



Ing. Mitja Morgut
Prof. Enrico Nobile
Università degli Studi di Trieste
DINMA, Sezione di Fisica Tecnica

Corso di Termofluidodinamica Computazionale

**Linearizzazione ed implementazione del termine sorgente in
un'equazione di trasporto in ANSYS-CFX 11: il modello di
cavitazione *Full Cavitation Model***

Marzo 2010

Indice

1	Introduzione	3
2	Breve Descrizione del Modello di Cavitazione	3
3	Implementazione in CFX	4
3.1	Premessa	4
3.1.1	Termine Sorgente Totale	4
3.1.2	Source Coefficient	5
3.2	Passi fondamentali per l'implementazione del modello	5
3.3	Ulteriori Informazioni	7
4	Simulazioni	8
4.1	Residui	8
4.2	Contours	9
5	Considerazioni conclusive	10

1 Introduzione

In questo documento vengono presentati i passaggi fondamentali per l'implementazione in ANSYS-CFX 11 (brevemente CFX) di un'equazione di trasporto aggiuntiva.

Come esempio verrà considerata l'implementazione dell'equazione di trasporto della frazione di massa del vapore, propria del modello di cavitazione detto *Full Cavitation Model* [1]. L'equazione di trasporto verrà implementata in due modi diversi, contraddistinti da una diversa trattazione del termine noto (sorgente). Nel primo caso il termine noto (sorgente) sarà valutato, o meglio *linearizzato* considerando solamente il contributo del termine sorgente totale, da noi in generale definito come s_P^{rhs} , mentre nel secondo caso, per migliorare la stabilità delle simulazioni, al termine sorgente totale s_P^{rhs} sarà addizionato il contributo di un ulteriore termine noto denominato *Source Coefficient* [2], e corrispondente al termine da noi chiamato s_P^{lhs} . Nel secondo caso i valori del *Source Coefficient* per ciascun nodo di calcolo saranno determinati attraverso un'opportuna formula ricavata seguendo le indicazioni del manuale di CFX [2], riconducibili alle regole fondamentali della linearizzazione dei termini sorgenti [3, 4].

Le due distinte implementazioni saranno messe a confronto valutando il flusso cavitativo di un profilo alare in 2D. Il confronto sarà operato attraverso il monitoraggio dei residui, ed attraverso la rappresentazione grafica a diversi time-step (iterazioni) del fenomeno cavitativo.

Di seguito viene prima fornita una breve descrizione teorica del modello di cavitazione considerato, seguita dalle indicazioni pratiche su come implementare tale modello (e più in generale un'equazione di trasporto generica per la quale sia necessario procedere alla linearizzazione del termine sorgente) in CFX. Infine vengono presentati i risultati delle simulazioni numeriche.

2 Breve Descrizione del Modello di Cavitazione

Ricordiamo brevemente, senza pretesa di rigore e completezza per la quale si rimanda alla letteratura specializzata, che la *cavitazione* è un fenomeno fisico consistente nella formazione di zone di vapore all'interno di un liquido, che poi implodono producendo un rumore caratteristico. Ciò avviene a causa dell'abbassamento locale di pressione fino a raggiungere la tensione di vapore del liquido stesso, che subisce così un cambiamento di fase a gas, formando delle bolle di vapore. Il loro successivo trasporto in zone del flusso dove la pressione è maggiore della tensione di vapore, comporta il rapido collasso delle bolle stesse. In genere la cavitazione è un fenomeno indesiderato e fonte di problemi. In dispositivi come pompe ed eliche, la cavitazione provoca una notevole perdita di efficienza e danneggiamento dei componenti.

