

2.2 MACCHINE OPERATRICI ASSIALI (COMPRESSORI ASSIALI)

Gran parte delle cose che vediamo sono valide sia per compressori che pompe (entrambe macchine operatrici). I compressori sono macchine particolarmente interessanti perchè sono difficili da studiare viste le velocità in gioco. Si comincia a parlare di compressori assiali con il brevetto di Parsons nel 1884. Parsons brevetta una turbina inversa. Per circa 70 anni questa macchina conosce uno sviluppo estremamente limitato perchè i compressori realizzati secondo questo principio presentano in generale basso rendimento (40-55%) e difficoltà di funzionamento (stallo e pompaggio) dovute al fatto che il flusso, decelerato porta ad un rapido inspessimento dello strato limite ed ad un facile distacco della vena fluida dalle superfici palettate.

Poichè la turbina invece opera in condizioni di flusso accelerato ed è molto meno soggetta a questi fenomeni è chiaro che una geometria per una turbina fatta funzionare per un compressore funziona male.

Il compressore viene abbandonato perchè negli stessi anni si era in grado di realizzare dei compressori centrifughi anche multistadio con rendimenti alti (70-80%). Un compressore funziona sempre bene perchè ha la forza centrifuga che lo aiuta.

L'inizio dello studio accurato dei compressori assiali risale al 1926 con Griggith. Lui analizza i principi di base della teoria dei profili alari sia dei compressori che delle turbine. Lo sviluppo si ha negli anni '60 perchè inizia lo sviluppo di:

- Turbine a gas (quindi un compressore assiale è più adatto);
- Si sviluppano le possibilità di calcolo

Nel 1945-46 si giunge alla conclusione che realizzando compressori assiali con piccoli rapporti di compressione per ogni stadio si possono raggiungere rendimenti isoentropici dell'ordine del 90%.

Vediamo con un grafico l'evoluzione

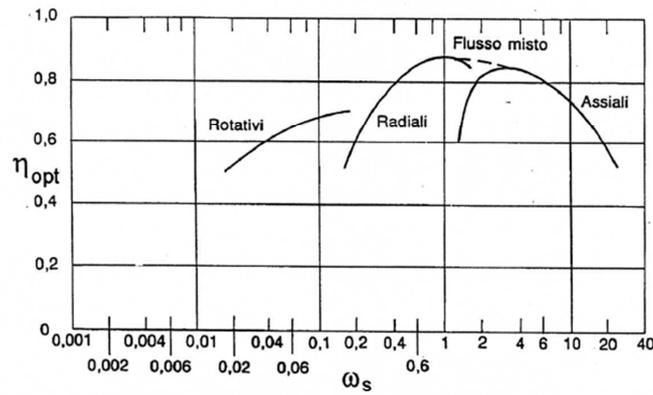


Figura 6.1: Prestazioni di compressori rotativi, centrifughi e assiali in funzione della velocità specifica.

Abbiamo la seguente definizione

$$\omega_s = \frac{\sqrt{\varphi}}{\psi^{\frac{3}{4}}} \cdot \sqrt{\left(\frac{D_e}{D_i}\right)^2 - 1}$$

$$\varphi = \frac{Q}{u \cdot S}$$

$$\psi = \frac{\Delta h_{0is}}{\frac{u^2}{2}}$$

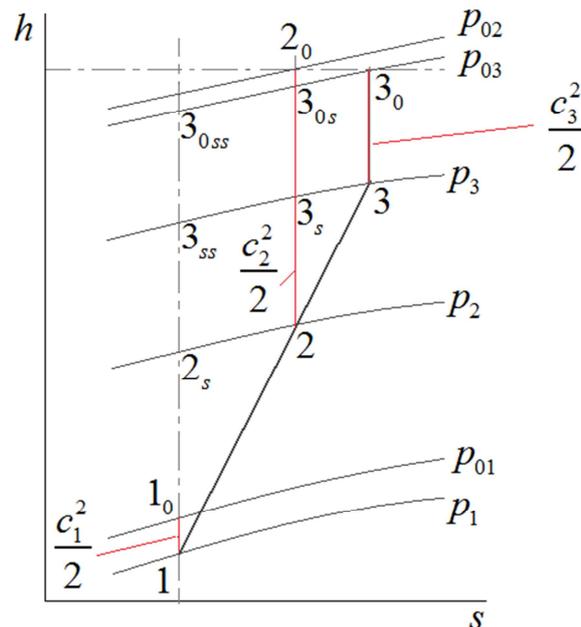
Vediamo che con i compressori assiali possiamo raggiungere rendimenti molto alti ed esiste un campo di valori di ω_s in corrispondenza ai quali è preferibile usare un compressore radiale piuttosto che un compressore assiale. Teniamo conto di questa osservazione perchè vedremo che quando faremo la turbina radiale e la confronteremo con la turbina assiale vedremo che non esiste un campo di ω_s nel quale la turbina radiale è migliore di quella assiale.

Vediamo alcuni dati

anno	β_{tot}	$n^\circ stadi$	β_{st}	u [m/s]	η_p
1950	12	17	1,16	290	0,8
1990	25	10	1,38	460	0,9

Parametri e coefficienti di prestazione

Incominciamo con il tracciare il diagramma termodinamico



Il punto 1 rappresenta la posizione d'ingresso nel rotore. L'energia cinetica $c_1^2/2$ ci consente di determinare il punto 1_0 (punto di ristagno). Tra 1-2 abbiamo la trasformazione che avviene nel rotore che supponiamo di rappresentare con una politropica reversibile. In 2 abbiamo una velocità in uscita dal rotore e quindi un'energia cinetica $c_2^2/2$ che ci consente di determinare il punto 2_0 . Nello statore abbiamo un incremento di pressione tra 2-3 con aumento di entropia (il processo è adiabatico) e quindi abbiamo la velocità finale che ci permette di trovare il punto 3_0 .

Essendo il processo adiabatico e non essendoci nell'elemento statorico scambio di lavoro tecnico l'entropia totale si conserva ($h_{3_0} = h_{2_0}$). In più indichiamo con il pedice s i punti corrispondenti alle diverse isoentropiche.

Ipotesi:

- 1) Flusso adiabatico;
- 2) Stadio "normale" o "ripetuto" (tutti gli stadi con gli stessi profili):

$$\boxed{c_1 = c_3} \quad \rightarrow \quad \boxed{h_3 - h_1 = h_{03} - h_{01}}$$

3) Velocità assiale costante (coincide con la velocità mediana):

$$c_{m1} = c_{m2}$$

4) $\rho = \text{cost}$ (nello stadio): possiamo imporre una variazione di ρ a gradino tra stadio e stadio. Questo vuol dire che nel dimensionamento del compressore si va a diminuire l'ampiezza radiale della pala mano a mano che si passa da uno stadio all'altro per compensare la variazione di densità in modo da mantenere costante la velocità meridiana.

Ricordiamo che nel rotore si conserva l'entalpia

$$h_1 + \frac{1}{2} w_1^2 = h_2 + \frac{1}{2} w_2^2$$

Mentre nello statore si conserva l'entalpia

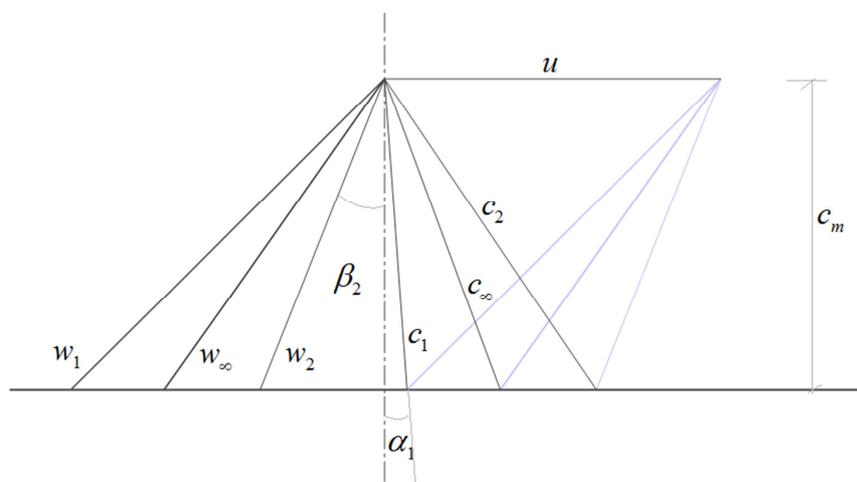
$$h_2 + \frac{1}{2} c_2^2 = h_3 + \frac{1}{2} c_3^2$$

Definiamo come prima cosa il parametro adimensionale del lavoro scambiato

$$\lambda = \frac{h_{03} - h_{02}}{u^2} = \frac{c_{u2} - c_{u1}}{u}$$

$h_{03} - h_{02}$ è il salto entalpico effettivamente elaborato; la differenza tra questa definizione di λ e quella data nel capitolo 1 è un fattore $\frac{1}{4}$.

Partiamo da questa relazione per vedere come varia λ in funzione della cifra di portata ϕ . Prima però consideriamo i triangoli di velocità



Osservando il triangolo di velocità possiamo scrivere

$$c_{u2} = u - w_{u2}$$

$$w_{u2} = c_m \operatorname{tg} \beta_2$$

$$c_{u1} = c_m \operatorname{tg} \alpha_1$$

Abbiamo fatto questa scelta perchè noi dobbiamo poter introdurre la cifra di flusso. Per introdurre la cifra di flusso abbiamo bisogno della velocità meridiana. Ecco perchè abbiamo scelto queste relazioni. Inoltre esprimo w_{u2} in funzione di β_2 perchè rappresenta (assieme a α_1) l'angolo in uscita dalle schiere. Essendo angoli in uscita dalla schiera gli possiamo ritenere costanti al variare della portata perchè è dettato dalla geometria della pala.

Nel caso della macchina radiale era necessario fare l'ipotesi che la macchina avesse un numero infinito di pale perchè abbiamo uno scostamento significativo tra angolo della corrente ed angolo della pala. Nelle macchine radiali il campo delle forze centrifughe agisce nella stessa direzione del flusso. Nel caso della macchina assiale il campo delle forze centrifughe agisce in direzione ortogonale al flusso che mi determina una problematica nell'equilibrio radiale ma non influenza l'angolo del flusso rispetto la pala. Quindi non è necessario fare l'ipotesi di avere una macchina con numero infinito di pale.

Possiamo sostituire queste espressioni

$$\lambda = 1 - \frac{w_{u2}}{u} - \frac{c_{u1}}{u} = 1 - \frac{c_m}{u} (\operatorname{tg} \beta_2 + \operatorname{tg} \alpha_1)$$

Possiamo definire la cifra di flusso

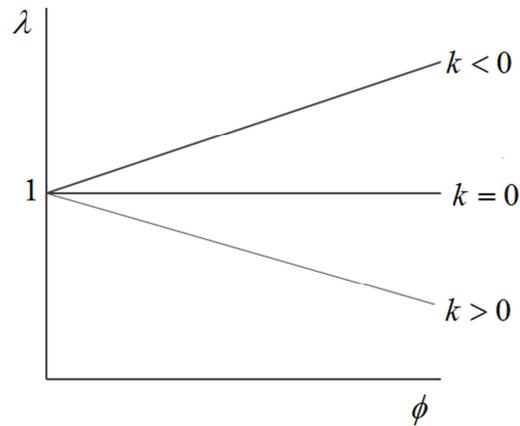
$$\phi = \frac{c_m}{u}$$

Quindi

$$\lambda = 1 - \phi (\operatorname{tg} \beta_2 + \operatorname{tg} \alpha_1) = 1 - k \cdot \phi$$

Questa è la curva caratteristica teorica del nostro compressore. È una relazione lineare analoga a quella trovata per la pompa centrifuga solo che in quel caso $c_{u1} = 0$ e quindi la costante k era funzione soltanto di β_2 .

A seconda del tipo di compressore avremo α_1 e β_2 diversi però possiamo dire che la somma delle due tangenti sarà costante. Questo ci consente di rappresentare graficamente il risultato



Possiamo dare a questo tipo di rappresentazione un maggiore significato andando a definire i valori di "design":

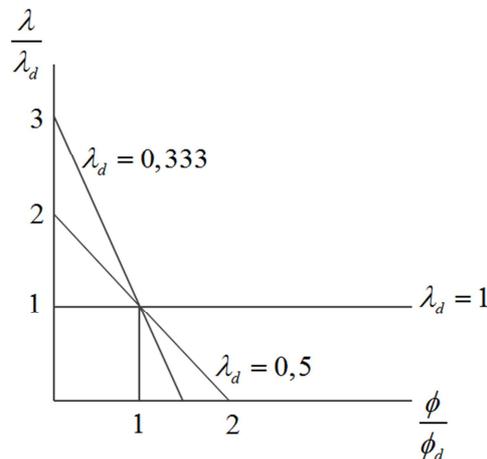
$$\lambda_d = 1 - k \cdot \phi_d$$

$$\rightarrow k = f(\lambda_d, \phi_d)$$

Andando a sostituire nell'equazione generale di λ otteniamo

$$\frac{\lambda}{\lambda_d} = \frac{1}{\lambda_d} - \frac{\phi}{\phi_d} \left(\frac{1 - \lambda_d}{\lambda_d} \right)$$

Anche questa è l'equazione di una famiglia di rette



È una scelta conveniente pensare di progettare il compressore con $\lambda_d = 1$ perchè avremmo la situazione in cui il lavoro scambiato è indipendente dalla portata. Questo però non è possibile perchè la pratica dimostra che per avere buoni rendimenti dobbiamo avere

$$0,3 < \lambda_d < 0,4$$

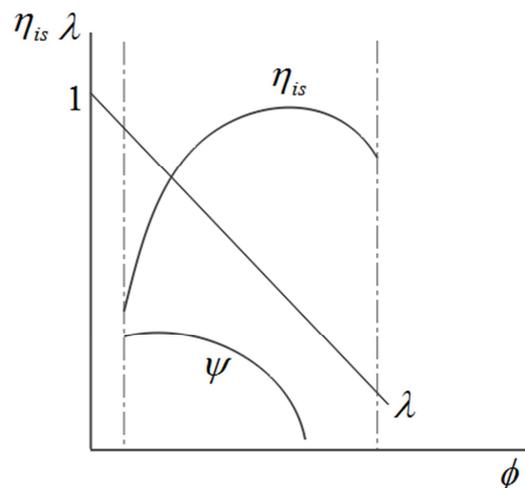
Scendere al di sotto di 0,3 non si fa perchè avremmo una caratteristica troppo verticale ma non si riesce ad andare oltre questi valori perchè intervengono

quei problemi di distacco della vena fluida e stallo delle palettature. A causa di questo vincolo di natura fluido dinamica troviamo che la linea che più si avvicina a quella effettiva è quella corrispondente a $\lambda_d = 0,333$. Cioè è una caratteristica molto pendente che corrisponde ad una forte sensibilità del lavoro alla variazione della portata. Questa condizione corrisponde poi al caso $k > 0$.

Quella appena vista è la caratteristica teorica. Vediamo quale sarà l'andamento della curva effettiva cioè dobbiamo vedere l'andamento di

$$\psi = \frac{\Delta h_{0is}}{u^2} = \lambda \cdot \eta_{is}$$

$$\Delta h_{0is} = h_{3_{0ss}} - h_{1_0}$$



Non abbiamo ancora un legame diretto tra tipo di caratteristica e forma della pala. Nel caso delle palettature di compressori assiali a definire la forma della palettatura è il *grado di reazione*:

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1}$$

Esso è pari al salto entalpico elaborato dalla girante sul salto entalpico totale elaborato dalla macchina. Applicando la conservazione della rotalpia al numeratore e l'espressione del lavoro euleriano al denominatore diventa:

$$R = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2u(c_{u2} - c_{u1})} = \frac{(w_{u1} + w_{u2})(w_{u1} - w_{u2})}{2u(c_{u2} - c_{u1})}$$

Ricordando che la velocità meridiana è costante. Essendo

$$\left. \begin{array}{l} c_{u2} = u - w_{u2} \\ c_{u1} = u - w_{u1} \end{array} \right\} \Rightarrow c_{u2} - c_{u1} = w_{u1} - w_{u2}$$

Quindi

$$R = \frac{(w_{u1} + w_{u2})(\cancel{w_{u1}} - \cancel{w_{u2}})}{2u(\cancel{c_{u2}} - \cancel{c_{u1}})} = \frac{(w_{u1} + w_{u2})}{2u} = \frac{c_m (tg \beta_1 + tg \beta_2)}{2u}$$

Possiamo definire

$$tg \beta_\infty = \frac{tg \beta_1 + tg \beta_2}{2}$$

$$\phi = \frac{c_m}{u}$$

Per cui

$$R = \phi tg \beta_\infty = \frac{w_{u\infty}}{u}$$

Avrei potuto seguire anche un'altra strada osservando che

$$w_{u1} = u - c_{u1}$$

$$R = \frac{1}{2} + \frac{tg \beta_2 - tg \alpha_1}{2} \cdot \phi \simeq \frac{1}{2} + \text{cost} \cdot \phi$$

Per verificare che questa espressione è giusta possiamo ricordare che se

$$R = 0,5 \quad \rightarrow \quad \beta_2 = \alpha_1$$

Il grado di reazione in generale data una certa geometria sarà funzione della portata tranne il caso di $R=0,5$ che è l'unica situazione in corrispondenza della quale il grado di reazione è costante.

Con le definizioni date è possibile dare una rappresentazione

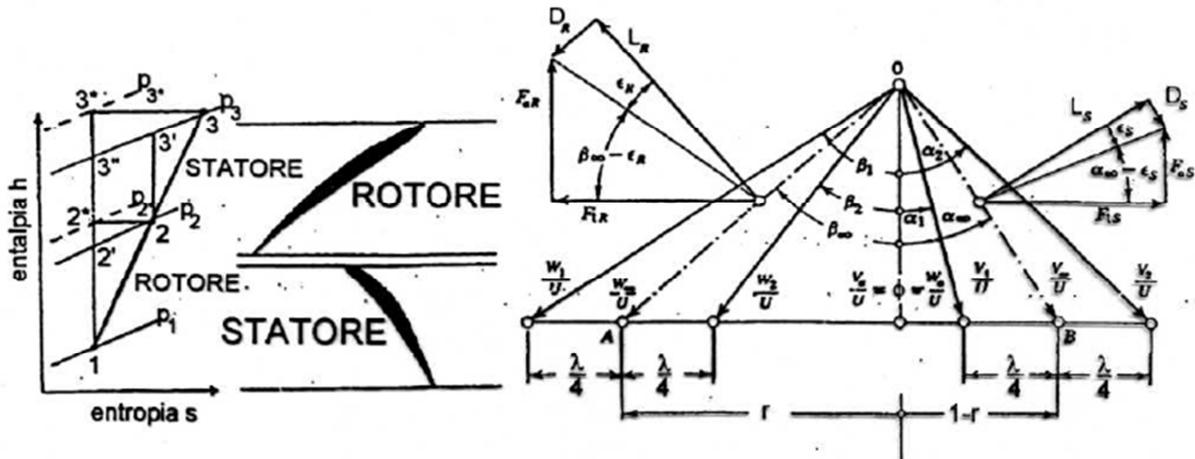


Figura 6.3: *Stadio ripetuto di compressore assiale. Triangoli delle velocità adimensionali e trasformazione termodinamica.*

Il triangolo viene adimensionalizzato rispetto la velocità periferica. L'altezza del triangolo è la cifra di flusso. In base alla definizione di R

$$r \cdot \operatorname{tg} \beta_{\infty} = R$$

Poichè la distanza A-B è la velocità periferica adimensionalizzata (cioè 1) allora abbiamo abbiamo il segmento 1-r. E' possibile dare ai segmenti un significato di lavoro. Bisogna fare attenzione che in questa figura

$$\lambda = \frac{\frac{\Delta h_0}{u^2}}{2} = \frac{u \Delta c_u}{u^2} = \frac{2 \Delta c_u}{u} = \frac{2 \Delta w_u}{u}$$

Quindi

$$\frac{\Delta c_u}{u} = \frac{\Delta w_u}{u} = \frac{\lambda}{2}$$

Ecco perchè abbiamo i segmentini $\frac{\lambda}{4}$.

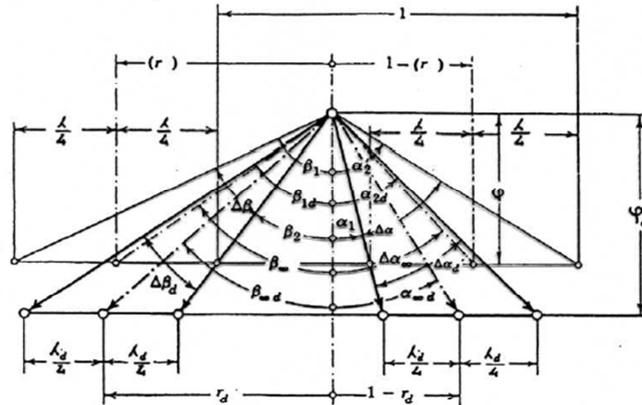


Figura 6.6: *Triangoli delle velocità per uno stadio di compressore assiale in condizioni fuori progetto, e triangoli in condizioni di progetto (indice "d").*

Possiamo osservare che passando dalle condizioni di progetto alle condizioni di fuori progetto gli angoli che si conservano sono β_2 e α_1 . Tutto il resto cambia.

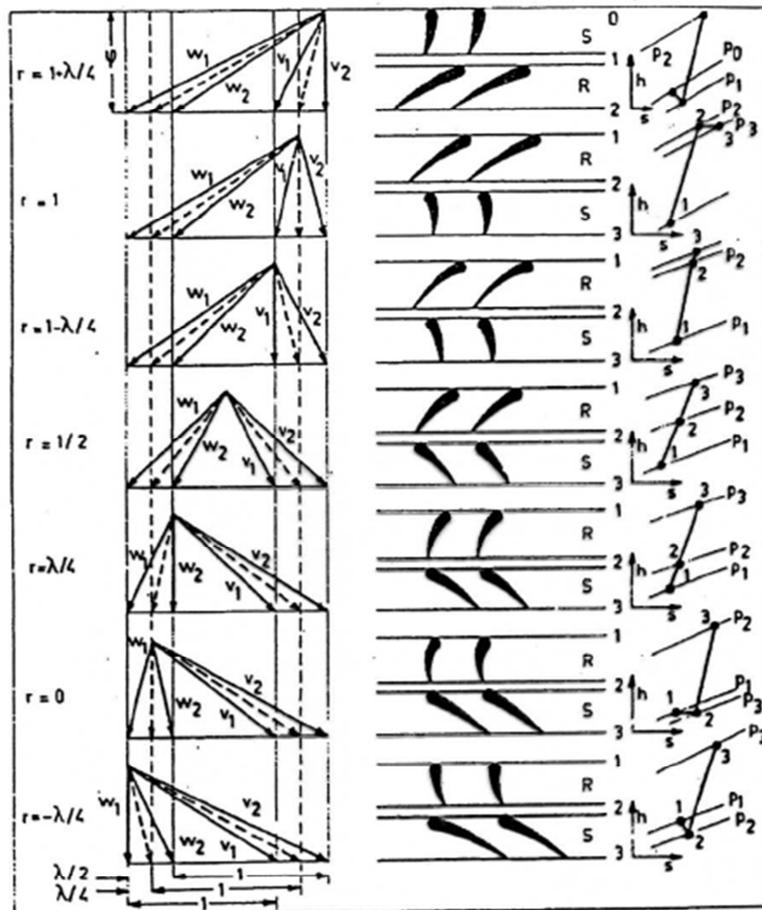


Figura 6.5: *Diverse tipologie di stadi si compressore assiale, corrispondenti a diversi gradi di reazione r.*

Vediamo un quadro completo delle diverse configurazioni. Per ogni valore del grado di reazione abbiamo la rappresentazione del triangolo di velocità, l'andamento indicativo delle palettature ed il diagramma termodinamico. Tutti questi casi sono possibili ma sono particolarmente interessanti risultano essere quelli relativi a:

- $r = 1 + \frac{\lambda}{4}$
- $r = 1 - \frac{\lambda}{4}$
- $r = \frac{1}{2}$

Partiamo dal primo caso $r = 1 + \frac{\lambda}{4}$. Questo è uno stadio di compressore piuttosto strano perchè ha un grado di reazione maggiore di 1.0 vuol dire a monte dello statore mentre 1 ingresso rotore. Lo statore fa diminuire la pressione ossia è una schiera di espansione. Quindi il lavoro statico che deve fare la girante è superiore a quello sviluppato perchè il primo elemento statorico anziché fungere da diffusore ha la funzione di espansore. Questa situazione è importante perchè ricordiamo che in corrispondenza del primo stadio di compressore potremmo sempre ritenere che la corrente sia priva di componenti tangenziali. Allora potrebbe essere interessante trovare una struttura che rispetti questa condizione senza dover introdurre l'IGV per imprimere alla corrente un certo valore iniziale. Questo caso soddisfa questa condizione. Osservando i triangoli di velocità vediamo che la velocità in uscita dal rotore (V_2) è assiale quindi non è necessario avere uno statore aggiuntivo.

Inoltre se è vero che la corrente che entra è priva di componente tangenziale è anche vero che la corrente che abbandona il nostro compressore è priva di componenti tangenziali. Questo stadio soddisfa anche questa condizione. Quindi ripetiamo per questo valore del grado di reazione non sono necessari elementi statorici aggiuntivi (ne a monte ne a valle del compressore).

Lo stesso discorso lo possiamo ripetere per il caso $r = 1 - \frac{\lambda}{4}$ dove il grado di reazione assume un valore minore di 1. La velocità che entra nel primo stadio è assiale e questa è anche la velocità che esce dallo statore. Ancora non abbiamo necessità di elementi che raddrizzino il flusso.

Il terzo caso (che corrisponde al massimo rendimento) è $r = \frac{1}{2}$. I triangoli di velocità sono simmetrici. Le palettature rotoriche e statoriche sono lo stesso profilo calettato diversamente. La variazione di pressione è continua.

Troviamo ora come varia, per uno stadio di compressore assiale, il rendimento in funzione di ϕ e R .

Definiamo il rendimento isoentropico

$$\eta_{is} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \Delta h_0}$$

Questo deriva da

$$\eta_{is} = \frac{\Delta h_{is}}{\Delta h_0}$$

Per il I° principio della termodinamica possiamo scrivere

$$Tds = dh - \frac{dp}{\rho}$$

Se consideriamo un processo isoentropico

$$ds = 0 \quad \rightarrow \quad dh = \frac{dp}{\rho}$$

Allora abbiamo

$$\eta_{is} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \Delta h_0} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \frac{\lambda}{2} u^2}$$

L'incremento di pressione totale del nostro stadio sarà dato dall'incremento nel rotore più l'incremento nello statore

$$\Delta p = \Delta p_R + \Delta p_S = \frac{F_{aR}}{s_R} + \frac{F_{aS}}{s_S}$$

Gli incrementi di pressione sono funzione della forza assiale (s sono i passi).

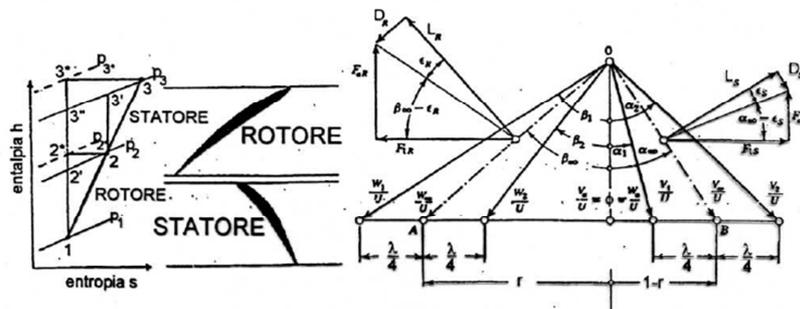


Figura 6.3: Stadio ripetuto di compressore assiale. Triangoli delle velocità adimensionali e trasformazione termodinamica.

Guardiamo sul triangolo di velocità la rappresentazione delle forze. Possiamo scrivere che

$$\Delta p = \frac{F_{aR}}{s_R} + \frac{F_{aS}}{s_S} = \frac{F_{tR} \cdot \text{tg}(\beta_\infty - \varepsilon_R)}{s_R} + \frac{F_{tS} \cdot \text{tg}(\alpha_\infty - \varepsilon_S)}{s_S}$$

Dove

$$\text{tg} \varepsilon_R \simeq \varepsilon_R = \frac{D_R}{L_R}$$

è uguale al rapporto tra la resistenza e la portanza del rotore.

$$\text{tg} \varepsilon_S \simeq \varepsilon_S = \frac{D_S}{L_S}$$

Quindi $\varepsilon_R, \varepsilon_S$ sono i rapporti resistenza su portanza e prendono il nome di "finezza" del profilo.

Ricordiamo ora le espressioni delle forze tangenziali:

$$F_{tR} = \dot{m} \Delta w_u = \underbrace{s_R \cdot \rho \cdot c_m}_{\dot{m}} \cdot \underbrace{\lambda \cdot u}_{\Delta w_u} \cdot \frac{1}{2}$$

Se introduciamo le definizioni

$$\phi = \frac{c_m}{u} \quad \rightarrow \quad c_m = \phi \cdot u$$

Troviamo

$$F_{tR} = s_R \cdot \rho \cdot \lambda \cdot \phi \cdot u^2 \cdot \frac{1}{2}$$

In maniera analoga possiamo scrivere

$$F_{tS} = \dot{m} \cdot \Delta c_m = s_S \cdot \rho \cdot \lambda \cdot \phi \cdot u^2 \cdot \frac{1}{2}$$

Possiamo allora sostituire queste due in

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \lambda u^2 [\phi \text{tg}(\beta_\infty - \varepsilon_R) + \phi \text{tg}(\alpha_\infty - \varepsilon_S)]$$

Ricordiamo

- $R = \phi \operatorname{tg} \beta_\infty$
- $1 - R = \phi \operatorname{tg} \alpha_\infty$
- $\operatorname{tg}(\beta_\infty - \varepsilon_R) = \frac{\operatorname{tg} \beta_\infty - \operatorname{tg} \varepsilon_R}{1 + \operatorname{tg} \beta_\infty \operatorname{tg} \varepsilon_R} \approx \frac{\operatorname{tg} \beta_\infty - \varepsilon_R}{1 + \operatorname{tg} \beta_\infty \cdot \varepsilon_R}$
- $\operatorname{tg}(\alpha_\infty - \varepsilon_S) \approx \frac{\operatorname{tg} \alpha_\infty - \varepsilon_S}{1 + \operatorname{tg} \alpha_\infty \cdot \varepsilon_S}$

Sostituendo nella precedente espressione troviamo

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho \lambda u^2 \left[\frac{R - \varepsilon_R \phi}{\phi + \varepsilon_R R} + \frac{1 - R - \varepsilon_S \phi}{\phi + \varepsilon_S (1 - R)} \right] \cdot \phi$$

Abbiamo trovato allora Δp in funzione della densità del fluido; dei coefficienti adimensionali di lavoro e di portata; della velocità periferica; del grado di reazione e della finezza delle schiere.

Sostituiamo questo nell'espressione del rendimento

$$\eta_{is} = \left[\frac{R - \varepsilon_R \phi}{\phi + \varepsilon_R R} + \frac{1 - R - \varepsilon_S \phi}{\phi + \varepsilon_S (1 - R)} \right] \cdot \phi$$

Possiamo allora analizzare questa espressione.

Ottimizzazione dello stadio

a) Supponiamo che

$$\varepsilon_S \simeq \varepsilon_R = \cos t = \varepsilon$$

Facciamo

$$\frac{d\eta_{is}}{dR} = 0 \quad \rightarrow \quad R_{opt} = 0,5 \quad \text{per } \forall \phi$$

$$\eta_{(R=0.5)} = 2\phi \cdot \frac{1 - 2\varepsilon\phi}{\varepsilon + 2\phi}$$

b) Supponiamo che

$$\varepsilon_s \simeq \varepsilon_R = \cos t = \varepsilon$$

$$R = R_{opt} = 0,5$$

$$\frac{d\eta_{(R=0,5)}}{d\phi} = 0 \quad \rightarrow \quad \phi_{opt} = \frac{1}{2}(\sqrt{1+\varepsilon^2} - \varepsilon) \simeq \frac{1-\varepsilon}{2}$$

$$\eta_{max} = 1 + 2\varepsilon^2 - 2\varepsilon\sqrt{1+\varepsilon^2} \simeq 1 - 2\varepsilon(1-\varepsilon)$$

c)

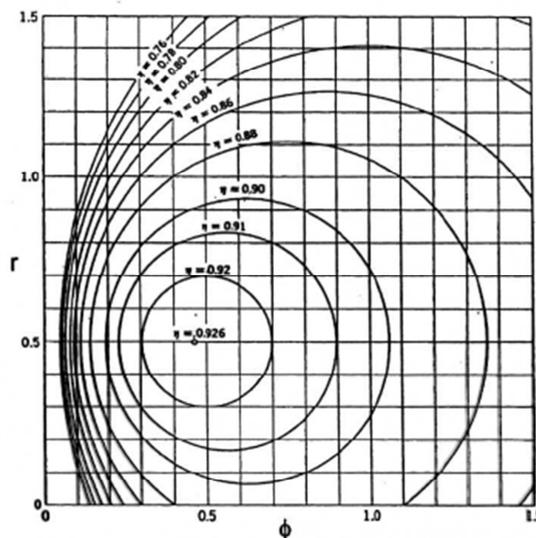


Figura 6.4: Curve iso-rendimento di uno stadio di compressore assiale in funzione del coefficiente di portata e del grado di reazione (finezza ε dei profili = 0.04).

Possiamo realizzare compressori con rendimenti del 93% che troviamo per $R=0,5$ e $\phi=0,5$. Per qualsiasi valore di ϕ il massimo lo abbiamo comunque per 0,5. Questo diagramma ci farà vedere che la sensibilità è diversa cioè la penalizzazione del rendimento che si ha operando con alti valori della cifra di flusso e con alti valori del grado di reazione è limitata. Vuol dire che fatto il compressore abbiamo un'ampia possibilità di regolarlo. Allora il grado di reazione sarà medio alto. I valori delle cifre di pressione saranno alti.

Prestazioni di schiere di pale di compressore e relative correlazioni

Per passare dal progetto di massima a quello definito dobbiamo scegliere le schiere di pale e applicare l'equazione di equilibrio radiale. Le palettature usate nei compressori assiali rientrano in un gruppo di geometrie ristretto nel senso che hanno degli aspetti geometrici comuni. Questi aspetti che caratterizzano in generale le pale per compressori assiali sono:

- Angolo di curvatura geometrica piccolo;
- Deflessione imposta alla corrente abbastanza limitata (qualche decina di gradi);
- Profili sottili e poco incurvati.

Per questa famiglia di compressori sono disponibili dei risultati di test sperimentali e dei metodi numerici diretti o inversi. Pur disponendo di dati sperimentali e potenti strumenti di calcolo è bene partire da un primo dimensionamento basato su correlazioni di dati sperimentali e semplici calcoli numerici. Questo consente di partire da una configurazione abbastanza buona.

