Prof. Francesco Princivalle

Modulo di Mineralogia A.A. 2021/2022

Cristallografia Reticolare

I MINERALI

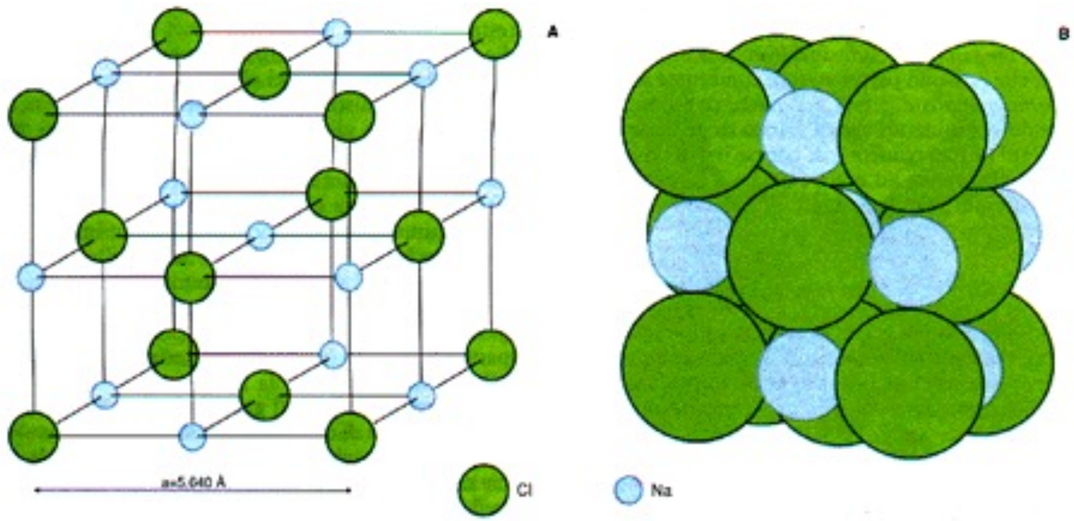
I minerali, costituenti della terra, dei corpi meteorici ed extraterrestri, sono dei composti chimici naturali allo stato solido, dotati di proprietà fisiche omogenee.

La caratteristica fondamentale dei minerali è data dalla disposizione ordinata degli atomi che li costituiscono, secondo delle impalcature tridimensionali ben definite (*14 reticoli di Bravais*). Queste impalcature sono costituite da successioni regolari di atomi secondo delle direzioni (*filari reticolari*) o secondo piani (*piani reticolari*).

La disposizione ordinata degli atomi si riflette sulla forma esterna, che può essere paragonata a quella di un solido geometrico. Avremo così che gli spigoli del solido saranno paralleli ai filari reticolari, mentre le facce saranno parallele ai piani reticolari. Non tutti gli spigoli ed i piani reticolari presenti nella struttura saranno presenti anche nella morfologia esterna del cristallo, ma ci saranno, in funzione dell'ambiente genetico e delle modalità di crescita solo quelli più densamente "popolati", cioè quelli in cui il numero di atomi presenti è maggiore.

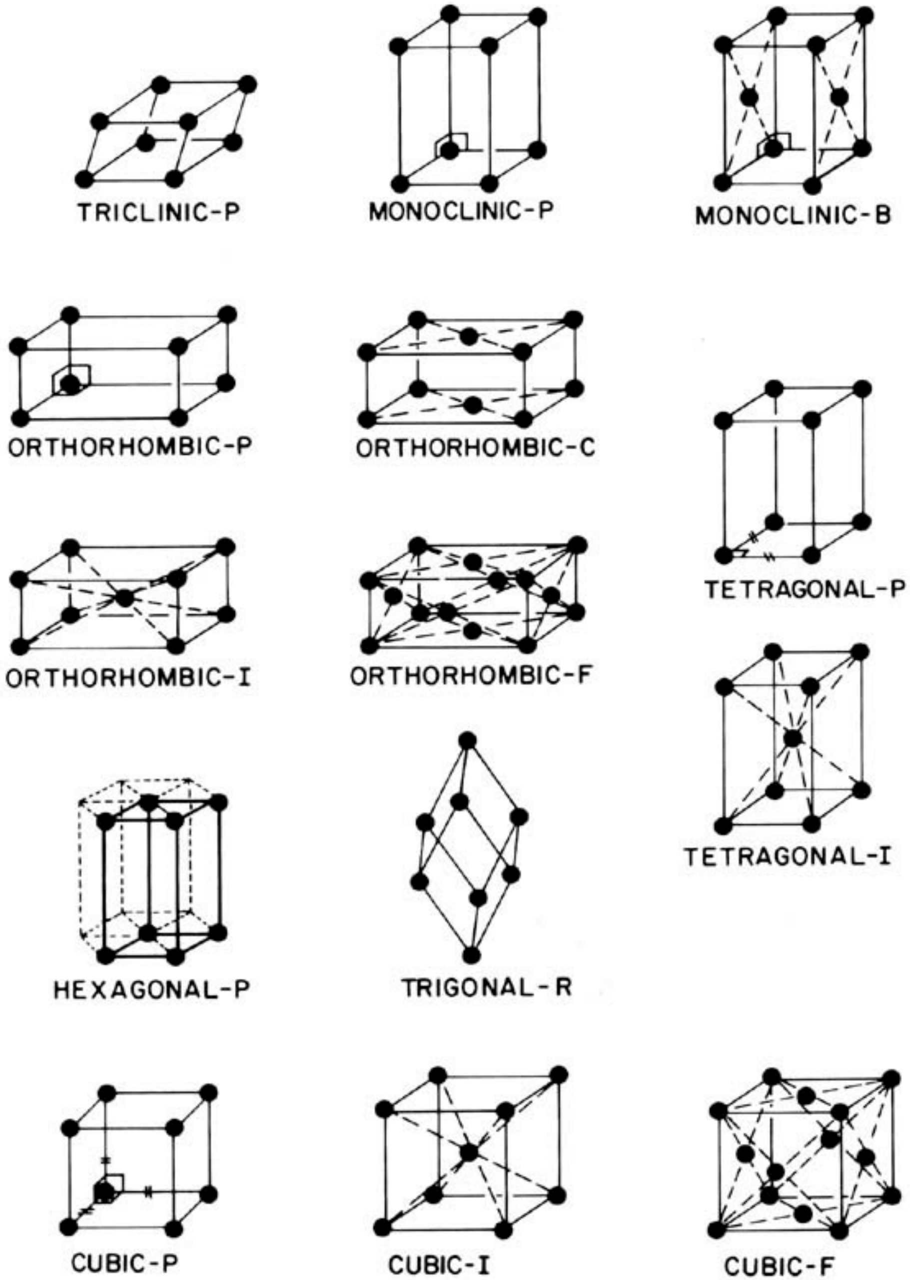
I solidi cristallini sono formati da un aggregato tridimensionale di ioni, atomi o molecole disposti nello spazio in modo ordinato, a costituire un reticolo tridimensionale o cristallino.

Ai solidi amorfi non spetta alcuna forma geometrica esterna o struttura interna ordinata.



Un cristallo è composto da unità semplici dette celle elementari che ripetute nello spazio formano l'intero reticolo. Nel 1912 il fisico tedesco Max von Laue sottopose un cristallo di solfato di rame ai raggi X e ottenne su una lastra fotografica posta dietro al cristallo uno spettro di diffrazione, dovuto al reticolo del cristallo.

1. L’ordinamento interno di un cristallo si può pensare come ad un motivo (gruppo di atomi) ripetuto su di un *reticolo* (disposizione periodica di punti nello spazio).
2. Il reticolo esprime la componente di traslazione dell’ordinamento nello spazio.
3. La ripetizione ordinata di atomi, ioni o molecole è strettamente legata alla *simmetria.*
4. *Cella elementare*: è la più piccola unità di una struttura che ripetuta all’infinito genera l’intera struttura.



Le celle elementari illustrare in figura sono le celle convenzionali dei **14 reticoli di Bravais**.

Hanno cioè le caratteristiche richieste convenzionalmente per una cella: il minore volume possibile, compatibilmente con la massima simmetria del sistema cristallino.

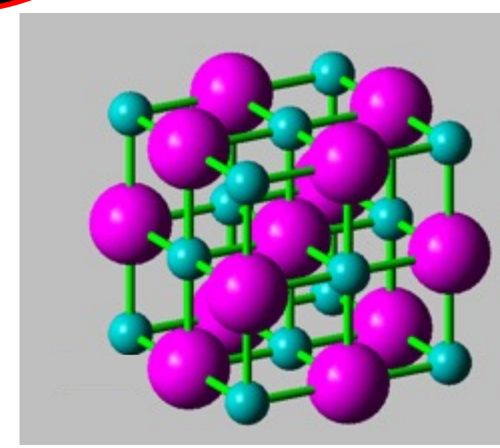
Fissiamo i concetti

Figure e testi realizzati da

Gruppo Nazionale di Mineralogia

Cosa sono i cristalli

A livello *macroscopico* un cristallo ben formato è caratterizzato da *forme geometriche regolari*, con facce, spigoli e vertici che ne determinano la forma esterna o habitus…..