La capacità di prevedere l'eventuale presenza di fenomeni cavitativi, e la possibilità di esaminare possibili modifiche progettuali che eliminino, o minimizzino, il fenomeno, costituisce una caratteristica particolarmente appetibile delle metodologie CFD in tale ambito. Un'approccio possibile per modellare i flussi cavitativi è quello di considerare le equazioni standard di governo dei flussi viscosi a densità variabile (equazioni di Navier-Stokes). In particolare, il fluido può essere considerato come una miscela (o mistura) omogenea di acqua e vapore, nel caso più comune di utilizzo di acqua come fluido di lavoro, e la densità della miscela può essere legata alla frazione di massa del vapore f secondo la [5]:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{f}{\rho_v} + \frac{1-f}{\rho_l} \quad (1)$$

dove: ρ [kg/m^3] è la densità della miscela acqua-vapore, ρ_l [kg/m^3] è la densità dell'acqua, ρ_v [kg/m^3] è la densità del vapore. Inoltre la frazione di volume del vapore α può essere dedotta

da f come:

$$\alpha = f \frac{\rho}{\rho_v} \quad (2)$$

Quindi secondo il seguente approccio, per modellare il flusso cavitativo, bisogna risolvere un'equazione di trasporto aggiuntiva per la frazione di massa del vapore, accoppiata al set di equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto.

Nel caso del modello di cavitazione detto *Full Cavitation Model* [1], l'equazione di trasporto di f è formulata come:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho f) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{w} f) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla f) + Re - Rc \quad (3)$$

dove: \mathbf{w} [m/s] è la velocità del flusso, Γ [m²/s] è la diffusività cinematica Re [kg/m³] ed Rc [kg/m³] sono, rispettivamente, il termine sorgente per la generazione di vapore ed il termine sorgente per il tasso di condensazione, definiti come:

$$Re = C_e \frac{V_{ch}}{\gamma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l}} (1 - f) \quad (4)$$

$$Rc = C_c \frac{V_{ch}}{\gamma} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_l}} f \quad (5)$$

dove: $V_{ch} = \sqrt{k}$ è la velocità caratteristica, k [m²/s²] è l'energia cinetica turbolenta, P_v [Pa] è la pressione parziale di vapore, P [Pa] è la pressione puntuale locale, γ [N/m] è la tensione superficiale, C_e [m/s] ed C_c [m/s] sono due costanti empiriche del modello, aventi dimensioni [m/s].

3 Implementazione in CFX

3.1 Premessa

In CFX per una generica equazione di trasporto il termine sorgente (noto) deve essere identificato con il termine sorgente totale s_P . Inoltre per questioni di stabilità numerica, come visto a lezione, al termine sorgente totale è opportuno, qualora ce ne sia la possibilità, aggiungere il contributo del termine s_P^{lhs} , chiamato *Source Coefficient* in CFX.

In tal senso, quindi, l'implementazione in CFX è diversa da quanto riportato in [4]: va infatti identificato *sempre* l'espressione totale del termine sorgente $s_P = s_P(\phi)$, ed eventualmente il coefficiente s_P^{lhs} (Source Coefficient), e non, come visto a lezione, separatamente s_P^{rhs} e s_P^{lhs} . In altre parole, in CFX va *sempre* inserita l'espressione totale del termine sorgente s_P , a prescindere dall'inserimento o meno del *Source Coefficient* s_P^{lhs} . A seguito dell'eventuale inserimento di s_P^{lhs} , CFX riporterà automaticamente nel termine noto $-s_P^{lhs} \phi_P^*$.

Di seguito viene spiegato come possono essere valutati, per il problema in esame, il termine sorgente totale s_P ed il relativo il *Source Coefficient* s_P^{lhs} .

3.1.1 Termine Sorgente Totale

In questo caso il termine sorgente totale s_P può essere definito come:

$$s_P = Re - Rc \quad (6)$$

Dalle eq. (4) e (5) si può notare che le radici quadre non hanno soluzione reale, per l'eq. (4) se $P > P_v$ e per l'eq. (5) se $P < P_v$.

Per questo motivo per poter valutare in maniera corretta ad ogni condizione di flusso i valori puntuali del termine sorgente totale, s_P , è opportuno operare la seguente distinzione:

Per $P \leq P_v$

$$s_P = Re = C_e \frac{V_{ch}}{\gamma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l}} (1 - f) \quad Rc = 0 \quad (7)$$

Per $P > P_v$

$$s_P = Rc = C_c \frac{V_{ch}}{\gamma} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_l}} f \quad Re = 0 \quad (8)$$

3.1.2 Source Coefficient

Per il *Source Coefficient* s_P^{lhs} vale la regola fondamentale che esso deve essere, per favorire la convergenza, negativo. Nel caso di CFX agli eventuali valori positivi viene automaticamente cambiato il segno. Il *Source Coefficient* può essere valutato in diverso modo. In questo caso per determinarlo conviene seguire la regola consigliata dal manuale di CFX, e riconducibile a quella della linearizzazione dei termini sorgenti presentata in [3] e vista in un esempio a lezione [4].

