

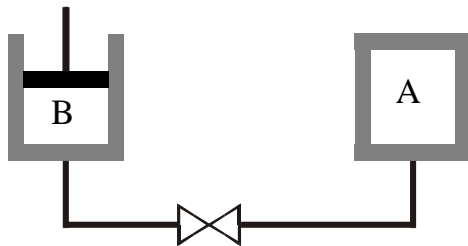
.....
NOME e COGNOME

.....
CORSO di LAUREA

.....
Voto

Esercizio 1

Come schematizzato in figura il serbatoio termicamente isolato A ha un volume $V_A = 0.15 \text{ m}^3$ e contiene aria che, inizialmente, si trova alla pressione $p_{Ai} = 3 \text{ MPa}$ ed alla temperatura $T_{Ai} = 400 \text{ K}$. Il serbatoio B, anch'esso termicamente isolato, contiene aria, ed ha un volume iniziale $V_{Bi} = 0.1 \text{ m}^3$ con pressione $p_{Bi} = 0.2 \text{ MPa}$ (necessaria a bilanciare la pressione atmosferica esterna ed il peso del pistone mobile senza attrito) ed alla temperatura iniziale $T_{Bi} = 300 \text{ K}$.



A questo punto la valvola di collegamento viene aperta in modo da consentire a parte dell'aria di andare da A a B, fino a che la pressione in A scende al valore $p_{Af} = p_{Bi} = 0.2 \text{ MPa}$.

Nelle ipotesi che:

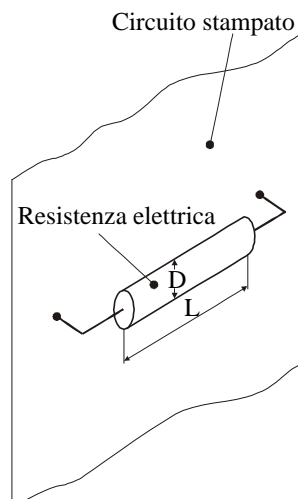
- Le variazioni di energia cinetica e potenziale, nel corso della trasformazione, siano trascurabili;
- L'aria si comporti da gas ideale, con $R = 0.287 \text{ kJ/(kg K)}$ e $k = c_p/c_v = 1.4$;
- L'espansione in A sia isoentropica e la trasformazione in B sia isobara.

Calcolare:

1. Le masse d'aria finali m_{Af} ed m_{Bf} nei due serbatoi;
2. La temperatura finale T_{Bf} dell'aria in B.

Esercizio 2

Una resistenza elettrica, che dissipa una potenza pari a 0.075 W , è montata su un circuito stampato disposto verticalmente. La resistenza può essere approssimata come un cilindro di lunghezza $L = 1 \text{ cm}$ e diametro $D = 0.25 \text{ cm}$.



Trascurando la trasmissione di calore per irraggiamento, quella attraverso le superfici laterali, e la perdita di calore per conduzione attraverso i terminali di collegamento, determinare la temperatura superficiale della resistenza nell'ipotesi che l'aria circostante si trovi ad una temperatura $T_\infty = 30^\circ \text{C}$.

Nota:

Per il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo, si utilizzi la seguente espressione, valida per la convezione naturale in aria di un cilindro orizzontale:

$$h = 1.32 \left(\frac{\Delta T}{D} \right)^{1/4} \quad \text{con } \Delta T [\text{K}] \text{ e } D [\text{m}]$$

Soluzioni

Esercizio 1

Calcolo delle masse iniziali:

$$m_{Ai} = \frac{p_{Ai} V_A}{R T_{Ai}} = 3.9199 \text{ kg} \quad m_{Bi} = \frac{p_{Bi} V_B}{R T_{Bi}} = 0.2323 \text{ kg}$$

L'espansione in A è isoentropica, quindi:

$$T_{Af} = T_{Ai} \left(\frac{p_{Ai}}{p_{Af}} \right)^{\frac{1-k}{k}} = 400 \left(\frac{3 \cdot 10^6}{0.2 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1-1.4}{1.4}} = 184.52 \text{ K}$$

e perciò la massa d'aria in A alla fine dell'espansione vale:

$$m_{Af} = \frac{p_{Af} V_A}{R T_{Af}} = 0.567 \text{ kg}$$

La massa contenuta in B, alla fine dell'espansione, si ottiene dal bilancio di massa:

$$m_{Ai} + m_{Bi} = m_{Af} + m_{Bf} \quad m_{Bf} = m_{Bi} + (m_{Ai} - m_{Af}) = 3.5852 \text{ kg}$$

Le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili:

$$\hat{U}_f - \hat{U}_i = \hat{Q}_{if} - \hat{L}_{if} = -\hat{L}_{if}$$

e la trasformazione in B è isobara:

$$\hat{L}_{if} = \int_{V_{Bi}}^{V_{Bf}} p_B dV = p_B (V_{Bf} - V_{Bi}) = p_B m_{Bf} v_{Bf} - p_B m_{Bi} v_{Bi}$$

quindi, dalla precedente:

$$\hat{U}_f - \hat{U}_i = p_B m_{Bf} v_{Bf} - p_B m_{Bi} v_{Bi} \quad (1)$$

La variazione di energia interna è anche esprimibile come:

$$\hat{U}_f - \hat{U}_i = [m_{Af} u_{Af} + m_{Bf} u_{Bf}] - [m_{Ai} u_{Ai} + m_{Bi} u_{Bi}] \quad (2)$$

Uguagliando le due espressioni (1) e (2) si ottiene:

$$-m_{Af} u_{Af} + m_{Ai} u_{Ai} + [(-m_{Bf} p_B v_{Bf} - m_{Bf} u_{Bf}) - (-m_{Bi} p_B v_{Bi} - m_{Bi} u_{Bi})] = 0$$

$$m_{Af} u_{Af} - m_{Ai} u_{Ai} + m_{Bf} h_{Bf} - m_{Bi} h_{Bi} = 0$$

Ricordando che:

$$c_p = \frac{k}{k-1} R \quad \text{e} \quad c_v = \frac{c_p}{k}$$

risolvendo per T_{Bf} :

$$T_{Bf} = \frac{m_{Ai} c_v T_{Ai} - m_{Af} c_v T_{Af} + m_{Bi} c_p T_{Bi}}{m_{Bf} c_p} = 310.80 \text{ K}$$

Esercizio 2

Da un bilancio di energia:

$$\dot{Q}_g = \dot{Q}_{conv} = hA(T_s - T_\infty) \quad \text{con } A = p D L \quad \text{ed } h = 1.32 \left(\frac{T_s - T_\infty}{D} \right)^{0.25}$$

Quindi:

$$\dot{Q}_g = 1.32 \left(\frac{T_s - T_\infty}{D} \right)^{0.25} p D L (T_s - T_\infty) = 1.32 D^{0.75} p L (T_s - T_\infty)^{1.25}$$

e risolvendo per T_s :

$$T_s = T_\infty + \left(\frac{\dot{Q}_g}{1.32 D^{0.75} p L} \right)^{\frac{1}{1.25}} = 30 + \left(\frac{0.075}{1.32 \cdot 0.0025^{0.75} p \cdot 0.01} \right)^{\frac{1}{1.25}} \cong 88.5 \text{ } ^\circ C$$