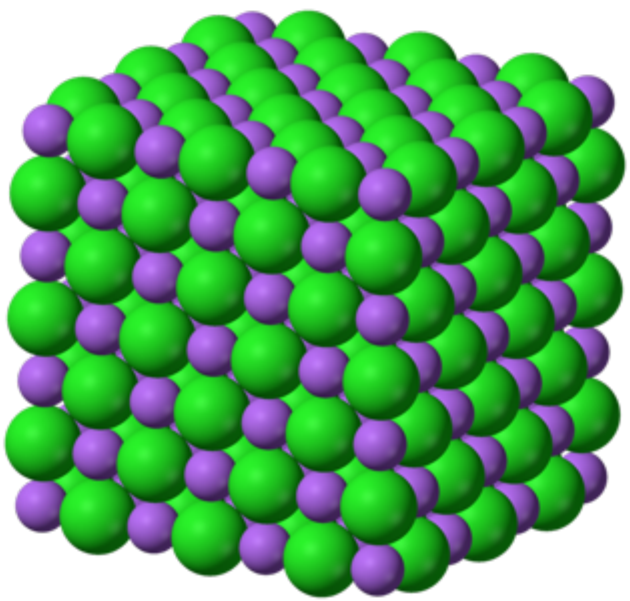


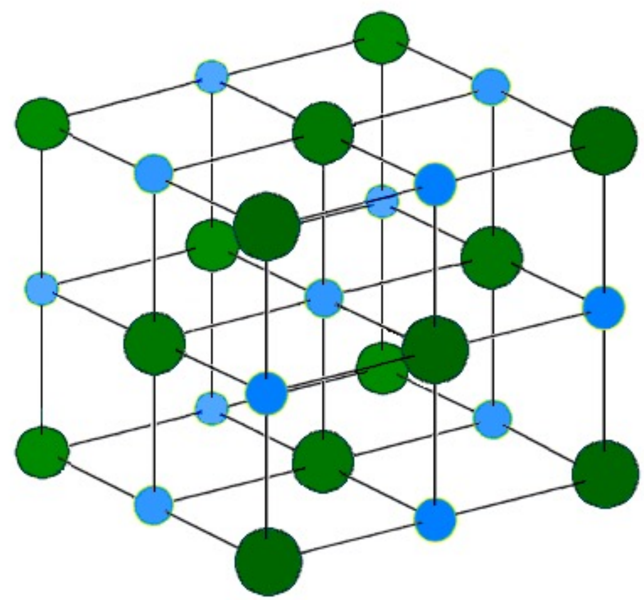
… la morfologia è strettamente collegata con la struttura interna

Cosa sono i cristalli

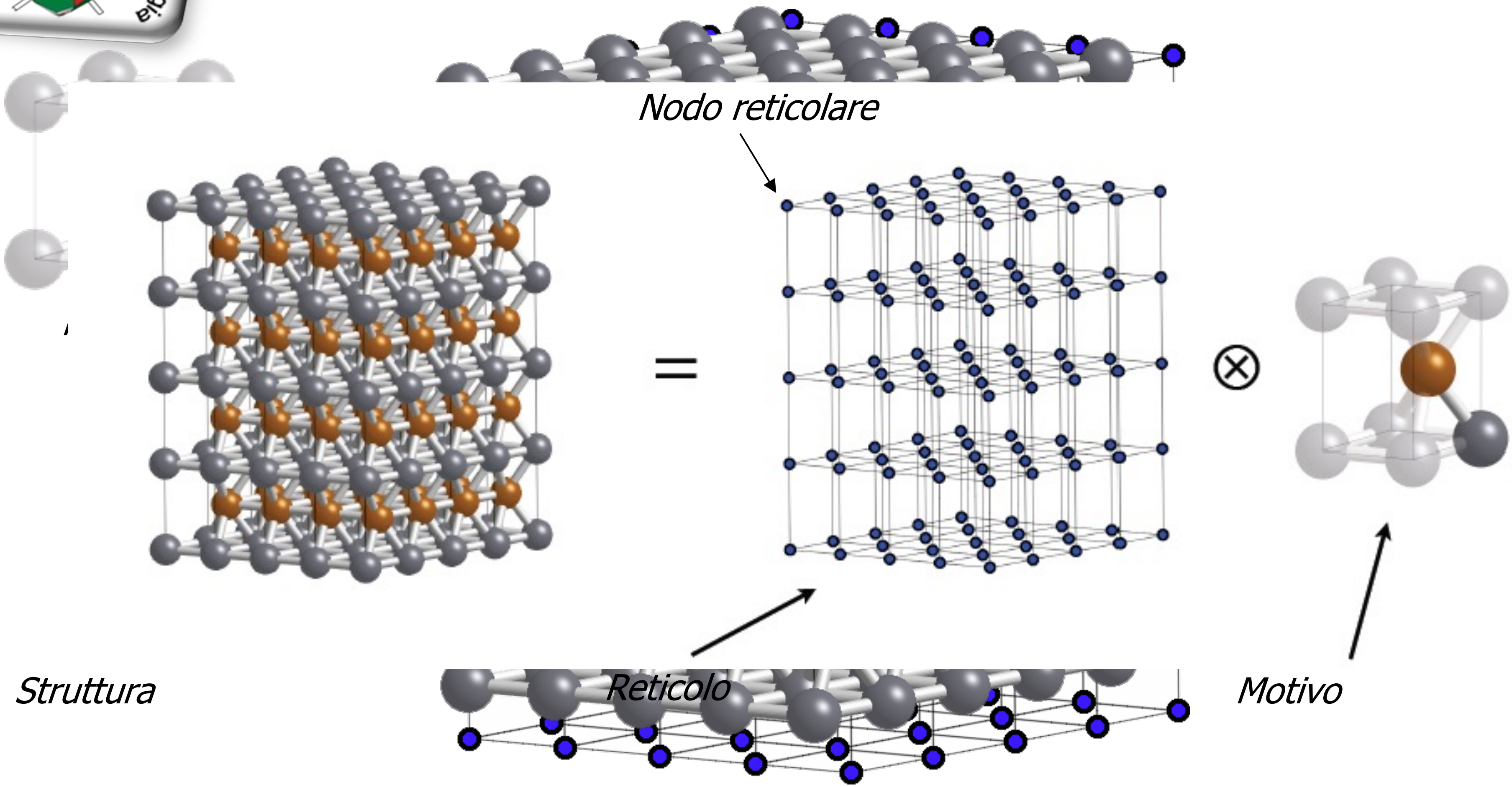
La struttura interna di un cristallo è caratterizzata da una disposizione degli atomi nello spazio che si ripete a intervalli regolari lungo più direzioni (*periodicità*). L'impalcatura tridimensionale che così si realizza viene chiamata *reticolo cristallino*.

NaCl





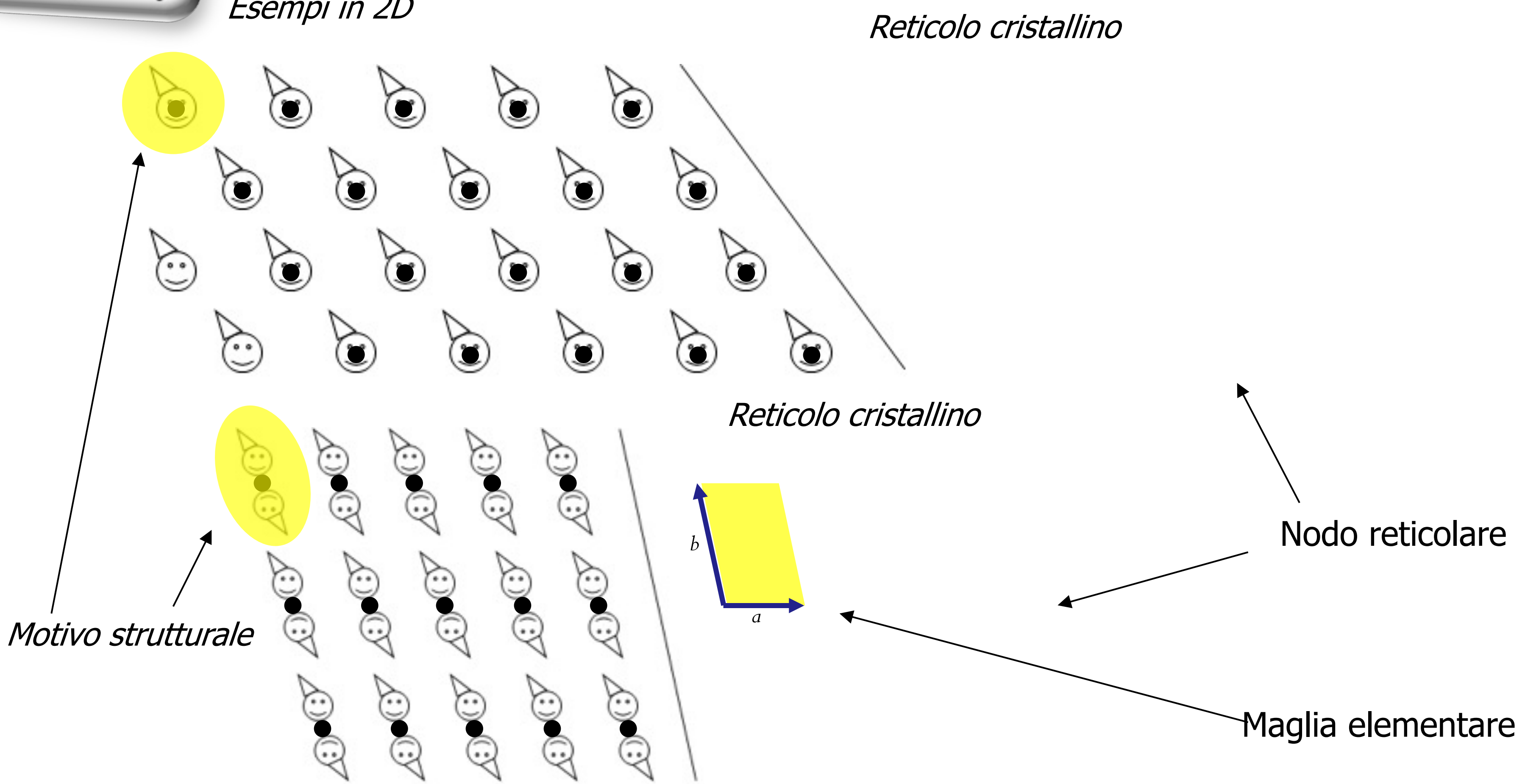
Cosa sono i cristalli



Più precisamente la struttura di un cristallo può essere descritta come *combinazione di un reticolo geometrico costituito da nodi + un motivo che consiste di atomi o ioni*, che si ripete per traslazione in corrispondenza o in prossimità dei *nodi reticolari*, i quali hanno tutti un *intorno identico*.