Il *Source Coefficient* (s_P^{lhs}) può essere definito come:

$$s_P^{lhs} = \frac{\partial s_P}{\partial f} \quad (9)$$

ed in particolare:

$$s_P^{lhs} = \frac{\partial Re}{\partial f} - \frac{\partial Rc}{\partial f} \quad (10)$$

Per questo motivo analogamente al termine sorgente totale anche per il *Source Coefficient* è opportuno operare la naturale distinzione:

Per $P \leq P_v$

$$s_P^{lhs} = -C_e \frac{V_{ch}}{\gamma} \rho_l \rho_v \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l}} - 0 \quad (11)$$

Per $P > P_v$

$$s_P^{lhs} = 0 - C_c \frac{V_{ch}}{\gamma} \rho_l \rho_l \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_l}} \quad (12)$$

3.2 Passi fondamentali per l'implementazione del modello

In questo caso, come accennato nella breve descrizione teorica del modello di cavitazione, il flusso viene trattato come una miscela omogenea di acqua e vapore. Per questo motivo, per prima cosa, conviene definire un nuovo materiale che rappresenti la mistura, seguendo i due passi successivi visibili in figura 1. Si precisa che i materiali MyVapour e MyWater, visibili in figura 1, sono stati precedentemente creati, per alleggerire la notazione, duplicando rispettivamente i materiali Water Vapour at 25 C e Water at 25 C.

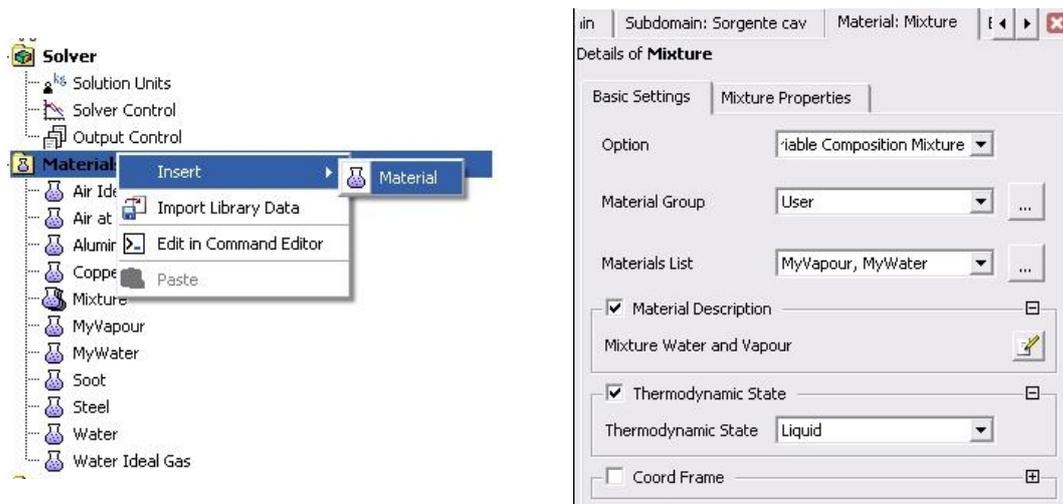


Figura 1: Creazione del nuovo materiale Mixture

Poi, come visibile in Fig. 2, bisogna definire, per il dominio di interesse, come fluido di lavoro la mistura Mixture.