I dati sperimentali disponibili e quelli numerici sono relativi a prove effettuate a bassa velocità (è un limite). Però può essere affrontato il calcolo anche quando questo limite viene superato.

Definiremo una condizione di carico delle schiere cioè verranno fatte delle verifiche su quanto la schiera è caricata da un punto di vista fluidodinamico.

Un aspetto fondamentale nel valutare le prestazioni di una schiera di pale consiste nel valutare le perdite cioè le dissipazioni di energia

Dissipazioni di energia

Oltre alle dissipazioni di energia relativa alla schiera piana di pale, nel momento in cui questa schiera diventa una stella di pale, quali ulteriori perdite si introducono. Possiamo parlare di:

- Perdite di profilo (profile losses) : sono quelle relative alla schiera
- Perdite di "anello" (annulus losses) : sono le perdite connesse all'attrito che il fluido esercita nei confronti delle pareti di contenimento al mozzo e alla periferia

- Perdite per “flussi secondari” (secondary losses) : i flussi secondari sono le dissipazioni di energia dovute ai vortici che si formano quando passiamo dalla nostra schiera di pale piana alla stella. La condizione di flusso è simile ma non uguale.

Le perdite di anello e flussi secondari possono essere calcolate con delle correlazioni:

perdite di anello : possiamo definire un coefficiente di perdita

$$C_{Da} = 0,02 \cdot \frac{s}{H}$$

s è il passo palare; H è lo sviluppo radiale della pala.

perdite secondarie : sempre adimensionalizziamo in termine di coefficiente di resistenza

$$C_{Ds} = 0,018 \cdot C_L^2$$

Quindi possiamo definire un coefficiente di portanza (tot come nostra nomenclatura interna)

$$C_{Dtot} = C_D + C_{Da} + C_{Ds} = C_D + 0,02 \cdot \frac{s}{H} + 0,018 \cdot C_L^2$$

- Perdite per “giochi di estremità” : esiste un gioco tra estremità della pala e cassa di contenimento
- Perdite per trafileamento nei labirinti (tenute)
- Perdite per attrito sui dischi : possono esserci e non esserci. Sono le perdite di attrito che si hanno quando la macchina presenta delle parte rotanti che non sono costituite ne dalle pale ne dalla superficie di contenimento. Queste si trovano tipicamente nelle turbine.

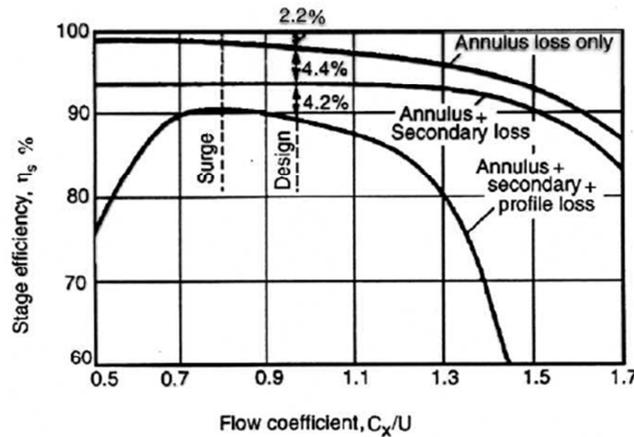


FIG. 3.13. Losses in a compressor stage (Howell 1945). (Courtesy of the Institution of Mechanical Engineers).

In questo diagramma vediamo in ascisse il coefficiente di flusso (c_x è la velocità assiale o meridiana) mentre in ordinate abbiamo l'efficienza dello stadio.

Vediamo che in condizioni vicine a quelle di design le perdite per flussi secondari hanno lo stesso ordine di grandezza delle perdite di anello. Allontanandosi da queste condizioni diventano sempre più importanti le perdite di profilo e le perdite di anello. Vediamo poi la condizione in cui si manifesta lo stallo (surge). Uno dello scopo della progettazione è far sì che il punto di design sia il più lontano possibile dal punto di stallo.

Correlazione di Howell

Vediamo un complesso di correlazioni che ci permettono di calcolare le prestazioni per le macchine operatrici assiali. In letteratura esistono diverse correlazioni ma la più diffusa è la correlazione di Howell. In realtà è un complesso di correlazioni che sono state ottenute eseguendo una vasta serie di risultati sperimentali relativi a profili NACA. Sono correlazioni che valgono per questi profili ma si può dimostrare che si possono tranquillamente applicare a tutti i profili (abbiamo forti similitudini geometriche).

Howell definisce una condizione di funzionamento nominale della schiera cioè una *deflessione "nominale"* o di progetto. Questo non è l'unico valore con il quale possiamo far funzionare la nostra schiera ma è una condizione di riferimento.

$$\varepsilon^* = 0,8 \cdot \varepsilon_s$$

ε_s è la deflessione di stallo. Questa scelta è stata ritenuta il giusto compromesso tra il fatto di far funzionare la schiera in condizioni di elevato coefficiente di portanza pur mantenendo un ragionevole margine rispetto l'insorgenza dello stallo.

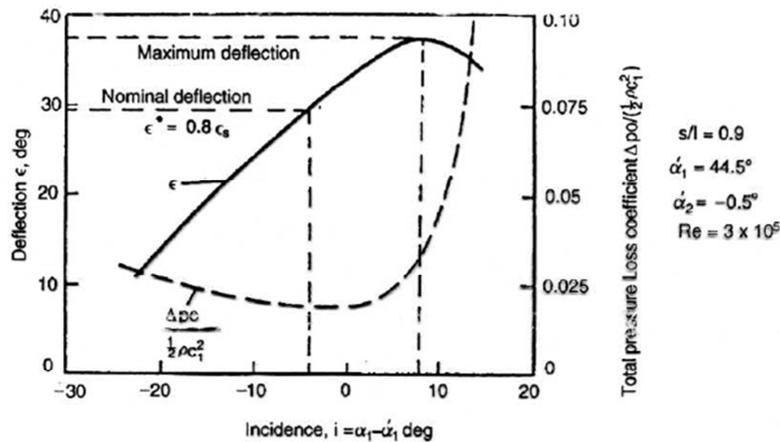


FIG. 3.12. Compressor cascade characteristics (Howell 1942). (By courtesy of the Controller of H.M.S.O., Crown copyright reserved).

In figura α_1 è l'angolo geometrico. In ordinate abbiamo la deflessione. Abbiamo l'andamento della deflessione facilmente correlabile all'andamento del coefficiente di portanza e abbiamo l'andamento della perdita adimensionalizzata. La deflessione massima è la deflessione che si ha allo stallo.

La correlazione di Howell consiste una serie di correlazioni:

- "prima" correlazione di Howell : permette di calcolare gli angoli del flusso attesi da una schiera di data solidità ($\varepsilon = \varepsilon^*$)
- "seconda" correlazione di Howell : permette di trovare, noti gli angoli di flusso, i corrispondenti valori degli angoli geometrici della schiera ($\varepsilon = \varepsilon^*$)
- "terza" correlazione di Howell : permette di calcolare le prestazioni in off-design (quando $\varepsilon \neq \varepsilon^*$)
- Corollari : consentono di superare i limiti operativi delle correlazioni precedenti.

1)

Il valore della deflessione nominale è funzione di

$$\varepsilon^* = f\left(\frac{s}{\ell}, \alpha_2^*, \text{Re}\right)$$

$\frac{s}{\ell}$ è il rapporto tra il passo pale e la corda (solidità); α_2^* è l'angolo di uscita del flusso in condizioni nominali.

Questa correlazione è virtualmente indipendente dall'angolo di deflessione geometrica θ purchè

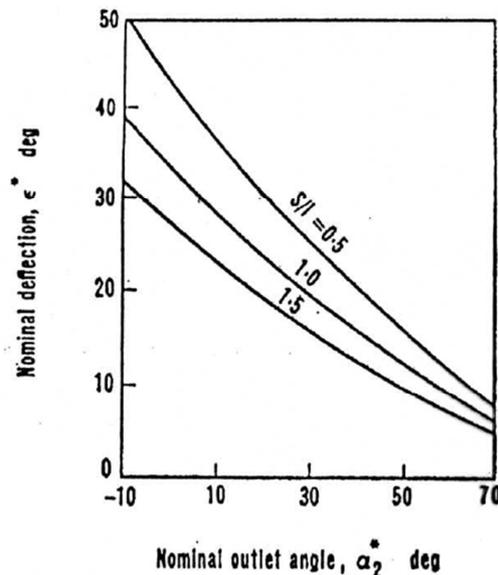
$$20^\circ < \theta < 40^\circ$$

Non è un grosso vincolo perchè effettivamente tutte le schiere di pale hanno valori compreso in quel campo.

Inoltre la correlazione diventa indipendente dal numero di Reynolds

$$\varepsilon^* = f\left(\frac{s}{\ell}, \alpha_2^*\right)$$

se $\text{Re} > 3 \cdot 10^5$. Nel calcolo del numero di Reynolds si assume come lunghezza caratteristica la corda. Per questa correlazione abbiamo un diagramma



Se ricordiamo che

$$\varepsilon^* = \alpha_1^* - \alpha_2^*$$

Possiamo scrivere

$$\operatorname{tg}\alpha_1^* - \operatorname{tg}\alpha_2^* = \frac{1,55}{1 + 1,5 \frac{s}{\ell}}$$

applicabile nel range

$$0^\circ \leq \alpha_2^* \leq 40^\circ$$

2)

Il cuore della seconda correlazione è il calcolo della deviazione (cioè la differenza tra l'angolo della corrente in uscita in condizioni nominali e l'angolo palare in uscita). Howell osserva che la deviazione è funzione di

$$\delta = f\left(\theta, \text{forma della pala}, \frac{s}{\ell}, \gamma\right)$$

γ è l'angolo di calettamento. Analizzando tutta una serie di dati sperimentali Howell giunge a dire che il valore nominale della deflessione può essere espresso come

$$\delta^* = m\theta \left(\frac{s}{\ell}\right)^n \otimes$$

Questa è nota come *Legge di Costant*. m e n sono dei coefficienti che riassumono l'influenza di forma. In particolare

$$n = \frac{1}{2} \text{ per schiere di compressore}$$

$$n = 1 \text{ per schiere di IGV (di espansione)}$$

Il valore di m dipende dalla forma della linea media. In particolare per schiere di compressore abbiamo

$$m = 0,23 \cdot \left(2 \cdot \frac{a}{\ell}\right)^2 + \frac{\alpha_2^*}{500} \otimes$$

a è la distanza del punto di massimo incurvamento della linea media rispetto il bordo d'ingresso.

Mentre per schiere IGV di espansione

$$m = 0,19$$

Consideriamo le espressioni \otimes e ricordiamo che

$$\delta^* = \alpha_2^* - \alpha_{2g}$$

α_{2g} geometrico. Possiamo ricavare

$$\alpha_2^* = \frac{\alpha_{2g} + 0,23 \left(\frac{2a}{\ell} \right)^2 \theta \cdot \sqrt{\frac{s}{\ell}}}{1 - \frac{\theta}{500} \cdot \sqrt{\frac{s}{\ell}}}$$

Ci farà capire meglio lo scopo della correlazione. Se conosco i parametri geometrici della schiera, l'angolo di deflessione del flusso e la solidità posso trovare α_2^* .

Possiamo adattare tutto questo rispetto a quanto fatto in precedenza. Quando abbiamo introdotto l'analisi delle prestazioni delle schiere abbiamo detto che

$$y, \alpha_2 = f(\alpha_1, Re, M_1, forma)$$

Vediamo il legame tra questa e le correlazioni appena descritte. Possiamo fare le seguenti osservazioni:

- a) dobbiamo applicare questa espressione alle schiere di pale per compressore assiale quindi introduciamo un limite alle forme possibili. L'applichiamo a schiere con pale sottili e piccola deflessione geometrica.

Le variabili geometriche sensibili delle quali dobbiamo tener conto sono:

- Solidità (esplicita)
- Angolo di calettamento (implicito perchè è definito tramite altri angoli)

b) vale solo per $M_1 < 0,3$

c) vale per $Re > 3 \cdot 10^5$

d) per quanto riguarda il coefficiente di perdita y nelle correlazioni di Howell non compare esplicitamente. Tuttavia le correlazioni valgono per la condizione nominale cioè condizioni per le quali possiamo assumere che le perdite sono minime.

Allora possiamo dire che la nostra equazione di partenza si riduce a

$$\alpha_2^* = f\left(\frac{1}{\sigma}, \alpha_1^*\right)$$

$\frac{1}{\sigma}$ è l'inverso della solidità. Osserviamo che possiamo scrivere

$$\begin{aligned} \boxed{\alpha_1^* = f'\left(\frac{1}{\sigma}, \alpha_2^*\right)} &\rightarrow \varepsilon^* = f\left(\frac{s}{\ell}, \alpha_2^*\right) \\ \boxed{\varepsilon^* = f''\left(\frac{1}{\sigma}, \alpha_2^*\right)} &\rightarrow \operatorname{tg}\alpha_1^* - \operatorname{tg}\alpha_2^* = \frac{1,55}{1 + 1,5\frac{s}{\ell}} \end{aligned}$$

Schema di procedura di calcolo

a) abbiamo un profilo in cui

$$20^\circ < \theta < 40^\circ$$

Quindi scelgo un valore di θ (deflessione geometrica) compreso in questo campo. Ricordiamo che

$$\theta = \alpha_{1g} - \alpha_{2g}$$

b) dalla seconda correlazione di Howell

$$\delta^* = f\left(\frac{1}{\sigma}, \theta\right)$$

Scelgo il valore della solidità σ e troviamo δ^* .

c) ricordiamo che esiste la seguente correlazione

$$\varepsilon = \theta + i - \delta$$

Quindi in condizioni nominali posso trovare l'angolo di incidenza nominale

$$i^* = \varepsilon^* - \theta + \delta^*$$

ε^* viene trovato con il diagramma.

d) Noto i^* possiamo trovare

$$\alpha_{1g} = \alpha_1^* - i^*$$

$$\alpha_{2g} = \alpha_2^* - \delta^*$$

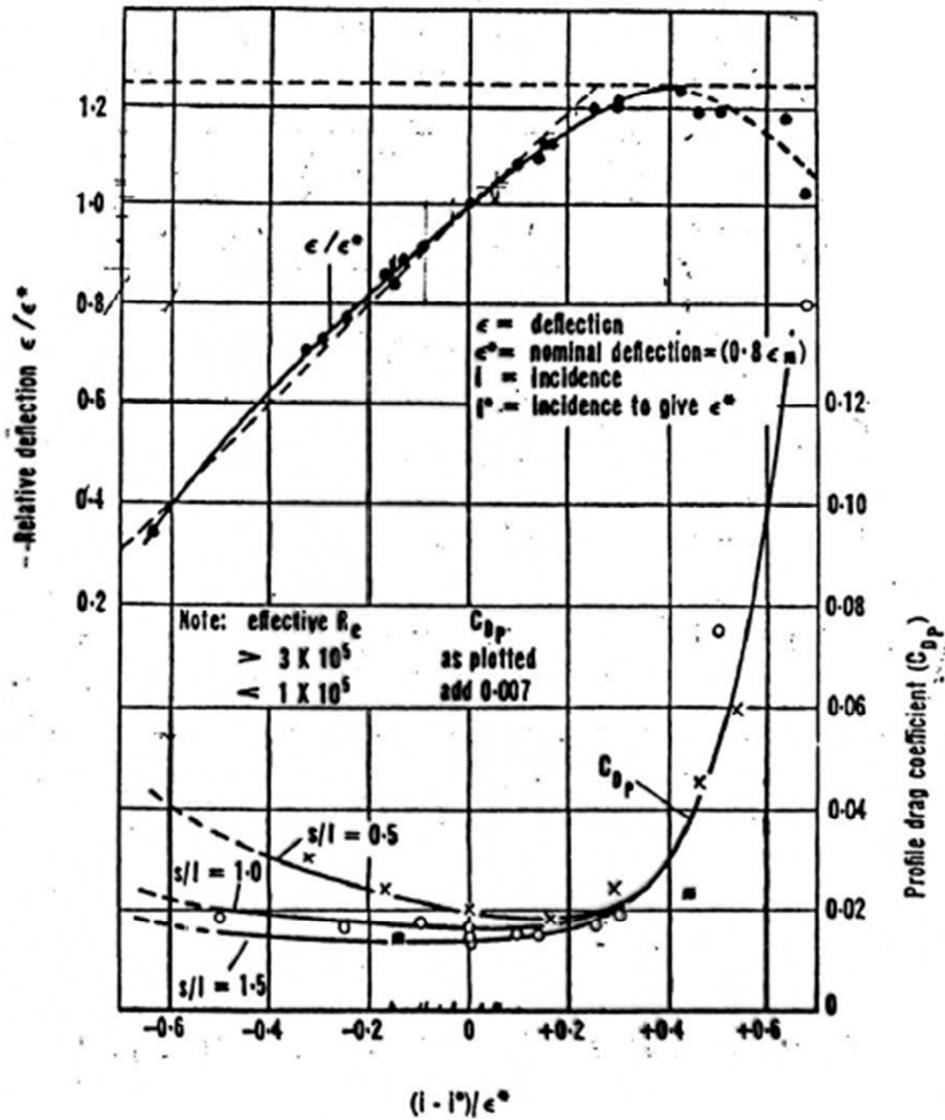
Utilizzo o una o l'altra di queste due. Quindi noti α_{1g} e α_{2g} sono deducibili tutti gli altri angoli della schiera.

Condizioni diverse dalle condizioni nominali

Si possono scegliere condizioni di progetto diverse da quelle nominali di Howell o possiamo avere una macchina che funziona in diverse condizioni. Si trovano delle correlazioni per questi casi. Nel seguente diagramma abbiamo in ascissa la differenza tra l'angolo di incidenza e l'angolo di incidenza nominale diviso ε^*

Poi abbiamo diversi diagrammi che ci danno la deflessione rispetto la deflessione nominale. Per leggere questo diagramma si deve calcolare il valore dell'ascissa ed entrare.

Questo diagramma ci permette di fare una stima del coefficiente di perdita c_{Dp} e di tener conto degli eventuali numeri di Re diversi. Le curve c_{Dp} sono date per diversi valori della solidità. Inoltre se $Re > 3 \cdot 10^5$ si usa il valore plottato mentre se $Re < 1 \cdot 10^5$ al valore plottato bisogna aggiungere un fattore 0,007.



Le correlazioni viste valgono per bassi numeri di Mach ($< 0,3$). Possiamo vedere cosa succede quando il numero di Mach diventa elevato e si fanno sentire i fenomeni di comprimibilità. Ricordiamo che stiamo trattando correlazioni che servono per fare un primo rapido dimensionamento. I diagrammi proposti da Howell ci consentono di affrontare anche questo tipo di situazione.

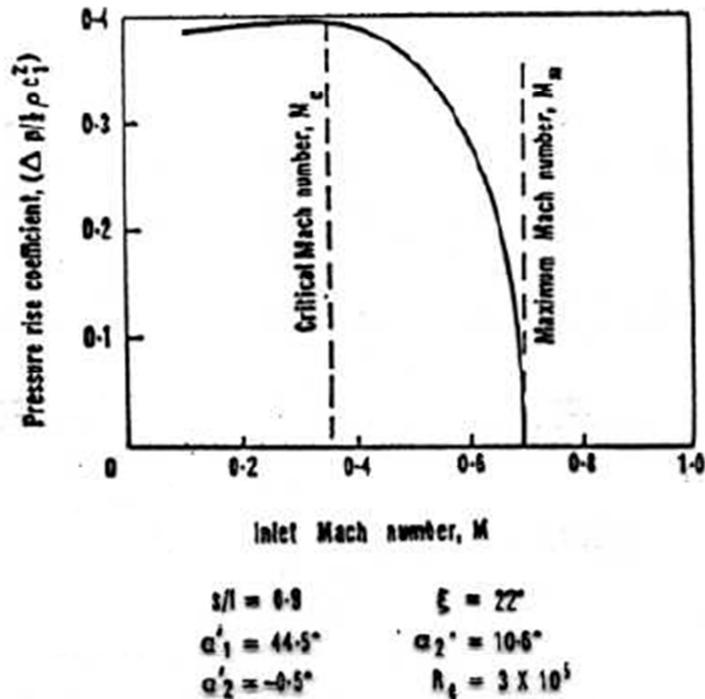


FIG. 3.18. Variation of cascade pressure rise coefficient with inlet Mach number (Howell⁽⁹⁾). (By courtesy of the Controller of H.M.S.O., Crown copyright reserved.)

In questo diagramma abbiamo il coefficiente di incremento della pressione della schiera in funzione del numero di Mach per una schiera che ha le caratteristiche scritte sotto. Fintanto che M_a rimane basso il coefficiente di recupero di pressione è indipendente dal numero di Mach. A partire dal numero di Mach critico il coefficiente del recupero di pressione inizia a decrescere e quindi le prestazioni della schiera decadono. Il coefficiente poi si annulla quando il numero di Mach è pari al massimo numero di Mach per quella schiera.

Quando si raggiunge il numero di Mach massimo a monte vuol dire che il canale interpilare è completamente ingolfato. Abbiamo raggiunto le condizioni di blocco sonico della portata.

Il numero di Mach critico lo si ha quando all'interno del campo fluido si raggiunge in un punto il valore sonico però il campo fluido nel suo insieme è subsonico.

La maggior parte dei test hanno lo scopo di trovare il numero di Mach critico. Analizzando tutta una serie di prove Howell propone il seguente diagramma

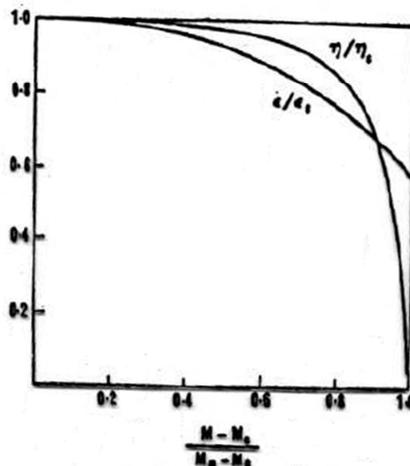


FIG. 3.19. Variation of efficiency and deflection with Mach number (adapted from Howell⁽¹⁹⁾).

Si entra in ascisse con

$$\frac{M - M_c}{M_{\max} - M_c}$$

e troviamo il rapporto tra il rendimento della schiera e il rendimento in corrispondenza del numero di Mach critico e analogamente tra deflessione e deflessione analitica.

Se noi conosciamo M_c e M_{\max} potremmo entrare nel diagramma. Ma per trovare questi valori bisogna tener conto del seguente diagramma

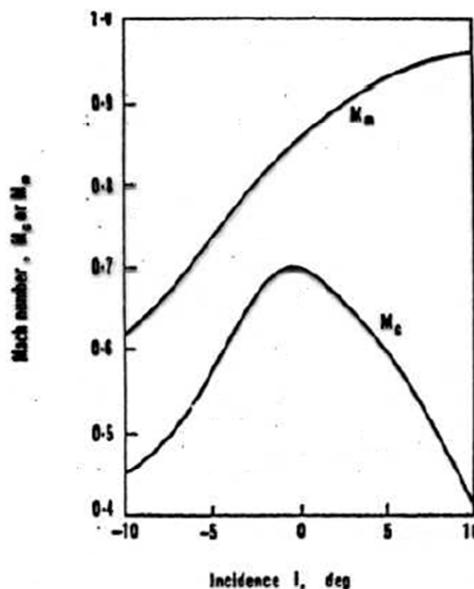


FIG. 3.20. Dependence of critical and maximum Mach numbers upon incidence (Howell⁽¹⁹⁾). (By courtesy of the Institution of Mechanical Engineers.)

Criteri di carico

Potremmo verificare se alla fine la nostra schiera risulta, dal punto di vista aerodinamico, caricata troppo o troppo poco. Potremmo chiederci se il valore di solidità scelto è un valore accettabile. Bisogna rendersi conto che alla fine si tratta di un problema di ricerca dell'ottimo.

Se facciamo dei canali con solidità troppo elevata (canali molto stretti) abbiamo un profilo poco caricato e quindi abbiamo una tendenza limitata al distacco dello strato limite e nel complesso dei coefficienti di attrito fluido-parete abbastanza bassi. Però sarà grande la superficie bagnata e quindi avremo delle dissipazioni di energia per attrito elevate.

Se invece usiamo una schiera di solidità troppo piccola vogliamo imporre alla pala un carico aerodinamico molto elevato e quindi abbiamo un aumento dello sviluppo dello strato limite, elevati coefficienti di attrito e piccola superficie bagnata.

Questi sono i due estremi e quindi possiamo trovare la condizione ottima. I criteri di carico portano a trovare le condizioni di ottimo. Esistono diversi tipi di criteri.

Criterio NACA (o Lieblein)

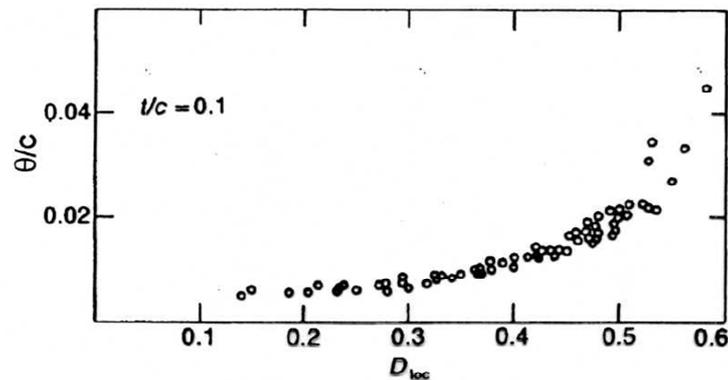


Figura 6.20: *Spessore di quantità di moto adimensionale in funzione del Fattore di diffusione locale.*

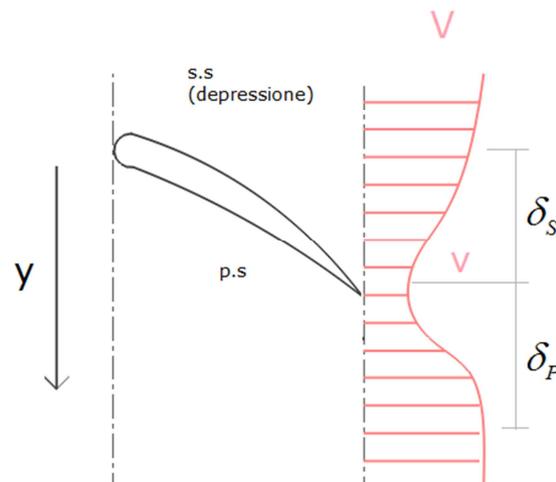
Questo è il risultato di un'analisi di un set di dati sperimentali. Il diagramma rappresenta per diverse schiere il valore dello spessore di quantità di moto in funzione del fattore di diffusione locale.

$$D_{loc} = \frac{V_{max} - V_2}{V_{max}}$$

V_{\max} è la velocità locale massima assoluta o relativa (a seconda che consideriamo uno statore o un rotore); V_2 è il valore della velocità in uscita. Quindi D_{loc} da un'idea della massima decelerazione cui è soggetto il fluido in quella schiera.

Lo spessore di quantità di moto, adimensionalizzato con la corda, lo possiamo scrivere come

$$\theta = \int_{\delta_p}^{\delta_s} \frac{v}{V} \left(1 - \frac{v}{V}\right) dy$$



Abbiamo un profilo che avrà un lato in pressione ed uno in depressione. Se misuriamo l'andamento delle velocità in uscita al profilo troviamo la scia. A fronte di un valore di velocità indisturbato (V) quando entriamo nella zona perturbata dal profilo abbiamo una riduzione della velocità (v funzione della posizione y lungo l'asse della schiera).

θ è indice della riduzione della quantità di moto che abbiamo nella scia rispetto il flusso indisturbato. Ha le dimensioni di una lunghezza.

All'aumentare del D_{loc} (decelerazione) abbiamo un inspessimento dello strato limite. Come criterio di carico può essere accettabile (per esempio)

$$\frac{\theta}{c} < 0,2$$

Possiamo definire al posto del fattore D_{loc} un fattore di diffusione globale

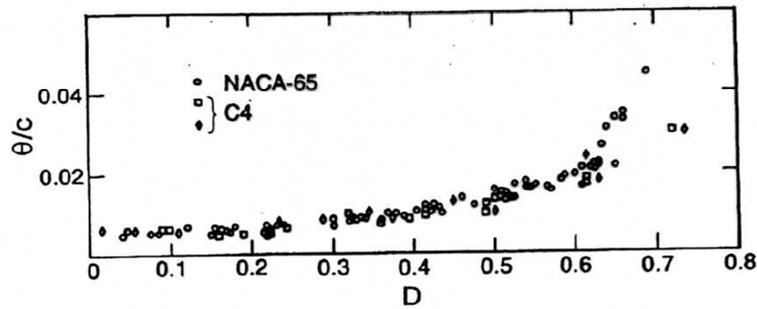


Figura 6.21: Spessore di quantità di moto adimensionale in funzione del Fattore di diffusione globale.

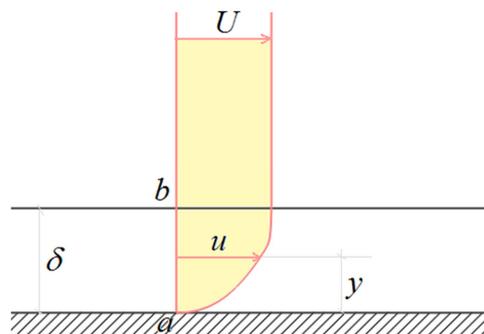
$$D = \left(\frac{V_1 - V_2}{V_1} \right) + \left(\frac{V_{t1} - V_{t2}}{2\sigma V_1} \right) = \left(1 - \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \right) + \frac{\cos \alpha_1}{2\sigma} (tg \alpha_1 - tg \alpha_2)$$

Questo è facilmente calcolabile con i triangoli di velocità ed è ben correlato a $\frac{\theta}{c}$

Il criterio dice che

$$D \leq 0,4 \div 0,5$$

Per capire meglio il significato di θ consideriamo lo strato limite del flusso su una lastra piana.



In corrispondenza a y abbiamo un valore di velocità u mentre all'esterno dello strato limite avremmo un valore U (velocità indisturbata). Nello strato limite quindi abbiamo una velocità minore e quindi abbiamo un decremento della quantità di moto. Questo decremento sarà

$$\Delta M = \int_0^{\delta} \underbrace{\rho u dy}_{\dot{m}} (U - u) = \rho \int_0^{\delta} u (U - u) dy$$

Se vogliamo esprimere questa quantità in termini di spessore di quantità di moto θ abbiamo

$$\theta = \frac{\Delta M}{\rho U^2} = \int_0^{\delta} \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy$$

Questa quantità è detta spessore della quantità di moto dello strato limite. Questa grandezza è usata per valutare l'intensità energetica della scia in termini di perturbazione.

Comportamento di pale supersoniche

Tra i vari diagrammi c'è uno in grado di individuare il numero di Mach critico ed il numero di Mach massimo. Possiamo fare un'analisi di carattere più ampio per vedere i possibili casi di flusso. I casi possibili sono:

- *COMPRESSORI SUBSONICI*

Sono compressori per i quali

$$M_1 < 1$$

$$M_2 < 1$$

I numeri di Mach a monte ed a valle sono pari a 1. Questo è il caso già affrontato e in questo caso rientrano:

- 1) Schiere a basso numero di Mach
- 2) Casi che permettono di definire

$$M_{1c}$$

$$M_{1m}$$

Questi sono comunque valori < 1 .

- *COMPRESSORI "TRANSONICI"*

Sono i compressori nei quali

$$M_1 > 1$$

$$M_2 < 1$$

In questo caso si possono distinguere due sottocasi:

1) Compressori nei quali abbiamo la componente assiale

$$M_{1a} < 1$$

Nella sezione anulare il flusso non risulta bloccato. Possiamo avere due diverse configurazioni:

a) Regime "innescato" : il flusso è comunque in blocco sonico

b) Regime "non innescato" : il flusso non è in blocco sonico

2) Compressori nei quali

$$M_{1a} > 1$$

In questo caso abbiamo il "regime saturo".

- *ALTRE COMBINAZIONI*

Possiamo avere

$$M_1 < 1$$

$$M_2 > 1$$

Questa chiaramente è una situazione che non riguarda il compressore dove il fluido è accelerato.

Possiamo avere il compressore completamente supersonico

$$M_1 > 1$$

$$M_2 > 1$$

Questo è un caso che al momento non presenta applicazione.

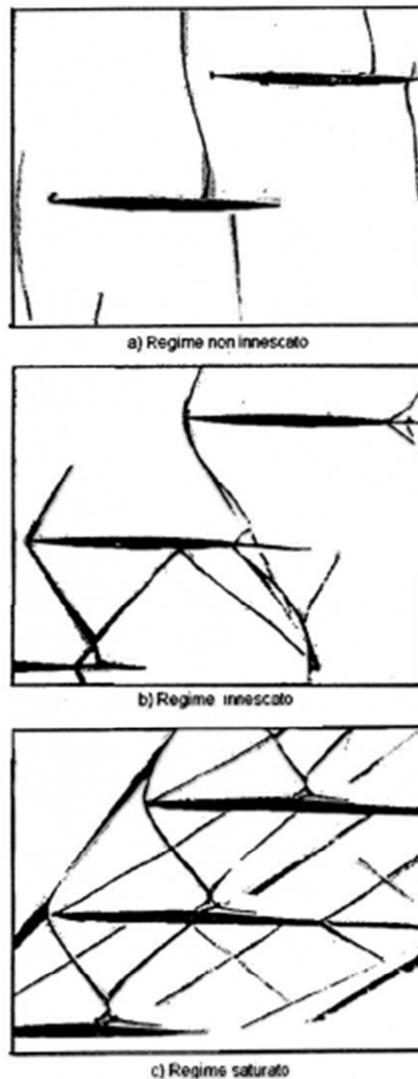


Figura 6.31: *Diversi regimi di flusso per pale supersoniche.*

I primi due casi si riferiscono al caso in cui

$$M_{1a} < 1$$

Nel primo caso si formano delle onde d'urto che non si chiudono nel profilo accanto e l'onda d'urto risale a monte.

Nel secondo caso le onde d'urto si formano in corrispondenza del punto di attacco del profilo. In questo caso la perturbazione non risale più verso monte.

2.3 TURBINE A FLUSSO ASSIALE e MISTO

Per introdurre questo argomento ricordiamo che pur essendo per molti aspetti simili ai compressori assiali esse presentano il vantaggio di avere delle condizioni di flusso molto meno critiche. Cioè l'andamento dei gradienti di pressione e velocità che si realizzano nelle turbine sono tali da non favorire un ingrossamento ed un inspessimento dello strato limite. Questo costituisce un vantaggio ed è il motivo per cui storicamente sono state sviluppate prima le turbine ad alto rendimento.

Le prime turbine di questo tipo sono state le turbine a vapore. Ci sono poi le turbine idrauliche. Quanto vediamo vale per tutte le turbine.

