervallo fra 2 ritorni del sole allo stesso meridiano (es. mezzogiorno)



Non da durata della rotazione della Terra
 x effetto dello spostamento della terra
 nell'eclittica sole si sposta verso est

$$\frac{360^\circ}{365} \quad \text{ovest} \rightarrow \text{est} \quad \text{diretto}$$

x rotazione E \rightarrow W

x rivoluzione W \rightarrow E meno di 1°

delay

Sole ritarda passaggio al meridiano
 giorno solare > giorno siderale

$1^\circ \rightarrow 4$ minuti
 x giorno

GIORNO SIDERALE: intervallo fra 2 passaggi rispetto a
 stelle o punto γ

+ tempo del
 giorno medio
 in un anno

1 giorno siderale in più

Time
 between
 two successive
 upper
 culminations

1 anno : 365,2422 g. solari
 366,2422 g. siderali Tropical year

1) tempo solare (angolo azimut del sole)

2) " siderale (" " di γ)

giorno siderale inizia quando $t(\gamma) = 0$

" solare $t(0) = 12^h$ (x vite protica)

il 21 marzo coincidono

costante
 come lo
 è la
 rotazione
 della Terra
 (Perpetuo
 dechessente)

giorno
 siderale
 momento

1) non è comodo x noi pratici

poiché orbita è ellittica

4 luglio solstizio (sole sembra muoversi + lentamente)

E declinazione dell'eclittica sull'equatore

Sole fittizio: corpo che si muove sull'equatore

(coincide col sole vero agli equin. e ai solst.)

Sole medio: si muove di moto uniforme

angolo orario del sole medio x il meridiano del luogo;
poi sommare o sottrarre per collegarci al meridiano
se siamo ad ovest est centrale del fuso

Fino a abbiamo parlato di anno tropico e passaggio al
punto d'Ariete. ($365^d, 2422$)

g. \rightarrow anni medi

anno tropico > anno sidereo

Periodo di rivoluzione è misurato dall'anno siderale
 $365^d, 256374$

giorni anni medi

γ si sposta sull'eclittica

Vi sono perturbazioni ^{della luna e dei pianeti} per cui γ si sposta da E verso W

$50''$ all'anno

γ va incontro al percorso del sole

revolution
respect to P_0 (background stars)

anno anomalistico: ritorno al perielio

$365^d, 259544$

$11''$ /anno

perielio sfugge al percorso del sole

da W verso E

mean time
EQUATION
OF TIME

CALENDAR

46 a.C.

g. Cesare riforma giuliana $365^d, 25$

UT TIME

passaggio all'equinozio avviene il 10 marzo invece che al 21

1582 riforma gregoriana anno civile 365^d 1 anno

bisestile ogni 4, anni inizio di secolo bisestili solo

se le prime 2 cifre divisibili per 4. Anno medio + lungo di

26" rispetto all'anno tropico. Quella di G. Cesare di 11'.

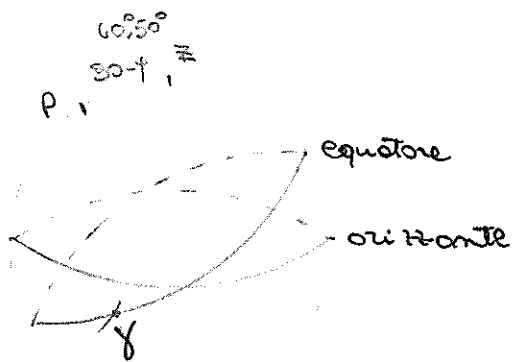
Nel 1582 si passò dal 4-10 al 15-10

23-3 / 24-4 data della Pasqua 1^a domenica dopo la prima luna piena di primavera.

Data di inizio 1/1 / 4713 a.C. data giuliana

AE 1/1/1984 2'445'700,5 giorni

giorno giuliano comincia a mezzogiorno, poiché le osservazioni avvengono di notte.



AE polo

$P = 90^\circ$

$P = Z$

Sole al 21/3 21/3 ~~si~~ si muove sull'equatore

30/ Estate sole si muove per 24h sopra l'orizzonte

" d'inverno " " " " sotto "

$P = 0$

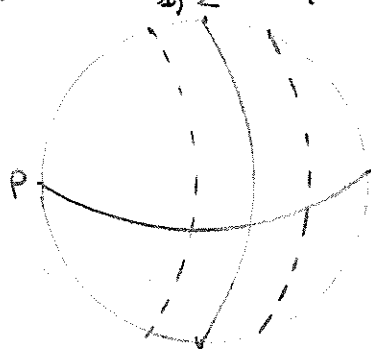
1) Z equatore

21/3 21/3 sole 1)

di solstizi al max $23,5^\circ$ o $-23,5^\circ$

tempo che sta sopra all'orizzonte =

" " " sotto " "

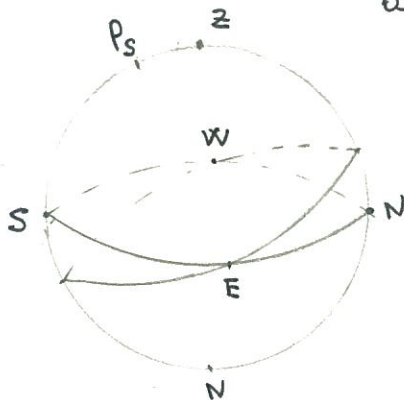


un osservatore sull'eq. può osservare tutto il cielo

alle nostre latitudini: se la declinatione ^{della stella} δ in valore assoluto $\delta > |90 - \varphi|$ non è osservabile la stella. Questo \times le latitudini boreali.

Per le latitudini australi:

a mezzogiorno sole sarà a Nord



EFFETTI SULLE OSSERVAZIONI CELESTI

Atmosfera : 1) assorbe su certe lunghezze d'onda
 2) movimento disturba l'osservazione
 3) rifrazione astronomica (vediamo stella in posizione errata)

A) rifrazione

B) parallasse diurna

C) " annua

(da sistema per misurare le distanze dai corpi del sistema solare)

(distanza delle stelle + vicine)

Con triangolazione



diametro della Terra o dell'orbita

D) aberrazione della luce (vettore luce, vettore della moto della Terra si combinano)

(E) precessione e nutazione (cambiamenti piani di riferimento quindi α ha un vero e proprio cambiamento de coordinate)

$$\lambda = 10^{-10} \text{ m} = 10^{-8} \text{ cm} = 0,1 \text{ nm}$$

Atmosfera è trasparente (finestra ottica) 2900-8000 Å
occhio è sensibile da 3800-7000 Å

Dal 4000 al 2900 assorbe di + nell'ultravioletto

finestra radio 1mm - 50m

utilizzata solo dal 1930

le altre bande sono completamente assorbite (solo con i satelliti)

Atmosfera è composta: dal basso verso l'alto:

0-10 km troposfera (assorbimento è dovuto al vapore acqueo

H_2O , CO_2 , CO , N_2 , O_2 ossigeno nell'infrarosso)

Vi sono altre

piccole finestre 1,2 μ 2,2 μ

3 μ 5 μ

10 μ 20 μ molto in

Satellite IRAS

per prendere

radiazioni infrarosse: sensori prendono

sia quelle dei corpi celesti che quelle

del satellite allora telescopio deve essere in He liquido (che ha da Thermos)