Cosa sono i cristalli

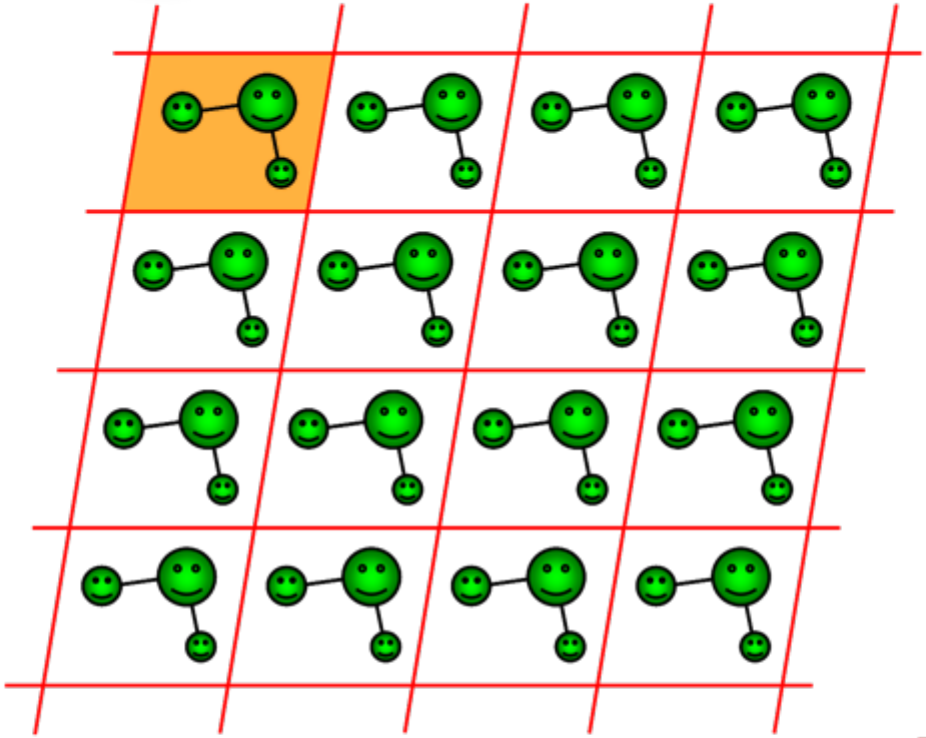
Esempi in 2D



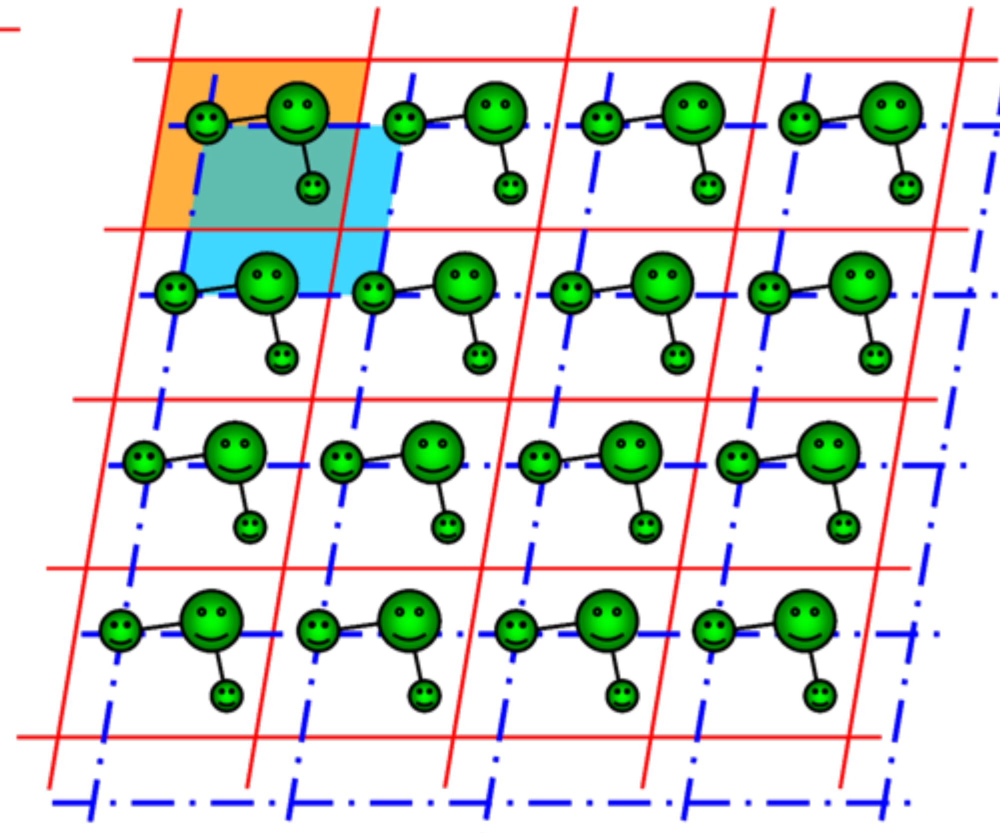
Il motivo che si ripete può anche consistere di più *unità relazionate da semplici trasformazioni geometriche* chiamate *operazioni di simmetria*.

E' possibile individuare una *maglia elementare*, contenente il motivo strutturale, che traslata in due direzioni, genera l'intera struttura.

Cosa sono i cristalli



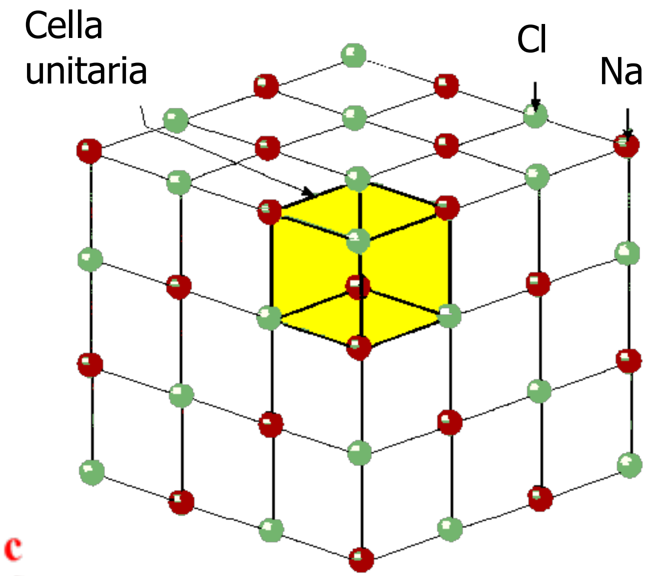
Nel reticolo cristallino, tutte le *maglie elementari* hanno la stessa forma, dimensione e contenuto.

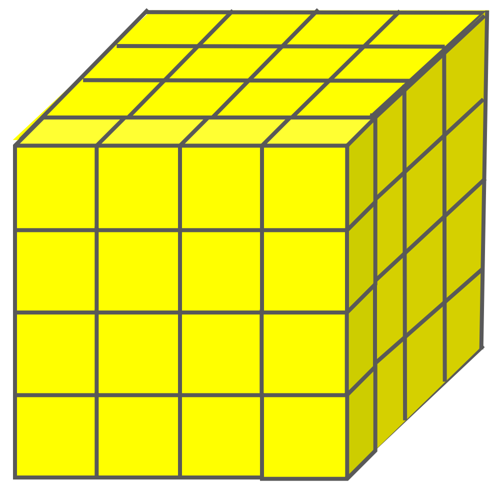


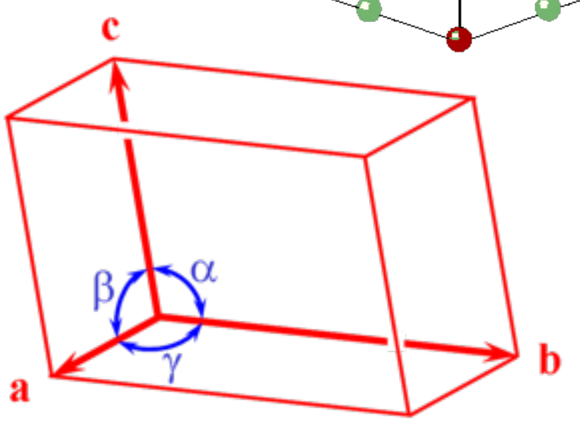
In genere, *l'origine della maglia elementare può essere scelta arbitrariamente*. Nella figura di fianco, forma e contenuto della maglia elementare sono gli stessi della figura in alto.

Cosa sono i cristalli

In tre dimensioni si parla di *cella elementare,* che rappresenta la *più piccola porzione di volume del reticolo* che, traslata parallelamente a se stessa, *ricostruisce l'intero cristallo*.







Per descrivere completamente la cella elementare occorre specificare un totale di sei quantità scalari, che sono chiamati parametri reticolari e si indicano con i simboli: a, b, c lunghezze degli spigoli

α, β, γ angoli tra gli spigoli

La disposizione regolare degli atomi nelle tre dimensioni dello spazio determina una forma geometrica caratteristica: il reticolo cristallino tipico di ogni specie mineralogica.

Per classificare i cristalli in base alla loro forma geometrica si fa riferimento agli *elementi di simmetria (piano, asse, centro)* che definiscono il grado di simmetria. I cristalli di una stessa specie, a parità di condizioni esterne, hanno sempre lo stesso grado di simmetria.

