

$\nabla$  Requisito di una grandezza: dever essere misurabile

$U$  CAMPIONE o UNITÀ DI MISURA

$g$  numero

$$G = g U$$

Sistema di misure: cgs è sistema pratico (v cm s e cgs per l'elettromagnetismo)

SISTEMA INTERNAZIONALE

MISURARE: fare confronti fra grandezza e campione

MISURA può essere: DIRETTA, INDIRETTA, STRUMENTI TARATI

MISURA DIRETTA: confronto diretto

MISURA INDIRETTA: misuriamo  $G$  indirettamente, misuriamo direttamente grandezze da cui  $G$  è (data) funzione

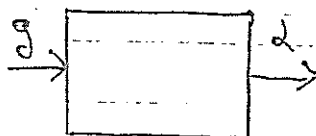
$$G = f(A, B, C)$$

ES. volume  $V = a \cdot b \cdot c$   
 misura indiretta  $\rightarrow$  misure indirette

MISURA CON STRUMENTI TARATI: indicazione da cui ricaviamo  $G$

ES. velocità  $\hat{=}$  spazio  $\times$  tempo

oppure Tachimetri



STRUMENTI: di tipo ANALOGICO (con indice scala)

di tipo DIGITALE (mostra cifre, display)

# CARATTERISTICHE DI UNO STRUMENTO DI MISURA

PRONTEZZA

SENSIBILITÀ

PORTATA

PRECISIONE

CONSUMO

**PRONTEZZA** attitudine dello strumento a fornire misura strumento + pronto  $\rightarrow$  strumento impiega meno tempo a fornire risultati.  
Sua misura  $\frac{1}{T}$

**SENSIBILITÀ**  $g \rightarrow \Delta$  posizione sulla scala =  $\Delta$   $\Delta g \Rightarrow \Delta \Delta$   
Sensibilità  $G = \left| \frac{\Delta \Delta}{\Delta g} \right|$  spostamento dell'indice rispetto alla variazione di grandezza unitaria.

de suo inverso  $K = \frac{1}{G}$  COSTANTE DI LETTURA  
dello strumento  $G \Rightarrow \left| \frac{\Delta g}{\Delta \Delta} \right|$  rappresenta spostamento unitario sulla scala

**SCALA LINEARE:**  $\left| \frac{d\Delta}{dg} \right|$  è costante  $\Delta = \Delta(g)$   $\Delta^* = a g + b$

**SCALA NON LINEARE:**  $\left| \frac{d\Delta}{dg} \right|$  non è costante (lettura è + complicata)

**SOGLIA DI SENSIBILITÀ** Valore minimo della grandezza per cui indice si sposta, la misura

(Sensibilità e prontezza sono legate, si influenzano a vicenda + lo strumento è pronto  $\rightarrow$  è sensibile)

**PORTATA** gli estremi dell'intervallo di valori che lo strumento è in grado di misurare.  
(Si deve essere sicuri che la grandezza stia nella portata)

## CONSUMO

Misurando in un sistema interagiamo energeticamente col sistema e misura cambia.

ES. Termometro

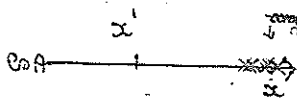
Nella FISICA CLASSICA consumo può essere reso piccolo a piacere.

Nella FISICA QUANTISTICA si hanno interazioni non determinabili a priori.

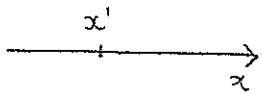
## PRECISIONE

Precisione consta di  $\begin{cases} \text{ATTENDIBILITÀ} \\ \text{RIPRODUCIBILITÀ} \end{cases}$

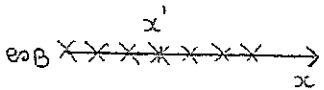
(Se ci sono ambedue strumento è preciso)



1° caso limite : Misura è riproducibile, ma non attendibile.



(Se strumento è sensibile) Misura è riproducibile, ed è attendibile.



2° caso limite : Misura è attendibile, ma scarsamente riproducibile.

Precisione è data da TEORIA DEGLI ERRORI

ERRORI :  $\begin{cases} \text{SISTEMATICI} \\ \text{ACCIDENTALI} \end{cases}$

Errori sistematici : es A (ma non si può affermare con certezza : es. le mine 10 misurate in quell'intervallo)

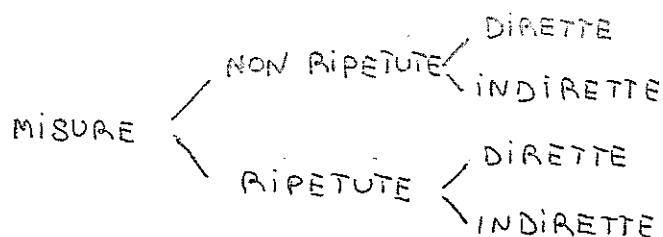
Comparano con lo stesso segno, nello stesso modo. Si devono eliminare.

