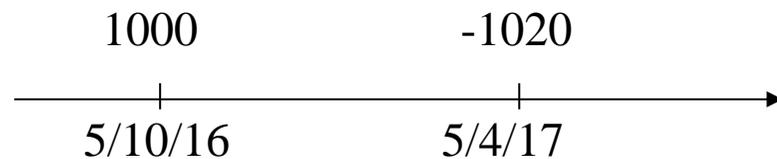


Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

OPERAZIONE FINANZIARIA SU DUE DATE E LEGGE DI EQUIVALENZA INTERTEMPORALE

Esempio di operazione finanziaria su due date:



Formalmente, si definisce **operazione finanziaria su due date**:

$$\mathbf{x/t} = \{x_1, x_2\}/\{t_1, t_2\} \quad \text{con } t_1 < t_2$$

dove $\{x_1, x_2\}$ è il flusso dei pagamenti

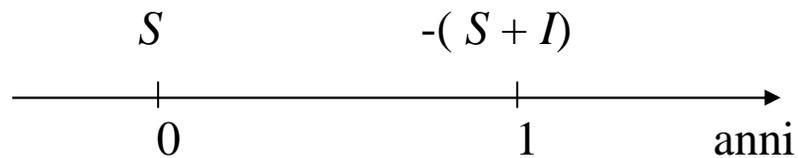
$\{t_1, t_2\}$ è lo scadenziario

Es. $\mathbf{x/t} = \{1000, -1020\}/\{0, 6\}$ NB: scadenziario misurato in mesi
(convenzione 360/360).

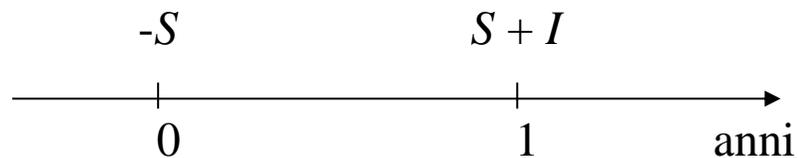
Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Consideriamo un **contratto finanziario** in base al quale venga effettuato il prestito della somma S a fronte della restituzione, dopo un anno, della somma S e della corresponsione di un importo I prefissato.

Dal punto di vista del debitore: **operazione di finanziamento** $\{S, -(S + I)\}/\{0, 1\}$



Dal punto di vista del creditore: **operazione di investimento** $\{-S, S + I\}/\{0, 1\}$



0 indica l'istante di stipulazione del contratto

È un esempio di **operazione a pronti** o **spot** (cfr. con **operazione a termine** o **forward**)

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Tale contratto finanziario introduce una **legge di equivalenza** intertemporale:

S euro in 0 sono giudicati equivalenti a $S + I$ euro in 1.

Ciò può essere espresso dicendo che:

$S + I$ è il valore in 1 di S euro esigibili in 0 $W(1) = S + I$

S è il valore in 0 di $S + I$ euro esigibili in 1 $W(0) = S$

La funzione

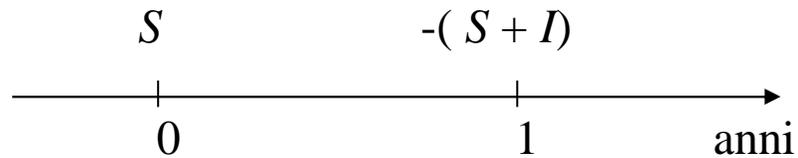
$$W(0) = S$$

$$W(1) = S + I$$

è detta **funzione valore** esprime la legge di equivalenza intertemporale introdotta dal contratto finanziario

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

$$\{S, -(S + I)\} / \{0, 1\}$$



S è detto **capitale** dato/preso a prestito

I è detto **interesse**

Si definisce **tasso di interesse** (annuo) $i = \frac{I}{S} \Rightarrow I = i S$

i può essere interpretato come interesse maturato sul capitale unitario in un anno.

In termini di funzione valore:

$I = W(1) - W(0)$ l'interesse è l'incremento della funzione valore

$i = \frac{W(1) - W(0)}{W(0)}$ il tasso di interesse è l'incremento relativo della funzione valore

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Assumiamo che i soggetti economici che stipulano i contratti finanziari siano massimizzatori di profitto, si ha allora

$$I > 0 \quad \text{ovvero} \quad i > 0$$

In una impostazione assiomatica, la positività dei tassi di interesse è garantita dal

Postulato di rendimento del denaro: “Il costo dell’operazione consistente nel differire la scadenza di un debito è positivo” (Bruno de Finetti)

Nel mondo reale si possono osservare, ex post, operazioni finanziarie con tassi di interesse negativi



Se $X < S \Rightarrow I < 0 \Rightarrow i < 0$

Poiché nei contratti finanziari si ha generalmente $X \geq 0 \Rightarrow I \geq -S \Rightarrow i \geq -1$

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Riprendiamo la funzione valore

$$W(0) = S$$

$$W(1) = S + I$$

essa esprime la legge di equivalenza intertemporale introdotta dal contratto finanziario.

$W(1) = S + I$ può essere interpretato come il valore in 1 di S euro esigibili in 0

Ciò può essere interpretato osservando che in una operazione di investimento si è disposti a rinunciare a S euro in 0 per ricevere $S + I$ euro in 1

L'incremento della funzione valore $W(1) - W(0)$ è detto **interesse**

L'incremento relativo della funzione valore $\frac{W(1) - W(0)}{W(0)}$ è detto **tasso di interesse**

(annuo in quanto l'ampiezza dell'intervallo è pari ad un anno).

Def.: $i = \frac{W(1) - W(0)}{W(0)}$ tasso annuo di interesse

Operazione finanziaria su due date e legge di equivalenza intertemporale

Data la funzione valore:

$$W(0) = S$$
$$W(1) = S + I$$

$W(0) = S$ può essere interpretato come il valore in 0 di $S + I$ euro esigibili in 1

Osservazione: in una operazione di anticipazione (è una operazione di finanziamento) si è disposti a rinunciare a $S + I$ euro esigibili in 1 per ricevere S euro in 0.

L'incremento della funzione valore $W(1) - W(0)$ rappresenta la somma cui si è disposti a rinunciare per anticipare la disponibilità di un importo;

$W(1) - W(0)$ è detto **sconto**

$\frac{W(1) - W(0)}{W(1)}$ è detto **tasso di sconto** (annuo in quanto l'ampiezza dell'intervallo è pari ad un anno).

Def.: $d = \frac{W(1) - W(0)}{W(1)} = \frac{I}{S + I}$ tasso annuo di sconto

Si ha $d = \frac{I}{S + I} = \frac{I}{S} \cdot \frac{S}{S + I} = i \cdot \frac{1}{1 + i}$ quindi $d < i$

Esercizio

Data l'operazione finanziaria:

$$(a) \{-800, 840\}/\{0, 1\}$$

- definire la funzione valore $W_a(t)$, $t \in \{0, 1\}$;
- determinare il tasso annuo di interesse.

Si consideri un'altra operazione finanziaria

$$(b) \{W_b(0), -W_b(1)\}/\{0, 1\}$$

tale che $W_b(0) = 1.200$ e tale che il tasso annuo di interesse definito dalla funzione valore $W_b(t)$ sia lo stesso della $W_a(t)$. Determinare $W_b(1)$.