

Dinamica del punto materiale.

Per poter proseguire nello studio del moto dei corpi dobbiamo introdurre un concetto nuovo e precisamente quello di forza come causa del cambiamento dello stato di moto dei corpi. Nello studio della Cinematica era sufficiente disporre dei metodi sperimentali per la misura di lunghezza ed intervalli di tempo; ciò in sostanza viene fatto mediante regoli ed orologi tarati opportunamente con opportuni campioni convenzionalmente adottati come unità di misura. Per quello che concerne la teoria della misura i presupposti erano già stati dati nell' antichità soprattutto da Euclide ed Archimede. Nel caso della lunghezza è adottato il metro campione, un regolo di materiale opportuno, conservato nell' ufficio internazionale di Pesi e Misure di Parigi. Nel caso della misura di intervalli di tempo l' unità è di origine astronomica ed è il secondo solare medio cioè $\frac{1}{86400}$ del giorno solare medio. I confronti di lunghezze si possono fare con la precisione di qualche frazione della lunghezza d' onda della luce gialla (circa 10^{-7} metri) mentre i confronti di intervalli di tempo si eseguono con la precisione di 10^{-11} sec. Si pone quindi il problema di trovare dei procedimenti per definire operativamente un campione di forza riproducibile e di realizzare la divisione in multipli e sottomultipli. Il problema è complicato dal fatto che le forze hanno carattere vettoriale come l' esperienza ci insegna. Dato che la geometria ci insegna a determinare convenientemente la direzione, si tratta di stabilire un metodo per la misura del modulo del vettore forza detto anche intensità della forza. A tale scopo ci aiuta l' esistenza di corpi (naturali o anche prodotti artificialmente) detti "elastici". Tali corpi hanno la proprietà che le deformazioni prodotte dall' azione di forze esercitate su di essi risultano proporzionali all' intensità delle forze, entro certi limiti. Introduciamo pertanto uno strumento, detto dinamometro, il quale sostanzialmente consiste di una molla elastica ed una scala graduata. Le deformazioni longitudinali (allungamenti o accorciamenti) della molla sono misurate sulla scala graduata. In base alla definizione di corpo elastico tali deforma-

unità s. c. m.

~~forza~~
corpi e Costante (deformazione elastica)

Parte 1155

zioni sono proporzionali all' intensità delle forze applicate all' estremità della molla. Qui vi sembra di essere arrivati in un circolo vizioso: infatti pretendiamo di misurare l' intensità delle forze da letture sul dinamometro presupponendo la validità generale della proprietà dei corpi elastici la quale può essere verificata solo se conosciamo a priori le intensità delle forze applicate alla molla.

Per girare l' ostacolo si fanno le seguenti constatazioni. Sulla superficie terrestre tutti i corpi sono soggetti ad un tipo di forza che è la forza peso, diretta verticalmente verso il basso. Possiamo verificare che preso un materiale allo stato solido di forma geometrica semplice (cubo, sfera etc.) e suddiviso in un numero dato di volumi uguali ($V' = \frac{V}{n}$), dove V è il volume originale, le deformazioni prodotte dal peso di essi sul dinamometro tendono ad essere tanto più uguali quanto più omogeneo è il materiale di partenza, cioè mancanza di impurità ed assenza di cavità all' interno di esse. Perfezionando la costruzione di tali volumi V' uguali (cioè verificandone l' omogeneità mediante il dinamometro) possiamo constatare che le deformazioni prodotte dai pesi realizzati da 1, 2, n volumi dati sono indicate sulla scala graduata da numeri del tipo $a, 2a, \dots, na$, almeno per pesi non troppo grandi, tali cioè da provocare deformazioni permanenti della molla.

Verificata così la proporzionalità della deformazione alla forza peso basta introdurre un corpo di riferimento che con il suo peso realizza su di un dinamometro dato la deformazione unitaria. La graduazione lineare della scala del dinamometro sarà un indicatore di un multiplo e sottomultiplo qualsiasi dell' intensità di una forza qualsiasi dato che pensiamo la forza - peso una particolare forza la cui natura non cambia passando ad altre forze di qualsiasi tipo.

Il vantaggio della forza - peso è dovuta al fatto della sua costanza nel tempo se il corpo non viene alterato nella sua struttura.