Dal punto di vista dell'approccio per lo studio delle turbine seguiamo una strada simile a quella vista per i compressori tenendo presente che ci sono delle differenze che dobbiamo mettere in evidenza:

- 1) Le grandezze h_0 e T_0 decrescono nel rotore in maniera elevata. Quindi nelle turbine non possiamo più avere l'ipotesi

$$\rho = \text{cost}$$

Quindi oltre alla variazione di segno dobbiamo considerare $\rho \neq \text{cost}$.

- 2) Tipicamente una turbina opera a temperature più elevate di un compressore. Nella turbina a gas entrano i gas a 900-950°. Questo ha delle implicazioni sulla scelta dei materiali.
- 3) L'angolo di deflessione della corrente sarà molto più alto in una turbina.

$$\begin{aligned} \text{Turbina} &: 50^\circ \div 180^\circ \\ \text{Compressore} &: 20^\circ \div 35^\circ \end{aligned}$$

Questo è legato al fatto che non c'è la tendenza al distacco per cui possiamo avere curvature maggiori.

- 4) I profili palari saranno diversi dai profili dei compressori.
- 5) La densità aumenta mano a mano che si procede con l'espansione e quindi l'altezza della pala aumenterà progressivamente.
- 6) Argomento critico = materiali che devono resistere ad elevati stress meccanici.

Richiami di macchine

Rispetto il *Corso di Macchine* affrontiamo una trattazione più generale. Sono state studiate le turbine a vapore e sono stati studiati

- Stadi ad azione $R = 0$

$$\left\{ \begin{array}{lll} \text{De Laval} & z_v = 1 & \text{(primo stadio)} \\ \text{Curtis} & z_v = 2 \div 3 & \\ \text{Reteau} & z_v = 1 & \text{(stadio intermedio)} \end{array} \right.$$

- $R = 0,5$

{Parsons

Per tutte queste turbine sono state calcolate le condizioni ottime di funzionamento cioè

$$\left(\frac{u}{c_1} \right)_{opt} = \frac{\text{sen}\alpha_1}{2z_v} \quad \text{per } R = 0$$

$$\left(\frac{u}{c_1} \right)_{opt} = \text{sen}\alpha_1 \quad \text{per } R = 0,5$$

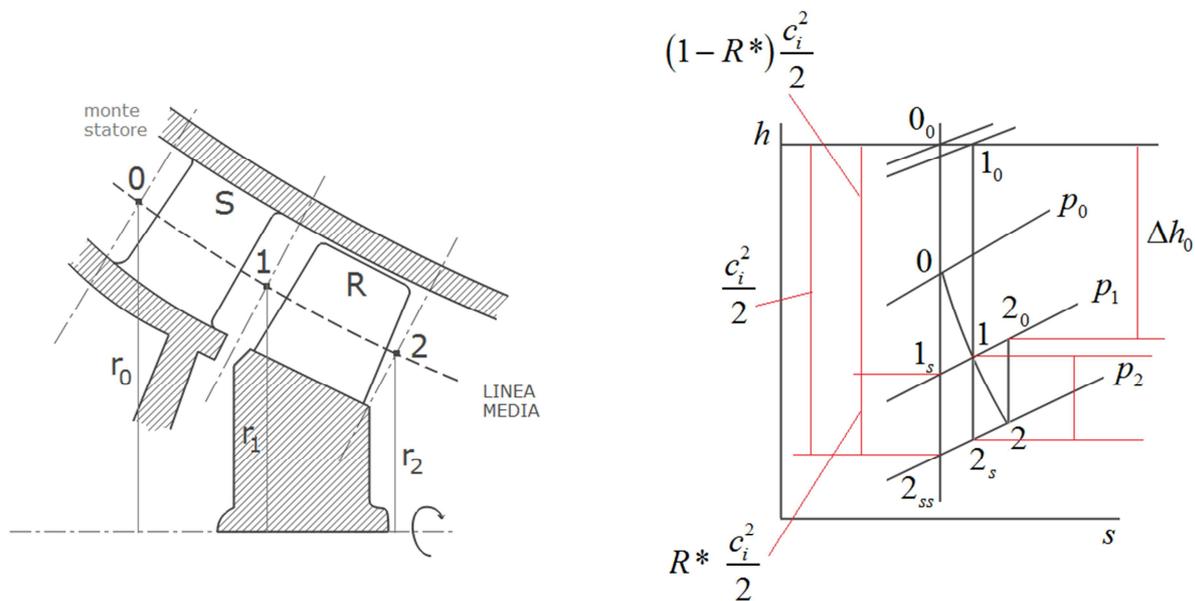
Questo è un valore ottimale nel senso che rende massimo il rendimento della palettatura cioè il rendimento isoentropico total to total. z_v è il numero di salti di velocità.

Essendo α_1 un angolo piccolo (soprattutto per le turbine con $R = 0$)

$$\text{sen}\alpha_1 = 0$$

Noi faremo una generalizzazione di questi casi. Cioè quello che vedremo sarà valido non solo per turbine a flusso assiale ma anche per turbine a flusso misto. Sarà valido per qualsiasi tipo di fluido e varranno per qualsiasi valore del gradi di reazione.

Nomenclatura



In figura abbiamo la sezione meridiana del generico stadio di macchina che studiamo. Il flusso sarà assiale o misto centripeto. Il primo elemento che consideriamo è lo statore (ugello cioè elemento che accelera il fluido sfruttando tutta l'entalpia statica disponibile) e poi il rotore. Consideriamo delle sezioni:

- Sez 0: monte dello statore
- Sez 1: a cavallo tra statore e rotore
- Sez 2: a valle del rotore

E facciamo riferimento ad una linea media dove individuiamo i punti rappresentati del flusso 0, 1 e 2.

Per quanto riguarda il processo termodinamico abbiamo delle condizioni statiche 0, 1 e 2 a cui corrispondono dei valori di pressione. Indichiamo con il pedice s i punti corrispondenti, a parità di pressioni, a trasformazioni isoentropiche. I punti 0_0 e 1_0 hanno la stessa entalpia perchè nello statore il flusso è adiabatico e non c'è scambio di lavoro tecnico.

Possiamo definire il salto entalpico totale effettivamente elaborato Δh_0 . Per quanto riguarda i salti adiabatici isoentropici, se consideriamo la pressione statica finale quale pressione utile, abbiamo il salto che può essere interpretato con una velocità ideale c_i . Questa è la velocità ideale che potremmo avere all'uscita di un ugello isoentropico che elabora tutto il salto disponibile.

Poi posso definire

$$(1 - R^*) \cdot \frac{c_i^2}{2}$$

Questo sarebbe il salto entalpico che verrebbe elaborato complessivamente dallo statore con un'espansione isoentropica. Questo ci permette di definire un grado di reazione R^* riferito al processo isoentropico ideale.

Il salto entalpico tra il punto 1 e 2_s sarà pari a:

$$(1 + f) R^* \cdot \frac{c_i^2}{2}$$

f è il fattore di recupero. Per capire il suo significato osserviamo la figura. Se le isobare fossero parallele tra di loro la differenza di entalpia tra il punto 1_s e il punto 2_{ss} sarebbe identica alla differenza tra il punto 1 e 2_s . Invece non è così perchè le isobare non sono parallele. Passando a valori di entropia più alti osserviamo che questo salto entalpico aumenta di una quantità che quantifichiamo con f . Si chiama fattore di recupero perchè espandendo lungo la linea 1- 2_s vado ad espandere a seguito di una dissipazione di energia cioè di un incremento di entropia. Però poichè a questa dissipazione si accompagna un leggero aumento del salto entalpico disponibile recupero in parte questa dissipazione come energia termica disponibile per l'espansione.

Analisi monodimensionale di uno stadio di turbina termica mista

Quest'analisi consente di determinare le condizioni di massimo rendimento. Con riferimento alla nomenclatura appena definita partiamo dalla definizione del rendimento isoentropico

$$\eta = \frac{h_{0_0} - h_{0_2}}{h_{0_0} - h_{2_{ss}} - \phi_E \frac{c_2^2}{2}} = \frac{\Delta h_0}{\Delta h_{is_{ts}} - \phi_E \frac{c_2^2}{2}}$$

ϕ_E è un parametro di comodo tale che se

$$\phi_E = 1 \quad \Rightarrow \quad \eta = \eta_{it}$$

$$\phi_E = 0 \quad \Rightarrow \quad \eta = \eta_{ts}$$

Noi vogliamo esprimere questo rendimento in funzione dei parametri geometrici e funzionali della schiera. η è funzione di:

- Coefficiente di portata

$$\phi_1 = \frac{c_{m1}}{u_1}$$

A differenza dei compressori dobbiamo definirlo con riferimento ad una sezione.

- Grado di reazione ideale

$$R^* = \frac{h_{1s} - h_{2ss}}{h_{0_0} - h_{2ss}} = \frac{\Delta h_{Ris}}{\Delta h_{ists}}$$

Definiamo il grado di reazione ideale rispetto quello effettivo perchè quello ideale lo possiamo conoscere a priori

- Coefficiente di lavoro specifico ideale

$$\psi = \frac{h_{0_0} - h_{2ss}}{\frac{u_1^2}{2}} = \frac{c_i^2}{u_1^2} = \frac{\Delta h_{ists}}{\frac{u_1^2}{2}}$$

Definiamo l'energia cinetica ideale

$$\frac{c_i^2}{2} = h_{0_0} - h_{2ss}$$

- Coefficiente di velocità periferica

$$k_{is} = \frac{u_1}{c_i} = \frac{1}{\sqrt{\psi}}$$

- Coefficiente di lavoro specifico reale

$$\lambda = \frac{h_{0_0} - h_{2_0}}{\frac{u_1^2}{2}} = \frac{\Delta h_0}{\frac{u_1^2}{2}}$$

Introduciamo alcuni dati di progetto cioè dei rapporti per i quali possiamo assegnare apriori il valore.

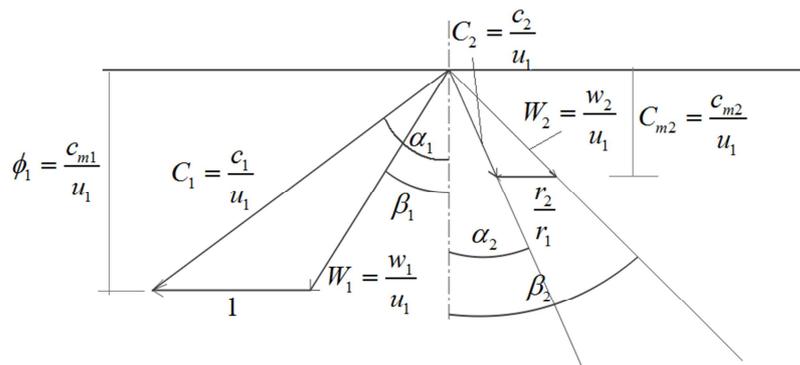
- $\frac{c_{m2}}{c_{m1}}$

lo introduciamo come variabile esplicita perchè in molti casi l'espansione porta ad un aumento del volume estremamente elevato per cui non è detto che si riesca a compensare all'aumento del volume senza ricorrere ad un aumento della velocità meridiana. Non è sempre valido dare il valore 1.

- α_1 = angolo di uscita assoluto della corrente dallo statore
- $\frac{r_2}{r_1}$ (nel caso di macchina assiale vale 1).

Scegliere come parametro di progetto la velocità è importante. Imporre le velocità consente di fare quest'analisi solo sulla linea media. Passando poi ad una fase successiva è possibile calcolare le sezioni trasversali.

Per trovare l'espressione del rendimento conviene tracciare i triangoli di velocità in forma adimensionale.



Le lettere maiuscole sono le velocità adimensionalizzate.

Premesso tutto questo possiamo tornare all'espressione del rendimento

$$\eta = \frac{\Delta h_0}{\Delta h_{is_{is}} - \phi_E \frac{c_2^2}{2}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{u_1^2}{2}\right)} = \frac{\lambda}{\psi - \phi_E (C_2^2)}$$

$$\lambda = \frac{\Delta h_0}{\frac{u_1^2}{2}} = \frac{2(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})}{u_1^2} = 2 \left(C_{u1} - \frac{r_2}{r_1} C_{u2} \right)$$

$(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})$ è il lavoro Euleriano.

Ora bisogna esprimere i valori adimensionalizzati in funzione dei parametri caratteristici della macchina. Definiamo in maniera significativa le velocità assolute e relative adimensionalizzate.

C_1

$$\frac{c_1^2}{2} = (1 - R^*) \frac{c_i^2}{2} \cdot \eta_s$$

η_s è il rendimento isoentropico dello statore.

$$c_1 = \sqrt{\eta_s (1 - R^*)} \cdot c_i$$

Adimensionalizzando

$$C_1 = \frac{c_1}{u_1} = \sqrt{\eta_s (1 - R^*)} \cdot \frac{c_i}{u_1}$$

$$\frac{c_i}{u_1} = \frac{1}{k_{is}}$$

$$C_1 = \frac{\sqrt{\eta_s}}{k_{is}} \sqrt{1 - R^*}$$

Abbiamo trovato l'espressione della velocità adimensionalizzata in funzione dei parametri che vogliamo definire.

W_1

Applichiamo il teorema di Carnot

$$W_1^2 = C_1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot C_1 \cos(90^\circ - \alpha_1)$$

$$W_1 = \sqrt{1 + \frac{\eta_S}{k_{is}^2} (1 - R^*) - 2 \frac{\sqrt{\eta_S}}{k_{is}} \sqrt{1 - R^*} \cdot \text{sen} \alpha_1}$$

 W_2

Ricordiamo, dalla definizione di rotalpia, che

$$h_2 - h_1 = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

In base al diagramma h-s possiamo scrivere che

$$h_1 - h_2 = \frac{c_i^2}{2} \cdot R^* (1 + f) \eta_R$$

η_R è il rendimento isoentropico del rotore.

Quindi

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = \frac{c_i^2}{2} \cdot R^* (1 + f) \eta_R$$

Adimensionalizziamo dividendo per $\frac{1}{u_1^2}$ e sostituiamo nell'espressione di W_1 troviamo

$$W_2 = \sqrt{\frac{\eta_R (1 + f) R^*}{k_{is}^2} + \frac{\eta_S}{k_{is}^2} (1 + R^*) - \frac{2\sqrt{\eta_S}}{k_{is}} \sqrt{1 - R^*} \text{sen} \alpha_1 + \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2}$$

$$\boxed{C_{m2}}$$

$$c_{m2} = c_{m1} \cdot \frac{c_{m2}}{c_{m1}} = c_1 \cos \alpha_1 \cdot \frac{c_{m2}}{c_{m1}}$$

$$C_{m2} = C_1 \cos \alpha_1 \cdot \frac{c_{m2}}{c_{m1}}$$

Andando a sostituire l'espressione di C_1 scritta in precedenza

$$\boxed{C_{m2} = \frac{c_{m2}}{c_{m1}} \frac{\sqrt{\eta_S}}{k_{is}} \sqrt{1 - R^*} \cos \alpha_1}$$

Ricordiamo che $\frac{c_{m2}}{c_{m1}}$ è uno dei parametri di progetto.

Disponendo di queste definizioni ed applicando la trigonometria possiamo introdurre queste espressioni nella definizione di λ e inserire λ in η . Troviamo

$$\eta = f \left(\psi, \phi_R, R^*, k_{is}, f, \frac{c_{m2}}{c_{m1}}, \frac{r_2}{r_1}, \alpha_1, \eta_S, \eta_R \right)$$

$\psi, \phi_R, R^*, k_{is}$: parametri funzionali

f : unica grandezza che dipende dalla natura del fluido

$\frac{c_{m2}}{c_{m1}}, \frac{r_2}{r_1}, \alpha_1$: parametri di progetto

η_S, η_R : parametri della schiera rotorica e statorica

Possiamo diagrammare la funzione così ottenuta

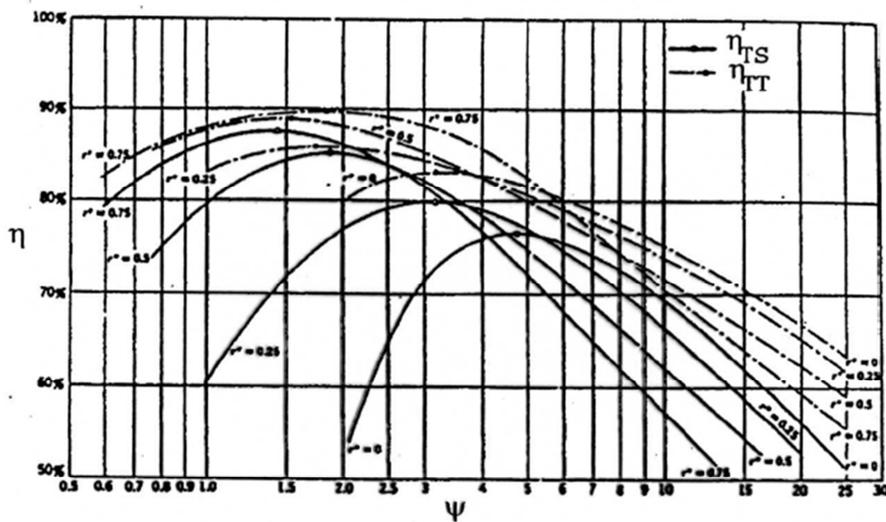


Figura 9.9: Rendimenti total/static e total/total di un generico stadio di turbina in funzione del lavoro adimensionale per diversi gradi di reazione.

Abbiamo il diagramma $\eta-\psi$ per diversi valori del grado di reazione. Con diagrammi di questo tipo siamo in grado di scegliere le migliori condizioni di funzionamento della nostra macchina o sapere a quale tipo di penalizzazione del rendimento andiamo incontro.

Vediamo che i valori ψ per i quali abbiamo il rendimento massimo diminuiscono all'aumentare del grado di reazione. Osserviamo le curve η_{IT} ; l'influenza che ha su queste curve il grado di reazione è limitata. Possiamo dire che i valori massimi dei rendimenti li otteniamo per alti valori del grado di reazione e bassi valori di ψ . Questo comporta che se vogliamo avere turbine che elaborano salti entalpici elevati dobbiamo avere elevate velocità periferiche u .

Calcolo delle proprietà termodinamiche del fluido nelle sezioni 0,1,2

Definiamo un numero di Mach riferito alla velocità periferica in funzione del quale definiremo alcune di queste grandezze

$$M_u = \frac{u_1}{a_{0_0}}$$

$$a) \quad a_{0_0} = \sqrt{kRT_{0_0}} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v}(c_p - c_v)T_{0_0}} = \sqrt{h_{0_0}(k-1)}$$

$$b) \quad h_{1_s} = h_{0_0} - (1-R^*)\frac{c_i^2}{2} = h_{0_0} \left[1 - (1-R^*)\frac{k-1}{2}\psi M_u^2 \right]$$

$$c) \quad h_1 = h_{0_0} - \frac{c_1^2}{2} = h_{0_0} \left[1 - (1-R^*)\frac{k-1}{2}\eta_s\psi M_u^2 \right]$$

$$d) \quad h_{2_{ss}} = h_{0_0} - \frac{c_i^2}{2} = h_{0_0} \left[1 - \frac{k-1}{2}\psi M_u^2 \right]$$

$$e) \quad h_2 = h_{0_0} - \Delta h_0 - \frac{c_2^2}{2} = h_{0_0} \left[1 - \left(\eta_{T,s} + \frac{C_2^2}{\psi} \right) \frac{k-1}{2}\psi M_u^2 \right]$$

Per quanto riguarda le equazioni *b)* e *d)* possiamo trovare un'espressione utile

$$\frac{c_i^2}{2} = \psi \frac{u_1^2}{2} \frac{a_{0_0}^2}{a_{0_0}^2} = \frac{\psi}{2} M_u^2 (k-1) h_{0_0}$$

Sostituendo questa otteniamo le espressioni a destra dell'uguale.

Per quanto riguarda l'espressione *c)*

$$\frac{c_1^2}{2} = \eta_s \frac{c_i^2}{2} (1-R^*)$$

Sostituiamo l'espressione trovata sopra ed otteniamo la relazione.

Schiere di pale per turbine assiali

Sono abbastanza diverse da quelle per il compressore per il fatto che la deflessione geometrica del flusso è più alta e gli spessori sono maggiori. Possiamo parlare di:

A) *Profili subsonici*

Come applicazione di questi profili possiamo ricordare le T.G. nelle quali l'aereodinamica è importante e spesso abbiamo gradi di reazione piuttosto elevati e deflessioni abbastanza contenute (ma più grandi di quelle relative ai compressori). Sono profili particolarmente curati dal punto di vista aerodinamico. Esistono famiglie di profili NACA e altre famiglie organizzate in maniera sistematica. Vediamo due esempi di profili di questo tipo

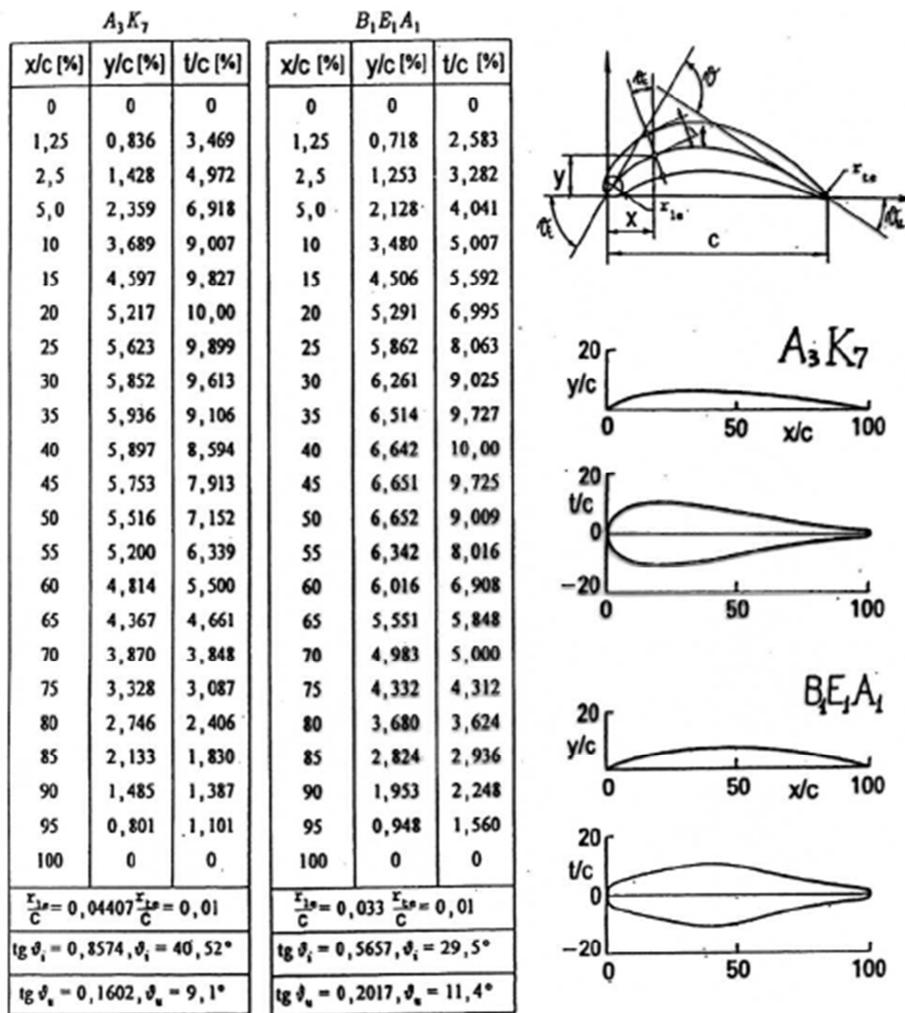
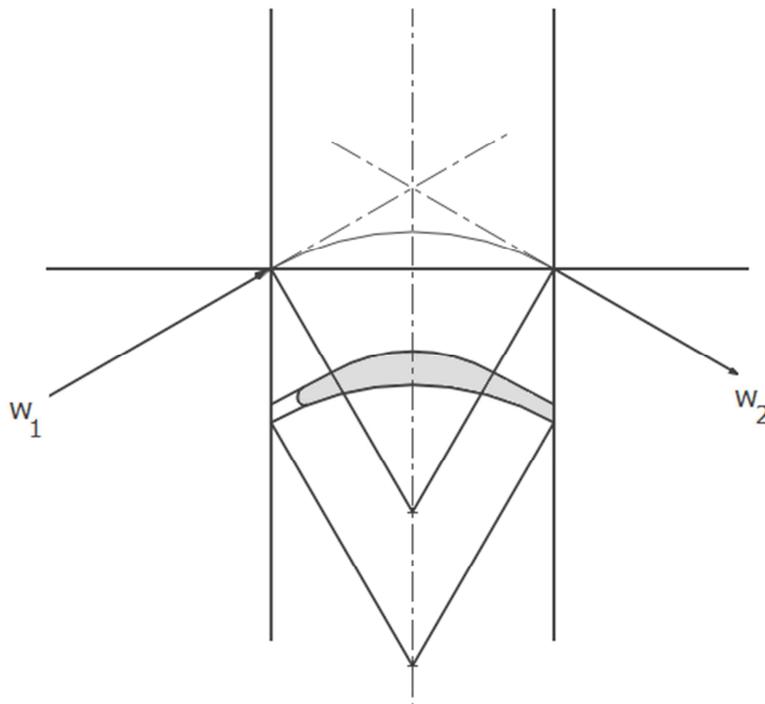


Figura 9.10: *Linea media e spessori per due classici profili NACA per turbine a reazione e ad azione.*

B) Profili "ad alta deflessione"

Troviamo tipicamente nelle turbine a vapore negli stadi ad azione. Esempi tipici sono gli stadi rotorici della turbina De Laval. Per questi profili non è che si costruisce la macchina ragionando sul profilo ma piuttosto si va a disegnare un certo canale palare da cui risulta una certa forma del profilo. Vediamo la procedura di costruzione di questi profili.

Il profilo viene generato con delle curve semplici (archi di cerchio per esempio). Abbiamo le due velocità relative in ingresso w_1 ed in uscita w_2 . Ricordiamo che nelle macchine ad azione gli angoli di inclinazione dei vettori sono uguali in ingresso ed in uscita. Anche il modulo di velocità sono molto simili (ci sono comunque gli attriti per cui abbiamo una piccola riduzione). Essendo una macchina ad azione il canale palare deve realizzare il cambiamento di orientamento del vettore velocità senza modificarne il modulo. Quindi bisogna realizzare un canale a sezione costante. Indichiamo le due sezioni 1 e 2. Tracciamo un arco di cerchio che raccordi le due direzioni di w_1 e w_2 . Per realizzare un canale palare a sezione costante sullo stesso centro tracciamo un'altra circonferenza di raggio minore. Questo canale è completato con le tangenti rettilinee. Successivamente trasliamo il profilo di una quantità pari al passo cioè lasciando uno spessore in ingresso ed uscita riportiamo la stessa circonferenza più in basso. Arrotondiamo il bordo d'ingresso.



C) Ugelli supersonici

Verranno costruiti per consentire al flusso di seguire la legge di flusso con velocità supersonica che vogliamo realizzare.

D) Pale supersoniche in ingresso

Richiedono una progettazione specifica. Si riconoscono perchè per pale subsoniche abbiamo il bordo in ingresso arrotondato mentre in queste il bordo d'ingresso è a spigolo vivo.

Prestazioni delle schiere

Per determinare le prestazioni occorre conoscere

$$y, \alpha_2 = f(\alpha_1)$$

nel caso in cui si possa trascurare l'influenza del numero di Mach e Reynolds. In realtà l'influenza del numero di Reynolds continuerà ad essere trascurabile molto spesso mentre quella del numero di Mach un pò meno. Le correlazioni che introduciamo avranno delle correzioni per tenerne conto. Vediamo qual'è l'andamento delle perdite che possiamo avere ragionando sull'andamento di α_2 .

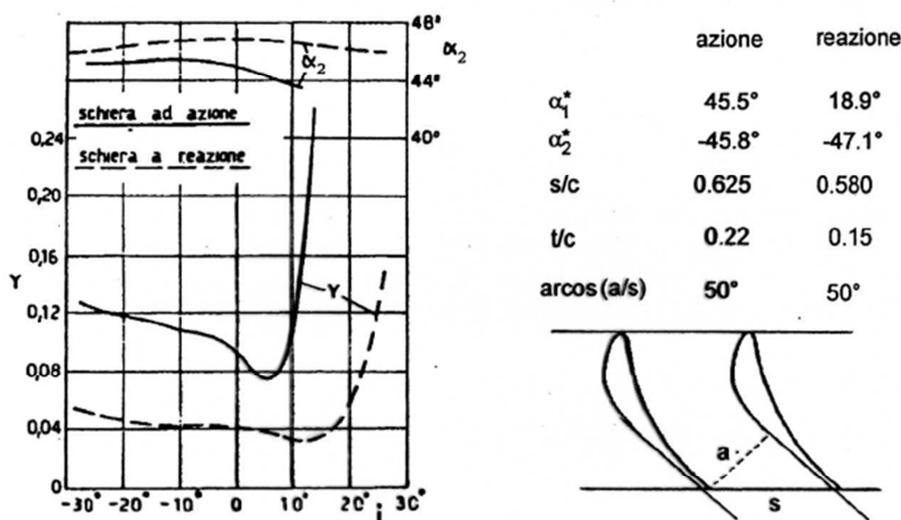


Figura 9.11: Esempio di prestazioni per due schiere tipiche di turbina assiale, in funzione dell'incidenza.

Abbiamo una rappresentazione della pala generica. Vediamo in funzione dell'angolo d'incidenza l'andamento del coefficiente di perdita y per una schiera ad azione e una a reazione di cui vediamo i parametri geometrici.

Se vogliamo definire l'angolo geometrico in uscita della schiera dobbiamo conoscere la linea media del profilo e vedere qual'è l'inclinazione finale. Non sempre questo è facilmente definibile. In pratica si definisce un angolo di uscita convenzionale sempre definibile in maniera semplice ed univoca. Si considera il passo palare s e l'ampiezza della sezione palare a (raggio del arco di cerchi tangente). L'angolo in uscita sarà

$$\arccos \frac{a}{s}$$

Per quanto riguarda gli angoli α_2 vediamo che i valori degli angoli di uscita per le due schiere sono leggermente diversi però:

- L'angolo è sensibilmente costante al variare dell'angolo di incidenza
- I coefficienti di perdita si mantengono su valori quasi costanti per un ampio campo del valore dell'angolo di incidenza per poi impennarsi quando ci si avvicina alle condizioni di stallo.

La pala ad azione ha delle perdite di carico minori di quelle della pala a reazione perchè la deflessione del flusso è minore. Teniamo conto di questo andamento quando consideriamo i criteri di carico. Non possiamo definire osservando questo diagramma una condizione di funzionamento ottimale ma abbiamo un'ampia zona di valori perchè non abbiamo nessuna tendenza del fluido a separarsi.

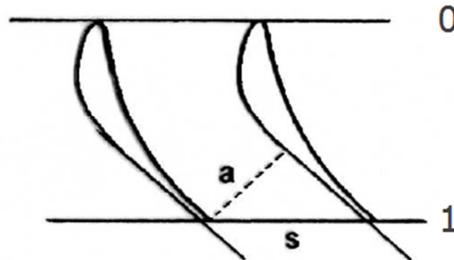
I valori riportati in figura sono relativi a

$$M_1 = 0,5$$

$$Re = 1,5 \cdot 10^5$$

Deviazione a valle di schiere subsoniche

Vediamo i criteri in base ai quali possiamo definire la deviazione a valle di schiere subsoniche. Per deviazione si intende la differenza di inclinazione tra flusso ed angolo geometrico in uscita da una palettatura. Prendiamo una coppia di pale della nostra schiera



Partiamo dallo spigolo in uscita e cerchiamo la circonferenza tangente al profilo adiacente. Individuiamo la sezione 0 e 1 facendo riferimento ad una pala statica. Chiaramente con un'opportuna trattazione degli indici vale anche per le pale rotoriche. Posso definire un'angolo di uscita convenzionale

$$\alpha_1^* = \arccos \frac{a}{s}$$

Rispetto a questo angolo d'uscita sappiamo che comunque abbiamo un piccolo scostamento del flusso. La correlazione tra angolo di flusso ed angolo della pala può essere descritta come

$$\cos \alpha_1 = \frac{1}{k} \cos \alpha_1^*$$

Esiste una relazione lineare tra l'angolo α_1 e α_1^* . Questa è detta "Legge del coseno". Esistono diverse correlazioni per il calcolo della costante k :

- *Vaura*

$$k = 1 - 10750 \left(\frac{t}{s} \right)^{3,3} \left(\frac{a}{s} \right)$$

t è lo spessore della pala all'uscita. Questa deriva da dati sperimentali.

- *Ainley-Mathieson*

$$k = f(M_1)$$

Correlazioni sperimentali di Ainley-Mathieson

Questa correlazione sperimentale serve per la determinazione della deviazione. Fornisce l'angolo di flusso a valle per una certa serie di dati di riferimento

$$Re = 2 \cdot 10^5$$

Si considerano due casi

1) $M_1 \leq 0,5$

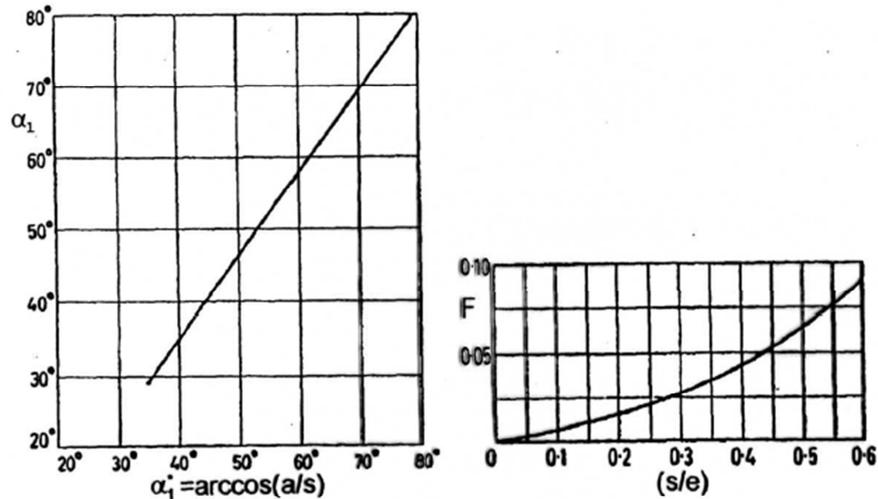


Figura 9.13: Correlazione di Ainley e Mathieson per la valutazione dell'angolo a valle in funzione dell'angolo geometrico per Mach < 0.5. Correzione F per dorso convesso.

La correlazione è lineare in accordo con la legge del coseno. Possiamo avere poi due situazioni: possiamo avere una pale in cui il tratto finale del dorso è rettilineo oppure convesso. In quest'ultimo caso occorre apportare una correzione. Cioè se l'angolo di curvatura

$$e < \infty \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 - 4 \left(\frac{s}{e} \right)$$

2) $M_1 = 1$

In questo caso si assume

$$\alpha_1 = \alpha_1^* \quad (\text{dorso rettilineo})$$

$$\alpha_1 = \alpha_1^* - F \arccos \left(\frac{a}{s} \right) \quad (\text{dorso convesso})$$

Il fattore correttivo $F = f \left(\frac{s}{e} \right)$.