IRAS ha copertura intervallo da 20 μ e 1 mm

poi \rightarrow Spitzer - Herschel

50-80 km stratosfera (assorbimento dato dall'ozono O_3 che assorbe da 2900 Å soprattutto dell'ultravioletto, anche raggi X)

Da palloni ad h di 50/80 km si possono osservare raggi

fino a 400-500 km ionosfera (radiazioni solari ultraviolette ^{alta energia} ionizza l'atmosfera, nei strati precedenti molecole neutre ionizzate anche radiazione)

$$\mu = \sqrt{1 - \frac{Ne^2}{\pi m f^2}}$$

$N \approx$ densità elettronica

indice di rifrazione di un gas ionizzato

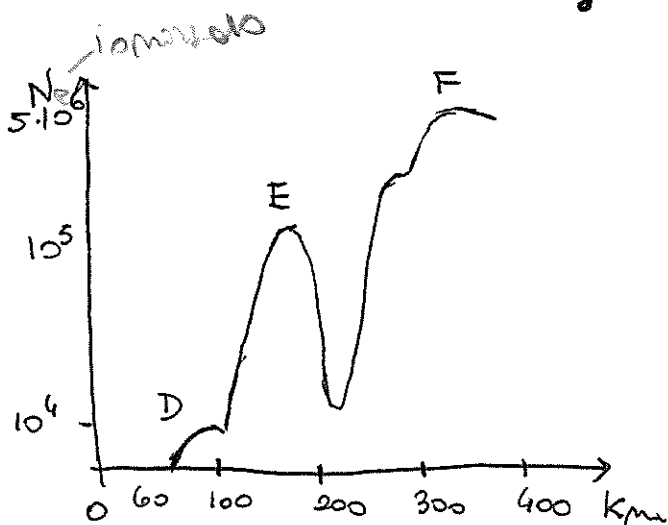
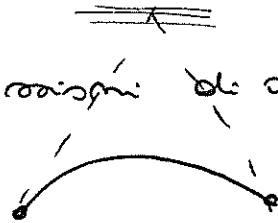
$$f_{critica} = \sqrt{\frac{Ne^2}{\pi m}}$$

frequenza m massa di e^-
 $e =$ carica di e^-

$f < f_{crit}$ μ diviene immaginario
onde sono allora riflesse totalmente

$5 < f_{crit} < 12$ megahertz (tenendo conto della densità elettronica della ionosfera)
 > 50 m sono riflesse totalmente

E' possibile avere trasmissioni di onde radio poiché onde vengono riflesse



Col crescere dell'altitudine aumenta ionizzazione, ma diminuisce densità del gas (quindi altri...)

Strati: D, E, F

di notte ionizzazione è inferiore

F	frequenze critiche	5 e 12 MHz	(60 e 25m)
E	"	3 e 4 MHz	(100 e 75m)
D	"	< 1 MHz	(> 300m)

taglio è dato da F

taglio su frequenze minori è dato da topside

Anche dal satellite si ha un segnale

$$\sim 30 \text{ mm} \quad \lambda \sim 913 \text{ Å} = 700-800 \text{ Å}$$

quando atomo di idrogeno viene ionizzato, elettrone di tale λ ha energia per ionizzare idrogeno
densità atomo di H per cm^3 , 10^{19} atomi di H lungo la linea di visuale
o parte pianeti e stelle + vicine l.e.l. dove si hanno 10^{18} atomi.

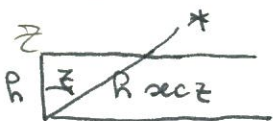
scattering + absorption (molecules + dust)

Quando si vuole misurare energia di una stella:

CORREZIONE PER L'ESTINZIONE ATMOSFERICA

Si deve osservare stelle in momenti diversi

R altitudine efficace (vero effetto della stella)



intensità della stella I_0

$$\frac{I}{I_0} = e^{-k_\lambda R \sec z} \rightarrow \text{absorption coefficient } (\lambda)$$

I quella che ci giunge

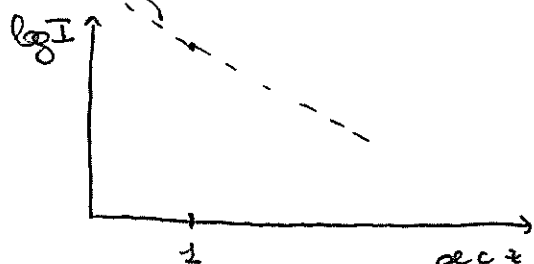
$$\cos \theta = \frac{h}{h \sec \theta}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\log I = \log I_0 - K_\lambda h \sec z \log e \quad (1.1)$$

z varie alterne zenitali:

estrapolando \rightarrow I al di fuori dell'atmosfera



RETTE DI BOUGUER

stato //

per $z < 45^\circ$ vale ~~la~~ approssimazione dell'atmosfera (vista a strati) (per $z > 45^\circ$ troppe impurità nell'aria)

Si devono fare osservazioni su bande larghe (ad es. banda U)

U 3800 - 3400

B 4000 - 4500

V 5500 - 6000

long time
with stable conditions
in the atmosphere

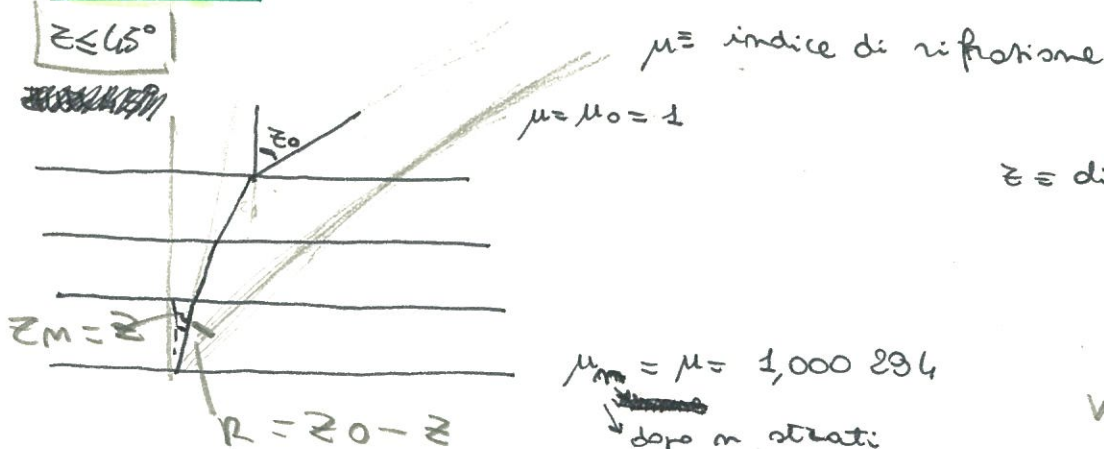
(11) questa equat. sarà una retta se K_λ è una costante
 K_λ varia nel tempo e da zona a zona.