Come corpo campione viene conservato presso l' Ufficio Internazionale di Pesi e Misure di Parigi un blocco di lega di platino ed iridio data la particolare resistenza di questo materiale alla corrosione chimica.

Tale corpo realizza con il suo peso, a Parigi, l'unità di forza ed è chiamato chilogrammo peso (kg_p). L'inalterabilità del corpo garantisce la bontà del campione nel tempo. Possiamo dire altrettanto della sua bontà nel trasporto in qualsiasi altro posto della Terra diverso da Parigi? Ciò implicherebbe che il peso di un dato corpo è indipendente dalla sua posizione sulla Terra, il che è verificato non essere vero. Sappiamo infatti che allontanandosi dalla Terra il peso di un corpo diminuisce fino ad arrivare ad annullarsi. Restando però sulla superficie terrestre le variazioni di peso di un dato corpo non superano l'uno per cento del suo valore in un dato punto. In base a questa osservazione fu costruito un sistema di unità di misure in cui oltre al metro ed al secondo solare medio viene presa come terza unità fondamentale la forza (o meglio la sua intensità); tale sistema viene detto "pratico" ed è ancora oggi in uso in ingegneria. Si può dimostrare a posteriori che l'introduzione della terza unità fondamentale è sufficiente per lo studio della Meccanica ed anche della Termodinamica. L'imprecisione che deriva dal sistema pratico può essere evitata con le seguenti considerazioni dovute a Galileo. La forza-peso non equilibrata da vincoli, è responsabile della caduta dei gravi, il moto di caduta dei gravi, soggetti alla sola forza-peso è tale che si può determinare perfettamente se si suppone che l'accelerazione in un dato punto della Terra, sia un vettore \vec{g} , diretto verticalmente verso il basso, uguale per tutti i corpi. Le discrepanze (confronto ad es. palla piombo e pezzo di carta) talvolta grossolane, furono giustamente attribuite da Galileo al fatto che i gravi non sono soggetti soltanto alla forza-peso ma che in condizioni di moto sono soggetti a forze di natura complicata dovute alla resistenza del mezzo cioè l'aria. E la presenza dell'attrito dell'aria o di altri tipi di attrito che fa violare in pratica le leggi di caduta dei gravi dalle conseguenze della costanza di \vec{g} . L'intuizione fondamentale di Galileo permise di far progredire decisamente lo studio della Meccanica e quindi di tutta la fisica; ciò è tanto più significativo in quanto Galileo sostanzialmente non era in possesso di tecniche sperimentali più raffinate di quelle possedute da Aristotele ed altri pensatori dell'antichità i quali pur affrontando gli stessi problemi, non sono stati in grado di avanzare di un solo passo a causa del loro atteggiamento mentale che stranamente non andò in questo campo oltre i limiti del senso comune. Ammessa quindi la costanza di \vec{g} per un certo intorno di un punto della superficie terrestre resta da spiegare la differenza o anche l'uguaglianza del peso di corpi di natura e forma diversa. A questo punto Galileo e Newton invocano per tutti i corpi l'esistenza di una proprietà intrinseca dei corpi detta massa; alla massa dei corpi è dovuta la proprietà di possedere un certo peso. In che relazione sta questo nuovo ente massa con la forza - peso prima misurate? A tale questione è possibile dare una risposta soltanto quando si conosca una relazione fra la forza agente su di un corpo e l'accelerazione del moto impresso al corpo dalla forza; ciò implica l'ammettere le forze responsabili del moto dei corpi e più-