Nel caso di schiere di pale supersoniche la determinazione accurata dell'angolo di flusso è complicata dalla formazione di onde d'urto.

Perdite negli stadi di turbina

Queste perdite possono essere classificate nel seguente modo:

- 1) Perdite di profilo (quelle rilevabili su prove su schiere di pale);
- 2) Perdite di anello (dissipazioni di energia in corrispondenza contatto fluido-mozzo e fluido-parte esterna della macchina);
- 3) Perdite secondarie (legate al fatto che passiamo ad una schiera non piana);
- 4) Perdite legate ai giochi (all'estremità delle pale)
- 5) Perdite per attrito sui dischi (più tipici di alcune tipologie di turbine. Si tratta della resistenza per attrito che un fluido esercita su tutte le superfici in moto rotatorio).

Le perdite dalla 1) alla 4) sono definibili come perdite della schiera mentre la 5) è simile ad una resistenza meccanica.

Il peso delle diverse voci può essere visto nel seguente diagramma

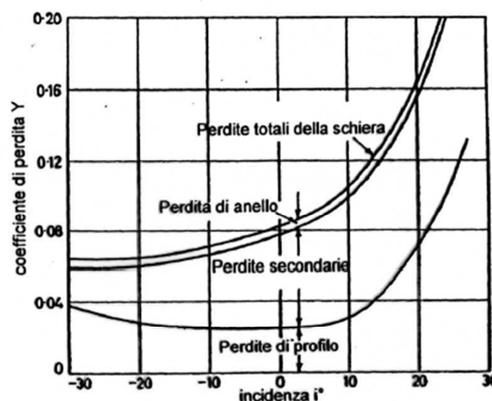


Figura 9.18: *Perdite di pressione totale in una schiera di turbina in funzione dell'incidenza.*

Sono decisamente importanti le perdite secondarie mentre sono piccole quelle di profilo. Queste ultime si tengono basse in un campo di valori.

Perdite della schiera (correlazione di Soderberg)

Consente di determinare globalmente tutte le perdite. Molto usata perchè è molto semplice ed applicabile. Premettiamo in quale ambito è applicabile. È applicabile se sono soddisfatte due condizioni:

- a) Applicabile alla schiera in condizioni di progetto
- b) Nei casi in cui la solidità sia ottimizzata cioè calcolata con un criterio di ottimizzazione. Esistono diversi criteri che danno diversi risultati. Diciamo che questa correlazione è applicabile se l'ottimizzazione della solidità viene fatta con il criterio di carico di Zweifel.

Soderberg ci definisce un coefficiente di perdita di energia adimensionalizzato rispetto all'energia cinetica effettiva allo scarico della schiera considerata. Quindi per lo statore

$$\xi = \xi_1 = \frac{|h_1 - h_{1s}|}{\frac{1}{2}c_1^2}$$

Per il rotore

$$\xi = \xi_2 = \frac{|h_2 - h_{2s}|}{\frac{1}{2}w_2^2}$$

Questi coefficienti di perdita saranno funzione di:

- Deflessione cinematica : $\Delta\alpha$ (statore) e $\Delta\beta$ (rotore)
- Numero di Reynolds definito come

$$Re = \frac{D_i c_1}{\nu}$$

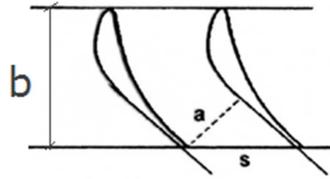
D_i è il diametro idraulico della sezione calcolato come

$$D_i = \frac{2hs \cos \alpha_1}{h + s \cos \alpha_1}$$

$$D_i = \frac{2hs \cos \beta_2}{h + s \cos \beta_2}$$

h è l'altezza della pala.

- Allungamento della pala h/b dove b è la corda assiale



- Rapporto t_{\max}/c

Definite queste quantità l'espressione del coefficiente di perdita per il rotore sarà:

$$\xi = \left(\frac{10^5}{Re} \right)^{0.25} \left[(1 + \xi^*) \left(0,975 + 0,075 \frac{h}{b} \right) - 1 \right]$$

Nel caso di statori

$$\xi = \left(\frac{10^5}{Re} \right)^{0.25} \left[(1 + \xi^*) \left(0,993 + 0,021 \frac{h}{b} \right) - 1 \right]$$

ξ^* è fornito da questo diagramma e costituisce il valore del coefficiente di perdita base:

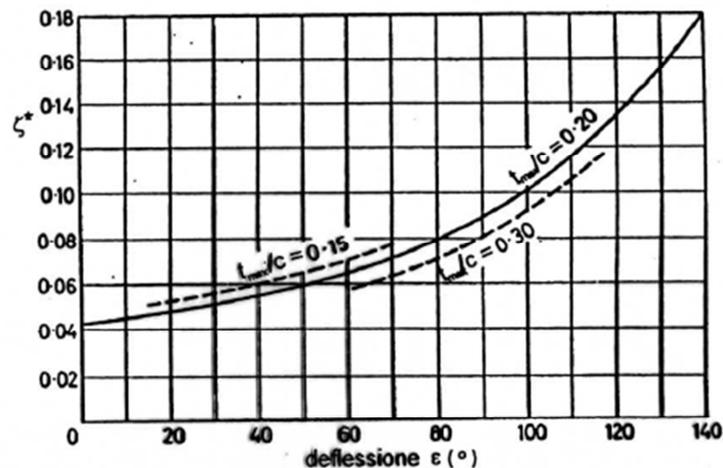


Figura 9.19: Coefficiente di perdita base secondo Soderberg in funzione della deflessione cinematica ($Re = 10^5$, $h/b = 3$).

Correlazioni di perdita di Ainley-Mathieson

Si definisce un *coefficiente di perdita di pressione totale* (con la simbologia relativa allo statore)

$$Y_p = \frac{p_{0_0} - p_{1_0}}{p_{1_0} - p_1}$$

Il valore globale di questo coefficiente viene ripartito tra le diverse voci.

Perdite di profilo

La valutazione delle perdite di profilo in base a questa correlazione avviene come caso base per:

- $Re = 2 \cdot 10^5$ (basato sulla corda)
- $M_1 < 0,6$
- $t_{\max}/c = 0,2$
- $t/s = 0,02$
- Condizioni nominali (angolo di incidenza nullo)

La perdita di profilo viene fornita dalla seguente espressione

$$Y_p = \left[Y_p^* + m_\alpha^2 (Y_p^{**} - Y_p^*) \right] \left(\frac{t_{\max}}{c} \right)^{m_\alpha} \left(\frac{c}{0,2} \right)$$

m_α è il parametro di proporzionalità tra i valori Y_p^* e Y_p^{**} e vale

$$m_\alpha = -\frac{\alpha_0}{\alpha_1}$$

Y_p^* e Y_p^{**} sono i coefficienti di perdita, valutati nel caso base, e relativi rispettivamente a due configurazioni classiche delle pale. Cioè

$$Y_p^* \rightarrow \begin{cases} \alpha_0 = 0 \\ R = 0 \\ m_\alpha = 0 \end{cases} \quad \text{flusso assiale in ingresso, ugello}$$

$$Y_p^{**} \rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = -\alpha_0 \\ R = 0,5 \\ m_\alpha = 1 \end{cases} \quad \text{vale quando } 0,15 \leq \frac{t_{\max}}{c} \leq 0,25$$

n.b se il valore del rapporto $\frac{t_{\max}}{c}$ è superiore a 0,25 (per esempio 0,30) si considera 0,25. Analogamente se il valore è inferiore a 0,15 (per esempio 0,10) si considera 0,15.

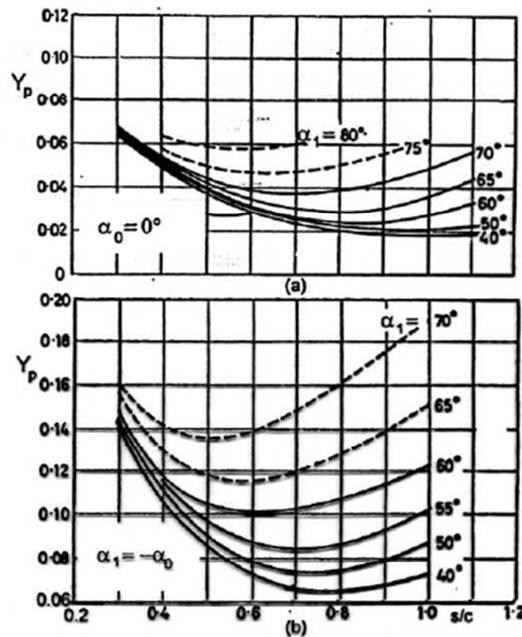


Figura 9.21: Perdite di profilo secondo Ainley e Mathieson per ugelli (a) e pale ad azione (b), in condizioni standard, in funzione di s/c e dell'angolo a valle.

Questo diagramma rappresenta una variante della solita relazione

$$y, \alpha_1 = f(\alpha_2, \text{Re}, M)$$

Il diagramma in alto ci dà Y_p^* mentre quello inferiore Y_p^{**} .

Nel caso in cui lo spessore del bordo d'uscita sia diverso dal valore standard la correlazione propone questa formula correttiva:

$$Y_p = Y_{p,0,02} \left[1 + 7 \left(\frac{t}{s} - 0,02 \right) \right]$$

Se invece il numero di Reynolds è diverso dal valore standard

$$Y_p = Y_{p,2 \times 10^5} \left(\frac{2 \times 10^5}{\text{Re}} \right)^{0,2}$$

Perdite secondarie e per i giochi

Queste perdite sono particolarmente importanti. La correlazione fornisce una valutazione globale di queste. Abbiamo un'espressione che, come struttura, deriva dalla definizione del coefficiente di perdita espresso in funzione degli angoli caratteristici della schiera.

$$Y_S + Y_G = \left(\lambda + B \frac{\delta}{k} \right) \left(\frac{c_L}{\frac{s}{c}} \right)^2 \frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos^3 \alpha_\infty}$$

Abbiamo che

- $B = 0,5$ pale "libere"
- $B = 0,25$ pale "cerchiate"
- h è l'altezza della pala
- δ è il gioco radiale
- λ è un coefficiente sperimentale che sarà

$$\theta = \frac{\left(\frac{A_1}{A_0} \right)^2}{\left(1 + \frac{D_i}{D_e} \right)}$$

A_1, A_0 sono le aree normali alla direzione al flusso; D_i, D_e sono il diametro interno ed il diametro esterno.

L'andamento di questo parametro λ è riportato graficamente

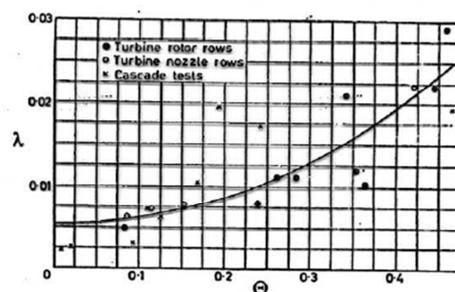


Figura 9.22: Coefficiente sperimentale λ per il calcolo delle perdite secondarie in funzione del parametro geometrico $\theta = \frac{\left(\frac{A_1}{A_0} \right)^2}{\left(1 + \frac{D_i}{D_e} \right)}$.

Perdite per incidenza "fuori progetto"

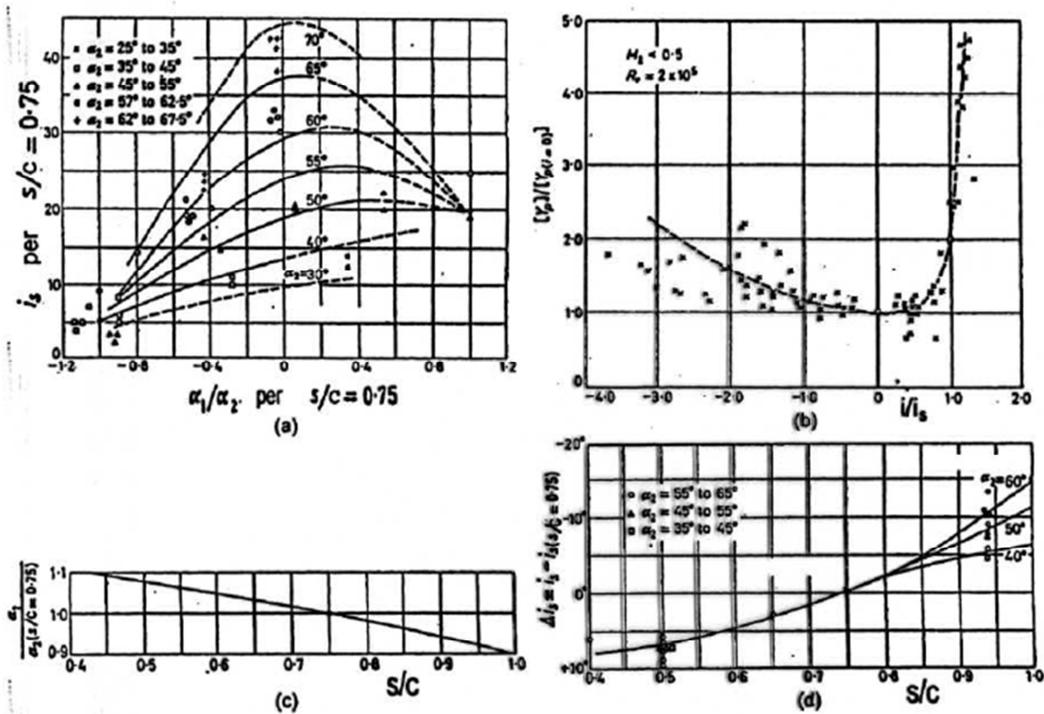


Figura 9.29: Incidenza di stallo e perdite di incidenza per schiere standard ($s/c = 0.75$) (figure a, b) e correzione sull'angolo a valle e sulla incidenza di stallo da utilizzare nei diagrammi a, b quando $s/c \neq 0.75$ (figure c, d).

Abbiamo visto che le pale di turbina sono abbastanza insensibili all'angolo di incidenza fintanto che non si raggiunge l'angolo di incidenza di stallo. Questo si raggiunge per valori di circa 30° .

Definiamo convenzionalmente come incidenza di stallo (positiva o negativa) il valore di i per il quale le perdite di profilo diventano pari al doppio della perdita a valle.

Il primo diagramma consente di trovare l'angolo di incidenza di stallo con riferimento al caso di solidità 0,75. Si entra nel diagramma con α_1/α_2 ; si considera la curva con α_2 e si trova l'incidenza di stallo.

Poi si entra nel diagramma accanto con il rapporto tra il valore dell'angolo di incidenza che vogliamo considerare e l'angolo di incidenza di stallo si trova il rapporto tra il coefficiente di perdita e quello determinato con la procedura precedente.

Se la solidità è diversa da 0,75 dobbiamo correggere con il terzo diagramma che ci permette di entrare con il valore di solidità della nostra schiera e trovare il rapporto tra il valore α_1 e il valore di α_1 a solidità 0,75.

Infine nell'ultimo diagramma abbiamo la correzione per quanto riguarda l'angolo di stallo. Troviamo la differenza tra l'angolo di stallo con la nostra solidità e l'angolo di stallo che avrebbe la schiera con solidità 0,75.

Calcolo della deflessione "fuori progetto"

La variazione di questa deflessione è molto piccola e possiamo applicare una correzione lineare con l'incidenza

$$i \pm 2^\circ$$

fino all'incidenza di stallo.

Criteri di carico

Hanno lo scopo di trovare la solidità ottimale. Esistono diversi criteri

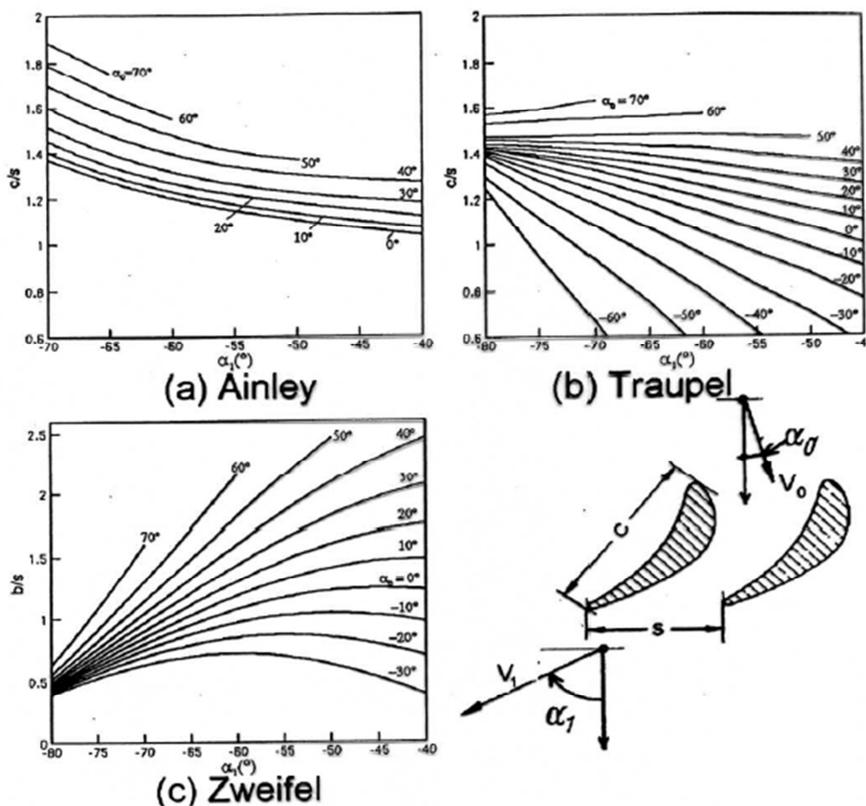


Figura 9.30: Criteri di carico rielaborati da alcuni lavori classici di diversi autori: Ainley e Mathieson (figura a), Traupel (figura b) e Zweifel (figura c).

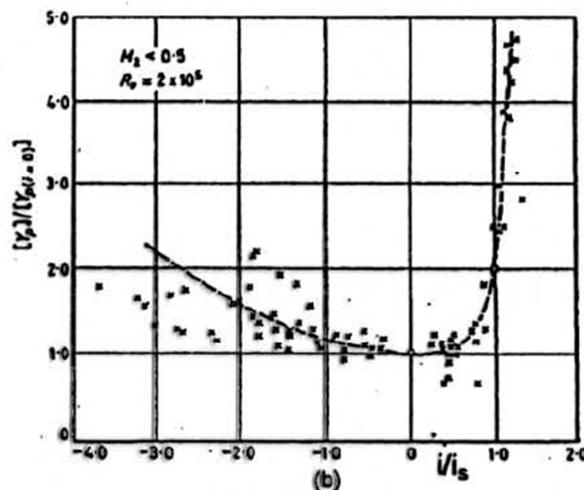
Questi criteri non sono confrontabili tra loro. I risultati sono molto diversi. Il campo di funzionamento di queste schiere nelle quali le perdite sono vicine al valore minimo varia. La condizione ottima è abbastanza indefinita. Sono possibili più scelte.

Criterio di Zweifel

Trattiamo solo questo criterio perchè è la correlazione indispensabile per applicare il criterio di Soderberg. Questo criterio limita il valore della forza tangenziale. Possiamo scrivere

$$\frac{F_t}{F_{t,id}} = \frac{F_t}{\frac{1}{2} \rho b c_1^2} = c_{F_t} = 2 \cos^2 \alpha_1 \left(\frac{c_{m0}}{c_{m1}} \operatorname{tg} \alpha_0 - \operatorname{tg} \alpha_1 \right) \frac{s}{b} = 0,8$$

Troviamo la solidità ottima secondo Zweifel. Questo deriva da



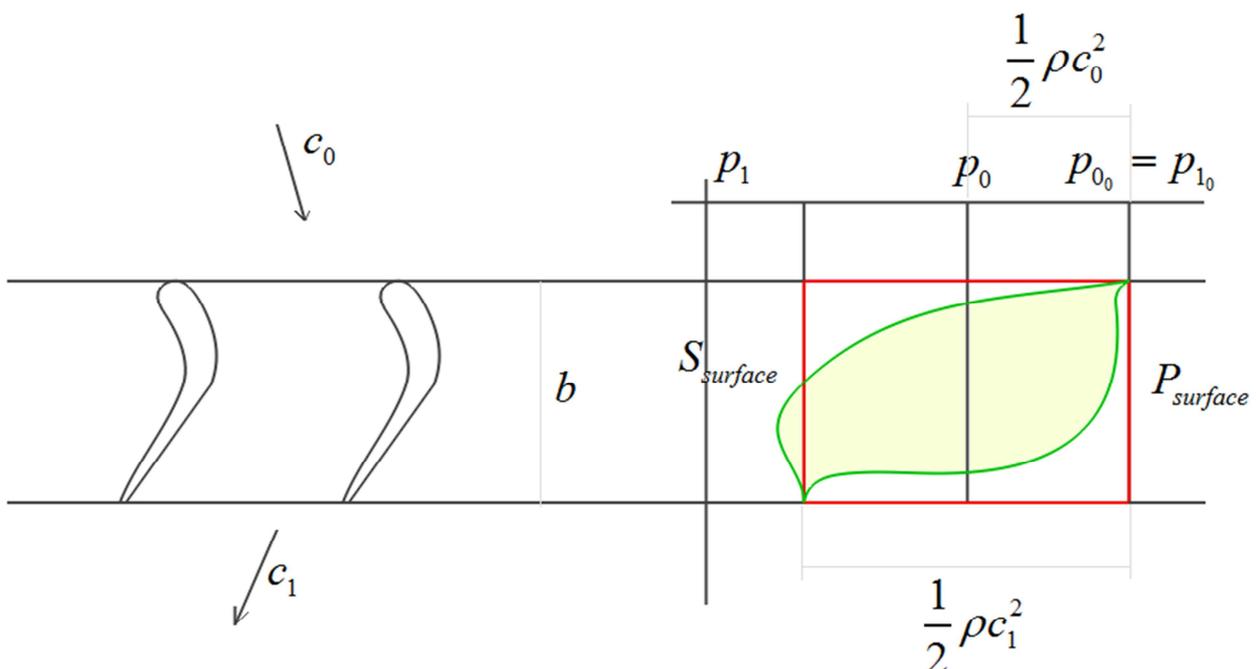
Il valore minimo di perdita lo troviamo in condizioni vicine a quelle limite di stallo.

Possiamo interpretare questo criterio da un punto di vista grafico dell'andamento delle pressioni. Vediamo il diagramma delle pressioni che corrisponderebbe ad un valore di forza tangenziale ideale. Facciamo un diagramma con asse delle pressioni orizzontale. Applicare questo criterio significa supporre che l'andamento delle pressioni ideale sul profilo sia dato dal diagramma. In assenza di perdita di pressione totale

$$P_{0_0} = P_{1_0}$$

Per cui la differenza tra p_1 e p_{1_0} sarà $\frac{1}{2}\rho c_1^2$. La forza tangenziale ideale è l'area del rettangolo rosso. Sarebbe come ipotizzare un profilo nel quale la pressione sulla superficie in pressione $P_{surface}$ o in depressione $S_{surface}$ abbiano i valori p_{0_0} e p_1 . Questo è l'andamento ideale.

L'andamento effettivo sarebbe quello indicato in verde. Allora il criterio di Zweifel è una valutazione del rapporto tra l'area racchiusa dal campo delle pressioni effettive attorno al nostro profilo ed il valore rettangolare ideale.



CAPITOLO 3

PROGETTO DI TURBOMACCHINE A FLUSSO RADIALE

3.1 TURBOMACCHINE OPERATRICI CENTRIFUGHE

Possiamo avere pompe, ventilatori e compressori. Queste presentano molte caratteristiche funzionali che possono essere trattate in maniera omogenea. Noi vedremo in maniera più precisa lo studio dei compressori centrifughi perchè abbiamo alcune caratteristiche (comprimibilità del fluido, velocità,...) che non troviamo nelle altre macchine operatrici. Quanto vedremo in alcuni casi può essere riferito anche alle altre categorie di macchine centrifughe.

Dati prestazioni

- Il rapporto di compressione per un compressore monostadio è:

$$\beta \approx 3 \quad (1950) \quad \rightarrow \quad \beta \geq 10 \quad (2000)$$

In mezzo secolo abbiamo un incremento dei valori massimi dei rapporti di compressione.

- Il rendimento isoentropico, con riferimento ai massimi valori che possiamo ottenere:

$$\eta_{is_n} \approx 0,86 \quad (\beta \rightarrow 5) \quad \rightarrow \quad \approx 0,82 \quad (\beta \rightarrow 10)$$

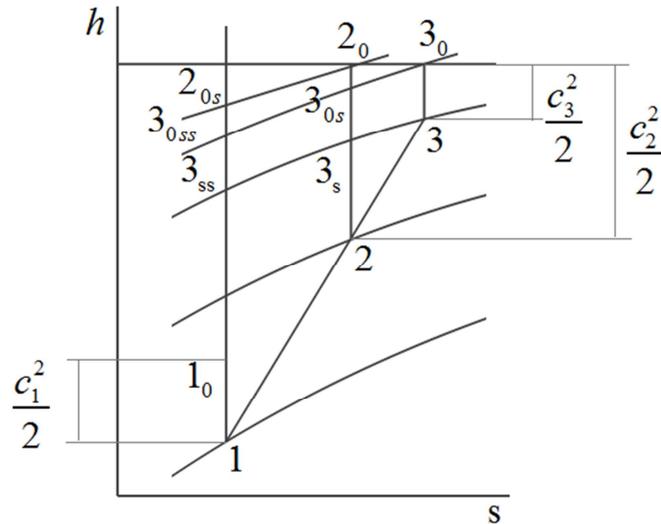
- La velocità massima della girante

$$u_2 \approx \begin{matrix} 600 \frac{m}{s} & (\beta \approx 5) \\ 700 \frac{m}{s} & (\beta \approx 10) \end{matrix}$$

Valori di rapporto di compressore così elevati sono da ritenersi estremi. Un compressore centrifugo standard realizza un rapporto di compressione pari a 4.

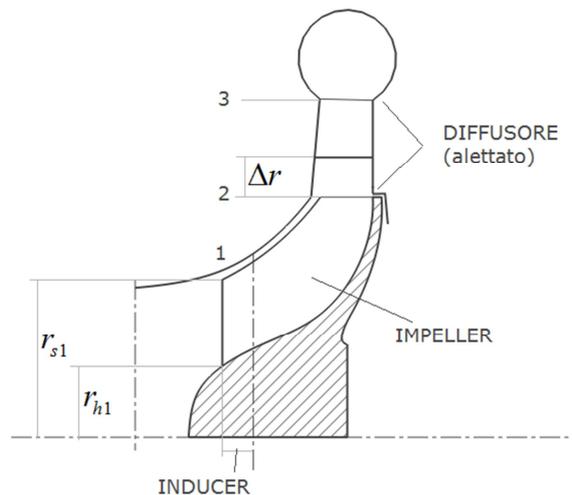
Rispetto ai compressori assiali, a parità di dimensioni medie, i compressori centrifughi realizzano portate più piccole ma rapporti di compressione decisamente più alti con un singolo stadio.

Tracciamo il diagramma del processo termodinamico:



Abbiamo con il pedice 1 le grandezze all'ingresso della girante; con il pedice 2 all'uscita della girante; con il pedice 3 all'uscita del diffusore. Immaginando che il nostro processo sia adiabatico abbiamo la trasformazione 1-2-3.

Consideriamo la sezione meridiana per mettere in evidenza alcune particolarità costruttive del compressore rispetto altre macchine.



Abbiamo la girante, il diffusore e, nel caso monostadio, abbiamo una tenuta spirale che raccoglie il flusso. Possiamo osservare alcune particolarità della girante rispetto alla girante delle pompe o dei ventilatori:

- Il bordo d'ingresso della palettatura (sez1) è tipicamente ortogonale all'asse di rotazione cioè il bordo d'ingresso della palettatura è molto spinto in avanti rispetto l'aspirazione. Nelle pompe di solito è obliquo o addirittura parallelo all'asse di rotazione (pala con sviluppo radiale). Nei compressori, per migliorare le capacità di aspirazione, il bordo è verso l'ingresso.
- Nei compressori non c'è la corona di ricoprimento. Questa è quella parte strutturale della macchina che va a chiudere la palettatura. Le pale sono fissate solamente al mozzo. Questo perchè abbiamo elevate velocità di rotazione e quindi la corona costituirebbe una massa soggetta ad un campo di forze centrifughe di intensità tale che si arriverebbe alla rottura della girante. Quindi si vuole eliminare le masse rotanti.
- Molto spesso le pale non hanno tutte la stessa lunghezza. Abbiamo delle pale che si prolungano fino alla sezione 1 alternate a delle pale più corte in cui il bordo d'ingresso si ferma alla linea tratteggiata. La maggior parte dello scambio di energia tra macchina e fluido avviene nella parte radiale (a valle della linea tratteggiata) mentre la parte iniziale serve ad indirizzare la corrente in ingresso. Quindi lo scambio di energia nella zona iniziale è limitato. Allora nella parte radiale dobbiamo avere un alto numero di pale per poter distribuire il lavoro. L'alto numero di pale all'ingresso porterebbe solo ad un'ostruzione geometrica. La prima parte del compressore viene detto *inducer* mentre l'altra parte è detta *impeller*.
- Gli spessori delle pale sono sempre molto ridotti e si utilizzano dei materiale leggeri (leghe di alluminio). Questo per contenere le masse soggette al campo di forze centrifughe. Questo implica un accurato studio dei materiali ed un accurato studio delle sovraeccitazioni della girante.

Passiamo al diffusore, osservando che:

- Il diffusore può essere palettato o non palettato.
- La distanza radiale tra uscita della girante e bordo d'ingresso delle pale del diffusore (Δr) sarà molto più grande in un compressore rispetto una pompa. Questo perchè in questo spazio si vuole che avvengano due cose: 1) il numero di Mach della corrente diventi inferiore a 1 (la corrente deve essere sicuramente subsonica all'ingresso del diffusore); 2) la corrente che esce dalla girante con una struttura di flusso fortemente disuniforme diventi uniforme.

Possiamo chiederci che tipo di pale si usano più spesso nei compressori centrifughi. La risposta può essere abbastanza precisa. Non troviamo compressori con pale in avanti. Troveremo compressori con pale radiali e questo è quasi un obbligo di progetto per i compressori non molto recenti (fino a 20 anni fa). Questo perché una pala radiale è soggetta ad uno stato di sollecitazione di semplice trazione quindi uno sforzo semplice da trattare e prevedere dal punto di vista della resistenza meccanica. Oggi questi limiti sono stati passati e oggi i compressori si fanno con le pale rovesce con un valore dell'angolo di inclinazione di circa 20° - 30° con riferimento alla direzione radiale.

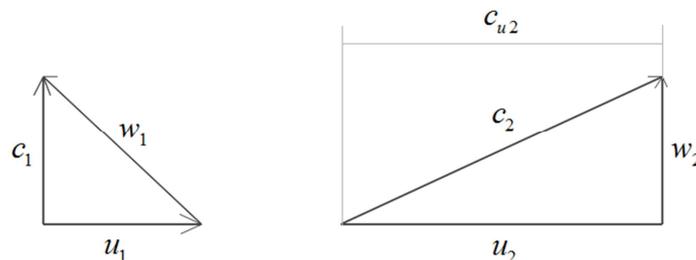
Per capire i motivi di questa scelta consideriamo come caso di confronto un compressore in cui supponiamo

$$\begin{cases} c_{u1} = 0 \\ \beta_{2p} = 0 \quad (\text{pala radiale}) \\ \text{slip factor } \sigma = 1 \quad (\text{cioè } \beta_2 = \beta_{2p}) \end{cases}$$

L'ultima considerazione significa che la corrente abbia la stessa inclinazione della corrente. Se consideriamo questo compressore ideale abbiamo che il lavoro sarà

$$L_u = u_2 c_{u2} = u_2^2$$

perché avremo i seguenti triangoli di velocità



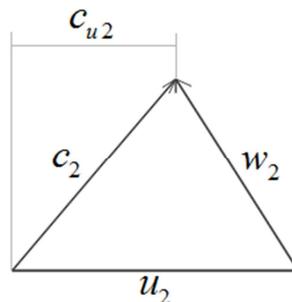
Il lavoro è funzione del quadrato della velocità periferica per cui per avere grandi rapporti di compressione bisogna salire con le u_2 . u_2 può arrivare a valori di 600-700 m/s e se osserviamo che $c_2 > u_2$ (o comunque dello stesso ordine di grandezza) allora c_2 è una velocità supersonica cioè $M_2 > 1$.

la situazione in realtà è meno drammatica di quella che può sembrare perchè in realtà l'aria compressa si riscalda e all'aumentare della temperatura aumenta la velocità del suono. Avremmo comunque numeri di Mach dell'ordine di

$$1,2 \div 1,3$$

Allora queste velocità supersoniche devono essere ridotte a valori subsonici prima di imboccare l'eventuale diffusore palettato. Comunque di per sè il fatto di avere un flusso con valori del numero di Mach così elevati è un aspetto non positivo.

Per avere un flusso meno supersonico realizzo una pala rovescia. In questo modo infatti il triangolo di velocità si modifica



Quindi abbiamo che $c_{u2} < u_2$ per cui abbiamo una riduzione del numero di Mach. Tuttavia abbiamo anche una riduzione del lavoro. Allora la tendenza moderna nella progettazione di queste macchine è spingere il valore di u_2 fino ai valori massimi compatibili con la resistenza dei materiali in modo da realizzare alti valori del lavoro ma contemporaneamente adottare pale rovesce per ridurre il numero di Mach. In pratica l'obiettivo è:

$$\left\{ \begin{array}{l} \uparrow L_u \\ \downarrow M \end{array} \right.$$

Questa possibilità di compromesso può essere dimostrata facendo un esempio numerico. Osserviamo il seguente diagramma

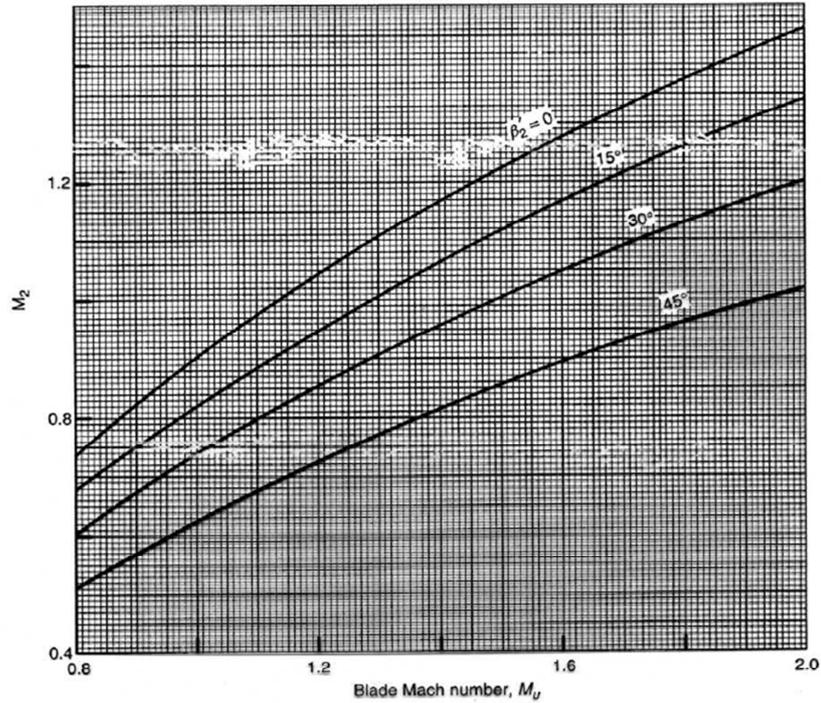


FIG. 7.14. Variation of impeller exit Mach number vs blade Mach number of a centrifugal compressor for selected back sweep angles ($\gamma = 1.4, \sigma = 0.9, \phi_2 = 0.375$).