Elementi di simmetria		Operazioni di simmetria
1) Assi di rotazione	➡	Rotazione attorno ad un asse
2) Piani di riflessione	➡	Riflessione da parte di uno specchio
3) Centro di simmetria	➡	Inversione intorno ad un punto centrale
4) Assi di rotoinversione	➡	Combinazione di Rotazione e inversione

ROTAZIONE

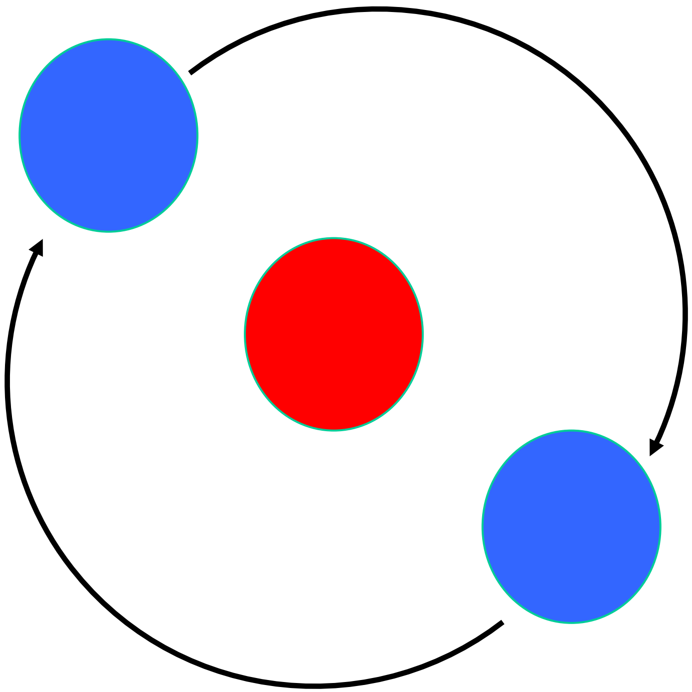
Asse di rotazione: linea immaginaria attorno al quale un motivo può essere ruotato e ripetere se stesso con lo stesso aspetto una o molte volte durante una rotazione completa.
La simmetria di rotazione si esprime generalmente con un qualsiasi numero n da 1 a ⍰. Se:

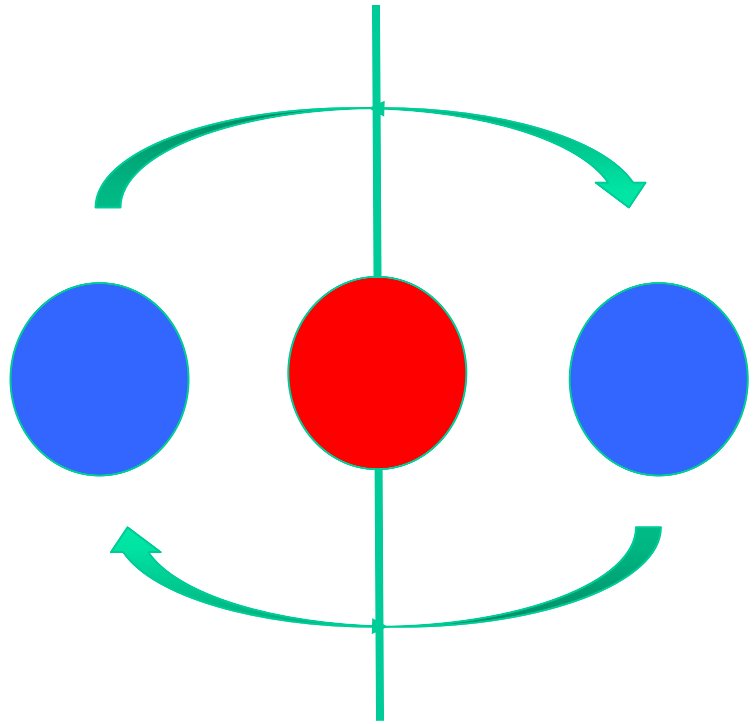
n=1 dopo 360° di rotazione tutti i punti di un oggetto o figura tornano a coincidere con se stessi una sola volta

n=36 (esempio) ogni 10° di rotazione dell’oggetto o figura in questione i punti di tale oggetto tornano a coincidere con se stessi

n= ⍰ un oggetto che possiede questo tipo di asse può coincidere con sé stesso per ogni valore dell’angolo di rotazione poiché la rotazione richiesta è infinitamente piccola.

Asse di simmetria: rotazione di 360/n





Nel presente caso n=2 e pertanto l'angolo di rotazione è 180°
Compatibili con il reticolo di traslazione vi sono solo assi di ordine (1), 2, 3, 4, 6. Altri tipi di assi, 5 per esempio, non sono compatibili con i reticoli di traslazione.

Per i cristalli i tipi di rotazione permessi, ossia quelli compatibili con i reticoli cristallini, sono i seguenti:

$\alpha = 360°$	ordine 1	1
$\alpha = 180°$	ordine 2	2
$\alpha = 120°$	ordine 3	3
$\alpha = 90°$	ordine 4	4
$\alpha = 60°$	ordine 6	6

Il numero di duplicazioni del motivo durante una rotazione di 360° dà il nome (ordine) all'asse di rotazione.

Non sono possibili assi di ordine 5, 7 o superiori, perché modificano la periodicità dei reticoli cristallini.

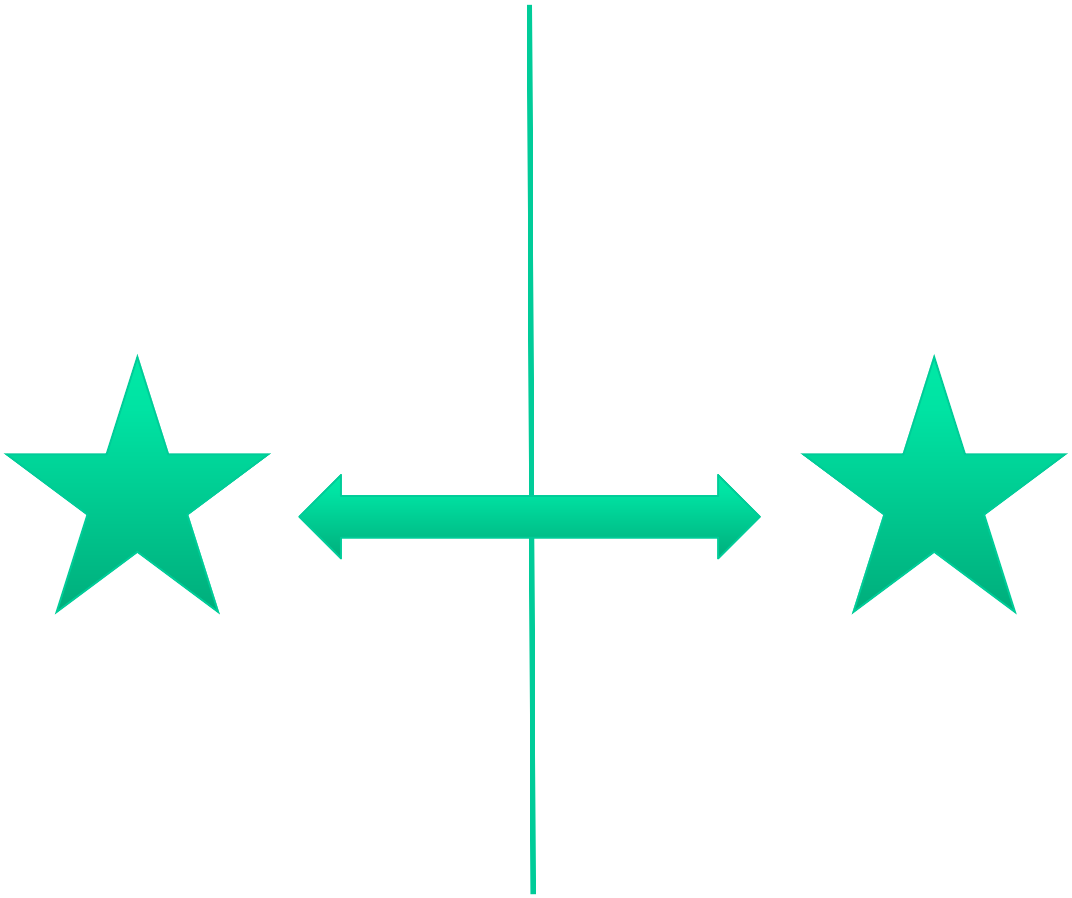
RIFLESSIONE (m)

Una riflessione produce un’immagine speculare attraverso un piano di riflessione m.

Il motivo generato ha orientazione opposta al motivo originale e si dice che i due formano una *coppia enantiomorfa*.

Un piano di simmetria è quindi un piano immaginario che divide il cristallo in due metà ciascuna delle quali è l’immagine speculare dell’altra.