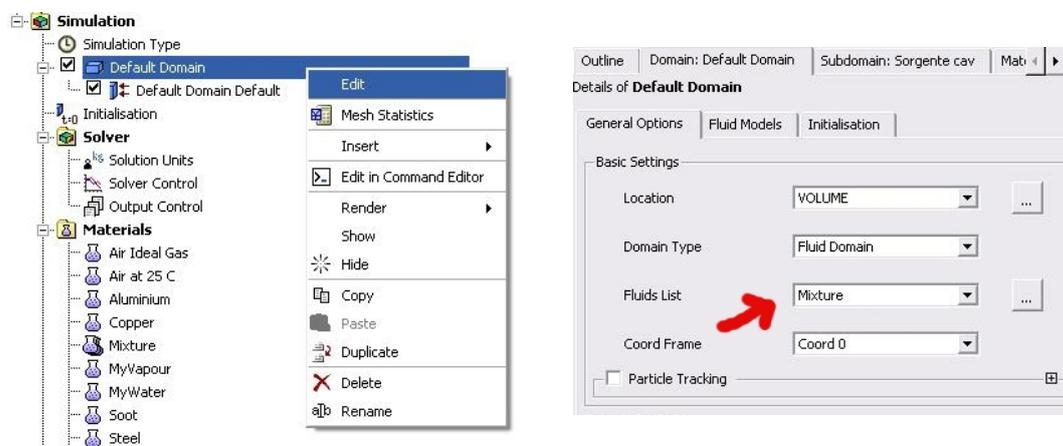


Figura 2: Definizione del fluido di lavoro

Successivamente bisogna come al solito definire le condizioni al contorno. Senza entrare nel merito della definizione di tutte le condizioni al contorno, le quali ovviamente variano da caso a caso, di seguito viene mostrata solamente la definizione della condizione al contorno da imporre all'ingresso del dominio di calcolo, la quale ha valenza più generale. In particolare nella definizione della condizione al contorno in ingresso bisogna stare attenti a porre il valore della frazione di massa del vapore (MyVapour-Mass Fraction) uguale a zero, come illustrato in figura 3, e ciò nell'ipotesi che all'ingresso del dominio vi sia solo acqua in fase liquida.

In questo specifico caso inoltre bisogna anche inserire, attraverso il linguaggio CEL (CFX Expression Language), le espressioni necessarie a valutare i valori di s_P e s_P^{lhs} . Senza entrare nel

merito si precisa che per introdurre una qualsiasi espressione basta cliccare con il tasto destro del mouse sulla voce *Expression* e selezionare *Insert*, così come visibile in figura 4. Infine bisogna

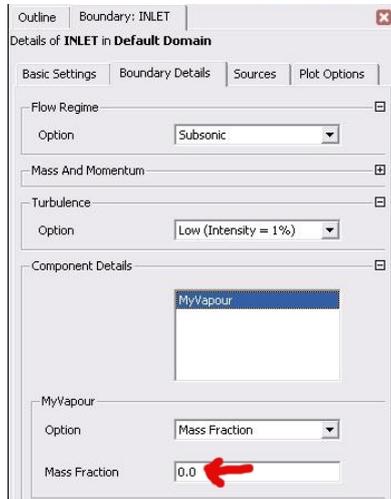


Figura 3: Condizione al Contorno Inlet.

definire il termine sorgente per l'equazione di trasporto della frazione di massa del vapore f . Per far ciò bisogna creare un sottodominio, così come visibile in fig. 5, ed in questo sottodominio inserire le espressioni per valutare il termine sorgente totale, in questo caso espresso dalla s_P (Sf in figura), ed eventualmente l'espressione del *Source Coefficient*, in questo caso espresso dalla s_P^{lhs} ($SPtot$ in figura 5).