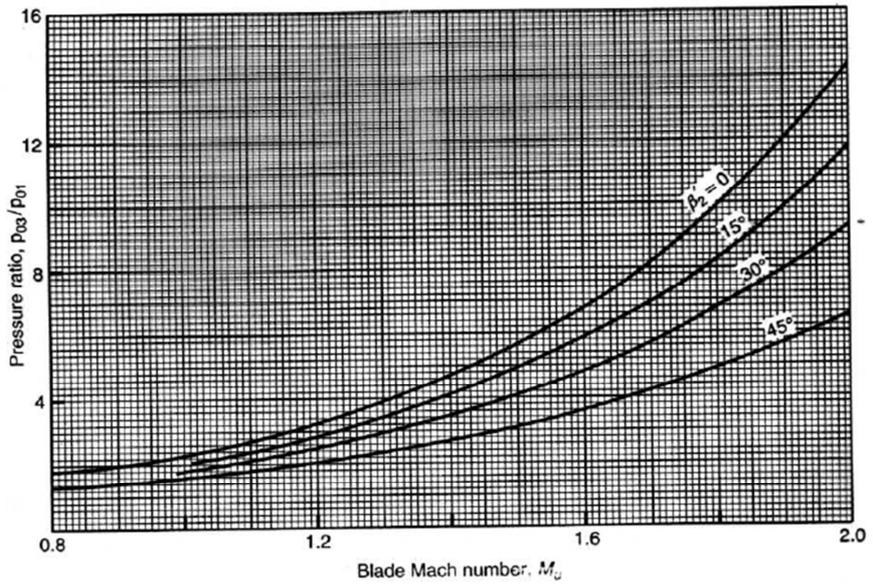


FIG. 7.13. Variation of pressure ratio vs blade Mach number of a centrifugal compressor for selected back sweep angles ($\gamma = 1.4, \eta_c = 0.8, \sigma = 0.9, \phi_2 = 0.375$).

Il primo diagramma riporta il valore del numero di Mach in uscita in funzione del numero di Mach periferico definiti come

$$M_2 = \frac{c_2}{a_2}$$

$$M_u = \frac{u_2}{a_{01}}$$

a_{01} è la velocità del suono alle condizioni totali all'ingresso.

Sul diagramma sono riportate delle curve calcolate per diversi valori dell'angolo palare. Il calcolo è stato realizzato con aria con un valore dello slip factor pari a 0,9 per un compressore con 20 pale.

Nel secondo diagramma osserviamo il rapporto di compressione.

Possiamo analizzare questi dati prendendo un valore del rapporto di compressione (per esempio 8). Questo rapporto di compressione viene ottenuto con valori del numero di Mach crescenti. Se andiamo sul diagramma superiore vediamo che con gli stessi valori di M_u con il quale realizziamo con i tre valori dell'angolo il rapporto di compressione di 8, abbiamo in uscita valori di Mach minori passando alla pala rovescia. Ricordiamo che per:

- Pala radiale $\beta'_2 = 0^\circ$
- Pale rovesce $\beta'_2 = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$

Un'altro aspetto che si lega a questo è l'influenza che la forma della pala ha sul rendimento e sulla struttura del flusso. Osserviamo il diagramma

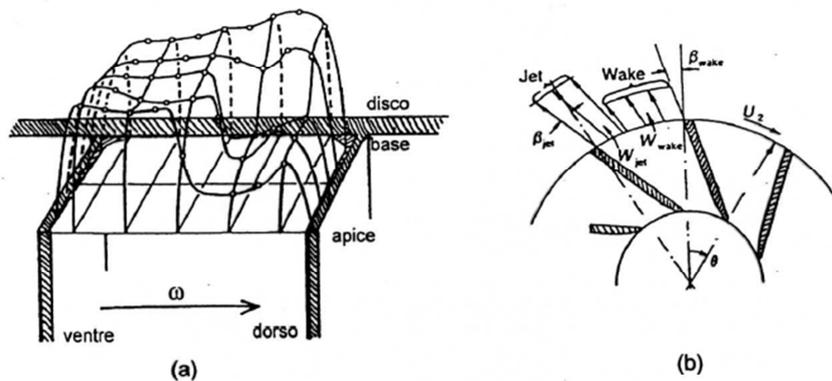
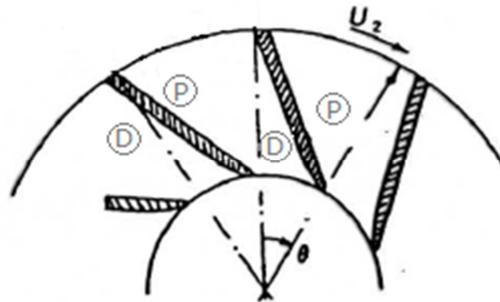


Figura 7.5: *Campo delle velocità relative allo scarico del canale palare di un compressore centrifugo (a). Schematizzazione Jet&Wake del flusso nel piano interpalare (b).*

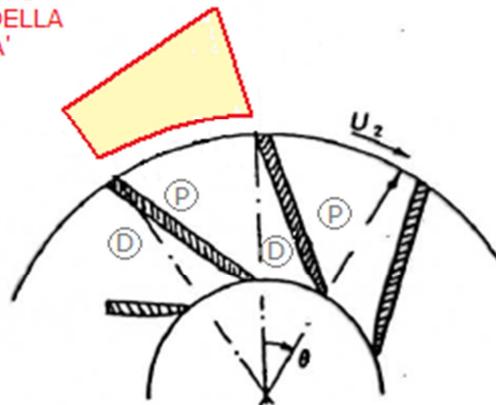
Questo mostra come funzionano quasi tutti i compressori centrifughi (fenomeno più marcato con pala radiale). In una macchina centrifuga molto spinta che deve realizzare alti lavori, il flusso che esce dalla girante è fortemente separato e quindi è fortemente disuniforme.

Osserviamo quale sarà il lato in pressione ed il lato in depressione



Le pressioni mi devono dare un momento resistente che si oppone al momento motore. Se suppongo che a parità del raggio l'energia posseduta dalla corrente sia uguale indipendentemente da dove si trovi questo comporterebbe che dove ho la depressione ho velocità più alte mentre dove ho pressione ho velocità basse (per Bernoulli). Quindi mi aspetto di avere un andamento delle velocità del tipo

ANDAMENTO
ATTESO DELLA
VELOCITA'

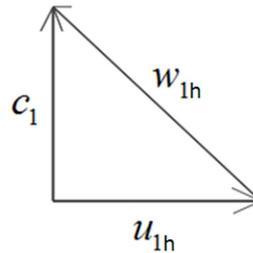


In realtà andando a misurare troveremo il contrario. Cioè troveremo in un uscita una scia anche molto ampia ed un getto. Nel getto passa quasi tutta la corrente con un flusso molto ordinato, poco turbolento e con una direzione di uscita molto vicina a quella geometrica della pala. Poi abbiamo una scia nella quale la corrente si separa dal lato in depressione.

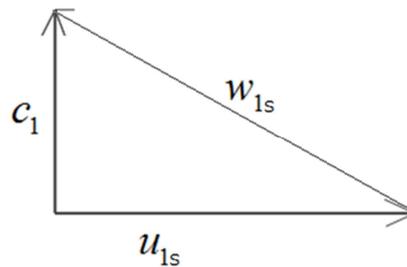
Una macchina assiale in queste condizioni di flusso sarebbe stallata e non funzionerebbe. Un compressore centrifugo in queste condizioni funziona benissimo perchè il campo delle forze centrifughe è assolutamente indipendente da questo ma ha natura puramente meccanica. Quindi il campo di forze centrifughe fornisce energia alla corrente sia nel getto che nella scia. Quindi spinge anche nel flusso attraverso la scia. Per limitare il distacco del flusso spesso si trovano traccie delle lavorazioni sulle pale.

Ottimizzazione della sezione d'ingresso

Il problema da ottimizzare è che bisogna stare attenti che non diventi eccessiva la velocità periferica all'apice della pala in ingresso. Il triangolo di velocità in ingresso in corrispondenza del mozzo è il seguente



Mentre in corrispondenza della parte estrema della pala è



Quindi avremo

$$\begin{aligned} u_{1s} &> u_{1h} \\ c_1 &= \text{cost} \end{aligned}$$

Il limite aerodinamico lo abbiamo sulle w_{1s} cioè la velocità relativa all'ingresso all'apice della pala è la più elevata. Potrebbe essere troppo alta cioè per una pompa potrebbe essere tale da indurre la *cavitazione* mentre per un compressore potrebbe diventare sonica comportando l'*ingolfamento* della sezione in ingresso.

Il problema di ottimizzazione consiste, una volta stabilito il valore massimo di w_{1s} , dimensionare la sezione in ingresso di modo tale che la portata sia la massima possibile.

Facciamo la prima analisi in termini di portata in volume:

$$Q = c_1 A_1 = \sqrt{w_{1s}^2 - u_{1s}^2} \cdot \pi (r_{s1}^2 - r_{h1}^2) = \sqrt{w_{1s}^2 - \omega^2 r_{s1}^2} \cdot \pi (r_{s1}^2 - r_{h1}^2)$$

Il fatto che ci sia una situazione ottimale può essere trovato ragionando in due modi diversi. Supponiamo che

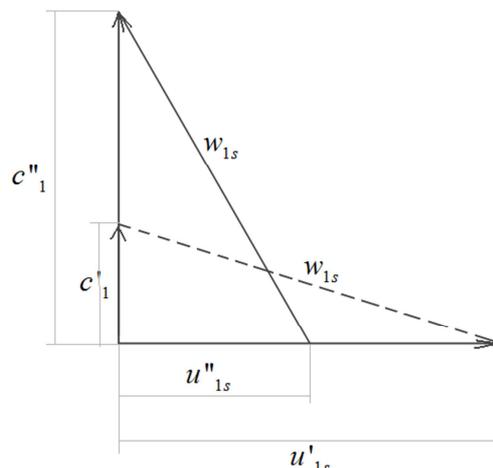
$$\begin{cases} Q = \cos t \\ r_{h1} = \cos t \end{cases}$$

Possiamo realizzare la sezione in ingresso con diversi valori di r_{s1} . Se aumentiamo r_{s1} , poichè la portata è costante, diminuisce la velocità c_1 però aumenta la velocità u_1 . Se usiamo invece valori troppo piccoli di r_{s1} riduco la velocità u_1 ma devo aumentare c_1 . In entrambi i casi potrei trovare valori molto alti di w_{1s} .

Oppure da un altro punto di vista possiamo fissare

$$\begin{cases} |w_{1s}| = \cos t \\ r_{h1} = \cos t \end{cases}$$

Questo modo di ragionare si lega molto bene alle nostre considerazioni perchè abbiamo un limite di cavitazione ed un limite di ingolfamento. In entrambi i casi possiamo dire che non vogliamo w_{1s} più grande di un certo valore. Allora al variare del raggio possiamo avere:



Anche in questo caso posso trovare una condizione che rende massima la portata. Allora esiste un valore di r_{s1} che rende massima la portata. Per trovarlo basta fare la derivata

$$\frac{dQ}{dr_{s1}} = 0$$

$$2c_1^2 = \omega^2 r_{s1}^2 \left(1 - \left[\frac{r_{h1}}{r_{s1}} \right]^2 \right)$$

Questa potrebbe essere già la soluzione del nostro problema ma conviene procedere oltre definendo

$$K = 1 - \left[\frac{r_{h1}}{r_{s1}} \right]^2$$

Quindi

$$\left(\frac{c_1}{u_{s1}} \right)^2 = \frac{K}{2}$$

Per dare maggior significato possiamo definire la cifra di flusso

$$\phi_1 = \frac{c_{m1}}{u_{s1}} = \frac{c_1}{u_{s1}}$$

Dal triangolo di velocità troviamo che

$$c_1 \operatorname{tg} \beta_{s1} = u_{s1}$$

Quindi

$$\frac{c_1}{u_{s1}} = \operatorname{cotg} \beta_{s1}$$

Allora

$$\boxed{\phi_1 = \operatorname{cotg} \beta_{s1} = \sqrt{\frac{K}{2}}}$$

Questa è la condizione che rende massima la portata.

Considerando i valori usuali che si riescono a realizzare per quanto riguarda il rapporto dei raggi

$$0,3 \leq \frac{r_{h1}}{r_{s1}} \leq 0,6$$

La condizione di dimensionamento ottimo della sezione in ingresso ha

$$56^\circ \leq \beta_{s1} \leq 60^\circ$$

Una volta trovato il valore dell'angolo all'apice della pala si trovano tutti i valori degli angoli imponendo il vortice libero.

In realtà possiamo affrontare questo problema in maniera formalmente più complicata ma più adatta per i compressori. Abbiamo ragionato sulla portata in volume indifferentemente che si tratti di una pompa o di un compressore (l'unica differenza è che i valori limiti di w_1 saranno diversi). Se ci concentriamo sui compressori in realtà noi non vogliamo tanto limitare il valore della w_1 ma il valore del numero di Mach che ne corrisponde.

Non bisogna dimenticare che all'aumentare della velocità, a parità di energia in sezione, al variare del valore della velocità cambiano le condizioni statiche. Quindi cambia la temperatura statica, il valore di velocità del suono e quindi il numero di Mach. Conviene rifare il precedente ragionamento però non più basandolo sulla portata in volume ma sulla portata in massa e vedendo come varia la densità al variare delle condizioni di flusso.

Scriviamo l'espressione della portata di massa

$$\dot{m} = c_1 \rho_1 A_1$$

Ora per ogni singolo fattore scriviamo le espressioni utili.

c_1

$$c_1 = w_{s1} \cos \beta_{s1}$$

A_1

$$A_1 = \pi (r_{s1}^2 - r_{h1}^2) = \pi r_{s1}^2 K$$

$$u_{s1} = \omega r_{s1} = w_{s1} \sin \beta_{s1}$$

$$A_1 = \frac{\pi}{\omega^2} K w_{s1}^2 \sin^2 \beta_{s1}$$

ρ_1

Noi vogliamo esprimerla in funzione delle condizioni a monte che conosciamo. Allora abbiamo

$$\rho_1 = \rho_0 \frac{p_1 T_0}{p_0 T_1}$$

Con lo 0 indichiamo le condizioni a monte. Ricordando l'equazione di stato dei gas perfetti

$$\left. \begin{array}{l} \frac{p}{\rho} = RT \\ p \left(\frac{1}{\rho} \right)^k = \text{cost} \end{array} \right\} \rightarrow \rho_1 = \rho_0 \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^{\frac{1}{1-k}}$$

Se ricordiamo l'entalpia di ristagno in funzione dell'entalpia statica

$$c_p T_0 = c_p T_1 + \frac{1}{2} c_1^2$$

E

$$\begin{aligned} c_p &= \frac{kR}{k-1} \\ c_1 &= w_{s1} \cos \beta_{s1} \end{aligned}$$

Definiamo poi il numero di Mach relativo

$$M_{r1} = \frac{w_{s1}}{a_1}$$

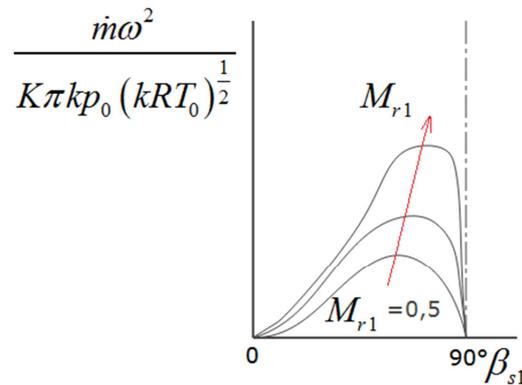
Otteniamo

$$\rho_1 = \frac{T_0}{RT_0} \left(1 + \frac{k-1}{2} M_{r1}^2 \cos^2 \beta_{s1} \right)^{\frac{1}{1-k}}$$

Sostituendo tutte le espressioni trovate e riunendo otteniamo

$$\frac{\dot{m} \omega^2}{K \pi k p_0 (kRT_0)^{\frac{1}{2}}} = \frac{M_{r1}^3 \sin^2 \beta_{s1} \cos \beta_{s1}}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{r1}^2 \cos^2 \beta_{s1} \right)^{\frac{1}{k-1} + \frac{3}{2}}}$$

Se riportiamo l'andamento di questa funzione



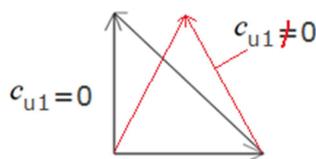
$\frac{\dot{m}\omega^2}{K\pi k p_0 (kRT_0)^{\frac{1}{2}}}$ è la funzione di portata. È una grandezza in cui compare la portata di massa e delle grandezze che sono costanti. Le curve sono tracciate per valori costanti di M_{r1} .

Fissato il valore del numero di Mach relativo (scelta di progetto) in modo che in condizioni nominali il numero di Mach relativo all'apice della pala sia abbastanza lontano dalle condizioni di ingolfamento (uguale a 0,8). Dall'andamento grafico trovo il valore di β_{s1} che ottimizza la sezione in ingresso (valore massimo di portata) e sarà compreso tra

$$56^\circ \leq \beta_{s1} \leq 60^\circ$$

Poi trovo la portata di massa oppure se voglio imporre il valore della portata di massa conosco il rapporto tra i raggi della sezione in ingresso (K).

Finora abbiamo fatto tutte le considerazioni nel caso classico in cui il triangolo di velocità sia



Se lo scopo della progettazione dovesse essere limitare il numero di Mach della corrente relativa in ingresso potrei pensare di imporre una prerotazione alla

corrente in ingresso (passare alla situazione $c_{u1} \neq 0$). Potrei mettere una palettatura fissa a monte del compressore in modo da imporre una prerotazione nello stesso verso della u ed allontanarmi dalle condizioni di ingolfamento.

Potrei fare tutti i ragionamenti visti ottenendo

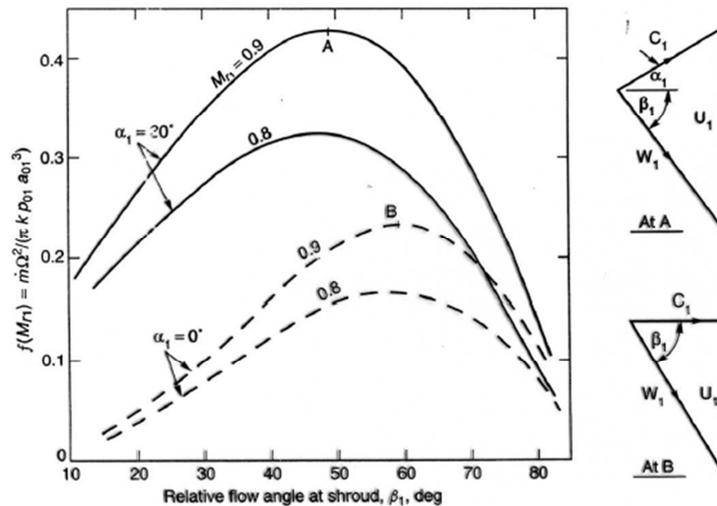


Fig. 7.4. Variation of mass flow function for the inducer of a centrifugal compressor with and without guide vanes ($\gamma = 1.4$). For comparison both velocity triangles are drawn to scale for $M_{r1} = 0.9$ the peak values or curves.

Questa figura ci dà per il caso in cui non c'è prerotazione o nel caso in cui c'è la prerotazione il valore della funzione di flusso.

Considerazioni generali

Quando parlavamo di macchine assiali avevamo a disposizione i risultati di test numerici o sperimentali su schiere di pale. Quindi disponevamo di criteri di calcolo che ci consentivano di trovare la deflessione della corrente data la geometria. Poi le prove ci consentivano di valutare le perdite di schiera.

Le palettature delle macchine radiali non sono geometricamente riconducibili a delle schiere di profili. Ci sono fenomeni correlati al fatto che la corrente ha la stessa direzione del campo delle forze centrifughe. Ci sono fenomeni aerodinamici che in una schiera piana non ci sono.

Quindi l'approccio con il quale dobbiamo fare il progetto preliminare della macchine (degli angoli di flusso in ingresso ed in uscita e delle perdite) deve essere diverso. L'approccio sarà quello di considerare separatamente ogni singolo aspetto con calcoli specifici che non si basano sulla conoscenza a priori di una certa geometria della schiera o del profilo.

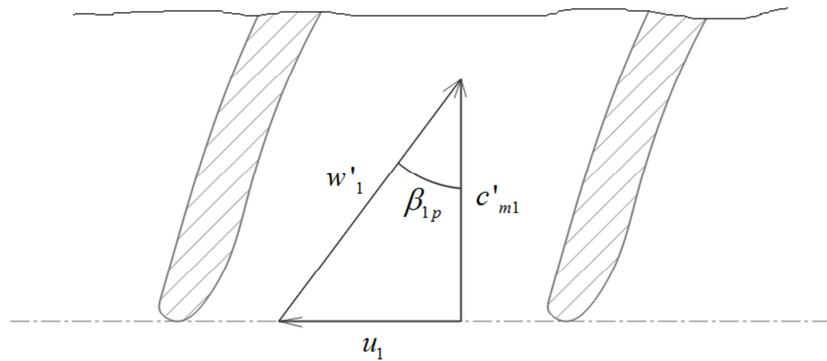
Angolo di incidenza ottimale in ingresso

Nota la geometria della pala possiamo chiederci qual'è la differenza di inclinazione tra il flusso della corrente ed il profilo in ingresso in condizioni di design. Poi possiamo vedere come calcolare la dissipazione di energia conseguente al fatto di avere condizioni in ingresso diverse.

Avere incidenza uguale a 0 vorrebbe dire avere la corrente perfettamente orientata con la geometria della pala. La situazione è un pò complicata dal fatto che le pale hanno spessore finito. Se le pale avessero uno spessore nullo allora il problema dell'angolo di incidenza non ci sarebbe. Ma poichè lo spessore è finito dobbiamo avere per forza una variazione dei triangoli di velocità tra una sezione immediatamente a monte della pala ed una immediatamente a valle.

In letteratura ci sono diverse ipotesi. La più accreditata è la definizione di condizione di ottimo che prevede che nella zona dell'imbocco delle pale la corrente non è soggetta a variazioni della componente tangenziale della velocità assoluta. Cioè il lavoro euleriano è nullo.

Per esprimere il tutto in una equazione consideriamo la seguente nomenclatura osservando una sezione d'ingresso:



Questo è il triangolo di velocità a valle dell'imbocco. La u_1 è la stessa che abbiamo a monte mentre c'_{m1} sarà più grande perchè la sezione si è ridotta. Possiamo ipotizzare che dopo l'imbocco l'angolo della corrente relativa sia uguale all'angolo delle pale (ecco perchè c'è il pedice p). A monte abbiamo sempre u_1 e un angolo $\beta_{1,opt}$. Se nel passaggio si verifica che non abbiamo variazione della componente tangenziale di velocità assoluta ($c_1 = c'_1 = 0$) allora

$$\beta_{1,p} < \beta_{1,opt}$$

Possiamo allora scrivere

$$c_{m1} \tan \beta_{1,opt} = c'_{m1} \tan \beta_{1,p}$$

$$\tan \beta_{1,opt} = \tan \beta_{1,p} \frac{c'_{m1}}{c_{m1}}$$

Con l'equazione di continuità troviamo

$$c_{m1} A_1 = c'_{m1} A'_1$$

Quindi

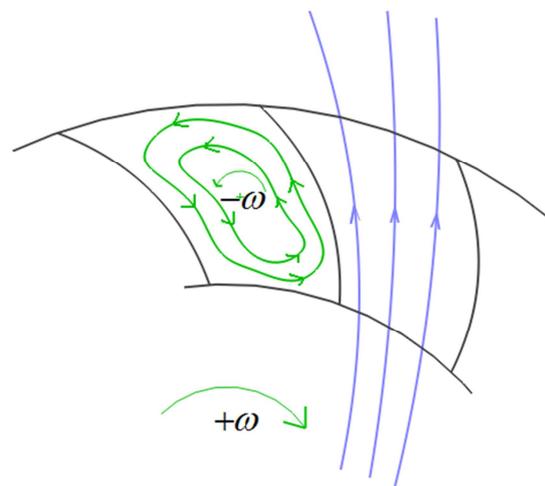
$$\boxed{\tan \beta_{1,opt} = \tan \beta_{1,p} \frac{A_1}{A'_1}}$$

Fattore di scorrimento (slip-factor)

Ora spostiamo all'uscita e continuiamo la nostra analisi chiedendoci quanto sarà la deviazione della corrente rispetto la pala. Nelle macchine assiali questa era piccola e abbastanza costante al variare delle condizioni di flusso. Ora sarà di $15-20^\circ$ perchè nella macchina radiale abbiamo l'effetto delle forze centrifughe. Questo discorso ci introduce alla definizione del *fattore di scorrimento* che definisce questa deviazione e ci fornisce delle correlazioni per calcolarla.

Consideriamo un compressore centrifugo ed immaginiamo che il flusso che attraversa la macchina sia costituito dalla sovrapposizione di due flussi:

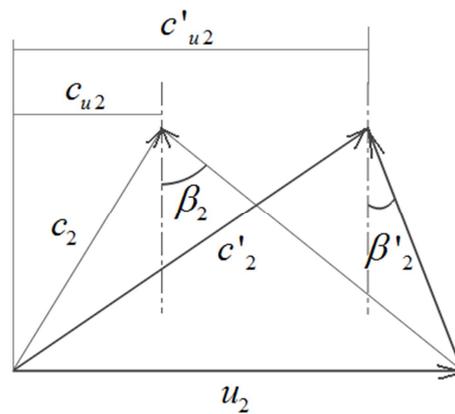
- *Flusso di attraversamento* : le linee di corrente seguono la geometria della pala
- *Vortice interpalaire* : il vortice ha la stessa intensità ma verso opposto a ω .



Questo tipo di vorticità esiste anche in una macchina assiale solo che si esercita in direzione ortogonale alle linee di corrente mentre in questo caso è l'asse del vortice ad essere ortogonale (sono contenuti nello stesso piano).

Il flusso assoluto dei canali di una girante radiale è in rotazione. La corrente assoluta che attraversa la girante è irrotazionale e quindi non può esserlo anche la corrente relativa. Infatti il legame tra corrente assoluta e corrente relativa è costituito da questo vortice di velocità angolare nota.

Possiamo vedere qual'è l'effetto di questi vortici sui triangoli di velocità. Consideriamo il triangolo di una pala rovescia



Il triangolo con l'apice ' è quello che immaginiamo di avere in assenza del vortice interpalare. Possiamo ipotizzare che

$$\beta'_2 = \beta_{2p}$$

In corrispondenza della sezione d'uscita il vortice introduce una componente di velocità che si oppone al verso della c_u quindi il risultato è una riduzione del suo valore (a parità di velocità periferica).

Quindi in uscita abbiamo due triangoli di velocità:

- Quello effettivo (senza pedici)
- Uno ideale (abbiamo $\beta'_2 = \beta_{2p}$)

Vogliamo trovare dei criteri di calcolo che ci consentano di determinare la differenza tra β'_2 e β_2 e tra le velocità c'_{u2} e c_{u2} . Infatti c_{u2} ci dà il lavoro. Con questa descrizione non stiamo parlando di perdite e quindi questo discorso lo possiamo fare per un flusso isoentropico privo di perdite. Quindi se voglio avere con una macchina radiale un β_2 dovrò fare una pala con angolo β'_2 .

Slip-factor

$$\sigma = \frac{c_{u2}}{c'_{u2}}$$

Oppure

$$\mu = \frac{c'_{u2} - c_{u2}}{c'_{u2}}$$

Velocità di scorrimento

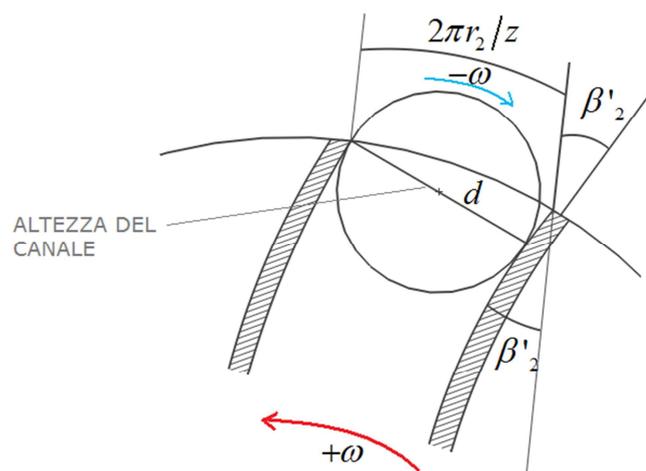
$$c_{us} = c'_{u2} - c_{u2}$$

Esistono diverse correlazioni per il calcolo di queste quantità che derivano da esperimenti fatte su pompe o compressori. Le più usate sono:

- 1) STODOLA
- 2) BUSEMANN
- 3) STANITZ
- 4) PFLENDERER
- 5) WHITFIELD-(STANITZ)

Correlazione di Stodola

L'unica che si basa su una modellazione del fenomeno con una rappresentazione molto semplificata. Le altre correlazioni per il modo in cui sono ottenute non sono così semplici. Infatti derivano da una serie di sperimentazioni fisiche numeriche.



Stodola dice di considerare la sezione finale della macchina e troviamo l'altezza del canale (distanza tra il punto sul bordo d'uscita e la superficie della pala successiva). Il vortice interpalare avrà intensità ω e diametro pari a d .

Partendo da questa considerazione ne deriva che il valore della velocità di scorrimento è

$$c_{us} = \omega \frac{d}{2}$$

Questa è la correlazione di Stodola. Abbiamo che

$$d \equiv \left(\frac{2\pi r_2}{z} \right) \cos \beta'_2$$

dove z è il numero di pale.

Ricordiamo poi che

$$\omega = \frac{u_2}{r_2}$$

Quindi sostituendo

$$c_{us} = \frac{u_2 \pi \cos \beta'_2}{z}$$

Possiamo passare allora alla definizione dello slip-factor

$$\sigma = \frac{c_{u2}}{c'_{u2}} = \frac{c'_{u2} - c_{us}}{c'_{u2}} = 1 - \frac{c_{us}}{c'_{u2}}$$

Essendo, dal triangolo di velocità

$$c'_{u2} = u_2 - c_{m2} \tan \beta'_2$$

e la cifra di flusso in uscita

$$\phi_2 = \frac{c_{m2}}{u_2}$$

Otteniamo

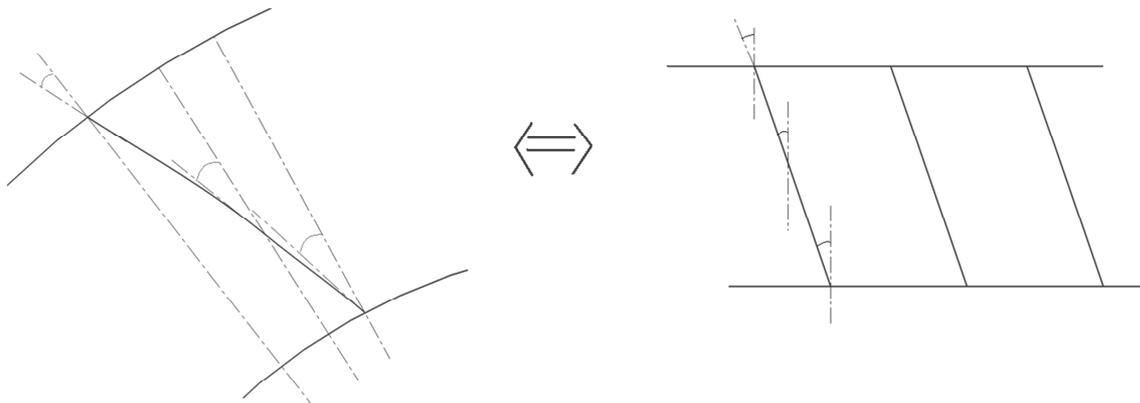
$$\sigma = 1 - \frac{\left(\frac{\pi}{z} \right) \cos \beta'_2}{1 - \phi_2 \tan \beta'_2}$$

Correlazione di Busemann

Questa correlazione si basa su una serie di analisi numeriche. Si trovano le soluzioni numeriche esatte di flussi aviscosi ed incomprimibili guidati da pale bidimensionali a *spirale logaritmica* cioè sono state considerate delle pale che hanno β'_2 costante in ogni punto. Questo perchè:

- Le pale di macchine centrifughe (in particolare per le pompe) sono state realizzate con la spirale logaritmica;
- (motivo matematico) Busemann applica il principio delle trasformate conformi tra flussi tra flussi piani e flussi radiali. Quindi da una schiera piana si passa ad una stella di pale. La forma della pala corrispondente alla spirale logaritmica in una schiera piana è un profilo rettilineo.

Se consideriamo delle pale a spirale logaritmica (in cui l'angolo di flusso è costante)



Sfruttando matematicamente questa proprietà si giunge alla definizione dello slip-factor:

$$\sigma = \frac{(A - B\phi_2 \tan \beta'_2)}{(1 - \phi_2 \tan \beta'_2)}$$

A e B sono funzioni di

$$A, B = f\left(\frac{r_2}{r_1}, \beta'_2, z\right)$$

A, B non dipendono da $\frac{r_2}{r_1}$ se:

$$\frac{r_2}{r_1} > e^{\left(\frac{2\pi \cos \beta'_2}{z}\right)}$$

In questo caso

$$B \approx 1$$

$$A = f(\beta'_2, z)$$

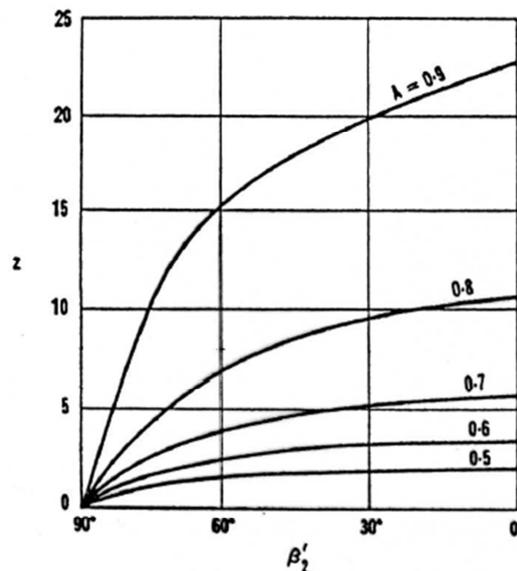


FIG. 7.10. Head correction factors for centrifugal impellers (adapted from Csanady⁽¹⁰⁾).