Piano di Simmetria: m

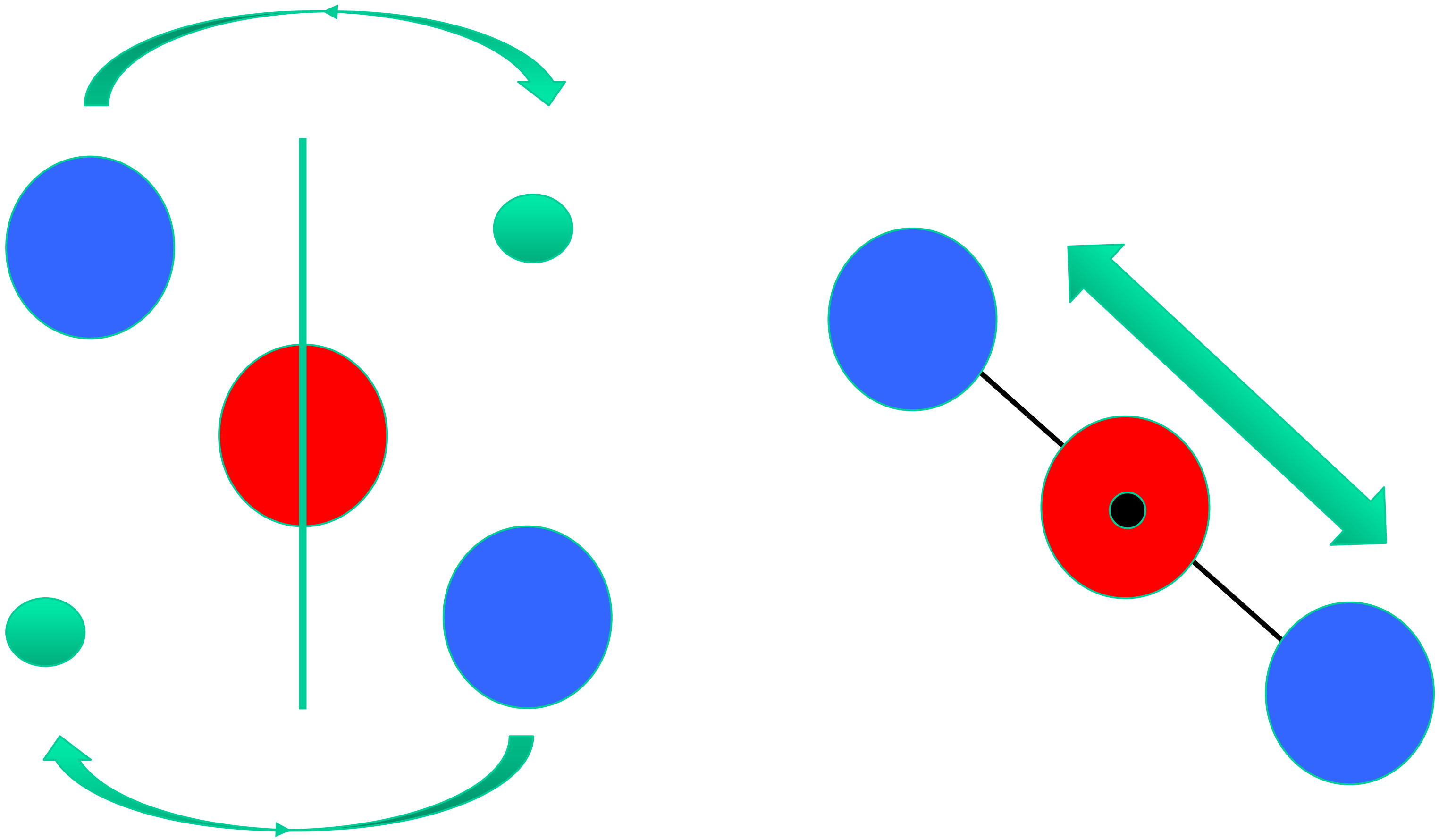


INVERSIONE (i)

Un’operazione di inversione produce un oggetto invertito tramite un *centro di simmetria o di inversione.*

Invertire significa tracciare linee immaginarie da ogni punto dell’oggetto attraverso il centro di inversione e alla stessa distanza sul lato opposto del centro. L’oggetto viene quindi ricreato collegando i punti.

Centro di simmetria: -1



ROTAZIONE CON INVERSIONE

Oltre alla simmetria generata dagli assi di rotazione vi sono rotazioni che possono essere combinate con l'inversione sono chiamate operazioni di *rotoinversione.*

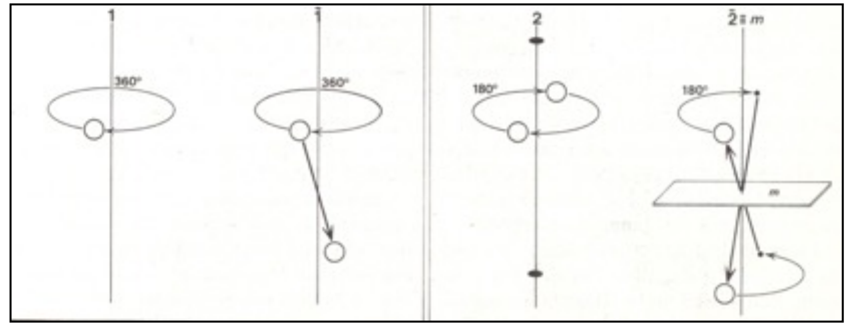
Oltre agli assi di simmetria semplici si possono avere combinazioni di un asse di simmetria con il centro di simmetria. Si ottengono gli:

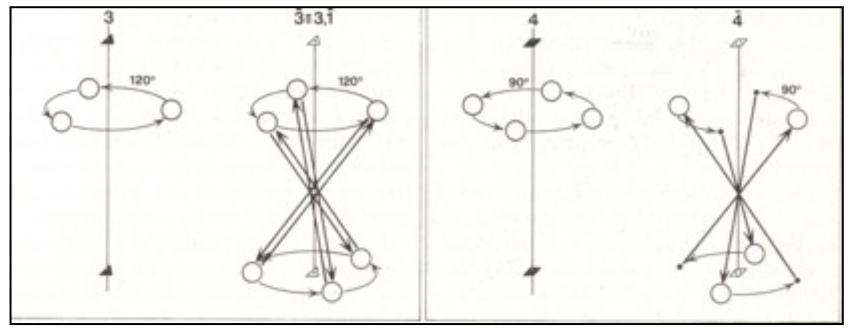
ASSI DI INVERSIONE

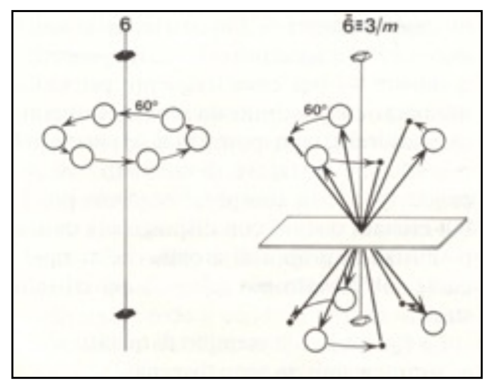
- Un asse di ordine dispari equivale alla combinazione dello stesso asse con il centro di simmetria.

- Un asse di ordine pari (escluso l’asse 4) equivale alla combinazione di un asse di ordine metà più il piano di simmetria normale all’asse.

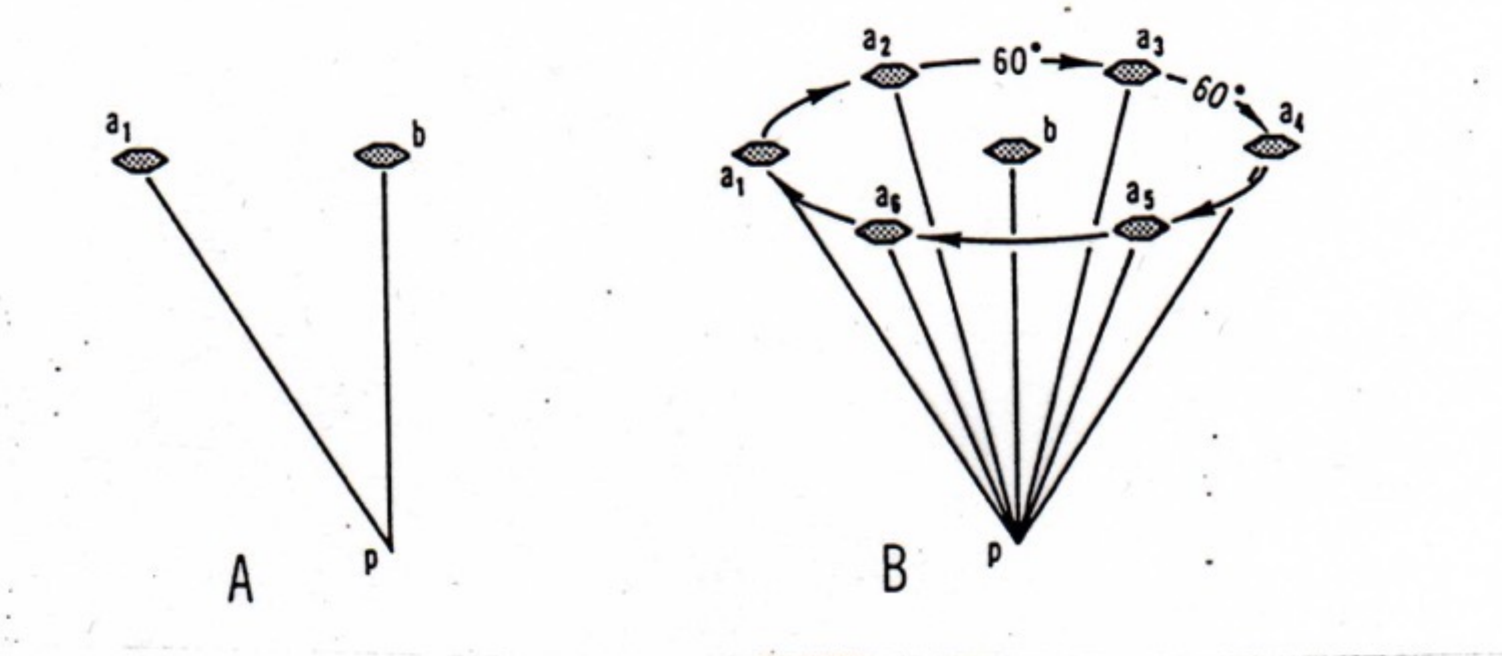
- L’asse di ordine 4, non è equivalente alla combinazione di altri elementi, ma è in subordine asse di ordine 2.