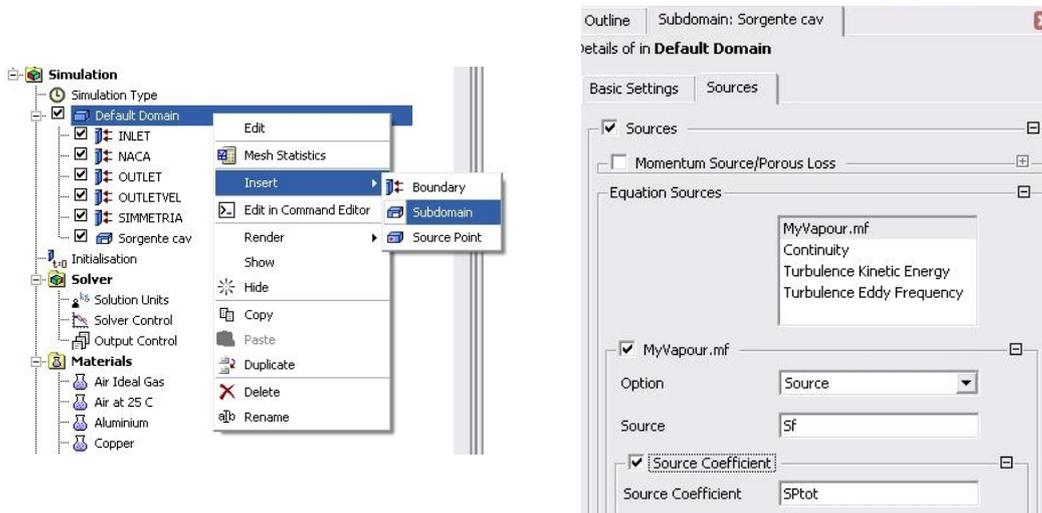


Figura 5: Definizione del termine sorgente

3.3 Ulteriori Informazioni

Questo documento è stata pensato per fornire una rapida e snella linea guida da seguire nel caso si voglia implementare in CFX un'equazione di trasporto aggiuntiva nella quale sia presente

un termine sorgente di una certa complessità che necessita di venir linearizzato. Per ulteriori informazioni aggiuntive si rimanda al tutorial *Reacting Flow in a Mixing Tube* della guida in linea di CFX.

4 Simulazioni

Di seguito vengono proposti alcuni risultati che sono stati ottenuti simulando il flusso cavitativo attorno ad un profilo alare in 2D. Le simulazioni sono state dapprima eseguite senza ricorrere all'inserimento del *Source Coefficient*, s_P^{lhs} , e successivamente utilizzando, per il termine sorgente, il suo contributo. Per osservare le differenze tra le due diverse simulazioni vengono di seguito messi a confronto gli andamenti dei residui e i contours della frazione di volume del vapore. Si precisa inoltre che le simulazioni di flusso cavitante sono state entrambe eseguite partendo da una precedente soluzione di flusso non cavitante.

