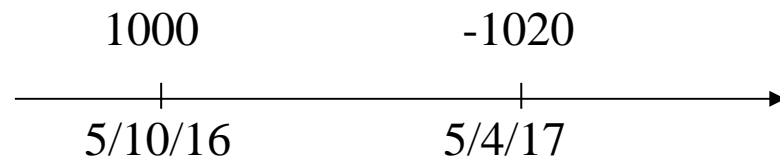


Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

## OPERAZIONE FINANZIARIA SU DUE DATE E LEGGE DI EQUIVALENZA INTERTEMPORALE

Esempio di operazione finanziaria su due date:



Formalmente, si definisce **operazione finanziaria su due date**:

$$\mathbf{x/t} = \{x_1, x_2\}/\{t_1, t_2\} \quad \text{con } t_1 < t_2$$

dove  $\{x_1, x_2\}$  è il flusso dei pagamenti

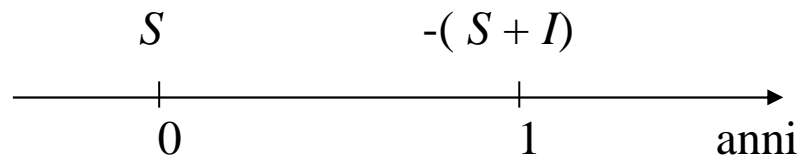
$\{t_1, t_2\}$  è lo scadenziario

Es.  $\mathbf{x/t} = \{1000, -1020\}/\{0, 6\}$  NB: scadenziario misurato in mesi  
(convenzione 360/360).

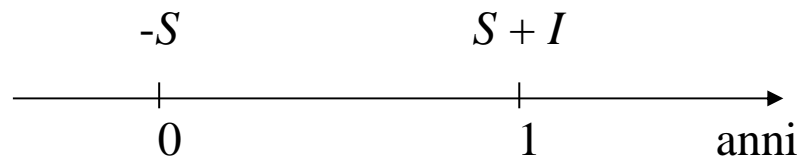
## Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Consideriamo un **contratto finanziario** in base al quale venga effettuato il prestito della somma  $S$  a fronte della restituzione, dopo un anno, della somma  $S$  e della corresponsione di un importo  $I$  prefissato.

Dal punto di vista del debitore:      **operazione di finanziamento**       $\{S, -(S + I)\}/\{0, 1\}$



Dal punto di vista del creditore:      **operazione di investimento**       $\{-S, S + I\}/\{0, 1\}$



0 indica l'istante di stipulazione del contratto

È un esempio di **operazione a pronti** o **spot** (cfr. con **operazione a termine** o **forward**)

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Tale contratto finanziario introduce una **legge di equivalenza** intertemporale:

$S$  euro in 0      sono giudicati equivalenti a       $S + I$  euro in 1.

Ciò può essere espresso dicendo che:

$S + I$       è il valore in 1      di  $S$  euro esigibili in 0       $W(1) = S + I$

$S$       è il valore in 0      di  $S + I$  euro esigibili in 1       $W(0) = S$

La funzione

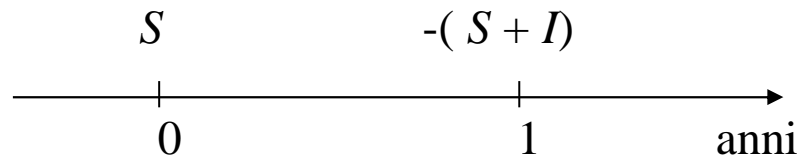
$$W(0) = S$$

$$W(1) = S + I$$

è detta **funzione valore**      esprime la legge di equivalenza intertemporale introdotta dal contratto finanziario

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

$$\{S, -(S + I)\} / \{0, 1\}$$



$S$  è detto **capitale** dato/preso a prestito

$I$  è detto **interesse**

Si definisce **tasso di interesse** (annuo)  $i = \frac{I}{S} \Rightarrow I = i S$

$i$  può essere interpretato come interesse maturato sul capitale unitario in un anno.