Combinazione di Assi di Simmetria



Tripletti compatibili con la simmetria di traslazione

2 2 2	2 2 3	2 2 4
2 2 6	2 3 3	2 3 4

Tripletti non compatibili con la simmetria di traslazione

2 3 6	2 4 4	2 4 6
2 6 6	3 3 3	3 3 4
3 3 6	3 4 4	3 4 6
3 6 6	4 4 4	4 4 6

4 6 6 6 6 6

Il numero delle combinazioni possibili dei diversi elementi di simmetria NON E’ ILLIMITATO. In base al grado di simmetria i cristalli vengono ordinati in:

3 gruppi cristallini: MONOMETRICO, DIMETRICO, TRIMETRICO

Considerando la cella elementare, i moduli dei tre assi (a_0, b_0, c_0) potranno presentare le seguenti caratteristiche a seconda del tipo di asse/assi di simmetria presenti:

Se gli assi sono di ordine minore o uguale a 2

Tutti e tre diversi: $a_0 \neq b_0 \neq c_0$ 1, 2, e tripletto 2 2 2

Se c'è un asse di ordine superiore a 2 ossia assi di ordine 3, 4, 6

Due uguali e diversi dal terzo: $a_0 = b_0 \neq c_0$ 3, 4 , 6 e relativi tripletti 3 2 2, 4 2 2, 6 2 2

Ed infine quando sono presenti due particolari combinazioni di assi

Tutti e tre uguali: $a_0 = b_0 = c_0$ tripletti 4 3 2 e 2 3

Questo definisce i tre **GRUPPI** di simmetria, rispettivamente:

TRIMETRICO, DIMETRICO e MONOMETRICO

Il numero delle combinazioni possibili dei diversi elementi di simmetria NON E' ILLIMITATO. In base al grado di simmetria i cristalli vengono ordinati in:

3 gruppi cristallini: MONOMETRICO, DIMETRICO, TRIMETRICO

7 sistemi cristallini (cubico, esagonale, trigonale, tetragonale, ortorombico, monoclino, triclino, basati sul valore degli angoli fra gli assi).

Gli angoli tra gli assi (α, β e γ), che dipendono dal tipo di assi di simmetria presenti, permettono di definire i **7 SISTEMI** di simmetria.

GRUPPI	SISTEMI	SIMMETRIA ASSIALE	SIMMETRIA TRASLAZIONE
TRIMETRICO	Triclino ($\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90°$)	1	P
$a_o \neq b_o \neq c_o$	Monoclino ($\alpha = \gamma = 90°$; $\beta \neq 90°$)	2	P, C
a : b : c	Rombico ($\alpha = \beta = \gamma = 90°$)	222	P, C, I, F
DIMETRICO	Tetragonale ($\alpha = \beta = \gamma = 90°$)	4 422	P, I
$a_o = b_o \neq c_o$	Trigonale ($\alpha = \beta = 90°$; $\gamma = 120°$)	3 32	P, R
a : a : c	Esagonale ($\alpha = \beta = 90°$; $\gamma = 60°$)	6 622	(P)
MONOMETRICO $a_o = b_o = c_o$ a : a : a	Cubico ($\alpha = \beta = \gamma = 90°$)	23 432	P, I, F

Il numero delle combinazioni possibili dei diversi elementi di simmetria NON E’ ILLIMITATO. In base al grado di simmetria i cristalli vengono ordinati in:

3 gruppi cristallini: MONOMETRICO, DIMETRICO, TRIMETRICO.

7 sistemi cristallini (cubico, esagonale, trigonale, tetragonale, ortorombico, monoclino, triclino, basati sul valore degli angoli fra gli assi).

32 classi cristalline o gruppi di simmetria puntuali

Le 32 Classi Cristalline:

gruppi di simmetria puntuali, ossia tutti gli operatori di simmetria passano per un punto.

Tabella 16.I

SIMMETRIA COMPLETA DI CIASCUNA CLASSE

ORDINE n DELL'ASSE	1	2	3	4	6
ASSOCIAZIONI DI ASSI DI SIMMETRIA (assi singoli o tripletti)	A	B	D	E	F
n	1	2	3	4	6
$\bar{n}$	$\bar{1}$	$\bar{2} = m$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$
$(n, \bar{n})$ (*)	id.	$\frac{2}{m}\ \bar{1}$	id.	$\frac{(4,\bar{4})}{m}\ \bar{1}$	$\frac{(6,\bar{6},\bar{3})}{m}\ \bar{1}$
		C			
$n22$		$2\ 22$	$3\ 222$	$4\ 2222$	$6\ 222222$
$n\bar{2}\bar{2} = nmm$		$2\ mm$	$3\ mmm$	$4\ mmmm$	$6\ mmmmmm$
$\bar{n}\bar{2}2 = \bar{n}m2$		id.	$\bar{3}\ \frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\ \bar{1}$	$\bar{4}\ mm\ 22$	$\bar{6}\ mmm\ 222$
$(n, \bar{n})\ (2, \bar{2})\ (2, \bar{2})$		$\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\ \bar{1}$	id.	$\frac{(4,\bar{4})}{m}\ \frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\ \bar{1}$	$\frac{(6,\bar{6},\bar{3})}{m}\ \frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\ \bar{1}$

	G
233	$222\ 3333$
$(2, \bar{2})\ \bar{3}\ \bar{3}$	$\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\ \bar{3}\bar{3}\bar{3}\bar{3}\ \bar{1}$
432	$444\ 3333\ 222222$
$\bar{4}\,3\,\bar{2} = \bar{4}\,3m$	$\bar{4}\bar{4}\bar{4}\ 3333\ mmmmmm$
$(4, \bar{4})\ \bar{3}\ (2, \bar{2})$	$\frac{(4,\bar{4})}{m}\frac{(4,\bar{4})}{m}\frac{(4,\bar{4})}{m}\ \bar{3}\bar{3}\bar{3}\bar{3}\ \frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\frac{2}{m}\ \bar{1}$

Sistemi

A triclino
B monoclino
C rombico
D trigonale
E tetragonale
F esagonale
G cubico

(*) Un asse di simmetria di ordine n, contemporaneamente semplice e d'inversione, è anche asse d'inversione per tutti gli ordini sottomultipli di n; per esempio: $(6, \bar{6}) = (6, \bar{6}, \bar{3}, \bar{2}, \bar{1}) = \frac{(6,6,3)}{m}\ \bar{1}$.
Il simbolo «id.» indica che la classe è uguale a quella elencata sopra nella stessa colonna.

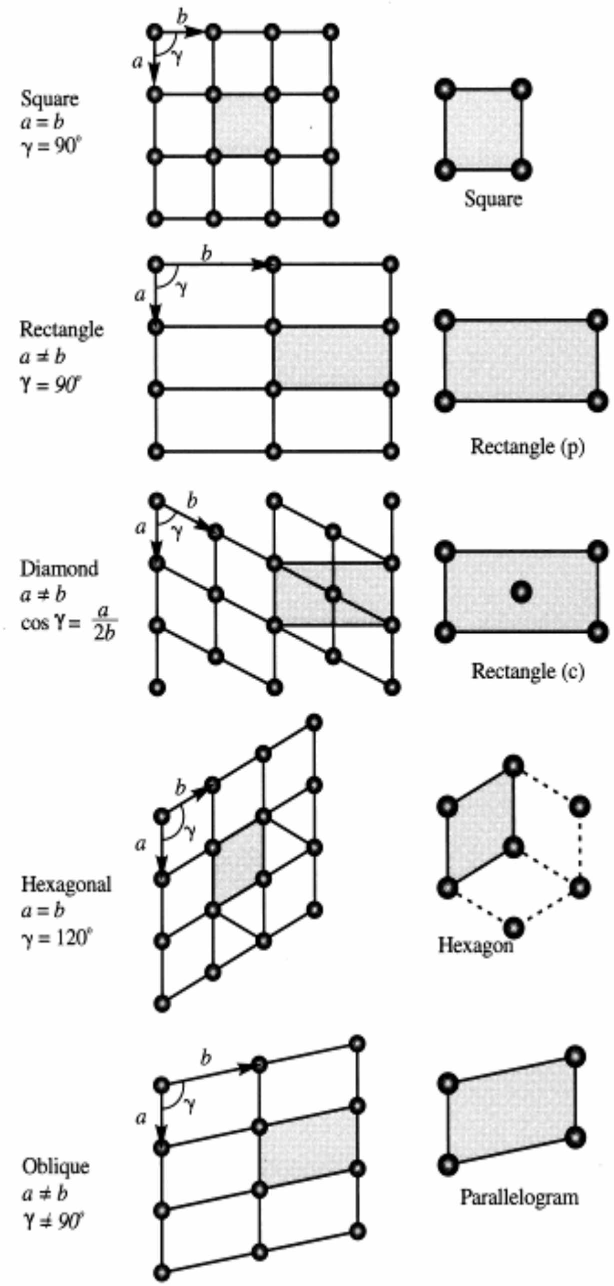
Forma delle maglie elementari

Compatibilmente con la simmetria di rotazione (assi (1)-2-3-4-6) e di riflessione (piano e centro), le maglie elementari, possono avere le forme di quadrilateri regolari.

Si definiscono **P**rimitive quelle che hanno nodi solo ai vertici, mentre saranno **C**entrate quelle che hanno un nodo anche al centro della maglia.

Forme possibili delle maglie elementari, compatibilmente con la simmetria di rotazione e di riflessione.