precisamente della deviazione del moto dei corpi da quello rettilineo ed uniforme. Esperienze dimostrarono che per un dato corpo l'accelerazione del moto incipiente (con velocità iniziale nulla) risulta proporzionale (in senso vettoriale) alla forza agente. Inoltre applicata la stessa forza a corpi dello stesso materiale di volumi tali che $V = V', 2V', \dots, nV'$ l'accelerazione impressa è inversamente proporzionale a detti volumi. Newton compendì questi risultati nella relazione vettoriale: $\vec{F} = m\vec{a}$ dove m , massa del corpo, è una quantità scalare caratteristica di qualsiasi corpo e tale che per uno stesso materiale, se omogeneo, risulta proporzionale al volume del medesimo. Applicata questa relazione, nota anche come Secondo Principio della Dinamica, al caso del peso dobbiamo tener conto che g è indipendente dal corpo per cui il peso $\vec{P} = m\vec{g}$ risulta proporzionale alla massa del corpo ed il moto incipiente è determinato da g se non sono presenti forze di attrito. L'introduzione del concetto di massa permette quindi di considerare il problema del moto di un corpo qualsiasi sottoposto ad una forza qualsiasi pur di conoscere la sua massa ed istante per istante la forza F agente. La natura vettoriale della relazione $F = ma$ può essere verificata, non con grande precisione, da esperimenti sui moti incipienti misurando le forze applicate staticamente con dinamometri. Resta da vedere come viene risolto il problema della determinazione della massa dei corpi. Evidentemente la relazione $P = mg$ presa scalarmente ci dà la possibilità di misurare le masse tramite i loro pesi che si misurano con dinamometri. L'introduzione di pesi campione permette, mediante l'uso di bilance, la determinazione di qualsiasi peso incognito con precisione di gran lunga superiore di quella ottenibile con un dinamometro a molla. A questo punto si è pensato di cambiare la situazione per ciò che riguarda il sistema di unità di misura. Infatti nell'interno di una bilancia possiamo ritenere con grandissima approssimazione che g sia costante in modulo (entro 10^{-6}) per cui l'uguaglianza dei pesi comporta anche, l'uguaglianza delle masse. Gli stessi corpi usati come pesi-campione per la misura delle forze possono essere quindi usati come masse campione. Pertanto l'unità di massa di questo nuovo sistema sarà data da quello stesso corpo che, a Parigi, serve come unità di peso e viene detto chilogrammo-massa (Kgm o Bes). Il vantaggio è che in qualsiasi punto della Terra la misura con la bilancia ci permette di determinare entro gli errori sperimentali (circa 10^{-6}) la massa di un corpo qualsiasi indipendentemente dalla variazione di g . Riassumendo nel sistema pratico la terza unità fondamentale è il Kgm ; in questo sistema un corpo avrà massa unitaria se $\frac{P}{g} = 1$ quindi sarà un corpo il cui peso è circa $9,8$ Kg peso. Nel nuovo sistema (detto M.K.S.) la terza unità fondamentale è il Kgm ; in questo sistema le forze e quindi i pesi sono unità derivate dalla massa. Pertanto nel sistema M.K.S. il kgm ha un peso in modulo dato da $P = g$, cioè circa $9,8$ unità di forza. L'unità di forza, detta Newton, sarà tale per cui per $m = 1$ kgm risulta $a = 1m/sec^2$, cioè la forza che imprime alla massa unitaria l'accelerazione unitaria nella direzione e verso della forza se il moto è incipiente.

In questo sistema, detto assoluto, si rispetta il fatto che la massa dei corpi è una loro proprietà caratteristica indipendente dalla loro posizione nell'Universo, mentre il peso dei corpi, pur essendo necessario per il confronto di masse mediante la bilancia, può variare a seconda della posizione nell'Universo. Dobbiamo tener presente che la relazione $\vec{F} = m\vec{a}$ si verifica sperimentalmente con poca precisione e soltanto per moti incipienti o comunque nei casi in cui le velocità iniziali dei corpi ai quali vengono applicate le forze non siano molto elevate. D'altra parte alcune proprietà della massa dei corpi, come la proporzionalità al volume per corpi omogenei, hanno dato e danno ancora la sensazione intuitiva di quantità di materia contenuta nel corpo. Tale visione di tipo aristotelico non è confermata dall'esperienza alle alte velocità (confrontabili con quella della luce nel vuoto o $\approx 3 \cdot 10^8$ m/sec.). Senza entrare nei dettagli possiamo dire che la teoria della Relatività particolare di Einstein ha stabilito, a partire da presupposti molto semplici, che la relazione $\vec{F} = m\vec{a}$ debba essere considerata valida soltanto a velocità tali per cui il rapporto $\frac{v}{c} \ll 1$, il che si verifica in pratica per tutti i corpi macroscopici in moto sulla terra o anche nel sistema solare (satelliti naturali ed artificiali). Soltanto nel moto di particelle atomiche e di Galassie molto lontane, velocità dell'ordine di grandezza di c o sono presenti comunemente. Vale la pena di accennare che il moto degli elettroni in un tubo di televisore non obbedisce più alla legge $\vec{F} = m\vec{a}$. La modificazione più rilevante, fra tante, introdotta da Einstein è che la massa m di un corpo non si possa considerare come qualche cosa di assoluto ma dipende dalla velocità del corpo secondo la relazione: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$ dove m_0 è la massa in "quiete" misurata secondo i procedimenti descritti. Si vede quindi quanto poco senso abbia il pensare alla massa come quantità di materia contenuta in un corpo.