In termini di funzione valore:

$I = W(1) - W(0)$  l'interesse è l'incremento della funzione valore

$i = \frac{W(1) - W(0)}{W(0)}$  il tasso di interesse è l'incremento relativo della funzione valore

## Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

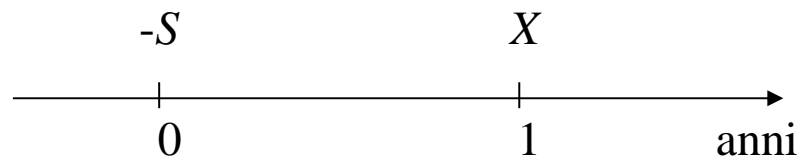
Assumiamo che i soggetti economici che stipulano i contratti finanziari siano massimizzatori di profitto, si ha allora

$$I > 0 \quad \text{ovvero} \quad i > 0$$

In una impostazione assiomatica, la positività dei tassi di interesse è garantita dal

**Postulato di rendimento del denaro:** “Il costo dell’operazione consistente nel differire la scadenza di un debito è positivo” (Bruno de Finetti)

Nel mondo reale si possono osservare, ex post, operazioni finanziarie con tassi di interesse negativi



$$\text{Se} \quad X < S \quad \Rightarrow \quad I < 0 \quad \Rightarrow \quad i < 0$$

$$\text{Poiché nei contratti finanziari si ha generalmente} \quad X \geq 0 \quad \Rightarrow \quad I \geq -S \quad \Rightarrow \quad i \geq -1$$

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Riprendiamo la funzione valore

$$W(0) = S$$

$$W(1) = S + I$$

essa esprime la legge di equivalenza intertemporale introdotta dal contratto finanziario.

$W(1) = S + I$  può essere interpretato come il valore in 1 di  $S$  euro esigibili in 0

Ciò può essere interpretato osservando che in una operazione di investimento si è disposti a rinunciare a  $S$  euro in 0 per ricevere  $S + I$  euro in 1

L'incremento della funzione valore  $W(1) - W(0)$  è detto **interesse**

L'incremento relativo della funzione valore  $\frac{W(1) - W(0)}{W(0)}$  è detto **tasso di interesse**

(annuo in quanto l'ampiezza dell'intervallo è pari ad un anno).

Def.:  $i = \frac{W(1) - W(0)}{W(0)}$  tasso annuo di interesse

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Data la funzione valore:

$$W(0) = S$$
$$W(1) = S + I$$

$W(0) = S$  può essere interpretato come il valore in 0 di  $S + I$  euro esigibili in 1

Osservazione: in una operazione di anticipazione (è una operazione di finanziamento) si è disposti a rinunciare a  $S + I$  euro esigibili in 1 per ricevere  $S$  euro in 0.

L'incremento della funzione valore  $W(1) - W(0)$  rappresenta la somma cui si è disposti a rinunciare per anticipare la disponibilità di un importo;

$W(1) - W(0)$  è detto **sconto**

$\frac{W(1) - W(0)}{W(1)}$  è detto **tasso di sconto** (annuo in quanto l'ampiezza dell'intervallo è pari ad un anno).

Def.:  $d = \frac{W(1) - W(0)}{W(1)} = \frac{I}{S + I}$  tasso annuo di sconto

Si ha  $d = \frac{I}{S + I} = \frac{I}{S} \cdot \frac{S}{S + I} = i \cdot \frac{1}{1 + i}$  quindi  $d < i$

## Esercizio

Data l'operazione finanziaria:

$$(a) \{-800, 840\}/\{0, 1\}$$

- definire la funzione valore  $W_a(t)$ ,  $t \in \{0, 1\}$ ;
- determinare il tasso annuo di interesse.

Si consideri un'altra operazione finanziaria

$$(b) \{W_b(0), -W_b(1)\}/\{0, 1\}$$

tale che  $W_b(0) = 1.200$  e tale che il tasso annuo di interesse definito dalla funzione valore  $W_b(t)$  sia lo stesso della  $W_a(t)$ . Determinare  $W_b(1)$ .