Simmetria	Maglia
Asse 4	Quadrata
m m m	Rettangolare
m m m	Rettangolare centrata
Assi 3 o 6	Esagonale
Asse 2 o 1	Obliqua



Applicando alle maglie il terzo vettore di traslazione otteniamo i:

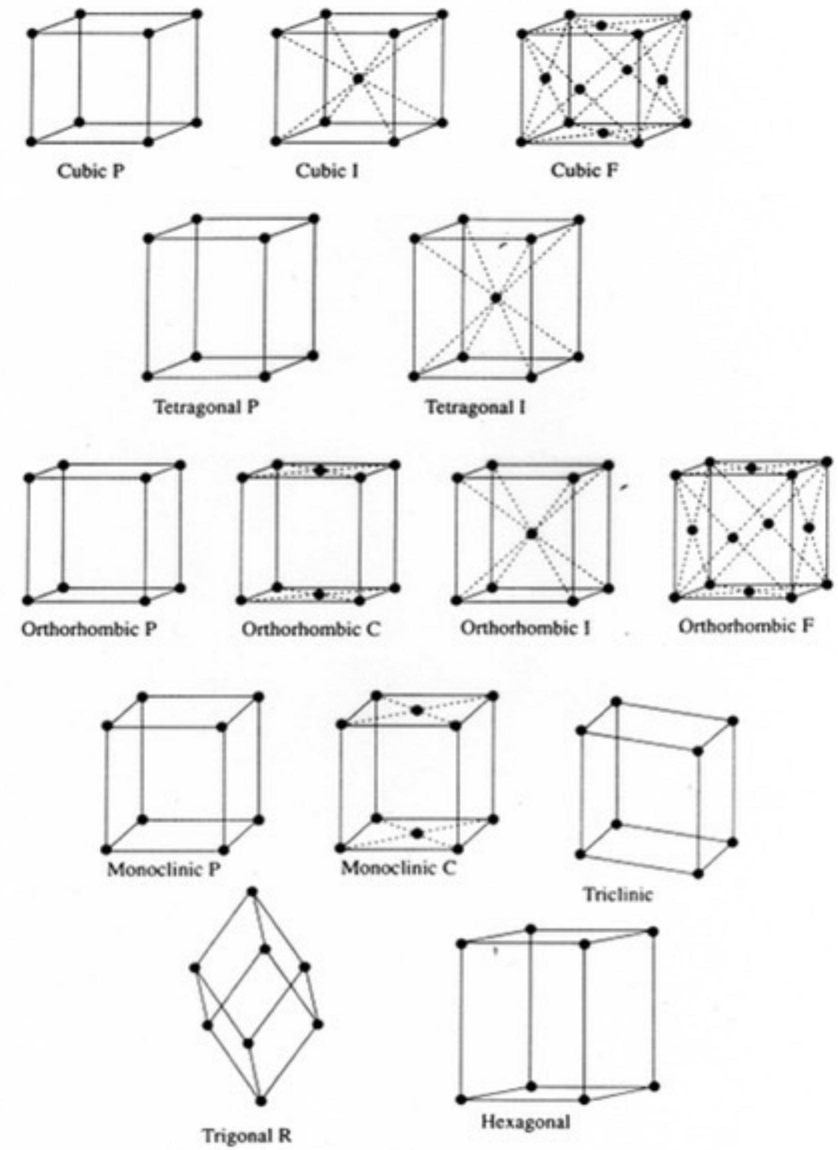
RETICOLI BRAVAISIANI

I reticoli bravaisiani descrivono i vari tipi di celle elementari possibili nei cristalli. Vi sono 7 reticoli primitivi e 7 non primitivi (primitivo (**P**) = nodi solo ai vertici; **C** = a base centrata; **I** = a corpo centrato; **F** = a facce centrate).

I reticoli primitivi sono basati su celle elementari a forma di parallelepipedo rispecchianti il sistema di simmetria del cristallo.

La derivazione dei reticoli richiede i seguenti passaggi:

1) Definizione della posizione degli elementi di simmetria entro le maglie piane
2) Definizione di un vettore di traslazione al di fuori dal piano della maglia da assumere come terzo lato.



Combinazione della traslazione con la rotazione.

ELICOGIRE

Con un operatore di simmetria semplice, posizione iniziale e finale sono coincidenti, mentre con le elicogire, posizione iniziale e finale non sono più coincidenti, ma equivalenti per traslazione.

La componente di traslazione associata alla rotazione deve essere una frazione del periodo di traslazione nella direzione dell'asse.

La componente di traslazione associata alla rotazione è definita da: mT/n con $m<n$ entrambi numeri interi (T = periodo di traslazione, n è l'ordine dell'asse di rotazione).

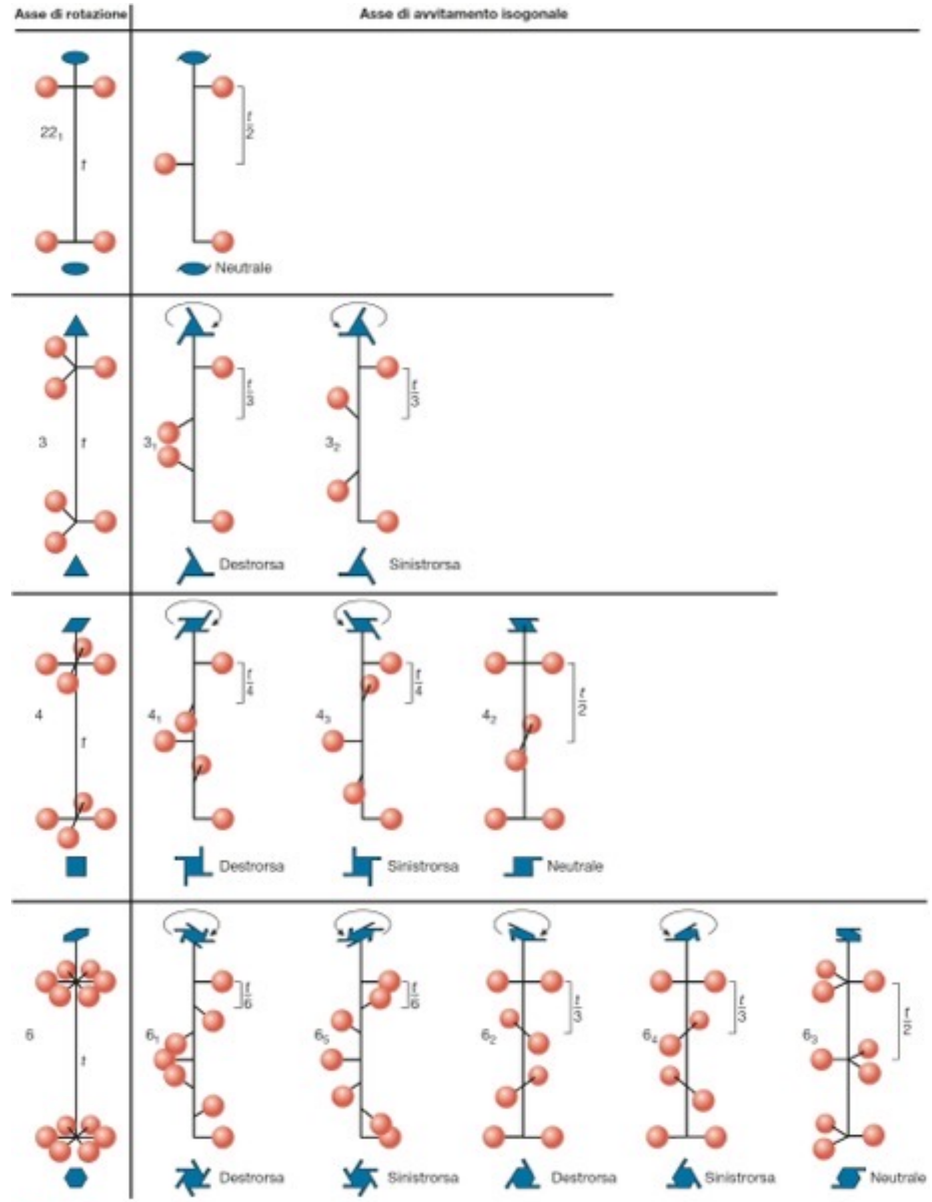
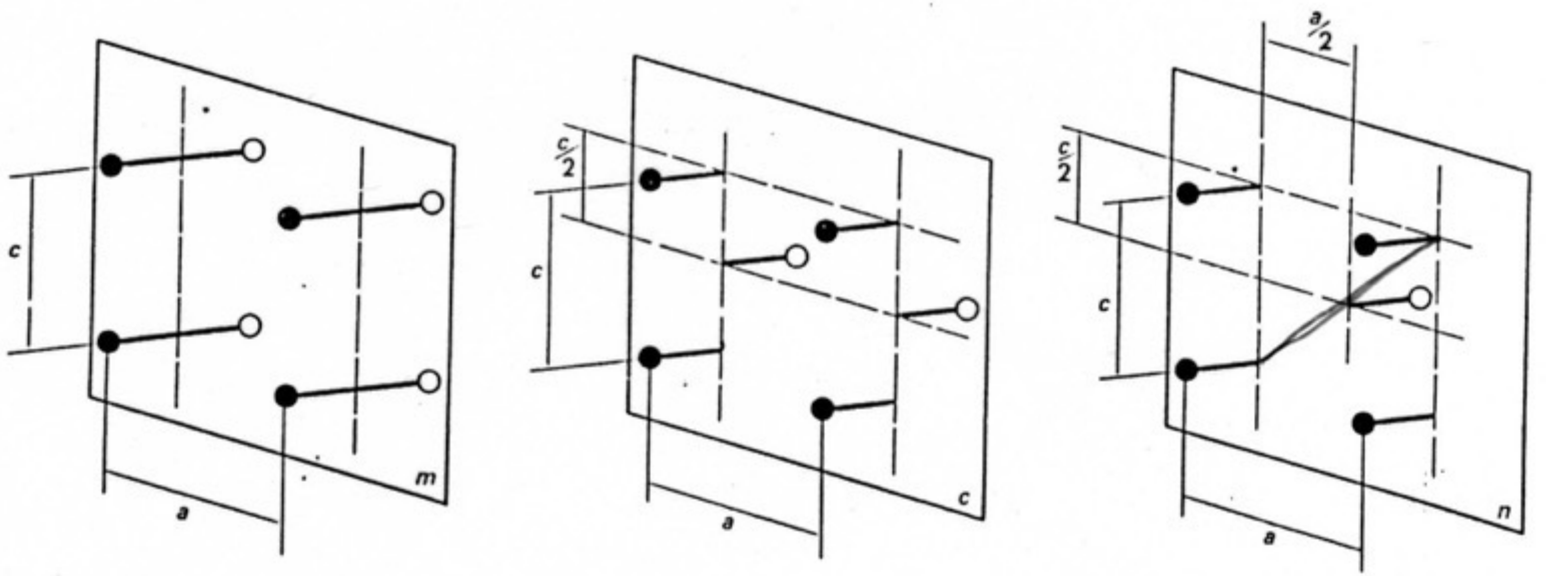


Figura 5.27 In questa figura vengono rappresentate graficamente le operazioni combinate di rotazione e traslazione (elicogire) su motivi, qui rappresentati con una sfera. Le sfere possono rappresentare atomi, ioni o gruppi ionici interni a una struttura cristallina. I simboli grafici internazionali per queste operazioni sono disegnati in prospettiva nella parte superiore dell'elicogira e in pianta alla base. Le frecce circolari indicano il verso della rotazione. (Adattata da *International Tables for Crystallography* 1983, vol. A.)