4.1 Residui

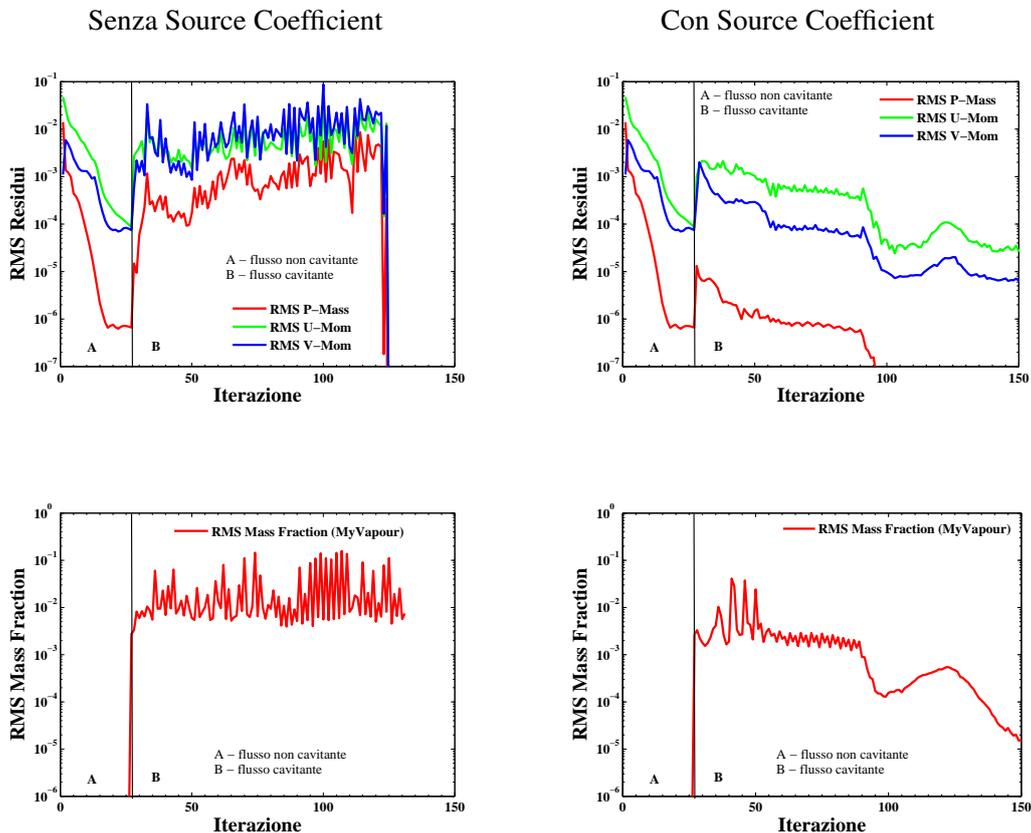


Figura 6: Residui delle simulazioni

In figura 6 sono riportati gli andamenti dei residui, a sinistra quelli ottenuti senza l'utilizzo di s_P^{lhs} (*Source Coefficient*), ed a destra con l'inserimento di tale coefficiente. È evidente che il mancato utilizzo di s_P^{lhs} , in questo caso, non solo rallenta la convergenza, ma addirittura dà luogo alla mancanza di convergenza.