Stelle standard misurate in diversi luoghi per avere K_λ
 \times misurare stelle pp. lo si ~~si~~ misura perpendolare
con stella standard per controllare purezza dell'atmosfera

$$\frac{I_x}{I_{st}} = \frac{I_{0x}}{I_{0st}}$$

I effetto dell'assorbimento selettivo dell'atmosfera

RIFRATTIONE



$z \equiv \text{distanza zenitale}$

vediamo
oggetto

a $z < z_{\text{reale}}$

$$z < z_0$$

x legge della rifrazione

$$\frac{\sin z_0}{\sin z_1} = \frac{\mu_1}{\mu_0}$$

$$\frac{\sin z_1}{\sin z_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\vdots$$

$$\frac{\sin z_{m-1}}{\sin z_m} = \frac{\mu_m}{\mu_{m-1}}$$

$$\frac{\sin z_0}{\sin z_m} = \frac{\mu_m}{\mu_0}$$

$z_0 - z = R$ effetto della rifrazione

R è sempre angolo piccolo

$$\sin(\overset{z_0}{z} + R) \approx \mu \sin z$$

$$\sin z + R \cos z = \mu \sin z$$

oppure x R piccolo

$$R = \frac{\mu \sin z - \sin z}{\cos z} = (\mu - 1) \tan z$$

rad. → arcsec

$$R = 0,000234 \tan z \quad 1 \text{ radiante} = 206265''$$

$$R'' \sim 3 \cdot 10^{-4} \times 2 \cdot 10^5 \tan z$$

$$R'' \approx 60'' \text{ effetto massimo } R'' \approx 1'$$

al max 1
7 al max 45° 9)

Per $\epsilon > 45^\circ$ bisogna tener conto della curvatura dell'atmosfera

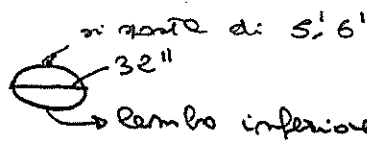
$$R = A \tan \epsilon + B \tan^3 \epsilon \quad B < 0 \quad B \approx -1$$

$$\tan \epsilon \rightarrow +\infty$$

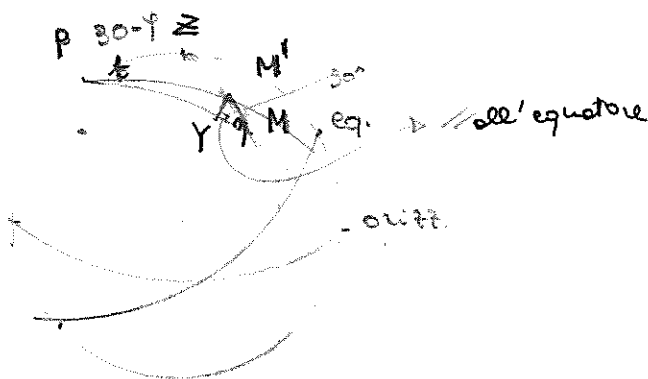
$$A = 58'' 294$$

$$B = -0'' 0668$$

Sole al tramonto: ellissi schiacciato di 4,5'



Questo effetto si riflette sulle coordinate



vediamo M in M'

MM' è molto piccolo (triangolo)

$$\eta = \widehat{M'MY}$$

$$YM = \Delta S = M'M \cos \eta$$

$$YM' = \Delta S \cos \delta = M'M \sin \eta$$

per avere η

$$\frac{\sin \eta}{\cos \delta} = \frac{\sin t}{\sin \epsilon}$$

la differenza ha valori veri e osservati sotto il sen è piccolissimo

$$MM' = R \tan \epsilon$$

$$\Delta S \cos \delta = R \tan \epsilon \frac{\sin t \cos \delta}{\sin \epsilon}$$

$$\cos \delta \cos \eta = \cos \delta \sin \epsilon - \sin \delta \cos \epsilon \cos(180 - \epsilon)$$

x puntare una stella effetto è molto piccolo

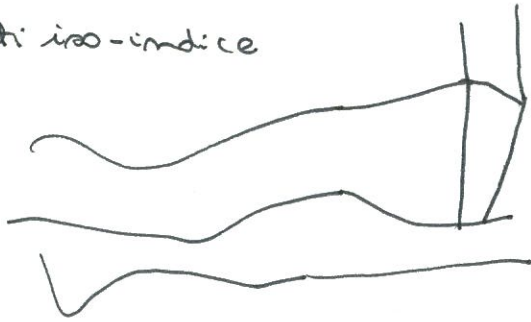
serve x determinare posizione \star , di solito si usano stelle standard.

(Stelle all'orizzonte divengono indecise.

atmosfera : strati turbolenti \pm densi / fasci di luce sono disturbati

(sfere concentriche e approssimazione)

strati iso-indice



turbulence

NO parallel planes

μ local variation effective index

fascio di raggi // arriva non + parallelo

\surd da 1" a 4"

ci arriva come di raggi

la cui apertura è variabile

SCINTILLAZIONE

diametro angolare di una stella inferiore di 1 centesimo di secondo

pianeta fino ad 1' scintillazione x ogni punto, effetti si compensano (però con turbolenza non si vedono dettagli del telescopio)

effetto di turbolenza

seeing (si richiama beam seeing)

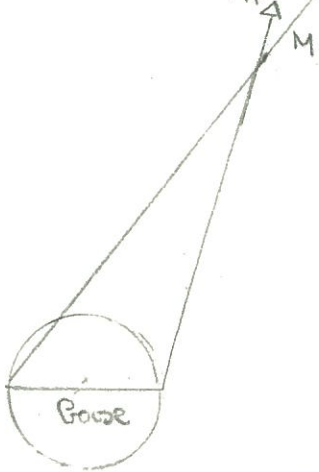
seeing

(perdita di particolari, diffusione di energia nella lente fotografica)

PARALLASSE

dato il fatto che osservo oggetti a distanze diverse
(~~da~~ a fuoco su un piano diverso)

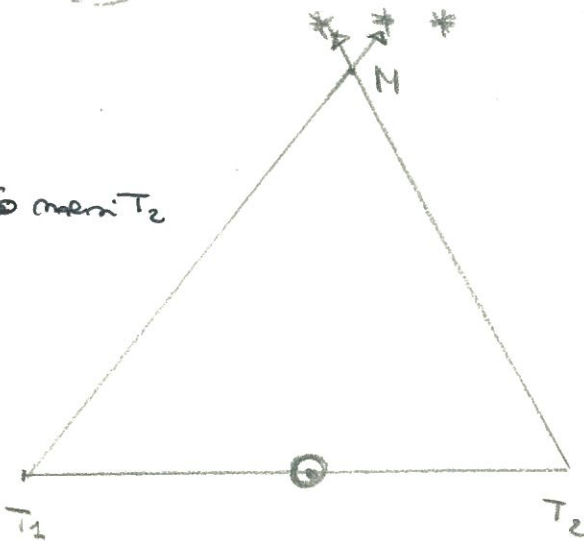
M oggetto del sistema solare
*** stelle (lontane)



e modi: osservare da
posizioni diverse; osservare
dopo un tempo diverso da qui
parallasse diurna (dopo 12h)

M stella vicina
** stelle lontane

T₁
Dopo 6 mesi T₂



In prima approssimazione:
stella vicina è + brillante
e ha dei moti propri

diurno
la parallasse diurna: angolo sotto cui da M si

vede il ~~mondo~~ raggio T

b. parallasse annua: " " " " " " vede il
semicerchio maggiore.