Errori accidentali : es B

$\Delta$  piccoli, di entrambi i segni, non predicibili, non correggibili

Teoria degli errori, funzione di Gauss, ecc. sono valide se sono stati eliminati errori sistematici.

# MISURE



## MISURE NON RIPETUTE DIRETTE

Si verificano quando l'evento avviene una volta sola, l'ampere viene distrutto (es. per prove di resistenza), sensibilità dello strumento è troppo piccola (es. misurare un tavolo una sola volta)

Ci fidiamo dello strumento che garantisce certe tacche  $\Delta x \equiv \frac{k}{2}$  oltre non ha senso andare.

(coincidono numericamente es. Volt Volt/divisione)

$\Delta x$  = ERRORE MASSIMO ASSOLUTO A PRIORI

limite massimo

in valore assoluto, ...

lo so prima di fare misura (basta osservare la scala)

$\frac{\Delta x}{x}$  = ERRORE RELATIVO

$\frac{\Delta x}{x} \cdot 100$  = ERRORE PERCENTUALE

ES. Su distanza terra-luna:  $\frac{\Delta x}{x} = \frac{4000000 \text{ km}}{400000000 \text{ km}} = \frac{1}{1000} \approx 0,1\%$

Sul diametro di un capello:  $\frac{\Delta x}{x} = \frac{1 \text{ centomillesimo mm}}{5} = 0,2 = 20\%$

RISULTATO

~~$x \pm \Delta x$~~

$x$

$\Delta x$

$\frac{\Delta x}{x}$

# MISURE NON RIPETUTE INDIRETTE

$$y = f(u, v)$$

$$u \quad v$$

$$\Delta u \quad \Delta v$$

$$y = ?$$

$$\Delta y = ?$$

$$y = f(u, v)$$

$\Delta u$  e  $\Delta v$  indipendenti

$$\Delta y = \left| \frac{\partial f}{\partial u} \right| \Delta u + \left| \frac{\partial f}{\partial v} \right| \Delta v$$

LEGGE DI PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

MASSIMO ASSOLUTO (di f)

Se grandezza ha forma monomiale (Non ci devono essere somme e sottrazioni)

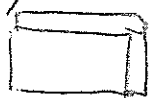
$$y = k u^{k_1} \cdot v^{k_2}$$

$$\text{ES. } y = 3 u^{\frac{1}{3}} \cdot v^{-\frac{2}{5}}$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \left| k_1 \right| \left| \frac{\Delta u}{u} \right| + \left| k_2 \right| \left| \frac{\Delta v}{v} \right|$$

LEGGE DI PROPAGAZIONE DELL'ERRORE RELATIVO

DM



$$A = a \cdot b$$

$$\Delta A = \Delta a \cdot b + a \cdot \Delta b + b \cdot \Delta a$$

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta a \cdot b}{a \cdot b}$$

$$\text{DM } \frac{a \cdot b \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$$

$$S = a + b \quad \Delta S = \Delta a + \Delta b$$

ESEMPIO: x Voler determinare la densità di un corpo sferico di raggio R

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left( \frac{m}{R^3} \right)$$

Supponiamo che R misurato m con errore  $\Delta m$  ed

R con errore  $\Delta R$ .

$$R = 1 \text{ mm} = (1,000 \pm 0,001)$$

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

$$\rho = \frac{3}{4\pi} m R^{-3}$$

$$\rho = f(m, R)$$

$$m = 2 \text{ kg} =$$

$$(2,000 \pm 0,001) \text{ kg}$$

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial m} \right)_{R=\text{costante}} = \frac{3}{4\pi} R^{-3}$$

$$\left( \frac{\partial \rho}{\partial R} \right)_{m=\text{cost.}} = \frac{3}{4\pi} m \cdot (-3) R^{-4} = -\frac{9}{4\pi} m R^{-4}$$

$$\Delta y = \frac{3}{4\pi} R^{-3} \cdot \Delta m + \frac{9}{4\pi} m R^{-4} \Delta R$$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\frac{3}{4\pi} R^{-3} \cdot \Delta m}{\frac{3}{4\pi} m R^{-3}} + \frac{\frac{9}{4\pi} m R^{-4} \Delta R}{\frac{3}{4\pi} m R^{-3}} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta R}{R}$$

Possiamo applicare anche 2° legge dato che grandezza è di forma monomiale

$$\frac{\Delta y}{y} = \left| 1 \right| \left| \frac{\Delta m}{m} \right| + \left| -3 \right| \left| \frac{\Delta R}{R} \right| = \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta R}{R}$$

$$Se \frac{\Delta m}{m} = 0,1\%$$

$$\frac{\Delta R}{R} = 0,2\%$$

$$S = 8,7043228137 \text{ g/cm}^3$$

$$\frac{\Delta S}{S} = 0,01 + 3 \cdot 0,02 = 0,07 \quad \text{grandezza ADIMENSIONALE}$$