4.2 Contours

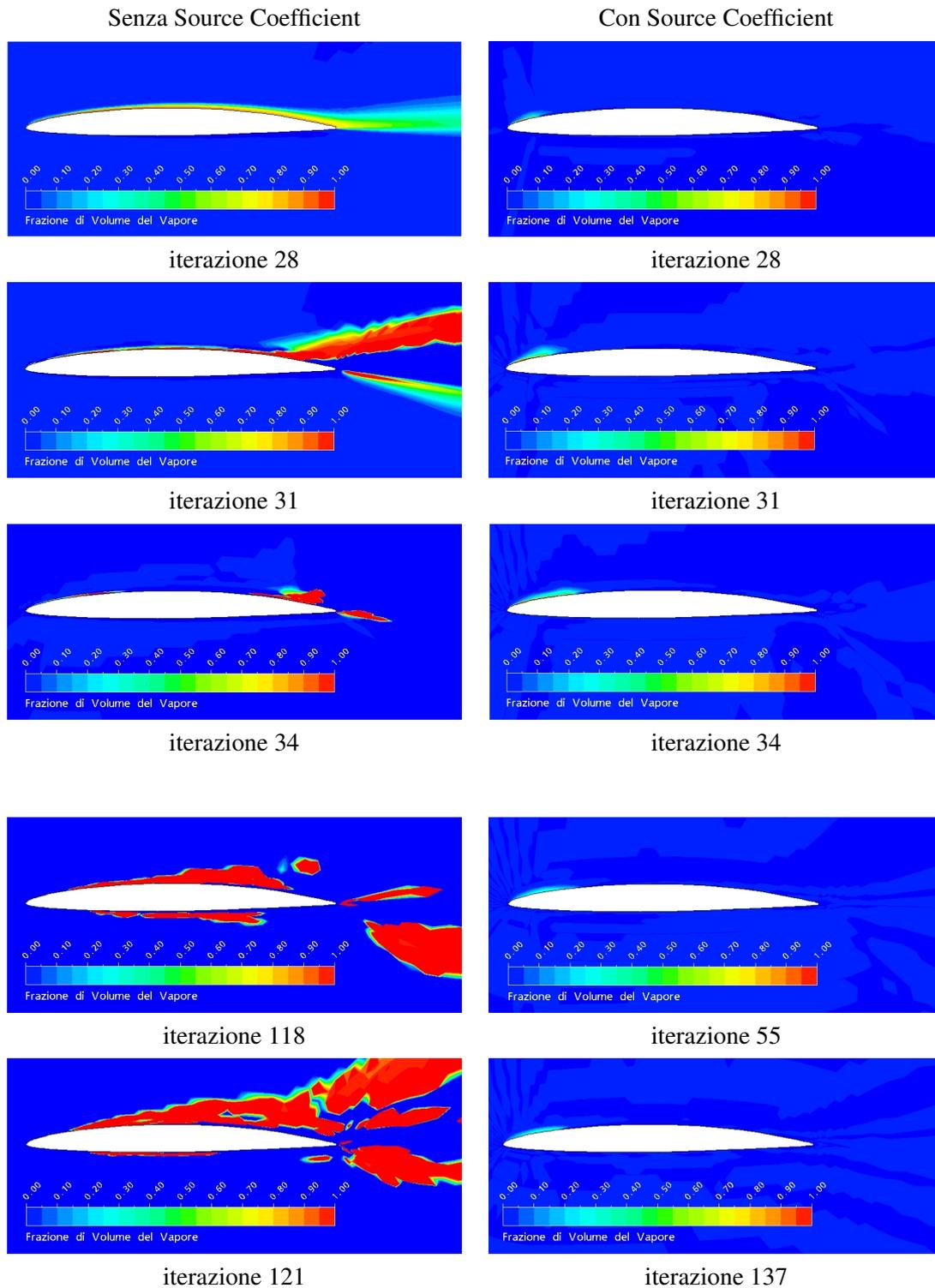


Figura 7: Contours della frazione di massa del vapore nel corso delle iterazioni.

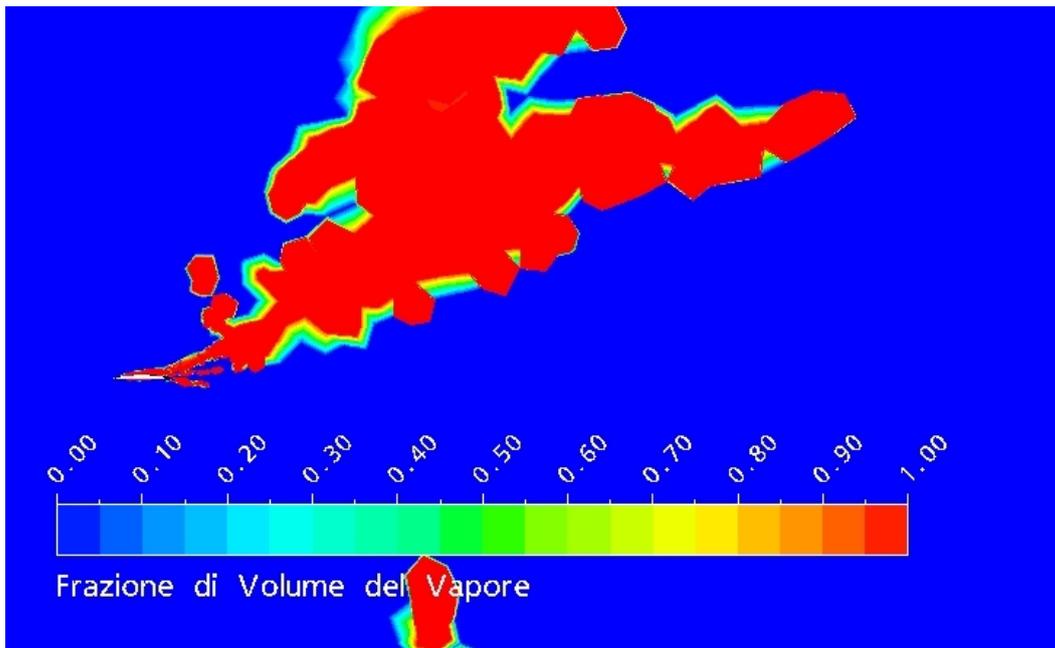


Figura 8: Senza Source Coefficient, Iterazione 121, Vista Panoramica

5 Considerazioni conclusive

La disamina dell'andamento dei contours della frazione di massa del vapore nel corso delle iterazioni, giustifica la mancata convergenza nel caso non si utilizzi il *Source Coefficient* s_p^{lhs} : il vapore, che nel caso in esame dovrebbe essere presente solo in prossimità del bordo d'attacco del profilo, come correttamente visualizzato nelle immagini di destra - simulazione *con Source Coefficient* - si allarga a dismisura ed è ovviamente priva di significato fisico nella simulazione *senza Source Coefficient*.

Riferimenti bibliografici

- [1] A.K. Singhal, M.M. Athavale, H. Li, and Y Jiang. Mathematical basis and validation of the full cavitation model. *Journal of Fluids Engineering*, 126, 2002.
- [2] ANSYS CFX-Solver Modelling Guide, Release 11.0.
- [3] S. V. Patankar. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- [4] E. Nobile. Convezione nei fluidi incompressibili: Analisi ai volumi finiti. Lezioni (lucidi) svolte presso l'Università di Trieste, 2010.
- [5] Comini. *Termodinamica Applicata*. S.G.Editoriali, Padova, 2008.