x la luna

$$p = \frac{6.300 \text{ km}}{384.000 \text{ km}}$$

p è meno di 1 grado

1/2 grado
è di quel
lune

Nel sistema solare: oggi si usa raggio laser o impulsi
radio e si misura tempo di ritorno

DIURNA
di Antares → 2.10 arcsec

SUN
8.78"

angle ρ is which
we see the radius
of the Earth's orbit

$$1 a.u. = 1.5 \cdot 10^8 \text{ km}$$

Per sole: distanza di parallax ρ = sole

III legge di Keplero distanza del sole $\rightarrow 10.A = R.T.S$

stella + vicina 4 anni luce

$$\rho = \cancel{0.1} \rightarrow 0.77 \text{ secondi}$$

$$\frac{1.5 \cdot 10^8 \text{ km}}{4 \cdot 10^{13} \text{ km}} = 3.75 \cdot 10^{-6} \text{ radianti}$$

Parallax of α Centauri $d = 4.37 \text{ l.y}$

$$0.7 \text{ arcsec}$$

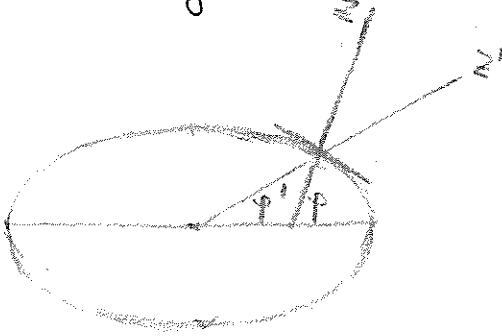
$$1 \text{ radianti} = 3437,7 \dots \text{ arcmin}$$

$$= 206265 \text{ arcsec}$$

zenit: punto d'incontro delle perpendic. colla la volta
celeste zenit geografico o astronomico

ϵ' zenit geocentrico

Terra = ellisse

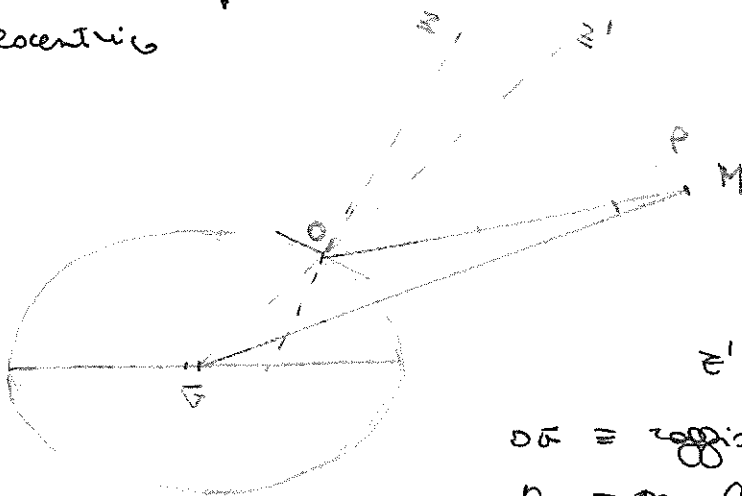


ϵ astronomico \approx geografico

p = distanza zenitale geografica
 p' = " " geocentrica

$$p - p' \sim 11' \text{ alle nostre latitudini}$$

Per la parallasse diurna ci basiamo sullo zenit
geocentrico



distanza zenitale

$\epsilon' = \angle OGM$ misurata dall'osservatore
 $\epsilon' = \angle GOM$ " dal centro della Terra

$$\epsilon' OM = \epsilon' GM + p$$

$OG \equiv$ raggio terrestre dell'osservatore

$p \equiv$ parallasse

$$\frac{\sin p}{R} = \frac{\sin \epsilon'}{d}$$

$$\sin p = \frac{R}{d} \sin \epsilon'$$

si usa esprimere in secondi

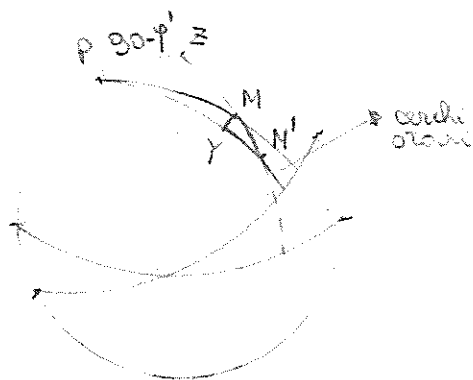
$$p'' = 206265'' \frac{R}{d} \sin z'$$

parallelismo orizzontale $\pi'' =$ parallelismo orizz. diurno $= 206265 \frac{R}{d}$
 noto il raggio R della terra possiamo stabilire distanza di M di.

Sistemi di coordinate altazimutale

introduciamo zenit geocentrico z' (che troviamo facendo $p - p'$)

effetto di parallasse: vediamo distanza zenitale (dal nostro punto o) maggiore che se la vedessimo dal centro della terra.



$\gamma M M'$

$$\gamma = \widehat{M' M}$$

$$\gamma M = \Delta z \cos \delta = M M' \sin \gamma = \frac{R}{d} \sin z' \sin \gamma$$

$$\gamma M' = \Delta \delta = M M' \cos \gamma = \frac{R}{d} \sin z' \cos \gamma$$

con trigonometria sferica $\sin z' \cos \gamma = \sin p' \cos \delta' - \cos p' \sin \delta'$

$$\frac{\sin z'}{\sin t'} = \frac{\sin (90 - p')}{\sin \gamma}$$

$$\frac{\sin z'}{\sin t'} = \frac{\cos p'}{\sin \gamma}$$

$$\Delta z \cos \delta = \frac{R}{d} \sin t' \cos p'$$

$$z_1 - z$$

non la

$$z_2 - z$$

comune

$$z_1 - z_*$$

$$(z_1 - z_* + z_* - z_*) =$$

$$z_2 - z_*$$

$$(z_2 - z_* + z_* - z) = \Delta z_1 - \Delta z_2$$

z_* non risente dell'effetto di parallasse

$$\Delta \alpha_1 - \Delta \alpha_2 = \frac{R}{d} \sec \delta \cos \varphi' [\sin t'_1 - \sin t'_2]$$

2 tempo diversa

unica incognita è d

φ' è la sterza

oppure da 2 luoghi diversa: $\Delta \alpha_1 - \Delta \alpha_2 = \frac{R}{d} \sec \delta [\cos \varphi'_1 \sin t'_1 - \cos \varphi'_2 \sin t'_2]$

parallasse della luna $55'$ $\frac{6200}{360000}$
 " del sole $8', 79$

diametro dell'orbita terrestre ^{semiasse} (unità astronomica)

si determina altro pianeta $\frac{a^3}{T^2} = \text{cost}$ poi semiasse T-S
 (ma distanza)

si possono usare molte vene, ma soprattutto pianetini
 (es. EROS)
 $\pi'' = 30''$ $1 \text{ U.A.} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$

Stella + vicina $4 \cdot 10^{13} \text{ km}$

$$\frac{6 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^{13}} \text{ rad.}$$

$$3 \cdot 10^{-5}''$$

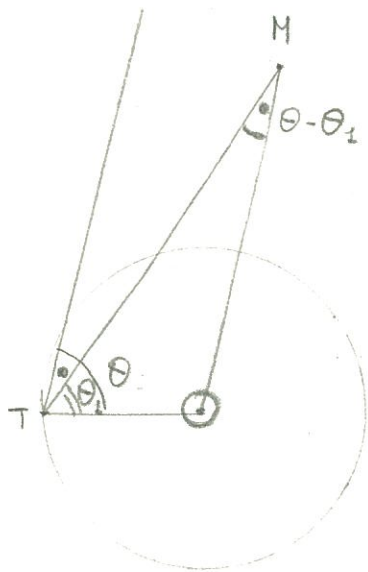
non siamo in

grado di misurazione (il limite 5 millionesimi di secondo)

$p = 0'', 2$ Plutone (39 U.A.)