La relazione $\vec{F} = m\vec{a}$ permette un'estensione verificabile, sempre però entro limiti poco precisi, sperimentalmente; questa estensione è una conseguenza diretta della natura vettoriale di \vec{F} ed \vec{a} .

Si abbiano infatti n forze f_1, f_2, \dots, f_n , applicate separatamente ad un corpo di massa m ; per ognuna di queste forze vale la relazione $\vec{f}_i = m\vec{a}_i$. Supponendo di applicare invece la forza $\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{f}_i$, detta risultante delle forze data, si verifica che l'accelerazione prodotta \vec{a} soddisfa alla relazione $\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i$, cioè l'accelerazione \vec{a} è la somma vettoriale delle accelerazioni \vec{a}_i che nascono dalle varie \vec{f}_i agenti indipendentemente. In ciò consiste il principio di indipendenza delle azioni simultanee, messo in evidenza da Galileo; esso trova numerose applicazioni nella risoluzione pratica di problemi di Dinamica.

\vec{F} lineare rispetto a

La relazione $\vec{F} = m\vec{a}$ viene posta a valore di principio della Dinamica o precisamente del secondo principio. Tale posizione è giustificata in quanto la sua validità è fondata piuttosto sulle conseguenze indirette della sua applicazione che sulle verifiche dirette. Va tenuto ancora presente che la sua validità è limitata anche ai sistemi di riferimento inerziali. Infatti il moto di caduta dei gravi sulla terra non è descritto in maniera esatta senza l'introduzione dell'accelerazione di trascinamento e di Coriolis dovute al moto della Terra. Pertanto la $\vec{F} = m\vec{a}$ dove con \vec{F} si introduce il peso $\vec{P} = m\vec{g}$ non è perfettamente valida a meno di non introdurre nella \vec{F} , oltre a \vec{P} , le forze $-m\vec{a}_0$ o $m\vec{a}_0$. Queste forze furono chiamate da Newton forze "fittizie" o forze d'inerzia in quanto non risultano di un'interazione diretta (gravitazionale) fra Terra e Corpo, ma come risultato dell'inerzia della massa m anche in assenza di peso.

La distinzione fra forze d'interazione e forze d'inerzia fu criticata da Mach la cui critica fu ripresa da Einstein il quale postula l'equivalenza a tutti gli effetti dinamici, fra forze d'inerzia e forze d'interazione. Ciò comporta però modifiche radicali nell'impostazione della Meccanica e condusse Einstein alla formulazione della relatività generale le cui conseguenze vanno ben oltre quelle della relatività particolare. Possiamo qui soltanto dire che la Meccanica Newtoniana si presenta di nuovo come un caso limite della relatività generale; le deviazioni però sono così piccole da farsi sentire soltanto al livello Cosmologico.

La precisazione sulla validità nel sistema inerziale del 2° Principio della Dinamica è essenziale in quanto storicamente adesso viene proposto il primo principio della Dinamica detto anche principio d'inerzia. Il 1° Principio afferma che, in un sistema di riferimento inerziale un corpo materiale qualsiasi permane in uno stato di quiete o di moto rettilineo uniforme se il corpo non è sottoposto ad azione di forze esterne. Chiaramente si tratta di un principio in quanto lo consideriamo il risultato limite di esperienze compiute in assenza di attrito. Si capisce chiaramente come il primo principio valga soltanto in un sistema inerziale perchè altrimenti anche in assenza di attriti, sarebbero presenti le forze d'inerzia. Possiamo anzi dire che la definizione di sistema inerziale implica la validità del 1° Principio. Non è giusto pertanto, come spesso viene fatto, considerare il primo principio come una conseguenza del secondo principio per $\vec{F} = 0$; senza il primo principio non sarebbe infatti possibile porre logicamente il secondo per l'assenza di definizione di sistema inerziale. In questo senso si dice che il 1° Principio è compatibile con il 2° (per $\vec{F} = 0$, $\vec{a} = 0$ cioè si ha moto rettilineo ed uniforme). Inoltre non possiamo nemmeno dire che la relazione $\vec{F} = m\vec{a}$ costituisca una definizione della forza, in quanto per verificarla è stato ^{necessario} definire preliminarmente e separatamente, con metodi statici, la misura delle forze e delle masse. Ricordiamo infine che la Relatività generale, introducendo l'identità essenziale fra forze fittizie e forze d'interazione deve portare alla formulazione di leggi più generali in cui anche il Principio d'Inerzia subisce una radicale modificazione, perchè tali leggi debbono valere sia in sistemi inerziali che non inerziali.