Soffermiamoci sulla

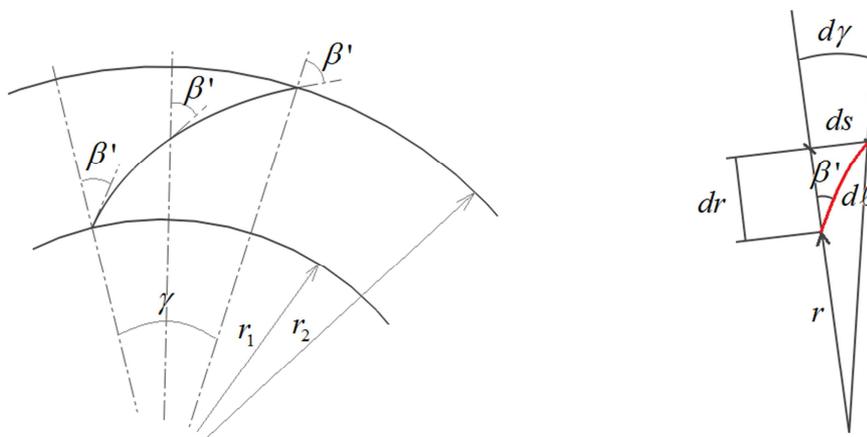
$$\frac{r_2}{r_1} > e^{\left(\frac{2\pi \cos \beta'_2}{z}\right)}$$

Questa condizione diventa più comprensibile se la traduciamo in questi termini cioè considerando la solidità equivalente

$$\left(\frac{\ell}{s}\right)_{eq} > 1$$

Se osserviamo la schiera piana non abbiamo nessun dubbio sulla definizione di solidità. Invece passando alle pale a spirale logaritmica per definire la solidità è un pò complessa perchè non è chiaro quale passo bisogna considerare. Allora bisogna definire la solidità equivalente.

Proprietà della spirale logaritmica



Consideriamo un elementino infinitesimo della pala con sviluppo radiale dr e sviluppo circonferenziale ds . Troviamo le seguenti grandezze:

a) Valore angolo al centro

$$\gamma = \int_{r_1}^{r_2} d\gamma = \int_{r_1}^{r_2} \frac{ds}{r} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr \tan \beta'}{r} = \tan \beta' \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \tan \beta' [\ln r]_{r_1}^{r_2}$$

$$\boxed{\gamma = \tan \beta' \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}$$

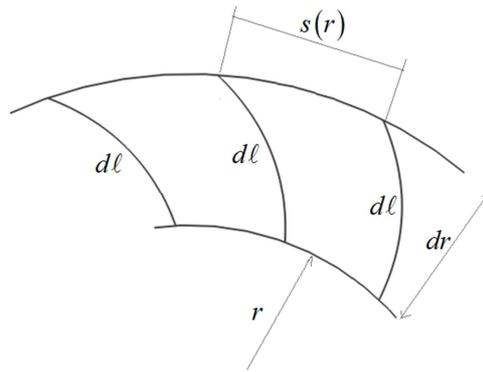
b) Lunghezza della pala

$$\ell = \int_{r_1}^{r_2} d\ell = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\cos \beta'} = \frac{1}{\cos \beta'} [dr]_{r_1}^{r_2}$$

$$\boxed{\ell = \frac{r_2 - r_1}{\cos \beta'}}$$

c) Solidità equivalente

$$d\sigma = \frac{d\ell}{s(r)} = \frac{dr \cdot z}{\cos \beta' \cdot 2\pi r}$$



$$\sigma_{eq} = \int_{r_1}^{r_2} d\sigma = \frac{z}{2\pi \cos \beta'} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$\sigma_{eq} = \frac{z}{2\pi \cos \beta'} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)$$

d) Passo (pitch) equivalente

$$\sigma_{eq} = \frac{\ell}{s_{eq}}$$

$$s_{eq} = \frac{\ell}{\sigma_{eq}} = \frac{2\pi(r_2 - r_1)}{z \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}$$

Correlazione di Stanitz

Stanitz effettua una serie di calcoli applicando il classico metodo del rilassamento alla risoluzione di flussi a potenziale. Considera 8 geometrie con valore dell'angolo di uscita palare compreso tra 0° e 45° .

Trova che la velocità di scorrimento

$$c_{us} = 0,63 \cdot u_2 \cdot \frac{\pi}{z}$$

Cioè la velocità di scorrimento è indipendente da β'_2 . Seguendo poi una procedura analoga a quella usata per Stodola per passare da c_{us} a σ troviamo

$$\sigma = 1 - \frac{0,63 \frac{\pi}{z}}{1 - \phi_2 \tan \beta'_2}$$

Un altro risultato che ottiene è che la comprimibilità del fluido non influenza il valore dello slip-factor.

Un'espressione che si trova in letteratura è

$$\sigma = 1 - 0,63 \frac{\pi}{z}$$

che vale solo se $\beta'_2 = 0$ cioè solo se le pale sono radiali. Talvolta viene utilizzata anche per pale non radiali ma questo è sbagliato.

Confronto tra Stodola, Busemann e Stanitz

Possono essere applicate:

- Stodola e Busemann danno risultati molto vicini (tra loro e con la realtà) per angoli palari tra $50-70^\circ$ e numero di pale $z > 6$.
- Per pale radiali si ottengono ottimi risultati con Stanitz
- Negli altri casi è consigliato usare Busemann

15% - 20% -30% riduzione rispetto il caso con numero infinito di pale (?).

Correlazione di Pfleiderer

Questa è tipica delle pompe. Facciamo la differenza tra la prevalenza teorica relativa ad un numero infinito di pale (con flusso aviscoso) e la prevalenza teorica della macchina con numero finito di pale (con flusso aviscoso). Questa è pari a

$$H_{th\infty} - H_{th} = c_p H_{th}$$

c_p è il coefficiente di Pfleiderer. È come avere

$$gH_{th\infty} = u_2 c'_{u2}$$

$$gH_{th} = u_2 c_{u2}$$

Quindi raccogliendo

$$H_{th\infty} = H_{th} (1 + c_p)$$

In termini di slip-factor

$$\sigma = \frac{H_{th}}{H_{th\infty}} = \frac{1}{1 + c_p}$$

Devo definire c_p . Questo è dato dalla seguente espressione

$$c_p = \psi \frac{r_2^2}{z \cdot M} = 0,25 \div 0,35$$

ψ è un coefficiente numerico che dipende dalla geometria della macchina. Per valori piccoli di ω_s (macchina decisamente radiale con alta prevalenza e piccola portata) e per

$$\frac{d_2}{d_1} \geq 2$$

abbiamo

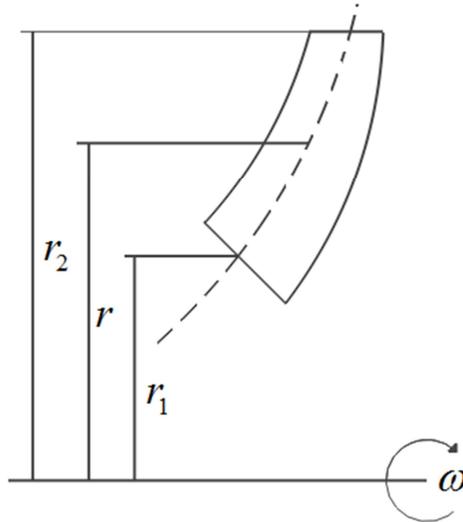
$$\psi = (0,55 \div 0,68) + 0,6 \cos \beta'_2$$

Per valori di ω_s alti o in altre parole

$$\frac{d_2}{d_1} < 2$$

$$\psi = (1,0 \div 1,2) + (1 + \cos \beta'_2) \frac{r_1}{r_2}$$

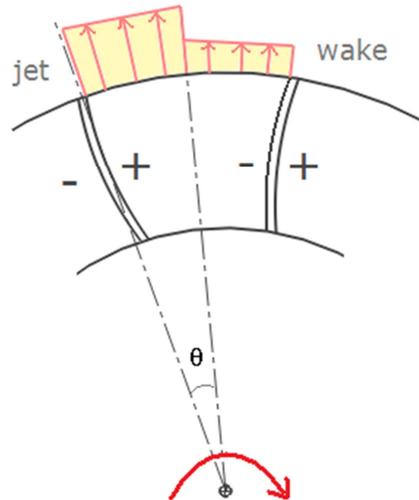
Per quanto riguarda M è il momento statico della linea di corrente media rispetto l'asse di rotazione. Consideriamo la sezione meridiana



$$M = \int_{r_1}^{r_2} r dr \approx \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2)$$

Correlazione di Whitfield-Stanitz

In tutte le correlazioni non si considera che il flusso potrebbe essere fortemente separato.



La struttura della correlazione vale per pale radiali. Per pale radiali abbiamo

$$\sigma = 1 - 0,63 \cdot k_s \cdot \frac{\theta}{2}$$

θ è l'angolo al centro del getto nella sezione d'uscita (la correlazione diventa quella di Stanitz nel caso in cui θ corrisponde al passo angolare); k_s è un fattore sperimentale pari a circa 2,5.

Per definire θ bisogna introdurre un altro concetto. Possiamo chiederci quando il flusso si separa. Il flusso non si separerà se il grado di diffusione della corrente relativa non è eccessivo. Possiamo allora definire il fattore di diffusione della corrente relativa

$$DR = \frac{w_{1s}}{w_2} \approx 1,6$$

w_{1s} è la velocità relativa all'ingresso all'apice della pala. Se il rapporto di diffusione è minore di 1,6 tipicamente non separa mentre se è maggiore tipicamente separa. Questo però dipende dal numero di pale. Infatti se ho tante pale separerà più difficilmente. Allora per applicare questa correlazione bisogna fare un calcolo di tipo iterativo.

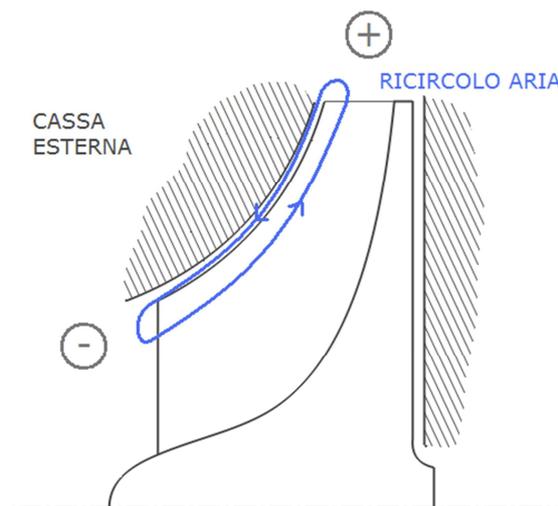
Si parte di un valore θ di prima approssimazione, si calcola lo slip-factor e con questo i triangoli di velocità. I triangoli di velocità li calcoliamo imponendo un valore di DR . Noto w_2 ed imponendo σ si trova il triangolo di velocità in uscita.

Questo avrà una componente di velocità meridiana. Se moltiplico la velocità meridiana per la densità trova la sezione di deflusso necessaria. Confronto questa sezione di deflusso con quella geometrica (potrà essere $< = >$). Posso cioè dire

$$\theta = \frac{2\pi}{z}$$

Se $h_o = h_o$ avuto fortuna perchè vuol dire che non separo. Se è $<$ allora vuol dire che separo. Se $h_o >$ vuol dire che la pala diffonde di meno.

Calcolo delle dissipazioni di energia nella girante di compressori centrifughi



Le pale delle macchine radiali non riconducibili a schiere quindi non sono disponibili librerie di dati sperimentali e quindi bisogna utilizzare le correlazioni.

Possiamo classificare queste dissipazioni:

- a) perdite "interne"
 - per attrito
 - per diffusione e carico palare
 - per giochi (figura): il gioco comporta due cose. Il flusso che si ha sul piano ortogonale alla pala in quanto da un lato abbiamo pressione più alta e dall'altro pressione più bassa. Questo flusso è una dissipazione di energia.
 - per onde d'urto

b) perdite "esterne"

- per attrito sul disco (sulla superficie a destra in figura)
- per ricircolazione: dovute sempre al gioco. Abbiamo anche un flusso che costituisce il ricircolo d'aria.

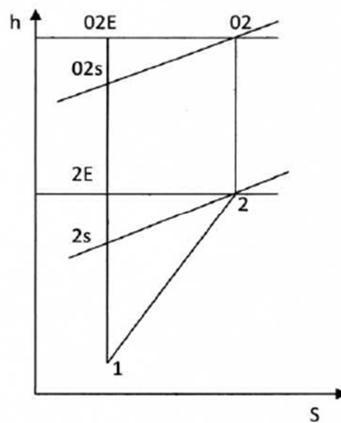
Formulare significa come utilizzare i diversi modelli per trovare il numero che mi quantifica la perdita. Le diverse voci di perdita possono essere quantificate mediante un coefficiente di perdita Δq di entalpia di ristagno relativa

$$h'_0 = h + \frac{w^2}{2}$$

adimensionalizzata per mezzo del quadrato della velocità periferica massima, cioè

$$\Delta q = \frac{h'_{02} - h'_{02s}}{u_2^2} \quad (1)$$

Nel diagramma mancano gli apici.



la (1) può anche essere scritta in un altro modo. Osserviamo il diagramma e vediamo che possiamo definire la grandezza 02E cioè il punto finale di una trasformazione isoentropica a parità di entalpia finale. Allora abbiamo

$$h'_{02} = h'_{02E}$$

$$\Delta q \cdot u_2^2 = h'_{02} \cdot \left(1 - \frac{h'_{02s}}{h'_{02E}} \right) = h'_{02} \cdot \left(1 - \sigma^{\frac{k-1}{k}} \right) \quad (2)$$

Dove

$$\sigma = e^{-\frac{\Delta s}{R}}$$

σ è la funzione di incremento di entropia. Consideriamo il processo isoentropico 01-02E. Possiamo applicare il primo principio della termodinamica

$$Tds = dh - \frac{dp}{\rho}$$

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

Se questa espressione la ripetiamo sulla trasformazione isoentropica abbiamo

$$s_{01} - s_{02E} = c_p \ln\left(\frac{T_{01}}{T_{02E}}\right) + R \ln\left(\frac{p_{02E}}{p_{01}}\right) = 0$$

Consideriamo il processo non isoentropico 01-02

$$s_{01} - s_{02} = c_p \ln\left(\frac{T_{01}}{T_{02}}\right) + R \ln\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right) = 0$$

Sottraendo la prima dalla seconda e ricordando che

$$T_{02} = T_{02E}$$

$$s_1 - s_2 = R \ln\left(\frac{p_{02}}{p_{02E}}\right)$$

Quindi

$$\boxed{\frac{p_{02}}{p_{02E}} = e^{-\frac{\Delta s}{R}} = \sigma}$$

σ non è lo slip-factor e non è la solidità.

Poi essendo

$$\frac{h_{02s}}{h_{02E}} = \frac{T_{02s}}{T_{02E}} = \left(\frac{p_{02}}{p_{02E}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \sigma^{\frac{k-1}{k}}$$

Abbiamo delle correlazioni che ci consentono di determinare il Δq relativo ad ogni singola perdita. Si definisce un coefficiente di perdita il cui principio è quello di interpretare il canale palare come un canale percorso da una corrente con un diametro idraulico equivalente della geometria effettiva percorsa da una corrente di determinata viscosità.

Per quanto riguarda le perdite per diffusione palare abbiamo una formula che si basa sul correlare l'entità della perdita all'entità della diffusione della corrente relativa.

Possiamo poi calcolare le perdite in condizioni di fuori progetto. In condizioni di progetto non ci deve essere variazione della componente tangenziale della velocità assoluta. In condizioni di fuori progetto cambia la perdita in ingresso.

- *Perdite per attrito*

L'idea è quella di assimilare il canale palare ad un canale di diametro idraulico equivalente ed applicare a questo un coefficiente di attrito.

- *Perdite per diffusione*

Sono definite in base al fattore di diffusione

- *Perdite per gioco*

Abbiamo un'espressione che deriva da una rapida contrazione seguita da una rapida espansione.

- *Perdite per onde d'urto*

Non si può dire nulla di generale.

- *Perdite per attrito sul disco*

Si utilizza una correlazione classica.

Applicando queste correlazioni e ricordandoci che abbiamo trovato la definizione di incidenza ottimale e della deviazione allo scarico siamo in grado di avere le prestazioni della macchina nelle condizioni di design.

Quando la macchina si allontana da queste condizioni la differenza principale è che si aggiunge una perdita in più: perdita per incidenza in ingresso. Questa è dovuta al rindirizzamento della corrente. Le dissipazioni di energia trattate successivamente avvengono nel passaggio tra una sezione immediatamente a monte ed una immediatamente a valle rispettivamente del bordo di ingresso e

del bordo d'uscita delle pale giranti e quindi sono, in un certo senso, "esterne" alla girante stessa. Esse vanno comunque attribuiti alla girante nella valutazione del suo rendimento.

- *Perdite per incidenza fuori progetto*

La dissipazione di energia per incidenza fuori progetto viene usualmente correlata alla componente di velocità relativa perpendicolare alla direzione "ottimale" che essa avrebbe in condizioni di design. Tale componente si calcola con la relazione

$$w_L = w_1 \cdot \text{sen}(|\beta_1 - \beta_{1opt}|)$$

La corrispondente perdita di entalpia, secondo Galvas è

$$\Delta h'_{oi} = \frac{w_L^2}{2}$$

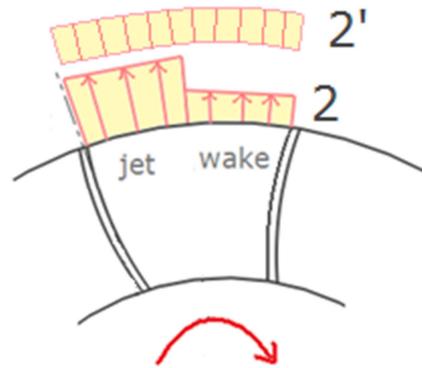
Mentre secondo altri

$$\Delta h'_{oi} = k \cdot \frac{w_L^2}{2}$$

Dove k può variare tra 0.5 e 0.7

- *Perdita per miscelazione del flusso separato*

Ricordiamo che a valle della girante possiamo avere una situazione di flusso separato (getto-scia). Abbiamo una situazione di flusso periodico e separato che si ripete per ogni canale palare. Con un certo processo si misceleranno tra loro e con i canali adiacenti dando alla fine un flusso assial-simmetrico. Noi facciamo la seguente ipotesi: indichiamo con il pedice 2 tutte le grandezze relative alla sezione immediatamente a monte dell'uscita (flusso separato) e con 2' tutte le grandezze relative alla sezione in cui il flusso è assial-simmetrico (uniforme):



Supponiamo per semplicità che questa miscelazione avvenga sempre sul raggio r_2 per cui le due sezioni 2 e 2' siano vicine. La realtà sarà diversa. Supponiamo di conoscere l'apertura angolare del getto e di avere i valori della portata di massa del getto e della scia. Introduciamo il rapporto

$$\delta = \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}}$$

$$\dot{m} = \dot{m}_j + \dot{m}_w$$

Le equazioni di conservazione assumono la forma:

equazione dell'energia (dà la temperatura di ristagno a valle della miscelazione)

$$T_{02'} = (1 - \delta)T_{02j} + \delta T_{02w}$$

equazione della quantità di moto tangenziale (consente di calcolare la componente tangenziale di velocità)

$$c_{u'2} = (1 - \delta)c_{u2j} + \delta c_{u2w}$$

equazione della quantità di moto radiale

$$(p_{2j} \cdot A_j + p_{2w} \cdot A_w) - p_{2'} \cdot A_{2'} = \dot{m} \cdot c_{m2} - \dot{m}_j \cdot c_{m2j} - \dot{m}_w \cdot c_{m2w}$$

che può essere elaborata per mettere in evidenza la pressione sulla sezione d'uscita

$$p_{2'} = \frac{p_{2j}}{A_j} (A_j + A_w) + \frac{\dot{m}}{A_{2'}} \cdot \left[(1 - \delta) \cdot c_{m_{2j}} + \delta \cdot c_{m_{2w}} - c_{m_{2'}} \right]$$

equazione di continuità

$$\dot{m} = \rho_{2'} \cdot A_{2'} \cdot c_{m_{2'}} = \frac{p_{2'} \cdot A_{2'} \cdot c_{m_{2'}}}{RT_{2'}}$$

Ricordando il legame tra la temperatura statica e la temperatura di ristagno

$$T_{2'} = T_{02'} - \frac{c_{2'}^2}{2c_p} = T_{02'} - \frac{(k-1)c_{2'}^2}{2kR}$$

$$c_{2'}^2 = c_{m_{2'}}^2 + c_{u_{2'}}^2$$

Sostituendo tutto si ottiene

$$\frac{\dot{m}}{A_{2'}} = \frac{p_{2'} \cdot c_{m_{2'}}}{R \left\{ T_{02'} - \left[\frac{(k-1)}{(2kR)} \right] \cdot (c_{m_{2'}}^2 + c_{u_{2'}}^2) \right\}}$$

Abbiamo un sistema di due equazioni (quelle nel riquadro).

Applicando questi criteri è possibile realizzare dei programmi di calcolo che consentono di far vedere le prestazioni attese del compressore prima di procedere alla progettazione finale.

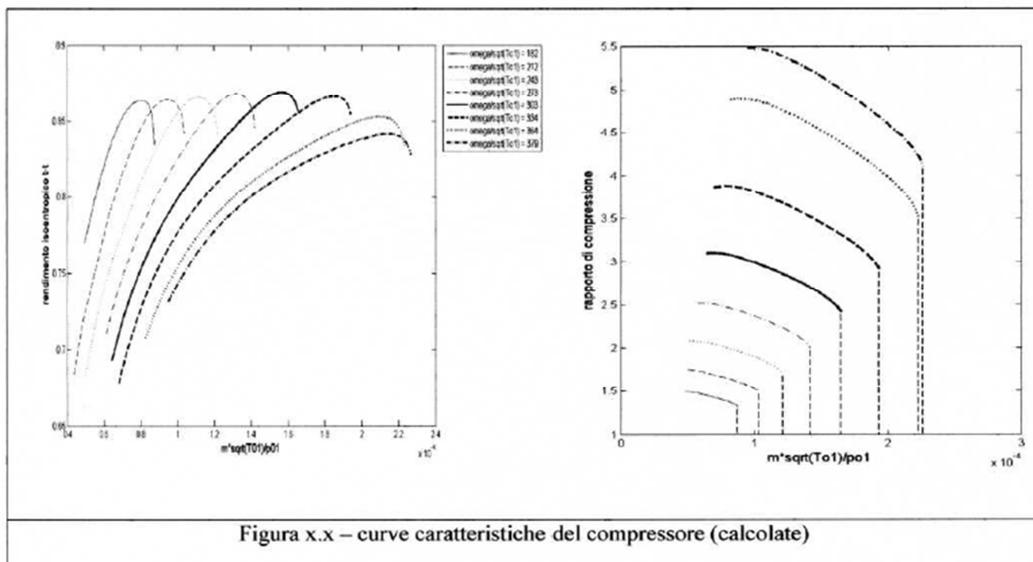


Figura x.x – curve caratteristiche del compressore (calcolate)

Queste curve sono riferite ad un compressore. Abbiamo l'andamento del rendimento isoentropico e le diverse curve rapporto di compressione in funzione della portata di massa. Queste curve sul lato destro sono interrotte là dove interviene la condizione di stallo.

Scelta del numero di pale

Il numero di pale non è una scelta particolarmente critica (lo è meno rispetto una macchina assiale). A seconda delle dimensioni dei compressori il numero di pale varia tra

$$8 \div 24$$

Con il numero di pale più alto si cerca di limitare la separazione ma aumentano le perdite. Spesso si ricorre alla realizzazione dell'inducer con metà pala.

Il criterio per la scelta potrebbe essere:

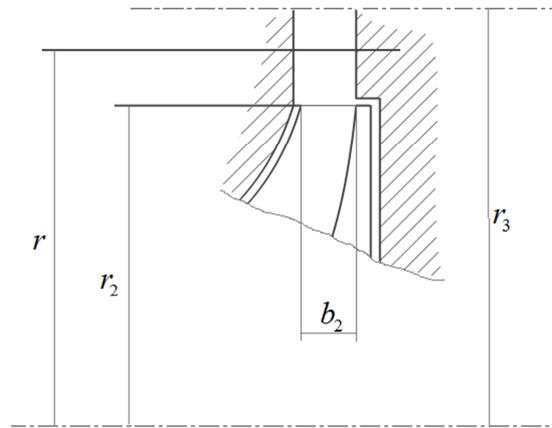
- Imporre un valore ragionevole allo slip-factor (0,8)
- Se abbiamo delle pale riconducibili a trasformate conformi di schiere piane si adotta valori dell'inverso della solidità equivalente compresi tra 0.35 e 0.45
- Si può fare riferimento al criterio per il numero minimo di pale per le turbine radiali.

Diffusore

I diffusori possono essere:

- Palettati
- Non palettati

In ogni caso in un compressore centrifugo ci sarà a valle della girante un diffusore non palettato nel quale la corrente deve uniformarsi e bisogna fare in modo che il numero di Mach della corrente si abbassi ad un valore accettabile per l'ingresso in un eventuale successivo diffusore palettato.

Diffusore non palettato

Indichiamo con r il raggio di una generica sezione del diffusore. Appliciamo l'equazione di conservazione e quindi per quanto riguarda la continuità possiamo scrivere

$$2\pi r_2 b_2 \rho_2 c_{m2} = 2\pi r b \rho c_m$$

$$c_m = c_{m2} \frac{r_2 b_2 \rho_2}{r b \rho}$$

Supponiamo che il fluido sia incomprimibile

$$\rho \approx \rho_2 = \text{cost}$$

e di voler realizzare un diffusore a pareti parallele

$$b_2 \approx b = \text{cost}$$

La relazione precedente diventa

$$c_m = c_{m2} \frac{r_2}{r}$$

Quindi

$$c_m > c_{m2}$$

Consideriamo il flusso aviscoso e consideriamo la conservazione del momento di quantità di moto in direzione tangenziale

$$c_{u2} \cdot r_2 = c_u \cdot r$$

In queste condizioni la componente tangenziale della velocità cambierà con la legge del vortice libero. Questo significa che la velocità

$$c_u = c_{u2} \cdot \frac{r_2}{r}$$

Se vale

$$c_m = c_{m2} \frac{r_2}{r}$$

ed il fluido è aviscoso

$$c_u = c_{u2} \cdot \frac{r_2}{r}$$

c_m e c_u diminuiscono (effetto della diffusione), inoltre l'angolo di inclinazione della corrente rimane costante cioè

$$\tan \alpha = \frac{c_u}{c_m} = \text{cost}$$

Quindi in queste condizioni la traiettoria è una spirale logaritmica. Questa interessante proprietà è stata ottenuta sotto interessanti ipotesi. Possiamo vedere cosa succede quando queste ipotesi non sono sostenibili.

Flusso aviscoso: questa non c'è mai. Abbiamo un flusso viscoso dal punto di vista dell'andamento della traiettoria non cambia molto perché l'attrito andrà ad incidere sia sulla componente della velocità radiale che su quella tangenziale. Il calcolo formalmente esatto dell'andamento della corrente nel diffusore in presenza di attrito può essere affrontato introducendo un coefficiente d'attrito fluido-parete.

$\rho = \text{cost}$. Se ci sono forti variazioni di pressione ci saranno variazioni di densità. L'effetto è che, mano a mano che il fluido evolve nel diffusore, la sua pressione aumenta quindi aumenta la sua densità. Questo significa che la velocità meridiana sul raggio generico c_m risulterà essere inferiore al valore che avremmo nell'ipotesi di $\rho = \text{cost}$. Quindi la traiettoria si scosta dall'andamento a spirale logaritmica e la curva tende a diventare sempre più schiacciata. Questo fatto è negativo e pericoloso perché la linea di corrente che esce dalla girante tende a diventare tangenziale. Quando questa linea diventa troppo tangenziale si creano delle condizioni che possono portare allo stallo del diffusore cioè la corrente si chiude su se stessa. Allora bisogna intervenire sulla forma cioè si passa da diffusori a parete parallele a diffusori con pareti convergenti.

In questo modo riusciamo a compensare la riduzione di c_m dovuta all'aumento di densità facendo accelerare la componente meridiana e mantenendo la spirale logaritmica.

La dimensione di un diffusore non palettato è limitata dall'aumento della perdita di attrito. Un criterio è quello di far in modo che

$$\frac{r_3}{r_2} \leq 1,8$$

Bisogna ricordare che le prestazioni di questo dispositivo, sia in termini di dissipazioni di energia che in termini di valore limite dell'angolo che porta allo stallo, dipendono moltissimo dal grado di disuniformità che la corrente ha.

Diffusori palettati

Lo scopo è quello di realizzare un diffusione dell'entità richiesta con un dispositivo che sia meno ingombrante e quindi con minori perdite per attrito. Il rendimento massimo in condizioni di progetto spetta alla macchina con diffusore palettato. Tuttavia il decadimento delle prestazioni man mano che ci allontaniamo dalle condizioni di progetto sarà più rapido.

Ci sarà prima del diffusore palettato un tratto non palettato con un'ampiezza

$$0,04 D_2 \text{ (pompe)}$$

$$0,1 \div 0,2 D_2 \text{ (compressori)}$$

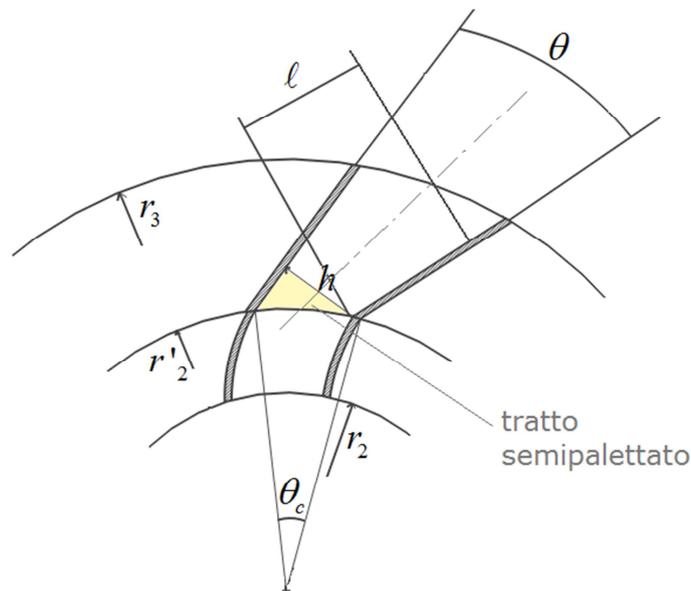
I diffusori palettati possono essere classificati a seconda della loro forma:

- Diffusori a canale:
 - { pale rettilinee
 - { diffusori a cuneo
 - { a pale curve o spessore costante
 - { cono divergente
- Diffusori a schiera:
 - { solidità standard
 - { Low Solidity Vaned Diffuser (LSVD)
 - { con più schiere in serie

Possiamo inoltre dire che non esiste un criterio che permetta di scegliere un certo diffusore. Entrambi, se ben dimensionati, funzionano bene.

In generale il numero di pale del diffusore palettato è minore del numero di pale della girante. Questo perchè ci sono problemi di rumorosità e perchè il flusso che esce dalla girante è fortemente separato e quindi è bene evitare che ci siano dei canali del diffusore che vengono investiti istante per istante solamente dalla scia. Se il numero di pale è minore il canale palare è più ampio e quindi non potrà essere attraversato in maniera esclusiva da un flusso separato.

Diffusori a canale a pale rettilinee



r_2 è il raggio all'uscita della girante; r'_2 è il raggio in corrispondenza al bordo d'ingresso della pala del diffusore; r_3 è il raggio in uscita; h è l'altezza della sezione di gola; possiamo distinguere un tratto semi palettato (in giallo) dal tratto palettato; l è la lunghezza utile di diffusore.

Il parametro geometrico di questo diffusore, oltre il rapporto dei raggi, sarà l'angolo di apertura θ che sarà pari all'angolo al centro θ_c di apertura del diffusore

$$\theta = \frac{2\pi}{z}$$

Per avere rendimenti accettabili il numero di pale deve essere alto. Perchè questo dispositivo abbia buoni rendimenti o dei buoni coefficienti di recupero di pressione l'angolo di apertura del cono dovrà essere

$$\theta < 8^\circ \div 10^\circ$$

Poichè l'angolo di apertura è uguale all'angolo al centro, volendo prendere il numero limite abbiamo

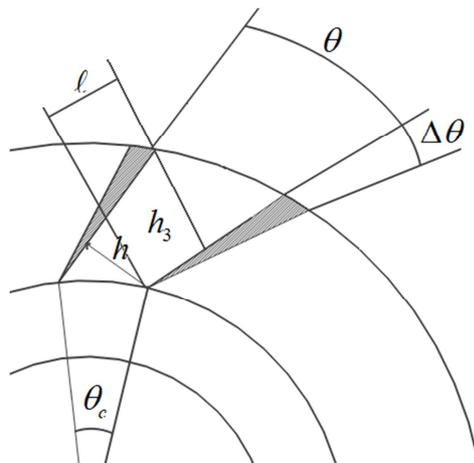
$$\theta = 10^\circ \quad \rightarrow \quad z = 36$$

Quindi è eccessivo perchè diventa molto grande la superficie bagnata e quindi la perdita per attrito. Inoltre se indichiamo con b la profondità per avere buoni rendimenti dovrà essere

$$\frac{b}{h} \approx 1$$

Quindi avere un alto numero di pale vuol dire avere piccoli valori di h , quindi avere piccoli valori di b . Inoltre non riusciamo a rispettare il fatto che il numero di pale nel diffusore deve essere minore di quelle della girante. Per questi motivi questo diffusore non si farà.