PARALLASSE ANNUA

parallasse è data dalla differenza se vediamo stella
dalla nostra posizione oppure dal centro del sole



$$\theta - \theta_1 = p$$

$$\frac{\sin(\theta - \theta_1)}{a} = \frac{\sin \theta_1}{d}$$

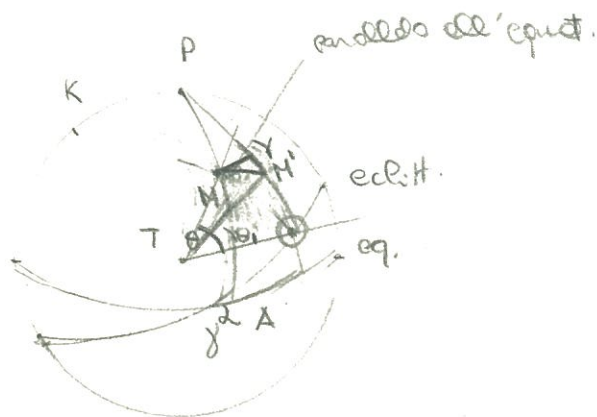
angoli sono di qualche frazione
di secondo angolo \approx seno

$$\theta - \theta_1 = \frac{a}{d} \sin \theta_1$$

questa è la parabola da osserviamo
x una certa θ_1 (in un certo periodo
dell'anno)

parallelase omme $\pi = \frac{\rho}{\sigma}$ $\pi'' = 206265 \frac{\rho}{\sigma}$

Usiamo come sistema di riferimento quello che una declinazione e ascensione retta



$$\eta = Y \hat{M} M_1$$

A. D. Berlino
Assunzione 20

$$\Delta S = \gamma M_1 = M M_1 \sin \gamma$$

$$\Delta 2 \cos \delta = M Y = M M_1 \cos \eta$$

$$\Delta S = \frac{2}{\rho l} \sin \theta_1 \sin \eta$$

$$\Delta \alpha \cos \delta = \frac{a}{d} \sin \theta_1 \cos \eta$$

$$\sin \theta \approx \sin \theta_1$$

$$\sin \theta \cos(90 + \eta)$$

$$- \sin \theta \sin \eta = \sin D \cos \delta - \cos D \sin \delta \cos(A - \alpha)$$

$$\Delta \delta = \frac{a}{d} [\sin D \cos \delta - \cos D \sin \delta \cos(A - \alpha)]$$

$$\frac{\sin \theta}{\sin(A - \alpha)} = \frac{\cos D}{\sin(90 + \eta)}$$

$$\Delta \alpha \cos \delta = \frac{a}{d} \cos D \sin(A - \alpha)$$

$$[\alpha_1 - \alpha_* - (\alpha_* - \alpha) - \alpha_2 - \alpha_* - (\alpha_* - \alpha)] = \Delta \alpha_1 - \Delta \alpha_2$$

α_1 rispetto alla stella + lontane

$$\frac{a}{d} \cos \delta [\cos D_1 \sin(A_1 - \alpha) + \cos D_2 \sin(A_2 - \alpha)]$$



lente
fotografica

$$\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2$$

sono differenze di 2 quantità misurate

il valore medio ha le 6 epoche in cui si misurano
unica incognita d

se $p < 5$ miliardi di anni non ha senso

$$1 \text{ a.l.} \approx 9 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

1 parsec : distanza tale che parallasse sarebbe di 1 secondo

$$\frac{1}{206265} = \frac{a}{d} \quad d = 206265 a \quad a \text{ è unità astronomica}$$

$$d = 1 \text{ pc} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km} \times 2 \cdot 10^5$$

$$1 \text{ parsec} \approx 3 \cdot 10^{13} \text{ km} = 3,27 \text{ a.l.}$$

$$\rightarrow = 206265 D_{T5}$$

2 centauri $\pi = 0''.7$

$$0'',1 \rightarrow 10 \text{ parsec } 33 \text{ a.l.}$$

1 decimo di secondo

con misure trigonometriche al max $0'',005$

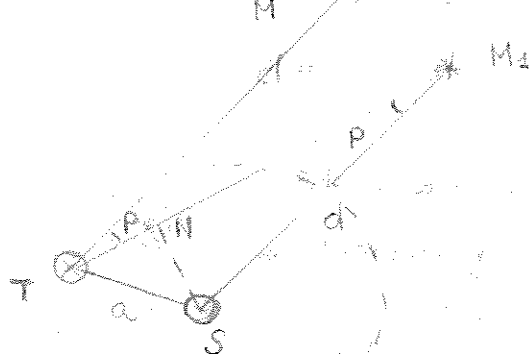
$0'',001$ 1000 pc

Misure delle distanze sono legate

l'una all'altra : raggio terrestre, T-S, stelle + vicine, poi altre

parallasse misurate : più grandi decimo del secondo d'arco
 di solito attorno al centesimo
 più piccole millesimo di secondo

satellite IPPARCO (migliorare le parallasse)



TM direzione eliocentrica (vista da un osservatore posto al centro del sole)

TM₁ (direzione vista dalla terra)

$$\widehat{MTS} = \theta$$

$$SN = d \sin \theta_1$$

$$\widehat{M_1TS} = \theta_1$$

$$SN = d \sin p$$

$$a \sin \theta_1 = d \sin p$$

$$\sin p = \frac{a}{d} \sin \theta_1$$

$$\pi = \frac{a}{d}$$

parallasse annua della stella

$$\sin p = \pi \sin \theta_1$$

$\sin p \approx p$ poiché $p \leq 1 \text{ rad.}$

$$p = \pi \sin \theta_1$$

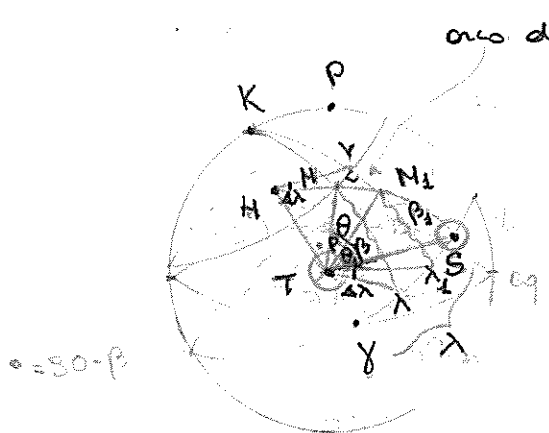
angolo dato dall'effetto di parallasse

(1)

parsec : distanza di sole che $\pi = 1'' = \frac{1}{206265} \text{ rad}$

$$d = \frac{a}{\pi} = \frac{1.5 \cdot 10^8 \text{ km}}{206265} = 3.02 \text{ km}$$