Per quanto concerne il 3° Principio della Dinamica la sua formulazione non è univoca e richiede un ulteriore approfondimento delle conoscenze di Dinamica per cui si preferisce rinviare la trattazione ad uno stadio successivo.

Passiamo ora ad esaminare come si possa affrontare la risoluzione del problema fondamentale della dinamica del punto materiale. Il problema consiste in ciò: dato un punto materiale di massa m , determinare le equazioni della traiettoria da esso percorsa nota la forza \vec{F} agente sul punto stesso. Si parte dall'equazione $\vec{F} = m\vec{a}$ scomponendola nelle 3 componenti secondo una terna arbitraria di assi cartesiani. Siano F_x, F_y, F_z le componenti del vettore \vec{F} ed a_x, a_y, a_z , le componenti del vettore \vec{a} rispetto a questa terna. Data la natura vettoriale di \vec{F} ed \vec{a} il problema non cambia prendendo un'altra terna di assi cartesiani ortogonali in quanto nella trasformazione di coordinate ortogonali F_x, F_y, F_z si trasformeranno nelle componenti F_x', F_y', F_z' , tali che però $F_x^2 + F_y^2 + F_z^2 = F_x'^2 + F_y'^2 + F_z'^2$ ed analogamente per le componenti di \vec{a} . Pertanto alla relazione vettoriale $\vec{F} = m\vec{a}$ corrispondono, in una qualsiasi terna di assi cartesiani di riferimento, 3 relazioni scalari equivalenti:

$$F_x = m a_x \qquad F_y = m a_y \qquad F_z = m a_z$$

Ricordando la definizione di accelerazione scalare potremo anche scrivere:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x \qquad m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y \qquad m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z$$

La soluzione del problema fondamentale della dinamica del punto materiale consiste quindi nella ricerca di 3 funzioni incognite $x(t), y(t), z(t)$ soluzioni del sistema delle 3 equazioni differenziali precedenti date certe condizioni iniziali che sono le posizioni iniziali del punto materiale x_0, y_0, z_0 ad un certo istante del tempo t_0 dato

$$\text{e la velocità iniziale } \left(\frac{dx}{dt} \right)_{t=t_0} = v_{0x}, \quad \left(\frac{dy}{dt} \right)_{t=t_0} = v_{0y}, \quad \left(\frac{dz}{dt} \right)_{t=t_0} = v_{0z},$$

SISTEMI INERZIALI / LEGGERE

- 58

data la traiettoria $\rho = \frac{V}{\omega} t'$ con $t' = \omega t$, l'accelerazione radiale e trasversale sono rispettivamente:

$$a_r = \frac{d^2 \rho}{dt^2} - \rho \left(\frac{d\omega}{dt} \right)^2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\rho}{dt} \right) - \rho \omega^2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\rho}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} \right) - \rho \omega^2$$

$$a_r = \frac{d}{dt} \left(\frac{V}{\omega} \omega \right) - \rho \omega^2 = -\rho \omega^2$$

$$a_c = 2 \frac{d\rho}{dt} \frac{d\omega}{dt} + \rho \frac{d^2 \omega}{dt^2} = 2\omega \frac{d\rho}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dt} = 2\omega^2 \frac{V}{\omega} = 2\omega V$$