Diffusori a cuneo



Abbiamo

$$\theta = \frac{2\pi}{z} - \Delta\theta$$

Data la forma particolare della sezione dobbiamo ritenere come sezione utile quella in uscita ed l risulta minore. Diffusori di questo tipo sono molto diffusi e come caso di riferimento possiamo considerare quello in cui

$$\theta = \Delta\theta$$

Da cui risulta che il diffusore ha

18 ÷ 20 pale

Su questa geometria, quando il numero di pale è piccolo, si introduce una variante

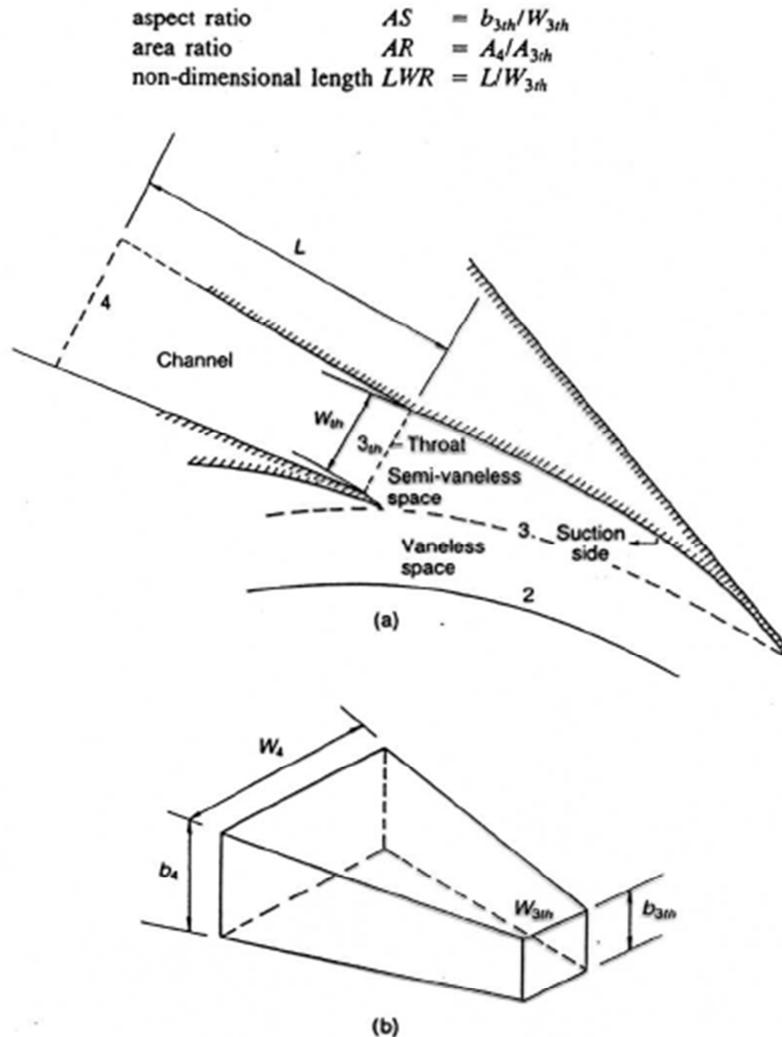


Figure 3.28 Channel diffuser

Abbiamo il tratto non palettato che talvolta può essere realizzato con un profilo curvo (anziché essere rettilineo) che potrebbe essere una spirale logaritmica. L'angolo di inclinazione della pala dovrà essere pari a quello della spirale logaritmica. Se consideriamo la sezione uniforme, nel tratto non palettato, abbiamo l'elemento fluido che realizza il suo percorso a spirale logaritmica. Nell'elemento più esterno vuole continuare il suo percorso.

Si potrebbe pensare che abbiamo un flusso con una distribuzione uniforme delle proprietà termodinamiche. Non può essere così. Infatti basta pensare che la particella fluida che entra nella sezione di coda ha seguito nel diffusore non palettato una traiettoria, poi entra nell'altra sezione e segue un'altra traiettoria

che è sensibilmente più lunga della prima. Questo significa che subisce una diffusione diversa e quindi non saranno uniformi né la velocità né la pressione.

Per la precedente geometria possiamo definire alcuni rapporti tipici di design:

- Aspect ratio : $AS = \frac{b_{3th}}{w_{3th}}$
- Area ratio : $AR = \frac{A_4}{A_{3th}}$
- Lunghezza adimensionale : $LWR = \frac{L}{w_{3th}}$

Possiamo vedere quali sono le prestazioni di questo diffusore al variare dei rapporti.

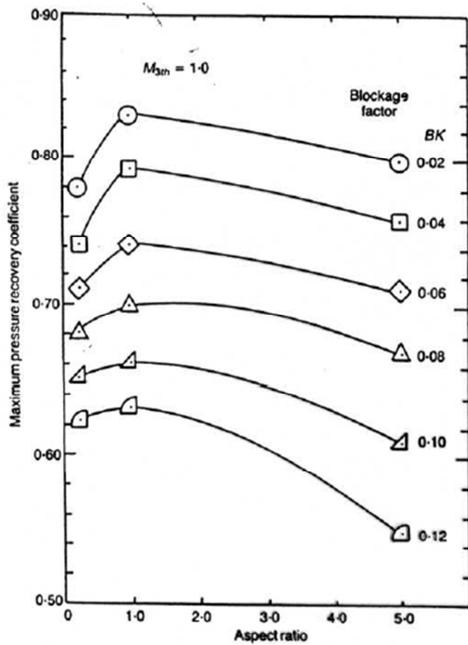


Figure 3.29 Effect of throat blockage and aspect ratio on pressure recovery coefficient (adapted from Runstadler *et al.* 1975)

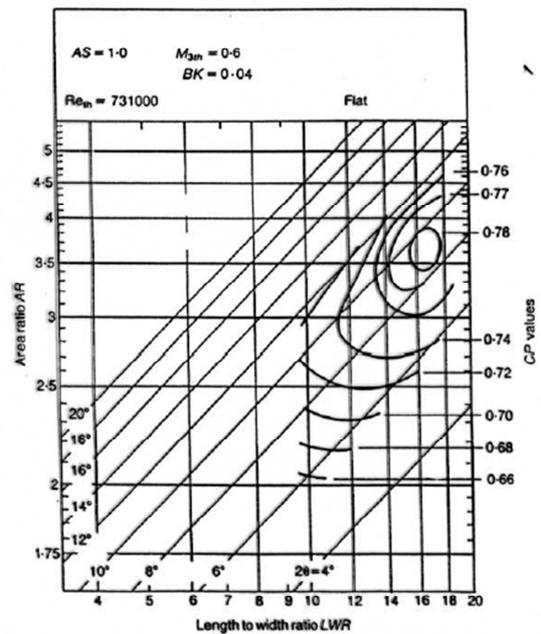


Figure 3.30 Typical diffuser performance map (adapted from Runstadler *et al.* 1975)

Abbiamo per diversi valori dell'aspect ratio e per diversi valori di BK (fattore di bloccaggio cioè lo spessore dello strato limite nella sezione di gola cioè la riduzione della sezione geometrica effettiva dovuta allo sviluppo dello strato limite massimale). Il bloccaggio dello strato limite dipenderà dalle condizioni a monte della sezione. Vediamo l'andamento del coefficiente di recupero di pressione. Mano a mano che aumenta BK il coefficiente di recupero della pressione diminuisce di molto. Inoltre possiamo vedere l'influenza dell'aspect ratio. Il punto con aspect ratio pari a 1 è quello che dà il massimo rendimento.

Nella seconda figura abbiamo una tipica mappa delle prestazioni per il diffusore.

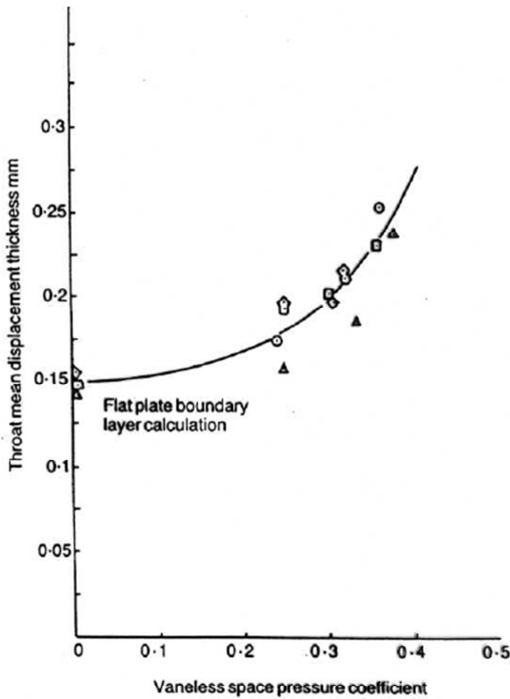


Figure 3.32 Correlation of boundary layer blockage with pressure rise to throat (adapted from Dean 1972)

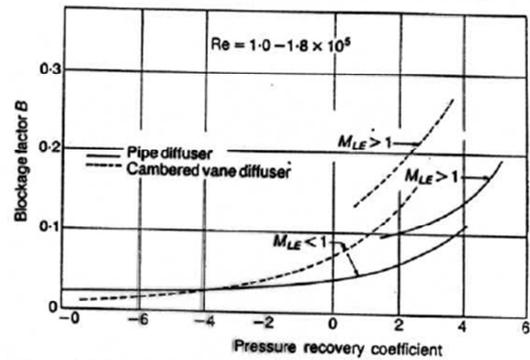


Figure 3.33 Throat blockage variation with pressure recovery coefficient for the semi-vaneless space (adapted from Kenny 1972)

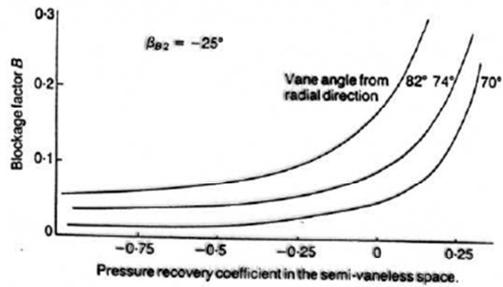
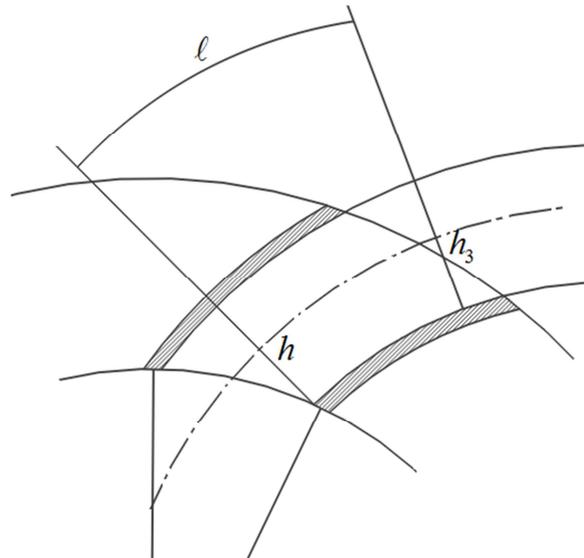


Figure 3.34 Variation of throat blockage with vane angle and pressure recovery coefficient (adapted from Conrad et al. 1980)

Abbiamo alcuni diagrammi che si riferiscono a quanto avviene nel *Vaneless space*. Se cerchiamo di aumentare il recupero di pressione nel tratto non palettato allora sarà maggiore il BK e quindi vado a penalizzare le prestazioni dell'elemento che segue. Bisogna trovare il giusto compromesso.

Diffusore a pale curve e spessore costante

Possiamo definire il semi angolo di apertura

$$\frac{\theta}{2} = \arctan \frac{S_{h3} - S_h}{2\ell}$$

$S_{h3} - S_h$ è la differenza della sezione trasversale. In questo caso il numero di pale può essere compreso tra

$$z \approx 20 \div 24$$

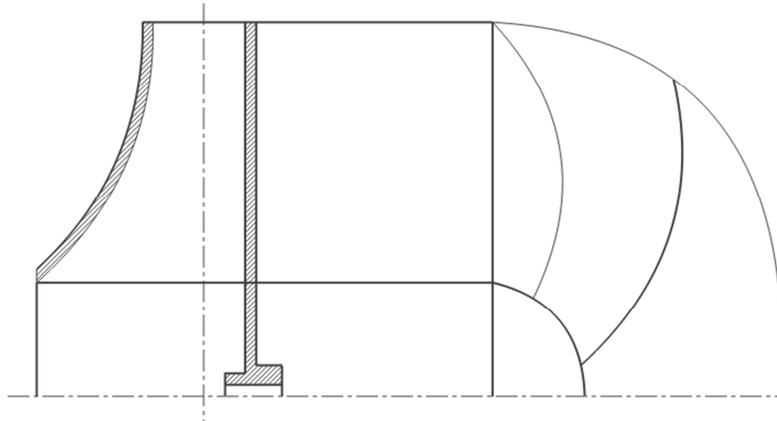
In questo caso la lunghezza varia con l'inclinazione della lunghezza. Tanto più la pala sarà inclinata tanto più grande sarà ℓ e quindi sarà minore θ . Rendo indipendente la divergenza del canale dall'angolo al centro. Allora dimezzo il numero di pale rispetto il primo caso (pale rettilinee).

Tracciamento delle pale nelle macchine radiali

Le macchine radiali hanno delle pale che non hanno la forma riconducibile ad un profilo. La geometria delle pale può essere più o meno complessa.

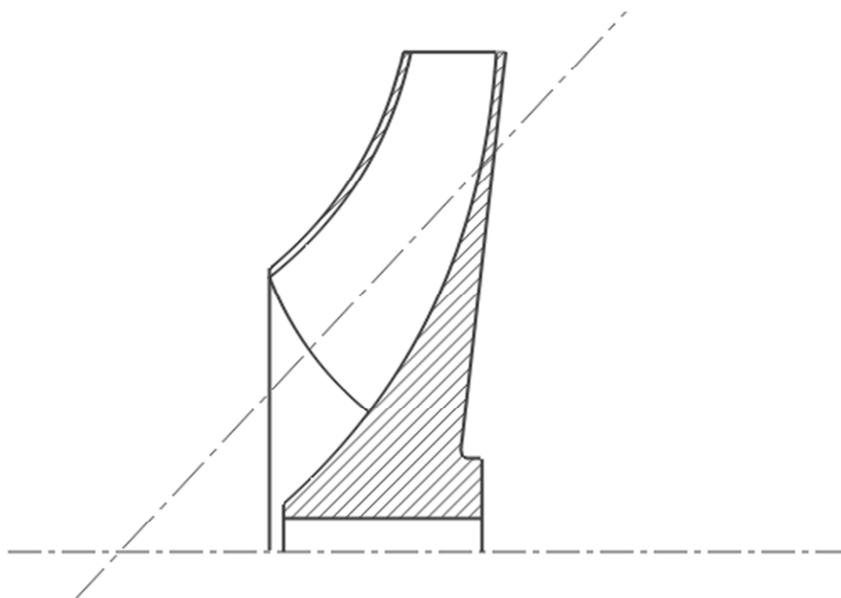
a) Pale a sviluppo bidimensionale a semplice curvatura

Potrebbero essere le pale di un diffusore palettato. Consideriamo la sezione meridiana e una sezione normale all'asse di rotazione:



b) Pala a doppia palettatura

Sono quelle più comuni e sono pale con sviluppo tridimensionale. La descrizione della geometria presenta una certa complessità. Posso combinare più serie di sezioni. Una possibilità è quella di utilizzare delle sezioni coniche:



Abbiamo diversi metodi per pale a singola curvatura:

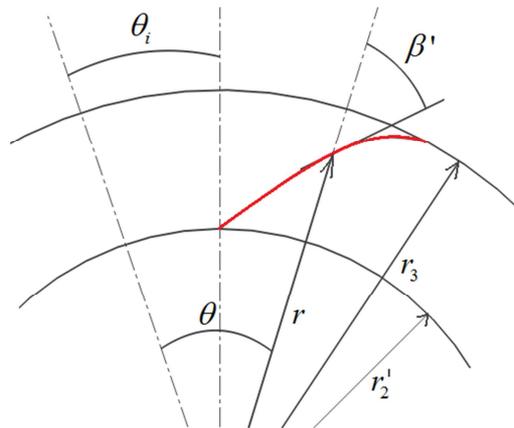
- *Metodo degli "archi di cerchio"*
Questo è molto limitativo perchè assegnati gli angoli ed i raggi in ingresso ed in uscita esiste un solo arco di cerchio e quindi non abbiamo nessuna libertà di progettazione per quanto riguarda la lunghezza della pala
- *Metodo a "più archi di cerchio"*
Possiamo utilizzare un arco di cerchio per una porzione di pala ed un'altro per un'altra porzione.
- *Metodo "punto per punto"*
Consentono di costruire il profilo per punti rispettando determinate leggi (tipo una variazione lineare dell'angolo β tra ingresso ed uscita o una determinata distribuzione di velocità).

Per le pale a doppia curvatura non si possono applicare criteri analoghi per limiti geometrici. Si possono applicare:

- *Metodo "punto per punto"*
- *Metodo "del triangolo degli errori" o rappresentazione conforme*
- *Metodo "degli sviluppi conici"*
Consiste nel realizzare un certo numero di sezioni coniche.
- *Metodo "delle curve di Bezier"*
Sono metodologie specificamente numeriche. Consentono al progettista di definire con quanti g.d.l. vuole definire la geometria.

Vediamo una semplice metodologia che può essere applicata per le pale a semplice curvatura dei diffusori. Tra le varie metodologie possiamo applicare il *metodo "delle trasformate conformi"*. Questa metodologia consente di trasferire una schiera a geometria piana ad una schiera radiale.

Partiamo dal caso della spirale logaritmica

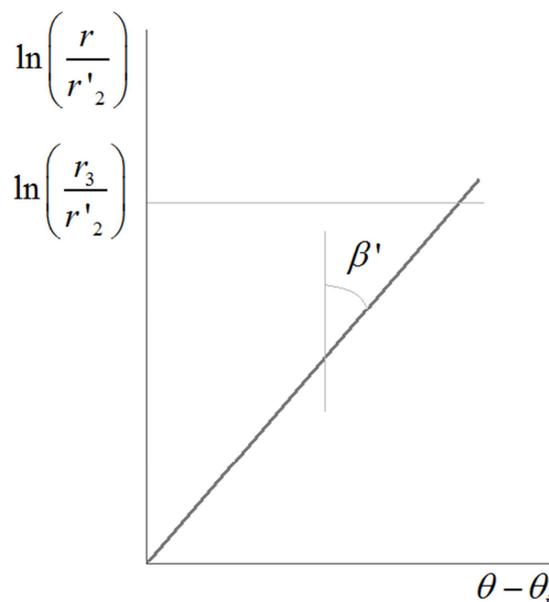


Abbiamo una pala a spirale logaritmica cioè una pala in cui l'angolo di inclinazione β' è costante al variare del raggio. Ogni punto della spirale logaritmica può essere definito in funzione del raggio e con un riferimento angolare θ che viene fissato come angolo generico. Abbiamo poi θ_i che è quello in corrispondenza al bordo d'ingresso della palettatura.

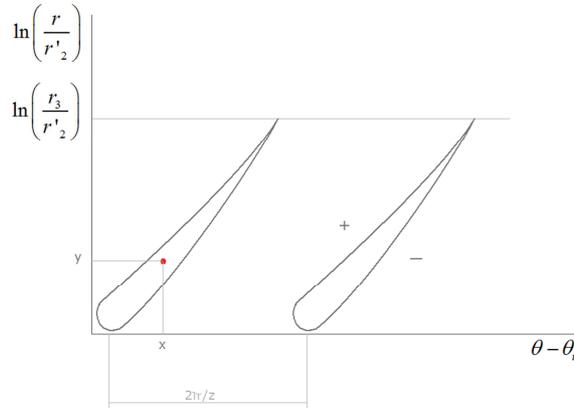
Abbiamo visto l'espressione per definire l'angolo al centro

$$\theta - \theta_i = \tan \beta' \cdot \ln \left(\frac{r}{r'_2} \right)$$

Questa espressione ci permette di passare ad una rappresentazione sul piano ortogonale nella quale in ascisse poniamo l'angolo al centro ed in ordinate mettiamo il logaritmo del rapporto r/r'_2 . Se facciamo questa operazione punto per punto



Questa è una pala rettilinea a spessore costante di una schiera piana è la trasformata conforme della pala a spirale logaritmica. Con questa impostazione possiamo descrivere anche geometrie complesse ribaldando la metodologia. Cioè partiamo da una schiera di pale sul piano



Supponiamo di voler rappresentare il punto rosso sulla schiera piana. Il punto avrà una coordinata y ed una x . Il passo sarà pari a

$$\frac{2\pi}{z}$$

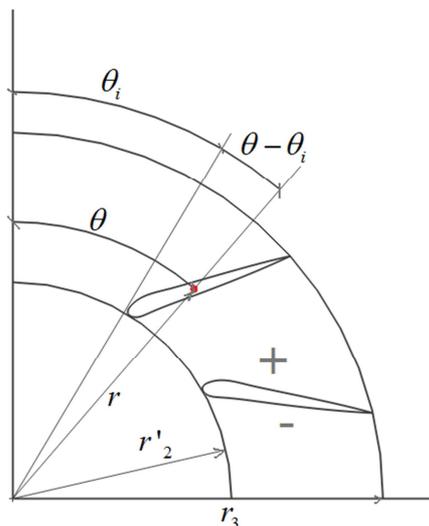
I valori delle coordinate saranno

$$x = \theta - \theta_i$$

Dalla definizione di y posso dedurre che

$$r = e^{(\ln r'_2 + y)}$$

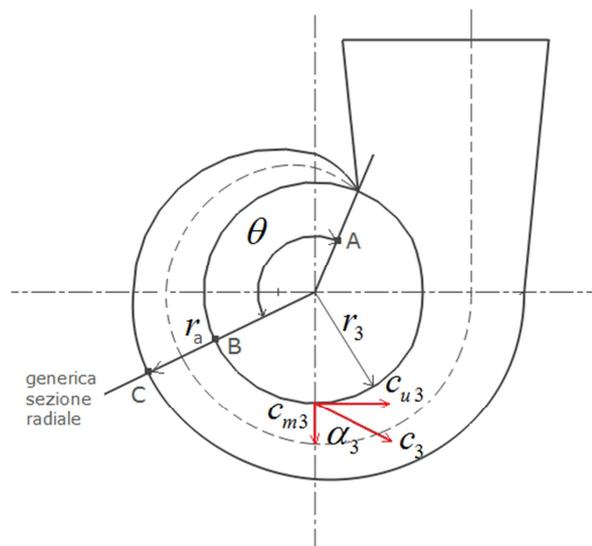
Allora posso passare da questa rappresentazione a quella sulla schiera radiale con i valori di θ e di r .



Un particolarità da segnalare è che se questo è un profilo di compressore che si muove da destra verso sinistra abbiamo un lato in pressione ed un lato in depressione. Guardando la curvatura si invertono rispetto il caso della schiera piana. Abbiamo una scambio apparente del lato in pressione ed in depressione.

Cassa (o voluta a spirale)

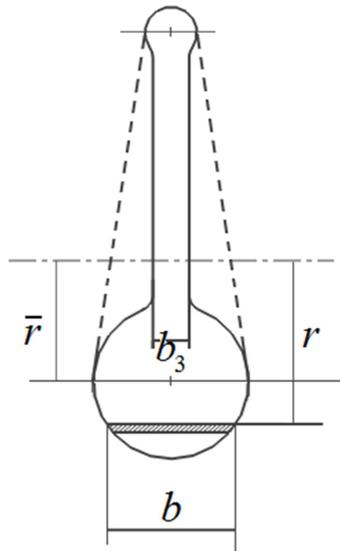
Questo organo ha lo scopo di raccogliere il flusso uscente dai 360° di sviluppo del diffusore e lo convoglia verso una sezione in crescita da cui ne deriva la forma a spirale. Ci occupiamo del flusso ideale nella voluta. Consideriamo il triangolo in uscita e indichiamo con r_3 il raggio massimo. Nella voluta le diverse sezioni radiali aumentano progressivamente. Abbiamo l'unghia della voluta a partire dalla quale si ha lo sviluppo delle sezioni. Supponiamo che il flusso che esce sia uniforme assial simmetrico. Quindi possiamo definire il triangolo di velocità in uscita in un punto qualsiasi. Allontanandosi dalle condizioni di progetto abbiamo delle perturbazioni che aumentano a valle e quindi abbiamo una distribuzione non uniforme di velocità e pressione in uscita dal diffusore influenzando le prestazioni della macchina.



Prendiamo una generica sezione radiale corrispondente al raggio r_a . Definiamo come A il punto iniziale dello sviluppo; indichiamo con B il punto di intersezione del nostro raggio generico con la circonferenza di raggio r_3 ; possiamo definire un angolo θ che ci definisce la rotazione della nostra sezione;

indichiamo con C il punto esterno della nostra sezione e con r_a il raggio corrispondente al punto C .

Facciamo una sezione secondo l'asse verticale ed immaginiamo che la voluta sia realizzata con delle sezioni trasversali circolari.



Per ognuna di queste sezioni possiamo definire il valore del raggio medio ed in corrispondenza ad un valore di raggio generico definiamo la larghezza della sezione. Allora avremo

$$b = f(r, \theta)$$

Dimensioniamo questa macchina applicando l'equazione di continuità

$$Q_{AB} = Q_{BC}$$

cioè tutta la portata entrata nella voluta lungo l'arco di circonferenza AB dovrà defluire attraverso la sezione di uscita. Questa condizione può diventare

$$\frac{r_3 \cdot b_3 \cdot \theta \cdot c_{u3}}{\operatorname{tg} \alpha_3} = \int_{r_3}^{r_a} c_u(r) b(r) dr$$

$$c_{m3} = \frac{c_{u3}}{\operatorname{tg} \alpha_3}$$

Possiamo introdurre una condizione di idealità cioè supponiamo che il fluido sia aviscoso e quindi possiamo dire che la componente tangenziale della velocità varia con la legge del vortice libero. Avremo

$$c_u = c_{u3} \cdot \frac{r_3}{r}$$

Questa espressione può essere sostituita all'interno dell'integrale per cui

$$\frac{\theta}{\operatorname{tg} \alpha_3} = \frac{1}{b_3} \int_{r_3}^{r_a} b(r) \frac{dr}{r} \quad (1)$$

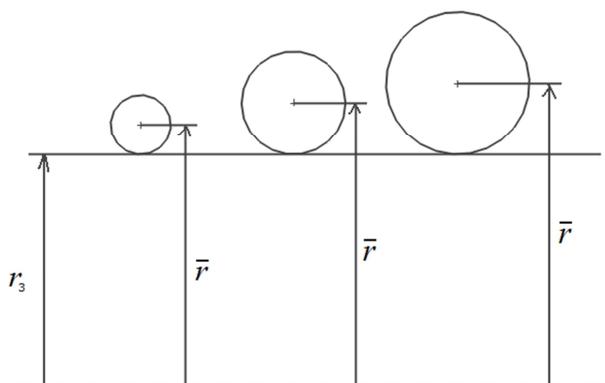
Questa è l'equazione che mi consente di dimensionare la voluta. Per poter applicare questa equazione dobbiamo conoscere la sezione $b(r)$ che deve essere calcolata caso per caso. Spesso si realizzano sezioni circolari tuttavia ci possono essere altre forme (ellittiche, trapezio,...).

La procedura prosegue secondo i seguenti passi:

- Si sceglie la forma base (ad esempio: circonferenza)
- Si sceglie un parametro che ci consente di generare una serie di sezioni (ad esempio: il raggio delle circonferenze)
- Si calcola per alcuni valori del parametro il secondo membro della (1) cioè

$$\frac{1}{b_3} \int_{r_3}^{r_a} b(r) \frac{dr}{r}$$

Supponiamo di aver deciso di voler realizzare una voluta circolare ed il parametro scelto sia il raggio della circonferenza. I tre cerchi devono essere appoggiati al raggio r_3 .



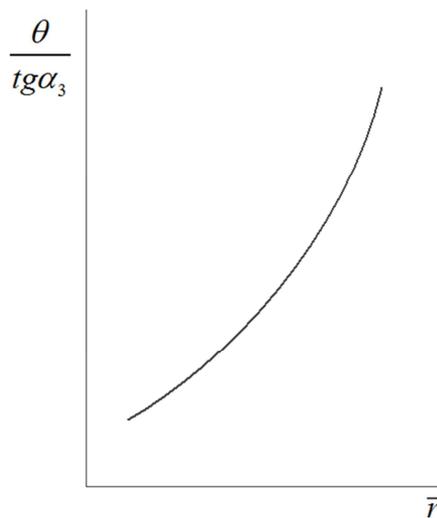
Dobbiamo essere in grado di calcolare quanto vale

$$\frac{1}{b_3} \int_{r_3}^{r_a} b(r) \frac{dr}{r}$$

Questo termine è però uguale a

$$\frac{1}{b_3} \int_{r_3}^{r_a} b(r) \frac{dr}{r} = \frac{\theta}{\operatorname{tg} \alpha_3}$$

Quindi ad ognuna di queste sezioni, essendo $\operatorname{tg} \alpha_3$ costante corrisponde un θ . Allora possiamo trovare un diagramma



Dovremmo considerare:

- Attrito. Ci sono dei metodi analitici che hanno il pregio di essere molto fisici ma le variabili all'interno della macchina varia sono talmente tante che i risultati del calcolo lasciano a desiderare.
- Allontanandosi dalle condizioni di progetto tutto questo equilibrio va a cadere per cui non abbiamo una distribuzione costante di velocità e di pressione sulla sezione esterna del diffusore.

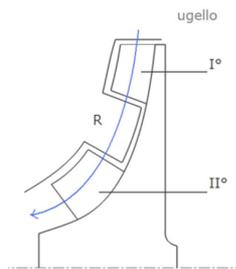
3.2 TURBOMACCHINE MOTRICI CENTRIPETE (turbine radiali)

Le turbomacchine motrici centripete possono essere:

- Turbine Francis
- Turbine termiche

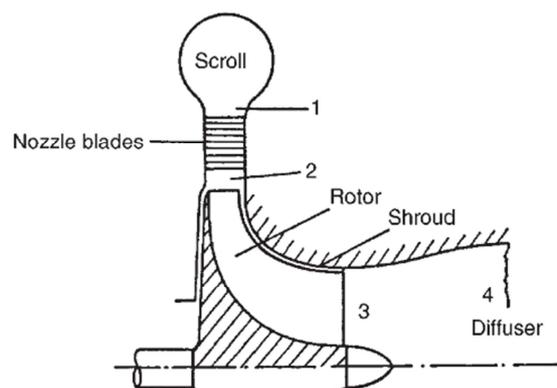
Le turbine Francis non saranno trattate in modo specifico. Tuttavia buona parte delle considerazioni che faremo sulle turbine termiche valgono anche per le turbine Francis. Tra le turbine termiche centripete ci possono essere diverse tipologie:

- Turbina "cantilever"



Sono piccole turbine termiche. Abbiamo una prima palettatura girante, un raddrizzatore ed una seconda palettatura girante con un flusso medio centripeto. La pala è come una specie di mensola collegata al mozzo poco sviluppata assialmente e poco sviluppata radialmente.

- Turbine "Ljungstrom" : hanno due giranti controrotanti.
- Turbina centripete radiale con sviluppo della pala a 90° ("90 deg IFR turbine"): molto utilizzata in applicazioni significative come i gruppi di sovralimentazione, turbocompressori di grandi dimensioni,... . E' una turbina che ha la girante che ha la stessa struttura sul piano meridiano di un compressore. Il bordo di ingresso è assiale ed il bordo di uscita è radiale.

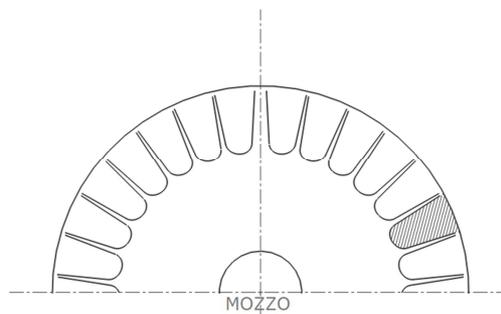


Molto spesso la velocità d'uscita del fluido in sezione 3 è talmente elevata da rappresentare una frazione importante dell'energia che viene messa a disposizione dalla macchina a monte. Allora, sempre nelle turbine Francis ma anche molto spesso nelle turbine termiche, a valle abbiamo un diffusore. Lo scopo di far rallentare la corrente aumentando la pressione. Se in 4 dobbiamo avere la pressione atmosferica vuol dire che in 3 riusciamo ad avere una pressione inferiore a quella atmosferica. In questo modo l'energia cinetica che andiamo a recuperare tra 3-4 in qualche modo diventa recupero perchè è come se la turbina espandesse ad una pressione che è più bassa di quella atmosferica (sfruttiamo meglio il salto). Questo tubo prende il nome di tubo aspiratore diffusore.

Una turbina termica andrà tipicamente ad operare a campi di temperatura molto più elevati. In sezione 1 si può entrare a circa 950°C nel caso di micro turbina a gas. Inoltre le velocità periferiche sono molto elevate per cui il campo di sollecitazioni meccaniche è particolarmente gravoso. I materiali sono soggetti a problemi di deformazione ad alta temperatura.

Dal punto di vista del design si può ancora definire obbligatorio realizzare delle pale radiali. Mentre i compressori si fanno sempre a pale rovesce per le turbine c'è la regola di utilizzare pale radiali per motivi di maggiori resistenza ed affidabilità.

Osserviamo la girante di spalle troveremo una soluzione di questo tipo

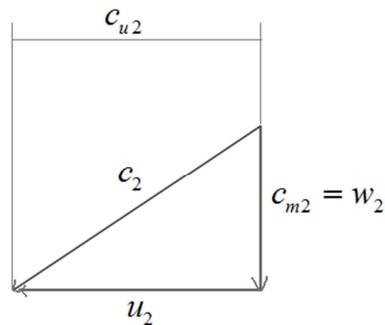


Spesso parte del disco risulta asportata (porzione tratteggiata) perchè vogliamo ridurre la massa soggetta al campo delle forze centrifughe o vogliamo ridurre l'inerzia del sistema.

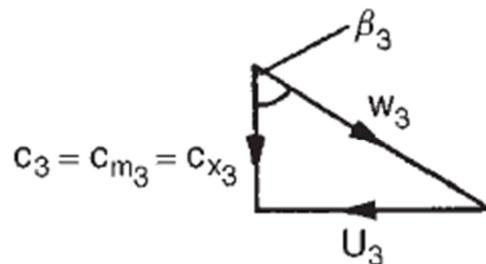
Per quanto riguarda i triangoli di velocità supponiamo di avere pale radiali e supponiamo per un momento che si possa assumere (in condizioni ideali di funzionamento) l'angolo della corrente incidente sia uguale all'angolo della pala

$$\beta_2 = \beta_{2p}$$

Si è visto che non è la condizione ottima. Tuttavia in questa condizione abbiamo il seguente triangolo di velocità:



In sezione 3 avremo



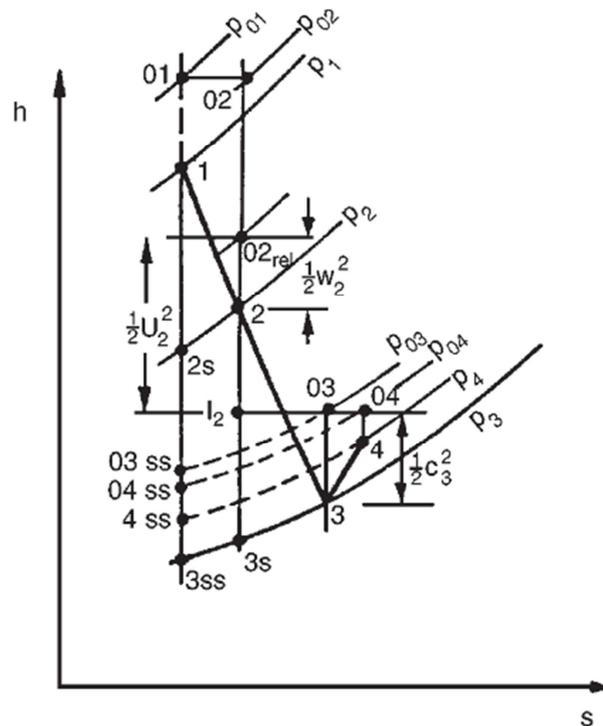
Nel triangolo in uscita cerchiamo di soddisfare la seguente condizione

$$c_{u3} = 0$$

Perchè non abbiamo nessun interesse di avere delle componenti della velocità tangenziali nel diffusore. Ne deriva che, come nel caso del compressore, il lavoro sarà

$$L_u = u_2 c_{u2} - u_3 c_{u3} = u_2 c_{u2} = u_2^2$$

Possiamo poi vedere il diagramma termodinamico



Definiamo come velocità fittizia c_0 che rappresenta la velocità che avrei all'uscita di un ugello ideale isoentropico che mi elabori tutto il salto entalpico disponibile in termini di velocità. Allora se consideriamo una turbina isoentropica e che mi consenta di avere una velocità in uscita c_{u3} trascurabile allora abbiamo

$$c_0 = \sqrt{2(h_{01} - h_{3ss})}$$

In questa macchina ideale (isoentropica con velocità finale trascurabile) il lavoro sarà

$$L_{ii} = u_2^2 = \frac{c_0^2}{2}$$

Quindi uno dei rapporti caratteristici di queste macchine è

$$\frac{u_2}{c_0} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707$$

In una turbina reale questo rapporto è in realtà

$$0,68 < \frac{u_2}{c_0} < 0,71$$

Dissipazioni di energia

Abbiamo una trattazione più semplice rispetto il caso del compressore. La sua semplicità deriva dal fatto che sono disponibili dati di tipo diverso e nella turbina il flusso è meno difficile rispetto il compressore (meno problemi di distacco di vena e meno perdite).