IV sistema dell' eclittica



longitudine eclittica $\equiv \lambda$

latitudine " $\equiv \beta$

$\lambda_1 \equiv$ ~~longitudine~~ λ osservato

$\lambda \equiv \lambda$ δ discentro

$$\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda$$

$$\Delta \beta = \beta - \beta_1 = -\Delta \beta$$

Consideriamo triangolo $\widehat{MM_1Y}$

YM_1 è dato dalla differenza di longitudine fra M ed M_1

$$(2) YM_1 = \beta - \beta_1 = -\Delta \beta$$

YM è arco di circonferenza con raggio < 1 e stesso da angolo diedro $\Delta \lambda$
raggio della sfera celeste $= 1$

$$(2') YM = \Delta \lambda \cdot HM = \Delta \lambda \sin(90 - \beta) = \Delta \lambda \cos \beta$$

$$(3) MM_1 = p^{(1)} = \pi \sin \theta_1$$

$$\eta \equiv \widehat{YMM_1}$$

angolo ^{de} caratteristica il fatto che S giace sull' eclittica è l'angolo η

$\widehat{MM_1Y}$ è molto piccolo allora possiamo considerarlo piatto

$$(4) MY = MM_1 \cos \eta \stackrel{(3)}{=} \pi \sin \theta_1 \cos \eta$$

$$(4') M_1Y = MM_1 \sin \eta = \pi \sin \theta_1 \sin \eta$$

$$\text{Da } (2), (4') \quad -\Delta \beta = \pi \sin \theta_1 \sin \eta$$

$$\text{Da } (2'), (4) \quad \Delta \lambda \cos \beta = \pi \sin \theta_1 \cos \eta$$

$$(5) \Delta \beta = -\pi \sin \theta_1 \sin \eta$$

$$(5') \Delta \lambda = \pi \sin \theta_1 \sec \beta$$

Non sappiamo ancora come η varia

$\lambda \equiv \widehat{SY}$ λ si ricollega al movimento del sole
(quindi stagioni)

Consideriamo l'altro triangolo sferico \widehat{KMS}

Usiamo formule di trigonometria sferica

$$(B) \quad \frac{\sin \theta}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B}$$

$$(C) \quad \sin \theta \cos B = \cos b \sin c - \sin b \cos c \cos A$$

$$a \equiv \widehat{NS} = \theta$$

$$A \equiv \widehat{MKS} = \lambda - \chi$$

$$b \equiv \widehat{KS} = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$$

$$B \equiv \widehat{KMS} = 90^\circ + \eta$$

$$c \equiv \widehat{KM} = 90^\circ - \beta$$

$$C \equiv \widehat{NSK}$$

$$Da (B) \quad \frac{\sin \theta}{\sin(\lambda - \chi)} = \frac{1}{\cos \eta} \quad \sin \theta \cos \eta = \sin(\lambda - \chi)$$

$$Da (C) \quad -\sin \theta \sin \eta = \sin \beta \cos(\lambda - \chi) \\ \sin \theta \sin \eta = -\sin \beta \cos(\lambda - \chi)$$

$$Da (5), (C) \quad \Delta \beta = -\pi \sin \beta \cos(\lambda - \chi)$$

$$\theta \approx \theta_1 \quad \text{poiché } p \leq 1 \text{ rad}$$

$$Da (5'), (B) \quad \Delta \lambda = \pi \sec \beta \sin(\lambda - \chi)$$

sono e' eq.
di un'ellisse

$$x = M Y$$

$$y = M_1 Y = -\Delta \beta$$

$$\Delta \lambda = \frac{x}{\cos \beta}$$

$$\Delta \beta = -y$$

$$y = \pi \sin \beta \cos(\lambda - \lambda_0)$$

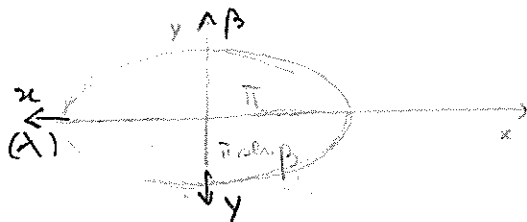
$$x = \pi \sin \beta \sin(\lambda - \lambda_0)$$

quadrante e deduciamo

$$\frac{y^2}{\pi^2 \sin^2 \beta} = \cos^2(\lambda - \lambda_0)$$

$$\frac{x^2}{\pi^2} = \sin^2(\lambda - \lambda_0)$$

$$\rightarrow \frac{y^2}{\pi^2 \sin^2 \beta} + \frac{x^2}{\pi^2} = 1$$



~~Sistema~~ Sistema veicolare ecclittico
 $\beta = 0$
 latitudine

T giro attorno al S

M_1 " al M

$\beta = 30^\circ$ ellipse \rightarrow cerchio di raggio π

Sole e Marte

Sole: $\lambda = \lambda_0$

$$\Delta \beta = -\pi \sin \beta$$

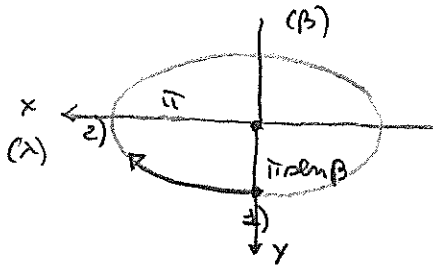
$$\Delta \lambda = 0$$

Foto di una stella vicina



π è l'incognita

1) Sole nella posizione tale che $\lambda = \lambda$



2) $90^\circ - \lambda$

latina fotografica



durante dell'anno

quando $\lambda = \lambda$ stella non si vede a meno
che non sia una circumpolare (stella sia molto alta)
quindi possiamo avere a volte solo una parte dell'ellisse

Diffrazione dell'obiettivo : si ha dischetto con diametro $\propto \frac{\lambda}{d}$
d diametro dell'obiettivo invece di puntino bianco



Telescopi rifrattori

nel giorno

a lunghezza focale, esposizioni multiple x mediare sui
quadri fotografici (delle dimensioni di alcuni micron μ)