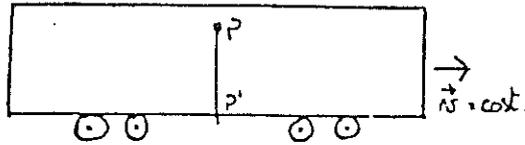
Facciamo la seguente osservazione importante: l'osservatore del sistema rotante potrebbe considerarsi fisso e pensare l'altro sistema come rotante con velocità angolare ω in senso opposto. In questo caso egli potrebbe attribuire il moto di P come dovuto alla combinazione di un moto rettilineo ed uniforme radiale con velocità costante V, per cui si direbbe che $a_r = -\rho\omega^2$, $a_c = 2\omega V$ e quindi concludere che $\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_c$. Essendo $a_r = a_r$ e $a_c = a_c$, egli troverebbe che il punto P segue proprio la traiettoria osservata.

Chi dei due ha ragione? Evidentemente entrambi perchè la traiettoria trovata, anche se diversa, si giustifica in entrambi i casi. La differenza sostanziale risiede nel fatto che, a parte possibili effetti fisiologici, in un sistema il moto è sempre rettilineo ed uniforme, mentre nell'altro moto risulta accelerato e curvilineo cioè $\vec{a} \neq 0$.

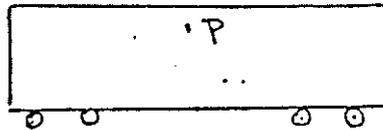
Siccome in uno dei due sistemi il moto è, e permane rettilineo ed uniforme, noi chiamiamo questo sistema inerziale, e diamo ad esso un privilegio in quanto nell'altro sistema, per spiegare il tipo di moto, è necessario introdurre una accelerazione, cioè un dato in più.

Diciamo semplicemente che nell'altro sistema le equazioni del moto sono più complicate. Tutta la meccanica classica, inclusa la teoria della relatività speciale, accetta questo punto di vista. Soltanto la teoria della relatività generale non lo accetta e considera i due sistemi di riferimento equivalenti fra di loro; ciò richiede però una riformulazione molto più complicata delle leggi della meccanica.

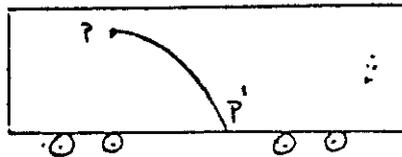
Possiamo quindi ripetere con un esempio semplice la formulazione dei sistemi inerziali o Galileiani. Si abbia un sistema di riferimento connesso rigidamente ad una stazione ferroviaria ed un sistema di riferimento mobile con moto rettilineo ed uniforme rispetto alla stazione. Un grave sia lasciato cadere liberamente nell'interno del vagone.



Dopo un certo tempo l'osservatore, interno al vagone, vede che il grave è caduto sul pavimento secondo una traiettoria rettilinea (esperienza di Galileo). L'osservatore fisso rispetto alla stazione vede invece il grave descrivere una traiettoria parabolica e dice che ciò avviene, perchè il grave, oltre ad essere soggetto all'accelerazione di gravità g possiede una velocità iniziale \vec{v} uguale a quella del vagone in movimento. Sappiamo già che il moto del grave sotto queste condizioni è una parabola ad asse verticale



Dopo un tempo Δt , visto dalla stazione:

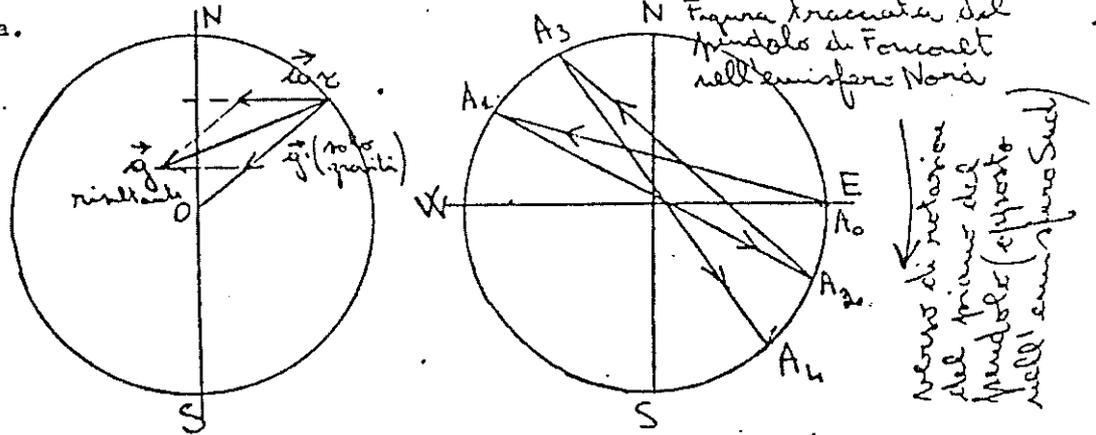


Entrambi gli osservatori sono però in grado di giustificare i moti osservati (rettilineo ed uniformemente accelerato e parabolico rispettivamente) partendo dall'ipotesi che il grave sia soggetto alla stessa accelerazione di gravità g , diretta verticalmente verso il basso, mentre differenti sono le condizioni iniziali. Per l'osservatore sul vagone $\vec{v}_0 = 0$, mentre per l'osservatore della stazione $\vec{v}_0 = \vec{v}$ dove \vec{v} è un vettore parallelo alla direzione del moto del vagone e costante in modulo. Il punto importante è che la quantità rilevante è l'accelerazione in quanto essa è connessa in modo semplice alle forze agenti sui corpi. Per entrambi gli osservatori il grave è soggetto alla sola forza di gravità e pertanto il moto descritto in caduta libera deve potersi giustificare con l'ipotesi della sola forza di gravità. Ciò effettivamente è verificato nell'esempio riportato, anche se le traiettorie osservate sono differenti per i due osservatori; la spiegazione di questi tipi di moto è coerente con le ipotesi. Questo non avviene più quando il moto del vagone è accelerato. Se il grave viene lasciato cadere in un istante in cui la velocità del vagone è \vec{v} , l'osservatore della stazione osserva di nuovo un moto parabolico con velocità iniziale \vec{v} .

L'osservatore del vagone trova adesso che il moto del grave non è più verticale e per giustificare il tipo di traiettoria è costretto a ricorrere all'esistenza di una certa accelerazione supplementare \ddot{a} , oltre a quella di gravità, diretta in modo che, per l'osservatore della stazione è uguale e di verso opposto a quella del vagone. L'esistenza di questa accelerazione supplementare presuppone quindi una forza aggiunta a quella della gravità, forza che l'osservatore del vagone può misurare ma non è capace di giustificare se non conosce il moto del vagone. L'osservatore della stazione dice semplicemente che questa forza non esiste, è cioè una forza fittizia o forza d'inerzia, che l'osservatore del vagone è costretto ad aggiungere a quella di gravità per poter giustificare il tipo di moto visto dall'interno del vagone. Sotto questo punto di vista l'osservatore della stazione si trova in una condizione privilegiata perchè può rendere conto del tipo di moto osservato con ipotesi più semplici. Per tale ragione il sistema connesso alla stazione viene detto inerziale come quello connesso ad un vagone in moto rettilineo ed uniforme rispetto alla stazione; non è inerziale invece il sistema di riferimento connesso al vagone in moto accelerato rispetto alla stazione.

A questo punto dobbiamo essere critici: è proprio vero che il moto del grave osservato dalla stazione è rettilineo ed uniformemente accelerato? Nel caso citato sì, perchè la traiettoria è molto piccola rispetto alle dimensioni della Terra; qualora la caduta fosse molto lunga si osserverebbe una piccola deviazione della verticale che sappiamo spiegare perchè diremmo che un ipotetico osservatore posto sul Sole ci direbbe che la Terra possiede un moto di rotazione e di rivoluzione; la prima causa è dominante rispetto alla seconda in quanto la rivoluzione della Terra, per tempi piccoli rispetto all'anno solare, si può approssimare con un moto rettilineo. L'esperienza per verificare è stata eseguita con un metodo geniale da Foucault; se un sistema rigidamente connesso alla Terra fosse veramente inerziale il piano di oscillazione di un pendolo dovrebbe mantenersi invariato nel tempo. Prendendo un pendolo o periodo molto lungo, posto all'interno della cupola del Pantheon di Roma per evitare perturbazioni atmosferiche, Foucault determinò una rotazione del piano di oscillazione con periodo proprio di ventiquattro ore. L'estremità oscillante del pendolo descriveva sul pavimento una curva complicata dalla quale si poteva dedurre che il pendolo, oltre ad essere soggetto

alla gravità era sottoposto all'accelerazione di Coriolis, essendo quella di gravità già la risultante di quella di attrazione terrestre e di quella dovuta al trascinarsi della Terra cioè una accelerazione centripeta diretta verso l'asse di rotazione della Terra e perpendicolare ad essa.