(GRANDEZZA ADIMENSIONALE: sempre in riferimento a grandezze fisiche, non propriamente numeri puri)  
(es.  $L = F \cdot t$   
momento =  $F \cdot l$  braccio)

$$\Delta S = \left( \frac{\Delta S}{S} \right) S \approx 0,61 \text{ g/cm}^3$$

già i calcoli non sono sicuri

$$S = 8,7101$$

risultato  $S = 8,70 \text{ g/cm}^3$

$$\Delta S = 0,61 \text{ g/cm}^3 \quad \text{oppure } 7\%$$

Ho trovato numero esatto errore di TRONCAMENTO

con 0,1, 2, 3, 4 ARROTONDIAMO PER DIFETTO

RISULTATO

$x$

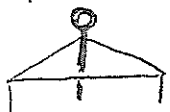
$\Delta x$

# MISURE RIPETUTE DIRETTE

$x'$  valore vero

$m$  misure  $x_1, \dots, x_m$  sparpagliamento dei risultati attorno al valore vero

Avviene per molti motivi:  $\Rightarrow$  corpuscoli di polvere, dilatazioni termiche, ecc

ES,  $10^{-6}$  m  tacca 0,001 mm *fronometro*

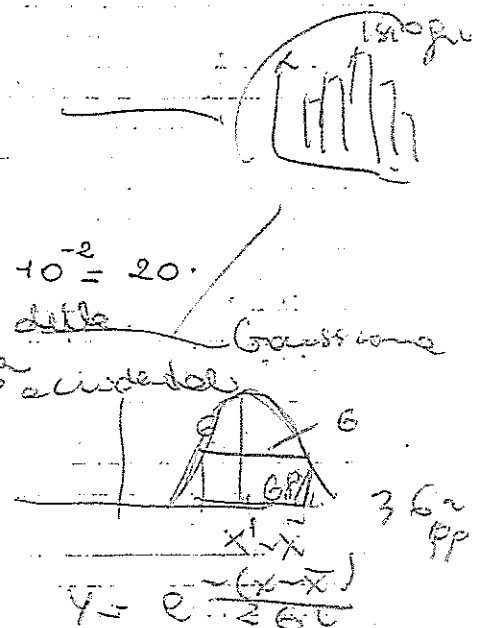
$$l = l_0 (1 + \lambda \Delta t)$$

$$\lambda = 1,2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\Delta l = l - l_0 = l_0 \lambda \Delta t = 100 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 40 = 2 \cdot 10^{-2} = 20 \mu\text{m}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{m} \approx x'$$

*legge della distribuzione degli errori casuali*  
VALORE + ATTENDIBILE



$$x_i - x' \approx x_i - \bar{x} = v_i \quad \text{SCARTI}$$

*varianza*

$$\sigma = m = \eta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m v_i^2}{m-1}}$$

ERRORE QUADRATICO MEDIO PRATICO

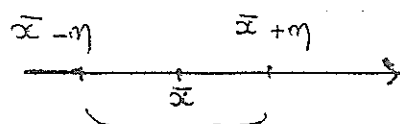
$$M = \frac{\sigma}{\sqrt{m}}$$

ERRORE QUADRATICO MEDIO DELLA MEDIA

Danno informazione del valore vero rispetto ad errore e rispetto a valore medio.

(Se  $m-1$  al posto di  $m$  valore significativo non cambia)

RISULTATO FINALE  $x = \bar{x} \pm M$



INTERVALLO DI CONFIDENZA (confidiamo che  $x$  sia lì)

C'è una probabilità conosciuta standard (68%) che  $x$  cada nell'intervallo. 4

# MISURE RIPETUTE INDIRETTE

## ESEMPIO: PENDOLO ELEGANTE

$$\eta_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 \eta_u^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 \eta_v^2}$$

$\uparrow$  calcolato su  $\frac{\Delta u}{u}$        $\frac{\Delta v}{v}$  - medio

grandette  $u, v$  siano INDIPENDENTI, non correlate.

INDIPENDENZA STATISTICA:  $u$  e  $v$  non influenzano l'una sull'altra  
(se no si deve calcolare covarianza: valore di correlazione)

ESEMPIO: Misurare  $g$  attraverso il pendolo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

misure ripetute sia di  $l$  che di  $T$

$$l \quad \bar{l} \quad \eta_l$$

$$T \quad \bar{T} \quad \eta_T$$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 4\pi^2 l T^{-2}$$

Valore + ottenibile, risultato =  $g = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{(\bar{T})^2}$

$$\eta_g = \sqrt{(4\pi^2 T^{-2})^2 \eta_l^2 + (-8\pi^2 l T^{-3})^2 \eta_T^2}$$

$$\eta_g = \sqrt{16\pi^2 (\bar{T})^{-4} \eta_l^2 + 64\pi^2 \bar{l} (\bar{T})^{-6} \eta_T^2}$$