Combinazione della traslazione con la riflessione.

SLITTOPIANI



a) b) c)

Il numero delle combinazioni possibili dei diversi elementi di simmetria NON E’ ILLIMITATO. In base al grado di simmetria i cristalli vengono ordinati in:

3 gruppi cristallini: MONOMETRICO, DIMETRICO, TRIMETRICO.

7 sistemi cristallini (cubico, esagonale, trigonale, tetragonale, ortorombico, monoclino, triclino, basati sul valore degli angoli fra gli assi).

32 classi cristalline o gruppi puntuali di simmetria.

230 gruppi spaziali

I 230 GRUPPI SPAZIALI

Rappresentano le possibili associazioni coerenti di operatori di simmetria, capaci di portare in coincidenza un atomo con altri ad esso equivalenti, formanti un insieme ordinato, omogeneo, periodico, anisotropo, quale è un cristallo dal punto di vista della sua struttura.

Nei gruppi spaziali, oltre alle operazioni di rotazione e riflessione, troviamo elicogire, slittopiani e i tipi di reticolo.

Mentre nelle 32 Classi cristalline (o puntuali) gli operatori di simmetria passano tutti per un punto, nei gruppi spaziali sono distribuiti nella cella elementare.

Tabella 41.I

CLASSI	SIMBOLO DELLE CLASSI	SIMBOLI DEI GRUPPI SPAZIALI SECONDO LA NOTAZIONE INTERNAZIONALE
Triclina pediale	1	P1
Triclina pinacoidale	$\bar{1}$	$P\bar{1}$
Monoclina sfenoidica	2	$P2$, $P2_1$, $C2$
Monoclina domatica	m	Pm, Pc, Cm, Cc
Monoclina prismatica	$\frac{2}{m}$	$P\frac{2}{m}$, $P\frac{2_1}{m}$, $C\frac{2}{m}$, $P\frac{2}{c}$, $P\frac{2_1}{c}$, $C\frac{2}{c}$
Rombica bisfenoidica	222	$P222$, $P222_1$, $P2_12_12$, $P2_12_12_1$, $C222_1$, $C222$, $F222$, $I222$, $I2_12_12_1$
Rombica piramidale	$mm2$	$Pmm2$, $Pmc2_1$, $Pcc2$, $Pma2$, $Pca2_1$, $Pnc2$, $Pmn2_1$, $Pba2$, $Pna2_1$, $Pnn2$, $Cmm2$, $Cmc2_1$, $Ccc2$, $Amm2$, $Abm2$, $Ama2$, $Aba2$, $Fmm2$, $Fdd2$, $Imm2$, $Iba2$, $Ima2$
Rombica bipiramidale	mmm	$Pmmm$, $Pnnn$, $Pccm$, $Pban$, $Pmma$, $Pnna$, $Pmna$, $Pcca$, $Pbam$, $Pccn$, $Pbcm$, $Pnnm$, $Pmmn$, $Pbcn$, $Pbca$, $Pnma$, $Cmcm$, $Cmca$, $Cmmm$, $Cccm$, $Cmma$, $Ccca$, $Fmmm$, $Fddd$, $Immm$, $Ibam$, $Ibca$, $Imma$
Tetragonale piramidale	4	$P4$, $P4_1$, $P4_2$, $P4_3$, $I4$, $I4_1$
Tetragonale bisfenoidica	$\bar{4}$	$P\bar{4}$, $I\bar{4}$
Tetragonale bipiramidale	$\frac{4}{m}$	$P\frac{4}{m}$, $P\frac{4_2}{m}$, $P\frac{4}{n}$, $P\frac{4_2}{n}$, $I\frac{4}{m}$, $I\frac{4_1}{a}$
Tetragonale trapezoedrica	422	$P422$, $P42_12$, $P4_122$, $P4_12_12$, $P4_222$, $P4_22_12$, $P4_322$, $P4_32_12$, $I422$, $I4_122$
Ditetragonale piramidale	$4mm$	$P4mm$, $P4bm$, $P4_2cm$, $P4_2nm$, $P4cc$, $P4nc$, $P4_2mc$, $P4_2bc$ $I4mm$, $I4cm$, $I4_1md$, $I4_1cd$
Tetragonale scalenoedrica	$\bar{4}2m$	$P\bar{4}2m$, $P\bar{4}2c$, $P\bar{4}2_1m$, $P\bar{4}2_1c$, $P\bar{4}m2$, $P\bar{4}c2$, $P\bar{4}b2$, $P\bar{4}n2$, $I\bar{4}m2$, $I\bar{4}c2$, $I\bar{4}2m$, $I\bar{4}2d$
Ditetragonale bipiramidale	$\frac{4}{m}mm$	$P\frac{4}{m}mm$, $P\frac{4}{m}cc$, $P\frac{4}{n}bm$, $P\frac{4}{n}nc$, $P\frac{4}{m}bm$, $P\frac{4}{m}nc$, $P\frac{4}{n}mm$, $P\frac{4}{n}cc$, $P\frac{4_2}{m}mc$, $P\frac{4_2}{m}cm$, $P\frac{4_2}{n}bc$, $P\frac{4_2}{n}nm$, $P\frac{4_2}{m}bc$, $P\frac{4_2}{m}nm$, $P\frac{4_2}{n}mc$, $P\frac{4_2}{n}cm$, $I\frac{4}{m}mm$, $I\frac{4}{m}cm$, $I\frac{4_1}{a}md$, $I\frac{4_1}{a}cd$
Trigonale piramidale	3	$P3$, $P3_1$, $P3_2$, $R3$
Trigonale romboedrica	$\bar{3}$	$P\bar{3}$, $R\bar{3}$
Trigonale trapezoedrica	32	$P312$, $P321$, $P3_112$, $P3_121$, $P3_212$, $P3_221$, $R32$
Ditrigonale piramidale	$3m$	$P3m1$, $P31m$, $P3c1$, $P31c$, $R3m$, $R3c$
Ditrigonale scalenoedrica	$\bar{3}m$	$P\bar{3}1m$, $P\bar{3}1c$, $P\bar{3}m1$, $P\bar{3}c1$, $R\bar{3}m$, $R\bar{3}c$
Esagonale piramidale	6	$P6$, $P6_1$, $P6_5$, $P6_2$, $P6_4$, $P6_3$
Trigonale bipiramidale	$\bar{6}$	$P\bar{6}$
Esagonale bipiramidale	$\frac{6}{m}$	$P\frac{6}{m}$, $P\frac{6_3}{m}$
Esagonale trapezoedrica	622	$P622$, $P6_122$, $P6_522$, $P6_222$, $P6_422$, $P6_322$
Diesagonale piramidale	$6mm$	$P6mm$, $P6cc$, $P6_3cm$, $P6_3mc$
Ditrigonale bipiramidale	$\bar{6}m2$	$P\bar{6}m2$, $P\bar{6}c2$, $P\bar{6}2m$, $P\bar{6}2c$
Diesagonale bipiramidale	$\frac{6}{m}mm$	$P\frac{6}{m}mm$, $P\frac{6}{m}cc$, $P\frac{6_3}{m}cm$, $P\frac{6_3}{m}mc$
Tetraedricapentagonododecaedrica	23	$P23$, $F23$, $I23$, $P2_13$, $I2_13$
Diacisdodecaedrica	$m3$	$Pm3$, $Pn3$, $Fm3$, $Fd3$, $Im3$, $Pa3$, $Ia3$
Pentagonoicositetraedrica	432	$P432$, $P4_232$, $F432$, $F4_132$, $I432$, $P4_332$, $P4_132$, $I4_132$
Esacistetraedrica	$\bar{4}3m$	$P\bar{4}3m$, $F\bar{4}3m$, $I\bar{4}3m$, $P\bar{4}3n$, $F\bar{4}3c$, $I\bar{4}3d$
Esacisottaedrica	$m3m$	$Pm3m$, $Pn3n$, $Pm3n$, $Pn3m$, $Fm3m$, $Fm3c$, $Fd3m$, $Fd3c$, $Im3m$, $Ia3d$

Gruppi spaziali “preferiti” rispetto ad altri dai cristalli. Sono circa 40 i gruppi spaziali mai riscontrati nei cristalli studiati.

$P \frac{2_1}{c}$	9 %
$F\,m3m$	8 %
$P\,nma$	5 %
$P\,2_1 2_1 2_1$	4 %
$P \frac{6}{m} mc$	4 %
$F\,d3m$	4 %
$P\,2_1$	3 %
$C \frac{2}{c}$	3 %
$R\,\bar{3}m$	3 %
$P\,m3m$	3 %
Altri (220)	54 %
	100 %

Acquamarina