E' chiaro che però esperienze più raffinate potrebbero rivelare altre deviazioni dovute al fatto che forse anche il Sole e la Terra assieme al sistema solare, possiedono un moto non rettilineo rispetto alla Galassia a cui appartiene, inoltre anche la nostra Galassia può partecipare ad un moto rispetto ad altre Galassie. Sappiamo oggi che ciò avviene; qual'è quindi un sistema veramente inerziale? Newton rispose che si tratta di un sistema connesso alle stelle molto lontane (oggi diremo piuttosto, Galassie molto lontane) che egli considerava fisse rispetto ad uno spazio assoluto, contenitore dell'Universo. Per comprovare ciò egli eseguì il celebre esperimento del secchio rotante. Attorcigliando una fune alla quale era sospeso un secchio, pieno d'acqua, egli imprime un moto rotatorio al secchio. In una prima fase le pareti del secchio ruotano mentre il liquido è in quiete e pertanto la superficie libera del liquido è ancora piana come nel caso del secchio in quiete rispetto all'operatore. Ad un certo punto l'attrito viscoso del liquido con le pareti del secchio e l'attrito fra le pareti del liquido stesso imprime un moto di rotazione d'insieme del liquido la cui superficie libera assume una forma incurvata, nota a tutti mescolando l'acqua in un bicchiere. A questo punto si blocca il secchio ed il liquido per un certo tempo continua a possedere un moto di rotazione d'insieme per cui la superficie del liquido risulta incurvata sino a quando il liquido ritorna in quiete. Newton concluse che l'incurvamento della superficie

libera del liquido è indipendente dal suo stato di moto relativo rispetto alle pareti del secchio; infatti ad una prima fase esso è in stato di quiete relativa, mentre nella seconda è in stato di moto relativo. In entrambi i casi l'incurvamento è lo stesso per cui Newton concluse che l'incurvamento della superficie libera era dovuto al suo stato di moto relativo rispetto al sistema delle stelle fisse. Evidentemente piccole deviazioni non rilevabili potrebbero essere dovute al moto della terra; è chiaro però che Newton ci dà un metodo apparentemente assoluto per la determinazione della condizione di "inerzialità" di un sistema di riferimento.

L'obiezione fatta da E. Mach fisico e filosofo positivista, sembra paradossale; egli sostiene che fermo restando il secchio ed il liquido in esso contenuto, il liquido presenterebbe un incurvamento qualora il sistema delle stelle fisse lontane fosse fatto ruotare relativamente al secchio !!!

Risulta chiaro da quanto sopradetto che il problema non è tuttora risolto; d'altra parte una risposta si può avere con esperimenti che coinvolgono tempi molto lunghi rispetto al periodo di rotazione della Terra, del suo periodo di rivoluzione, del moto della Galassia etc. ed inoltre della struttura dell'Universo nel suo insieme cioè con esperienze su scala cosmologica.

Per le esperienze quotidiane l'approssimazione della meccanica Newtoniana considerando inerziale un sistema rigidamente collegato alla Terra eventualmente corretto per rotazione della Terra cioè un sistema connesso al piano galattico della Terra, costituisce una approssimazione più che sufficiente. La teoria della Relatività Generale basata su Einstein sulle ipotesi di Mach, può portare a conclusioni differenti soltanto su scala cosmologica; le verifiche sperimentali sono ancora troppo poche per quanto incoraggianti.

Altre derivazioni della meccanica Newtoniana si possono avere anche per sistemi inerziali, qualora le velocità relative siano una porzione non trascurabile della velocità della luce nel vuoto ($\approx 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec). Tali velocità si possono avere però soltanto su scala atomica e per le Galassie molto lontane. Nel caso però della scala atomica non possiamo più ignorarle in quanto il moto degli elettroni in un tubo da televisione non obbedisce più alle leggi della meccanica Newtoniana ma a quelle della Relatività particolare in cui oltre all'ipotesi Galileiana dell'equivalenza di tutti i sistemi inerziali (in moto relativo uniforme)