- *Coefficiente di perdita dell'ugello*

Coefficiente di perdita di entalpia

$$\xi_N = \frac{(h_2 - h_{2s})}{\frac{1}{2}c_2^2}$$

Differenza tra entalpia finale effettiva ed isoentalpica adimensionalizzata dividendo rispetto l'energia cinetica in uscita dall'ugello.

Coefficiente di velocità dell'ugello

$$\phi_N = \frac{c_2}{c_{2s}}$$

Non è una cifra di flusso. Poiché abbiamo

$$h_2 - h_{2s} = \frac{1}{2}(c_{2s}^2 - c_2^2)$$

Ne deriva che abbiamo il seguente legame

$$\xi_N = \frac{1}{\phi_N^2} - 1$$

Questi coefficienti possono valere in un ugello ben disegnato

$$\phi_N \rightarrow 0,9 \div 0,97$$

- *Coefficiente di perdita del rotore*

$$\xi_R = \frac{(h_3 - h_{3s})}{\frac{1}{2}w_3^2}$$

$$\phi_R = \frac{w_3}{w_{3s}} \quad \xi_R = \frac{1}{\phi_R^2} - 1$$

$0,75 \leq \phi_R \leq 0,85$ (valori più bassi per macchine più piccole)

Le perdite nel rotore sono più importanti rispetto quelle dello statore.

In questo coefficiente entrano tutti i tipi di perdite ad eccezione di:

Perdite per gioco (clearance)

$$\Delta h_c = \Delta h_0 \cdot \left(\frac{c}{b_{av}} \right)$$

È il prodotto del salto entalpico totale non corretto moltiplicato per un fattore pari al rapporto tra il valore del gioco c e l'altezza media delle pale

$$b_{av} = \frac{1}{2}(b_2 + b_3)$$

Il gioco è un aspetto particolarmente delicato nelle turbine termiche dove abbiamo grosse escursioni di temperatura con possibilità di dilatazioni termiche diverse. Allora avremo

$$c \geq 0,4 \text{ mm}$$

Perdite per ventilazione (windage)

Sono dovute al fatto che il rotore ruota in un ambiente pieno di fluido per cui abbiamo attrito sul disco. Abbiamo l'espressione di Roblik

$$\Delta h_w = \frac{0,56 \rho_2 D_2^2 \left(\frac{u_2}{100} \right)^3}{\dot{m} \text{Re}}$$

$$\text{Re} = \frac{u_2 D_2}{\nu_2}$$

Perdite per incidenza all'ingresso del rotore

Questo significa che avremo un'incidenza ottimale in corrispondenza della quale avremo le perdite nulle e poi la perdita aumenta mano a mano che l'incidenza si scosta dal valore ottimale. Allora il primo punto da affrontare è come calcolare il valore ottimale dell'angolo di incidenza.

$$i_{2opt} = \beta_{2p} - \beta_{2opt}$$

Si assume che le dissipazioni siano dovute alla variazione della componente tangenziale della velocità relativa. Quando questa variazione è nulla abbiamo un angolo di incidenza ottimale.

Se fossero soddisfatte le seguenti condizioni:

- Pale con spessore nullo
- Assenza di vortice interpalare (vortice introdotto perchè occorre definire lo slip-factor nel compressore)

allora

$$i_{2opt} = 0 \quad \rightarrow \quad \beta_{2p} = \beta_{2opt}$$

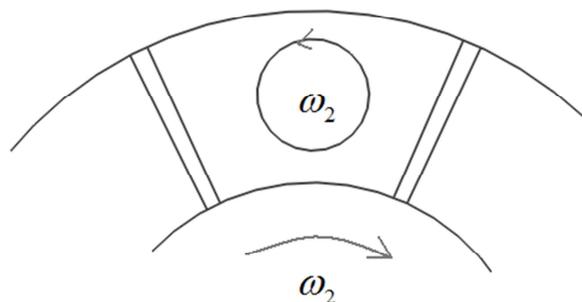
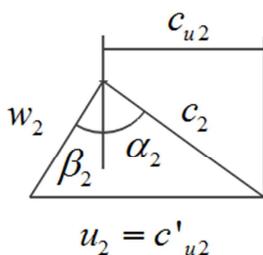
Queste ipotesi non sono sostenibili. Per quanto riguarda la prima noi dovremmo avere un angolo di incidenza di pochi gradi che potremmo calcolare con lo stesso approccio utilizzato per calcolare l'angolo all'ingresso dei compressori centrifughi. Non si può usare perchè diventa prevalente il secondo punto cioè il vortice interpalare non può essere assente. La presenza di questo vortice fa sì che per far in modo che la corrente relativa entri nella girante mantenendo la stessa direzione che avrà immediatamente dopo l'ingresso nella girante (in virtù della presenza di questo vortice) l'angolo di incidenza deve essere grande e deve essere calcolata con un approccio analogo a quello visto per il calcolo dello slip-factor.

Fattore di incidenza (incidence factor)

Questo è

$$\lambda = \frac{c_{u2}}{c'_{u2}} = \frac{c_{u2}}{u_2}$$

Cioè il rapporto delle componenti tangenziali della velocità assoluta in condizioni effettive ed ideali.



Schematicamente abbiamo la girante a pale radiali ed abbiamo il vortice interpalare di intensità $-\omega$. Il triangolo di velocità ideale (in assenza del vortice) avrebbe la velocità relativa radiale e quindi la velocità periferica ideale c'_{u2} sarebbe coincidente con c_{u2} . In virtù della presenza del vortice il triangolo si modifica ed avremmo una componente $c_{u2} < c'_{u2}$ e quindi ne deriva una definizione di β_2 negativo.

Secondo i risultati sperimentali condotti su queste macchine si è trovato che

$$(-)20^\circ < \beta_{2opt} < (-)40^\circ$$

Valore di β_2 che garantisce i valori minimi della dissipazione di energia.

Correlazione di Stanitz

Se volessimo calcolare i valori di λ con una correlazione potremmo usare le correlazioni già definite per i compressori perchè il fenomeno è lo stesso. Per questo tipo di macchine si consiglia di utilizzare la correlazione di Stanitz perchè aveva proprio studiato le macchine a pale radiali. Da un punto di vista generale avremmo

$$\lambda[\equiv \delta] = 1 - \frac{0,63 \cdot \frac{\pi}{z}}{1 - \phi_2 t g \beta_{2p}}$$

Nel caso di pale radiali diventa

$$\lambda[\equiv \delta] = 1 - 0,63 \cdot \frac{\pi}{z}$$

Condizioni di fuori progetto

Possiamo valutare l'entità della dissipazione dell'energia quando ci scostiamo dalla condizione di progetto. Faremo delle analisi dimenticandoci che esiste il vortice interpalare. Questo perchè da un punto di vista storico l'influenza di questo vortice è stata trovata solo in tempi recenti. Quindi avremo

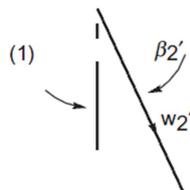
$$\beta_2 \neq \beta_{2opt}$$

Consideriamo come caso di riferimento:

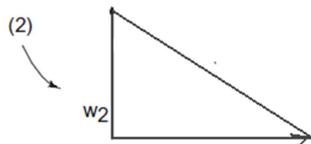
- Pale radiali
- $\lambda = 1$
- Pale di spessore nullo

In questo modo possiamo modellare il sistema. Con riferimento a questa situazione possiamo stimare la perdita di incidenza utilizzando una metodologia di calcolo proposta da Futral e Wasserbauer nota anche come "Modello di calcolo a pressione costante". Rappresentiamo i triangoli di velocità prima e dopo l'urto e la rappresentazione sul piano termodinamico.

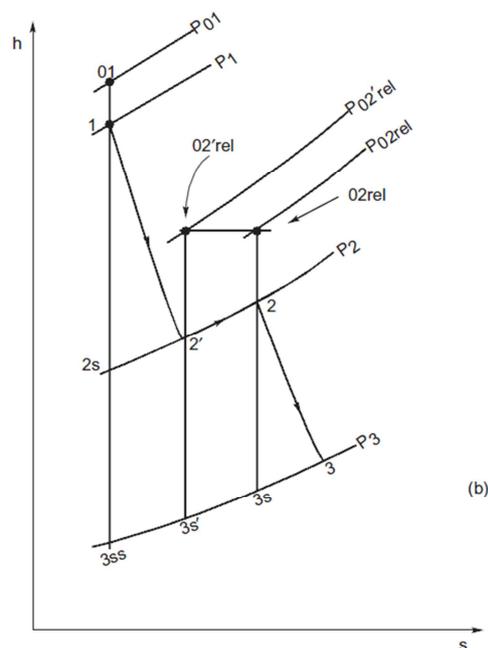
Prima dell'imbocco abbiamo il seguente triangolo di velocità (grandezze con l'apice `):



Dopo l'imbocco, nelle ipotesi appena scritte, abbiamo



Con riferimento a questi triangoli il meccanismo di perdita può essere descritto nel diagramma termodinamico



Questo è il diagramma che ci descrive il meccanismo. Abbiamo la dissipazione nell'ugello da 1-2'. Possiamo individuare il punto totale relativo 02'rel in corrispondenza al quale possiamo definire una pressione totale relativa. A questo punto la corrente entra nella girante ed il triangolo di velocità si modifica. L'ipotesi è che questa trasformazione avvenga a pressione costante (p_2). La velocità relativa diminuisce ma si conserva l'entalpia totale relativa (i punti 02'rel e 02rel hanno lo stesso valore di entalpia). Poi procediamo l'espansione fino al punto 3. Il meccanismo si traduce in pratica in una perdita di pressione totale relativa ed in incremento di entropia. Allora da un punto di vista operativo

$$p_2 = p_{2'}$$

E la differenza di entalpia sarà

$$h_2 - h_{2'} = \frac{1}{2}(w_{2'}^2 - w_2^2) = \frac{1}{2}(w_{2'u}^2 + w_{2'm}^2 - w_{2'u}^2 - w_{2'm}^2)$$

Per le ipotesi fatte (pale spessore nullo implica che le velocità meridiane sono uguali; pala radiale e $\lambda = 1$ implica che $w_{2'u}^2 = 0$) abbiamo

$$h_2 - h_{2'} = \frac{1}{2}(w_{2'u}^2 + \cancel{w_{2'm}^2} - \cancel{w_{2'u}^2} - \cancel{w_{2'm}^2}) = \frac{1}{2}w_{2'u}^2$$

Quindi il salto entalpico è legato alla variazione della componente tangenziale della velocità relativa. Essendo poi

$$w_{2'u} = w_{2'm} \operatorname{tg} \beta_2 = w_2 \operatorname{tg} \beta_2$$

$$\boxed{h_2 - h_{2'} = \frac{1}{2}(w_2 \operatorname{tg} \beta_2)^2}$$

I limiti che troviamo sono quelli legati alle ipotesi fatte. Vediamo cosa succede quando

$$\beta_{2opt} \neq \beta_{2p}$$

Potrebbe accadere un'impossibilità fisica di applicare questo modello cioè potrebbe dare risultati non fisici che contrastano le leggi della conservazione. Avremo che il modulo di $w_{2'}$ sarà più grande del modulo di w_2 per il fatto che quest'ultima è radiale. Se invece introduciamo che l'angolo $\beta_{2opt} \neq 0$ potremmo avere un triangolo di velocità in ingresso in cui $w_{2'} < w_2$. In questo caso dopo l'urto avremmo un'entropia minore. Allora dobbiamo abbandonare l'ipotesi di

pressione costante e bisogna pensare ad una variazione di questo approccio. Si può utilizzare una variante del modello che a volte è indicato come modello NASA. Disegniamo i triangoli di velocità prima e dopo l'imbocco



Possiamo definire la variazione di entalpia totale

$$\Delta h_{0,2} = \frac{\left[w_{2'} \cdot \sin(|\beta_2 - \beta_{2,opt}|) \right]^2}{2} = \frac{w_{2'}^2 \cdot \sin^2(|\beta_2 - \beta_{2,opt}|)}{2}$$

Secondo altri autori (Meitner, Glassmann) possiamo avere la variazione di entalpia statica

$$\Delta h_{2,2} = h_2 - h_{2'} = \frac{w_{2'}^2 \left[1 - \cos^n(\beta_2 - \beta_{2,opt}) \right]}{2}$$

Con:

- $n = 2,5$ se $\beta_2 > \beta_{2,opt}$ (incidenza positiva $i_2 > 0$)
- $n = 1,75$ se $\beta_2 < \beta_{2,opt}$ (incidenza positiva $i_2 < 0$)

Invece secondo Jansen e Quale abbiamo

$$\Delta h_{2,2} = h_2 - h_{2'} = w_{2'}^2 \left(\sin \beta_2 - \sin \beta_{2,opt} \right)^2$$

La scelta tra entalpia statica, entalpia di ristagno ed entalpia di ristagno relativa nella valutazione della perdita si deve ritenere arbitraria.

Criterio di carico (scelta del numero di pale)

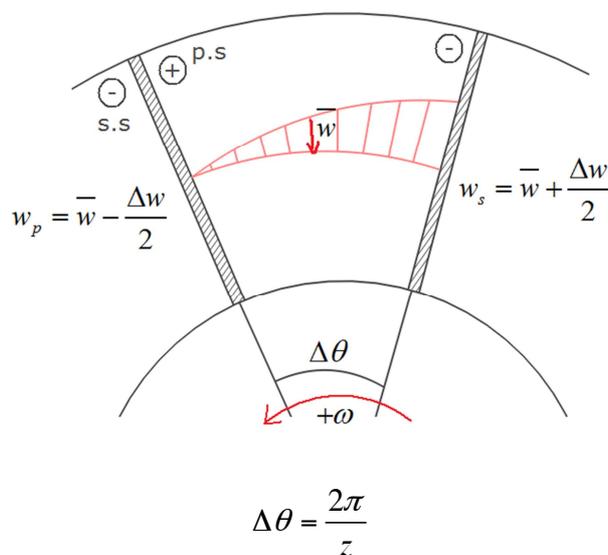
Nelle macchine radiali la scelta del numero di pale è meno critica rispetto le macchine assiali. Per le turbine le condizioni di flusso sono meno critiche e quindi ha senso applicare per il calcolo del numero minimo di pale un approccio analitico semplificato che riesce comunque a descrivere abbastanza bene la realtà fisica del flusso. Si vuole trovare il numero minimo di pale che consente di evitare che la velocità relativa all'interno della girante si annulli in corrispondenza della superficie in pressione della pala ed in prossimità della sezione in ingresso. Immaginando una distribuzione costante della pressione, dove abbiamo pressione più alta abbiamo velocità minori. Quindi si vuole evitare che in quel punto il valore della velocità diventi 0 perchè questo comporterebbe separazione.

Jannisson e Balje

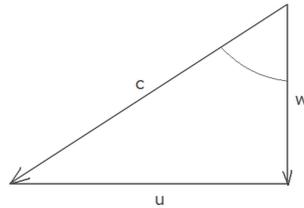
L'analisi che facciamo riguarda:

- Fluidi incomprimibili
- Macchine con pale radiali

L'effetto della comprimibilità, secondo analisi successive, è molto limitato. Per quanto riguarda la forma della pala esistono delle varianti quando questa cambia. Immaginiamo che la corrente relativa all'interno della girante segua l'inclinazione della pala. Sulla pala deve realizzarsi un campo di pressioni tali da realizzare il momento motore. Abbiamo una distribuzione lineare della velocità relativa quindi dove abbiamo una pressione maggiore la velocità sarà massima.



Considerando poi il triangolo di velocità



$$\overline{w} \cdot \operatorname{tg} \alpha = u$$

$$\frac{u}{w} = \operatorname{tg} \alpha$$

Fatto lo schema passiamo alla trattazione analitica. Per trovare le condizioni limiti possiamo fare un'analisi del flusso e determinare le equazioni di conservazione e le forze agenti. In corrispondenza ad un qualsiasi raggio possiamo scrivere l'equazione dell'equilibrio radiale oppure possiamo considerare la conservazione della rotalpia per fluido incompressibile:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} w^2 - \frac{1}{2} u^2 = \text{cost}$$

Differenziamo questa espressione in direzione angolare:

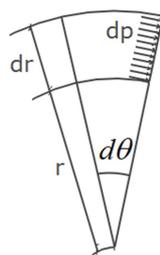
$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{2} 2w \frac{\partial w}{\partial \theta} = 0$$

$$\boxed{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} = -w \frac{\partial w}{\partial \theta}}$$

Ricordando che sull'elemento fluido, interessato dalla corrente, agisce l'accelerazione di Coriolis che nel caso di corrente radiale è pari a:

$$a_c = 2w\omega$$

Tenendo conto di questa, facciamo lo schemino



Consideriamo l'elementino fluido soggetto all'accelerazione di Coriolis ed applichiamo la legge di Newton in direzione tangenziale possiamo scrivere:

$$\underbrace{dp \cdot dr \cdot 1}_F = \underbrace{2w\omega}_a \underbrace{(\rho \cdot r \cdot d\theta \cdot dr \cdot 1)}_m$$

Se ordiniamo i termini di questa espressione troviamo

$$\boxed{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} = 2w\omega r}$$

Ora possiamo confrontare le due espressioni in cornice e troviamo

$$\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} = -2\omega$$

che rappresenta l'equazione che ci dice come varia la velocità relativa con l'angolo. Passando alle differenze finite:

$$\frac{1}{r} \frac{\Delta w}{\Delta \theta} = -2\omega$$

$$\frac{\Delta w}{2} = \omega r \Delta \theta$$

Allora il valore della velocità relativa sul lato in pressione e in depressione sarà

$$w_p = \bar{w} - \frac{1}{2} \Delta w = \bar{w} - \omega r \Delta \theta$$

$$w_s = \bar{w} + \frac{1}{2} \Delta w = \bar{w} + \omega r \Delta \theta$$

Per applicare il criterio (trovare la condizione limitante) dobbiamo imporre

$$w_p = 0 \quad \text{se} \quad r = r_2$$

Quindi

$$w_p = \bar{w} - \omega r_2 \Delta \theta = \bar{w} - u_2 \Delta \theta = 0$$

$$\Delta \theta = \frac{\bar{w}}{u_2}$$

Possiamo tradurre questo nel numero minimo di pale:

$$z_{\min} = \frac{2\pi}{\Delta \theta} = 2\pi \frac{u_2}{\bar{w}} = 2\pi t g \alpha_2$$

Passando alla verifica sperimentale del criterio si è trovato che questo porta alla definizione di un numero di pale elevato che garantisce l'assenza di separazione ma non è la migliore soluzione dal punto di vista del rendimento perchè sono elevate le perdite per attrito (superficie bagnata è eccessiva). Allora nella pratica operativa si preferisce trovare un compromesso tra le diverse voci di perdita. Si tratta di una riduzione del 30% ma nel caso di piccole giranti si arriva ad una riduzione rispetto il criterio precedente del 50% (la scelta non è un fatto critico).

Glassmann

In alternativa al precedente criterio abbiamo questo criterio che ci dà un'indicazione pratica.

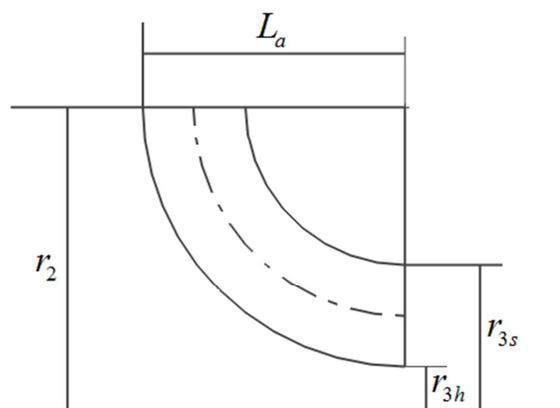
$$z_{\min} = \frac{\pi}{30} (110 - \alpha_2) \operatorname{tg} \alpha_2$$

Il numero di pale calcolato in questo modo è inferiore al caso precedente.

Fissato il numero di pale possiamo calcolare il fattore di incidenza. Essendo noto questo possiamo trovare il triangolo di velocità in ingresso e noto questo possiamo trovare l'inclinazione della pala statorica.

Rapporti geometrici consigliati nel dimensionamento di massima

Vediamo come prima cosa la nomenclatura



Le grandezze che ci interessano sono il raggio in ingresso r_2 ; i due valori del raggio in uscita; lo sviluppo assiale della pala L_a .

Dall'analisi della letteratura tecnica ed in particolare di uno studio molto completo possiamo definire una serie di rapporti caratteristici:

$$v = \frac{r_{3h}}{r_{3s}} \geq 0,4$$

Se si scende a valori inferiori del rapporto si crea un'ostruzione geometrica e quindi il rendimento ne risente. Poi abbiamo

$$\lambda = \frac{\bar{r}_3}{r_2} \leq 0,7$$

Ci dice quanto sarà incurvata la linea media.

$$\frac{L_a}{r_2} \approx 0,7$$

$$\frac{\bar{w}_3}{w_2} \approx 2 \text{ (rapporto di espansione della velocità media)}$$

$$\frac{u_2}{c_0} \approx 0,7$$

$$\frac{c_{m3}}{u_2} = 0,2 \div 0,3$$

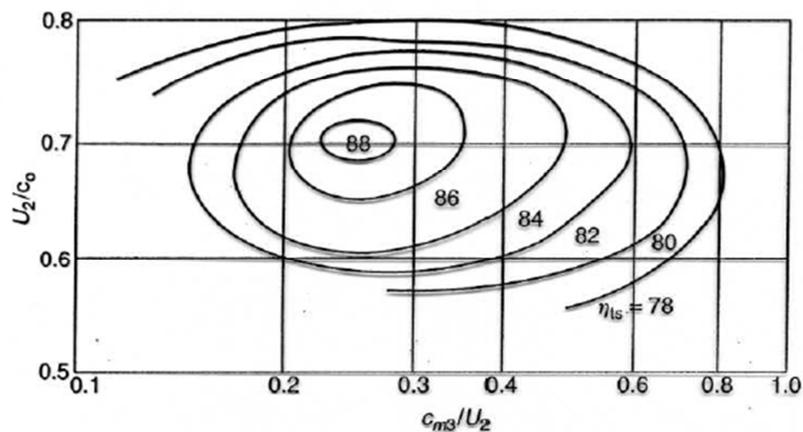


FIG. 8.8. Correlation of attainable efficiency levels of IFR turbines against velocity ratios (adapted from Rodgers and Geiser 1987).

Il valore di $\frac{u_2}{c_0} \approx 0,7$ è quello che garantisce il massimo rendimento.

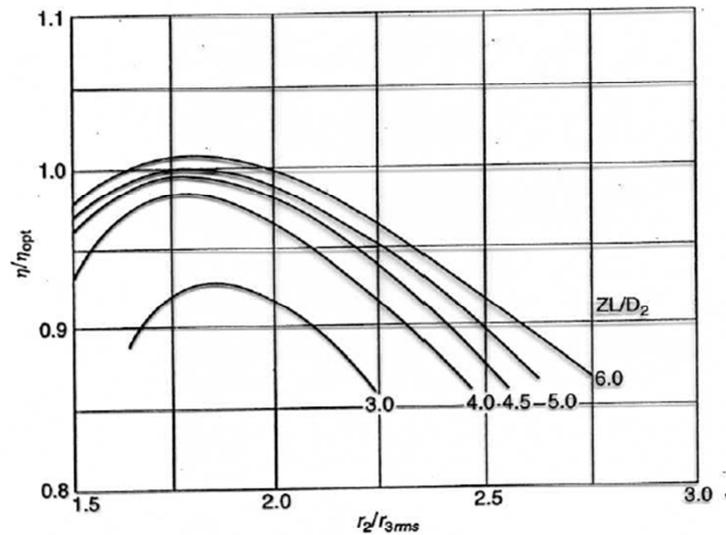


FIG. 8.9. Effects of vane solidity and rotor radius ratio on the efficiency ratio of the IFR turbine (adapted from Rodgers and Geiser 1987).

r_{3ms} è un raggio medio in uscita definito come

$$\frac{r_{3ms}}{r_2} = \frac{r_{3s}}{r_2} \left(\frac{1+v^2}{2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

L è la lunghezza della pala sul piano mediano.

Turbina radiale o assiale?

Possiamo chiederci se ci sono delle condizioni nelle quali, dal punto di vista del rendimento, può essere più conveniente realizzare una turbina radiale anziché una assiale. La risposta a questa domanda è NO perchè al massimo la scelta è indifferente dal punto di vista del rendimento. Vediamo questo con l'aiuto dei diagrammi:

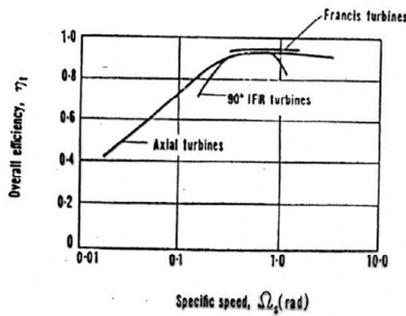


FIG. 8.9. Specific speed-efficiency characteristics for various turbines (adapted from Wood^(18*)).

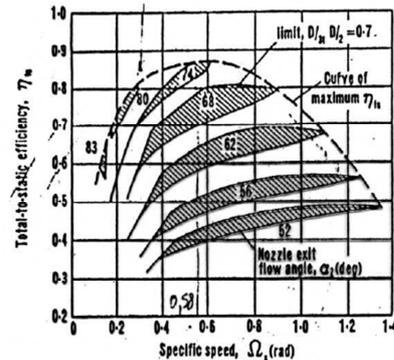


FIG. 8.10. Calculated performance of 90 deg IFR turbine (adapted from Rohlik^(19*)).

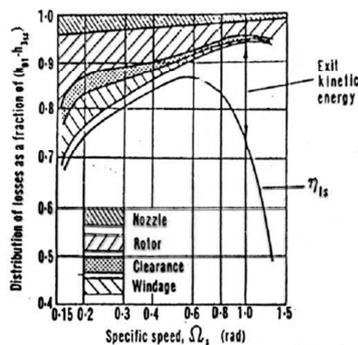


FIG. 8.11. Distribution of losses along envelope of maximum total-to-static efficiency (adapted from Rohlik^(19*)).

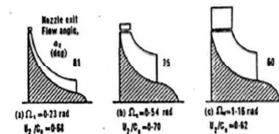


FIG. 8.12. Sections of radial turbines of maximum static efficiency (adapted from Rohlik^(19*)).

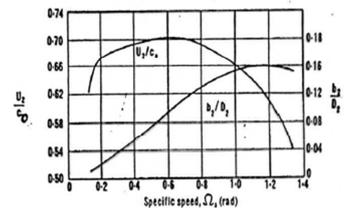


FIG. 8.13. Variation in blade speed/spouting velocity ratio (U_2/c_2) and nozzle blade height/rotor inlet diameter (h_1/D_2) corresponding to maximum total-to-static efficiency with specific speed (adapted from Rohlik^(19*)).

Definiamo

$$\Omega_s = \frac{\omega Q_3^{1/2}}{\Delta h_{0s}^{3/4}}$$

Esiste un campo relativamente limitato dei valori di velocità specifica in corrispondenza al quale hanno dei rendimenti che sono molto buoni ed identici a quelli che possiamo trovare con le turbine assiali. Al di fuori di questo campo di valori la turbina assiale da dei valori migliori. La scelta della macchina poi dipende dall'architettura in generale, ingombro, costo, conoscenza tecnologica e fluidodinamica,...

Nel secondo diagramma abbiamo delle aree nelle quali è costante il valore dell'angolo α_2 . Per ogni valore dell'angolo l'area tratteggiata rappresenta il

possibile campo dei valori del rendimento che otteniamo al variare dei parametri caratteristici geometrici. Le aree sono limitate superiormente. I risultati sono stati ottenuti facendo calcoli monodimensionali applicando le correlazioni.

Nel terzo diagramma abbiamo in funzione della velocità specifica la distribuzione delle perdite. Le perdite del rotore sono quelle prevalenti. La voce più importante è la perdita per energia cinetica allo scarico che può essere solo parzialmente recuperata applicando un diffusore.

Nel quarto diagramma abbiamo diverse sezioni di macchina nelle condizioni di massima efficienza per diversi valori del rapporto e dell'angolo di flusso. Cercando le condizioni di massimo rendimento otteniamo una sequenza geometrica che passa dalla macchina molto radiale (piccole portate) a macchine in cui la portata via via aumenta.

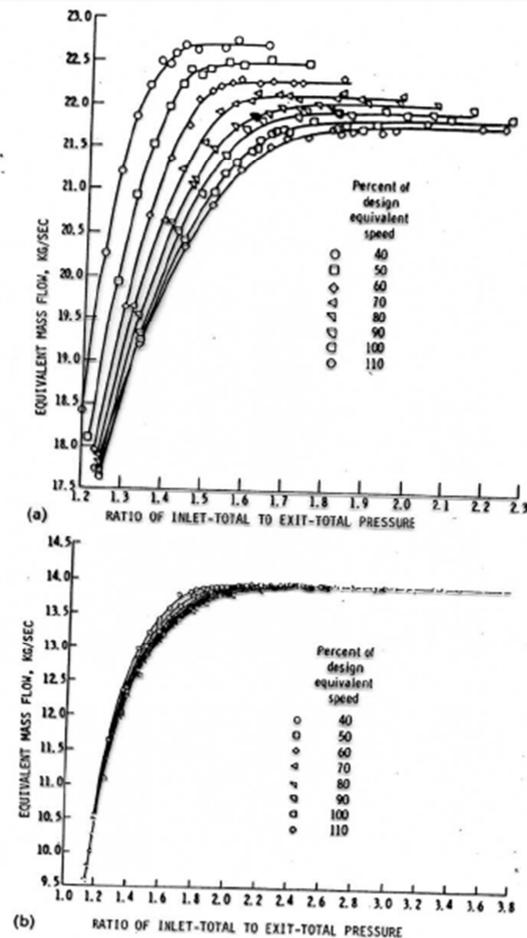
Nel quinto diagramma abbiamo l'andamento di due rapporti caratteristici: uno geometrico ed uno delle velocità. I diagrammi sono ottenuti imponendo alla macchina i valori di massimo rendimento.

Rapporto di espansione limite

Il rapporto di espansione può essere limitato dal fatto che espandendo aumentano le velocità assolute e relative. Queste in alcune sezioni della macchina possono diventare soniche. Diventando soniche vanno a bloccare la portata. Possiamo avere 3 possibilità:

- 1) Possono raggiungere valori soniche la corrente assoluta all'uscita dell'ugello
- 2) La corrente relativa nelle sezioni interne della girante
- 3) Corrente assoluta all'uscita del rotore ed all'ingresso del diffusore (molto spesso presente)

A seconda della condizioni limitante cambiano le curve caratteristiche. Osserviamo le seguenti curve che ci danno la portata di massa in funzione del rapporto di espansione per diversi valori della velocità di rotazione e per due turbine (una che realizza l'ingolfamento nell'ugello e una in cui la condizione limitante non interessa l'ugello):



Nel secondo caso abbiamo una differenziazione delle curve caratteristiche in funzione della velocità di rotazione. Nel primo caso le condizioni di ingolfamento dipendono dall'energia totale posseduta dalla corrente a monte del tratto dove si realizza il fenomeno di ingolfamento. Queste condizioni sono determinate dalle condizioni di flusso dell'ugello però anche dalla velocità di rotazione. Al variare della velocità di rotazione cambia il rapporto delle pressioni all'interno della macchina, cambiano le condizioni di uscita dall'ugello e quindi cambiano le condizioni totali a monte dell'ugello.

Nel secondo caso l'ugello è ingolfato. Le sue condizioni di funzionamento sono virtualmente indipendenti da quanto succede a valle. L'informazione non riesce a risalire a monte.

Per quanto riguarda il caso di ingolfamento nel diffusore finale possiamo dire che questo si avrà la c_{3m} supersonica perchè dobbiamo applicare le condizioni di deflusso in canale anulare.

CAPITOLO 4

CONDIZIONI DI FUNZIONAMENTO INSTABILI

Queste condizioni riguardano soprattutto le macchine operatrici ed i fenomeni più importanti che ricadono in questa categoria sono lo stallo ed il pompaggio.

Lo stallo riguarda l'interazione tra il flusso e la palettatura ed è funzione dell'incidenza. Riguarda sia le macchine idrauliche che termiche. Ci interessa perchè lo possiamo trovare in condizioni vicine a quelle nominali di funzionamento. Lo stallo si manifesta con modalità diverse da quelle del profilo isolato.

Il pompaggio viene innescato dallo stallo ma riguarda le macchine termiche (e non le macchine idrauliche quindi riguarda i compressori) ed è un fenomeno che dipende non solo dalle caratteristiche del compressore ma dall'interazione del compressore con l'impianto.

4.1 STALLO

Deriva dal fatto che la corrente va ad avvicinare la pala con un angolo di incidenza eccessivo. Quando la palettatura di una turbomacchina va in stallo le prestazioni decadono ma non si annullano. Nel profilo isolato quando si va in stallo la portanza si annulla mentre nella turbomacchina le prestazioni decadono ma la macchina continua ad operare in maniera diversa da quella ottimale. Non tutti i profili possono essere contemporaneamente interessati dallo stallo.

La conseguenza dal punto di vista del decadimento delle prestazioni sarà più forte in una macchina assiale che non in una centrifuga (abbiamo il campo delle forze centrifughe che è indipendente dal fenomeno dello stallo e continua a fornire energia).

Lo stallo si verifica quando la portata scende a valori troppo bassi perchè, a parità di velocità di rotazione, ridurre la portata vuol dire ridurre la velocità meridiana e quindi cambiano gli angoli di incidenza della pala.