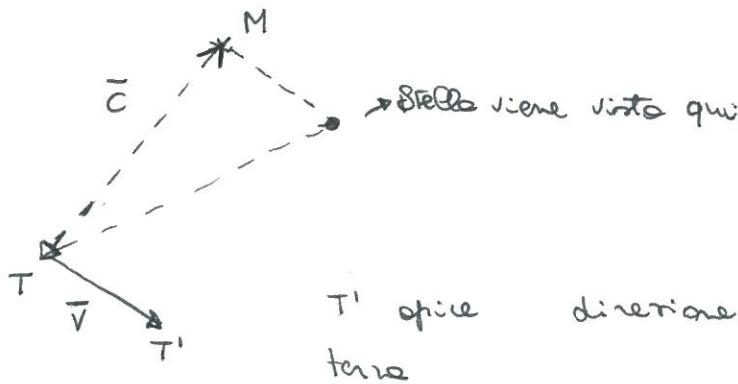
parallasse SECOLARE

spostamento per effetto del movimento del sistema solare

ABERRAZIONE

BRADLEY 1727
annuale

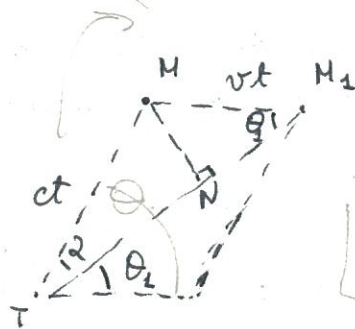
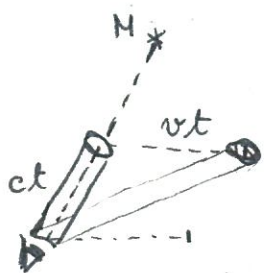
Raggio di luce raccolto da un osservatore



effetto di 20"

Scoperto questo effetto di aberrazione nel 1700
effetto relativistico in questo caso è nullo
Parallasse scoperta nel 1800

Fotone attraversa obiettivo : t tempo che fotone
impiega per attraversare strumento



$$MN = vt \sin \theta_1$$

$$MN = ct \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{v}{c} \sin \theta_1$$

$$\sin \alpha \approx \alpha$$

change in
direction

$$\alpha = \frac{v}{c} \sin \theta_1$$

$$\alpha = k \sin \theta_1$$

constant of aberration

$$\frac{v}{c} = k \text{ (aberr. const.)}$$

max aberration

Nel caso della Terra $\frac{v}{c} = \frac{30 \text{ km/s}}{300000 \text{ km/s}} = 10^{-4}$

Se su un cerchio v molto + grande

Se infine $v \approx c$

$\alpha \approx \theta$ immagine dell'universo concentrata in uno stretto
cono

$$M \approx M_1$$

Dato la velocità della rotazione angoli molto + piccoli

Ex $\theta_1 = 30^\circ$ $z = \frac{2}{\sqrt{3}} = 20''.6$ max possible obscuration
= obscuration constant

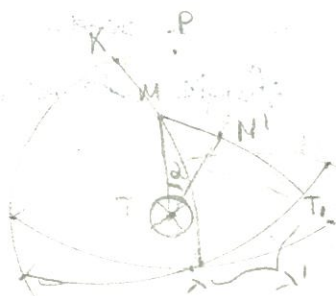
ABERRAZIONE PLANETARIA

moto relativo del pianeta rispetto alla Terra

(quoziente : getti + valori della luce?

①-note van der

- (sua immagine è ~~testa~~ attiva sempre prima) fotograf

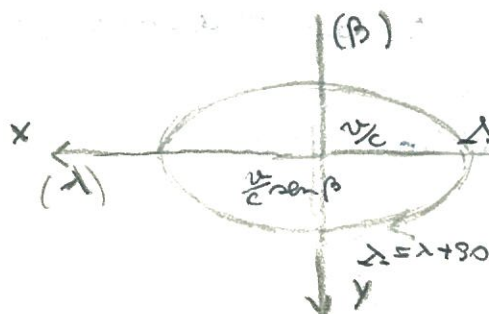


1' dell' op. 10

$$\lambda' = \lambda - 90^\circ$$

$$\begin{cases} x = \frac{v}{c} \sin(\lambda' - \lambda) = -\frac{v}{c} \cos(\lambda - \lambda) \\ y = \frac{v}{c} \sin \beta \cos(\lambda' - \lambda) = \frac{v}{c} \sin(\lambda - \lambda) \end{cases}$$

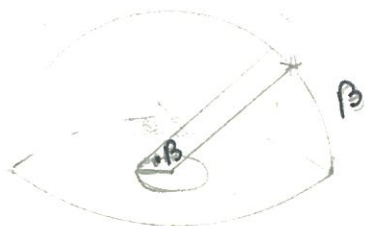
Formule finali dell'osservazione



Personne nello stereo
senza sb. sbacati
di 30°

eq. dell'ellisse

$$\frac{x^2}{\left(\frac{v}{c}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{v}{c}\right)^2 \sin^2 \beta} = 1$$



orbita non è circolare, ma è
ellittica vi è anche componente
della velocità \perp all'orbita
Dà effetto di aberrazione dell'ordine
di qualche frazione di secondo.

parallasse dipende dalla distanza
aberrazione no quindi fotografia $\vec{z} =$
(tutte le stelle ne risentono)

velocità di una stella (ci fa sempre in un sistema
eliocentrico). Posizioni e velocità sono riferite al sole

PRECESSIONE E NUTAZIONE

Sono disturbati i sistemi con α e δ e con latitudine
e longitudine ($3^\circ, 4^\circ$)



Anno siderale, tropico e anomalistico

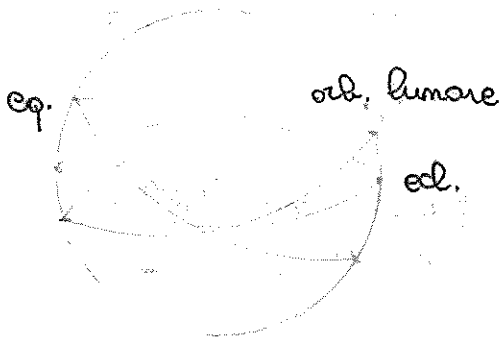
Anno siderale: tempo impiegato dalla terra a compiere
rivoluzione completa rispetto a direzione fissa

Anno tropico: rispetto a punto γ

Anno anomalistico: 2 ritorni della terra al perielio

Nutazione

orbita luna si trova su di un piano inclinato di $\beta = 5^\circ 11'$ sull'eclittica



Se modo ascendente : luna è + forte del sole

Precessione planetaria

oltre la precessione univolare

forze degli altri pianeti ~~non~~ ~~hanno~~ tendono a spostare polo dell'eclittica (~~non~~ non stanno sullo stesso piano dell'eclittica come sole e luna in media) agiscono sull'oscillazione retta

precessione univolare in λ

" planetaria in λ

$$\lambda \approx \gamma_1 \gamma_2 = 0''.1 / \text{anno}$$

periodo molto grande

$$\psi \approx \gamma \gamma_2 = 50'' / \text{anno}$$

onde perturbazioni ~~non~~ a corto periodo (come le nutazioni) sull'eclittica

non si può escludere precessione planetaria

Scambi di momento angolare fra i pianeti da e lungo tempo si mediando.

con grossi meteoriti effetto più notevole del rosaggio di grove o da altri pianeti.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon' t = 23^\circ 27' 8'', 3 - 0''.5 t$$

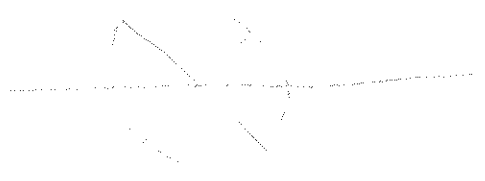
t indica $t - t_0$. ~~1984~~ 1984 - 1900, ε è il nostro 0

precessione $\varphi = \varphi_0 + \varphi' t$ $\varphi_0 = 50'', 4$
 unisolare $\alpha = \alpha_0 + \alpha' t$ $\alpha_0 = 0''.12$

α proiettata sull'eclettica

$\alpha = \alpha_0 + \alpha' t = 50'', 2564 + 0'', 0002 t$ per anno
 ↳ precessione GENERALE in longitudine riferita ad un anno
 (" unisolare ~~→~~ longitudinale più precessione planetarie
 latitudinale: proiettata)

componenti periodiche precessione planetaria $< 1''$
 " " " ~~lineare~~ $17'' \times 9''$ nutazione



se forza è esercitata lungo
 la linea dei nodi non vi
 è effetto.

Nutazione congiunta e effetti: in latitudine e in longitudine

modo lunare precede (per effetto delle non sfericità delle
 terre)

modo C: periodo 18 anni

$N_\lambda = -17'' \cos \Omega + \dots$
 $N_\varepsilon = 9'' \cos \Omega + \dots$
 termini perturbativi di corto periodo
 che dipende dalla posizione del sole
 e della luna sull'eclettica

$N_\lambda = -17'' \sin \Omega + 2 \sin 2 \lambda_c + h \sin 2 \lambda_0$
 $N_\varepsilon = 9'' \cos \Omega + \dots \cos \dots + \cos \dots$

Su atlante vi sono coordinate rispetto al 1900 per es. o 1950
 si devono trasformare α, δ

Nel puntamento di una stella: è imperfetto \times tolleranza
 meccanica del telescopio e poi questo si riflette (\times il motore)
 si deve fare confronto con mappe etc.

Puntamento di alta precisione per interferometria (con Telescopi
 o radio telescopi) per misurare diametro della
 stella. Allora serve globale aberrazione, precessione etc.

$0''.02$

$\sim 0''.001$

dove si trova stella

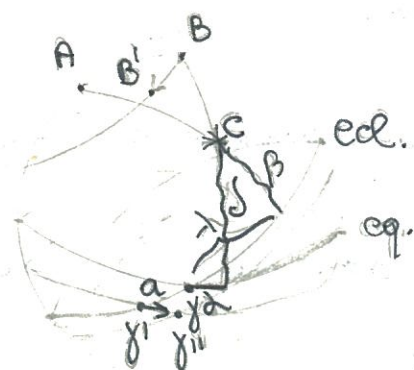
prodotto
 trascurabile (quella di prima)
 come rifrazione atmosferica

bisogna puntare esattamente interferometro

RIDUZIONE DELLA PRECESSIONE

↓ correzione

α, δ medie senza tener conto della nutazione



consideriamo triangolo sferico

$\triangle ABC$

poi $B \rightarrow B' \quad \lambda \rightarrow \lambda' \quad \alpha \rightarrow \alpha'$

$$(A) \quad \cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$

$$a = \widehat{BC} = 90^\circ - \delta \quad \hat{A} = 90^\circ - \lambda$$

$$b = \widehat{AC} = 90^\circ - \beta \quad \hat{B} = 90^\circ + \alpha$$

$$c = \widehat{AB} = \epsilon \quad \hat{C}$$

sostituiamo in (A)

$$\sin \delta = \sin \beta \cos \varepsilon + \cos \beta \sin \varepsilon \sin \lambda \quad (1)$$

$$(B) \quad \frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B}$$

sostituiamo in (B)

$$\frac{\cos \delta}{\cos \lambda} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$$

$$\cos \beta \cos \lambda = \cos \delta \cos \alpha \quad (2)$$

$$(C) \quad \sin b \cos A = \cos a \sin c - \sin a \cos c \cos B$$

sostituiamo in (C)

$$\cos \beta \sin \lambda = \sin \delta \sin \varepsilon + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha \quad (3)$$

$$B \rightarrow B'$$

β rimane costante poiché B percorre circ. conf.
// ecl.

Supp. ε cost. (non consideriamo mutazione)

diff. (1)

$$\cos \delta \, d\delta = \cos \beta \sin \varepsilon \cos \lambda \, d\lambda \stackrel{(2)}{=} \cos \delta \cos \alpha \sin \varepsilon \, d\lambda$$

$$d\delta = \cos \alpha \sin \varepsilon \, d\lambda \quad (4)$$

Different. (2)

$$+ \cos \beta \sin \lambda \, d\lambda = + \sin \delta \cos \alpha \, d\delta + \cos \delta \sin \alpha \, d\alpha$$

$$\text{Da (3)} \quad (\sin \delta \sin \varepsilon + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha) \, d\lambda = \sin \delta \cos \alpha \, d\delta + \cos \delta \sin \alpha \, d\alpha$$

$$\text{Da (4)} \quad (\sin \delta \sin \varepsilon + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha) \, d\lambda = \sin \delta \cos^2 \alpha \sin \varepsilon \, d\lambda + \cos \delta \sin \alpha \, d\alpha$$

$$\Rightarrow (\sin \delta \sin \varepsilon + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha - \sin \delta \cos^2 \alpha \sin \varepsilon) \, d\lambda = \cos \delta \sin \alpha \, d\alpha$$

$$(\sin \delta \sin \varepsilon \sin^2 \alpha + \cos \delta \cos \varepsilon \sin \alpha) \, d\lambda = \cos \delta \sin \alpha \, d\alpha \quad / \cos \delta$$

$$(\sin \delta \sin \varepsilon + \cos \varepsilon) \, d\lambda = d\alpha$$

$$224) \frac{dS}{d\lambda} = \sin E \cos \lambda$$

$$\frac{d\lambda}{d\lambda} = \frac{1}{\tan S} \sin E + \cos E$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \frac{dS}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} = \varphi \sin E \cos \lambda \\ \frac{d\lambda}{dt} &= \frac{d\lambda}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{dt} = \varphi \sin E \frac{1}{\tan S} \sin E + \varphi \cos E \end{aligned} \right.$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \varphi \equiv \text{precessione unidirezionale in longitudine}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= m \cos \lambda \\ \frac{d\lambda}{dt} &= m \frac{1}{\tan S} \sin E + m \end{aligned} \right.$$

$$m = \varphi \sin E$$

$$m = \varphi \cos E$$

sono \approx costanti

E ~~è~~ varia e

causa per la nutazione

φ varia in dipendenza del Temp

precessione planetaria spostata l'eclittica

$$a = 0''1 / \text{anno} \rightarrow \text{avvicina in ascensione retta}$$

λ in modo da ~~posteriormente~~ ^{posteriormente} in ascensione retta via più piccolo

allora

$$m = \varphi \sin E$$

$$m' = \varphi \cos(E - a)$$

$$\lambda = \lambda_0 + (m \tan S \sin \lambda_0 + m')(t - t_0)$$

$$S = S_0 + (m \cos \lambda_0)(t - t_0)$$

termini angolari

o più ancora agli ordini successivi

$$m = 46'' / \text{anno}$$

$$m = 20'' / \text{anno}$$

$$\varphi = 50''.2564 + 0''.002 t$$

$$E = 23^\circ 27' 8'', 3$$

$$\lambda = 0''.1247$$

Se attribuiamo un'ipotesi di movimento x anno 1