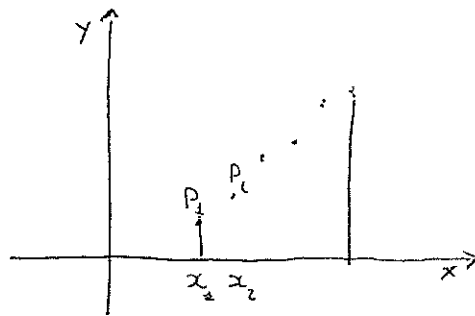


# INTERPOLAZIONE

Non abbiamo un'espressione analitica  $y=f(x)$ , ma forma tabula

x	y
$x_1$	$y_1$
$x_2$	$y_2$
$\vdots$	$\vdots$



problemi: INTERPOLAZIONE

valore  $x$ , che non coincide con un  $x_i$ ,  
ma per es. fra  $x_1$  e  $x_2$

ESTRAPOLAZIONE

$x_0$  al di fuori dell'intervallo su cui  
abbiamo valori

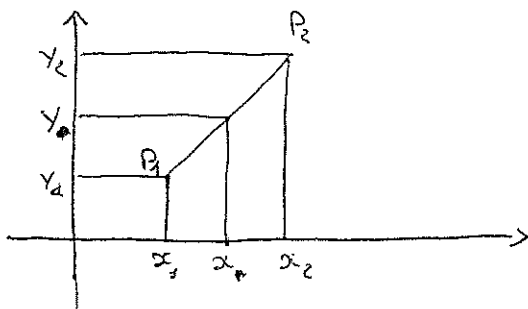
INTERPOLAZIONE :

Per passare una curva per i punti  $P_1$  e  $P_2$ ,  
Solitamente  $f$  è un polinomio (di grado basso)

INTERPOLAZIONE LINEARE (retta)

INTERPOLAZIONE PARABOLICA

INTERPOLAZIONE LINEARE



Per determinare retta:

$$1) \frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$$

$$2) \begin{aligned} y-y_1 &= m(x-x_1) \quad \leftarrow \\ y_2-y_1 &= m(x_2-x_1) \quad \rightarrow m \end{aligned}$$

$$3) \begin{aligned} y &= mx + q \\ \begin{cases} y_2 = mx_2 + q \\ y_1 = mx_1 + q \end{cases} &\rightarrow m, q \end{aligned}$$

Si usano interpolazione DIRETTA ( $x \rightarrow y$ ) e INVERSA ( $y \rightarrow x$ )

Soluzione diretta  $y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$

soluz. inversa  $x = x_1 + \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} (y - y_1)$

ESEMPIO:

$t$  = temperatura

$S$  = densità

5-11-87-1991ET-10

$t$	$S$
20,0	0,99821
20,5	0,99810
20,3 ?	?
?	0,99815

$$y = 0,99821 + \frac{0,99810 - 0,99821}{20,5 - 20,0} (20,3 - 20,0)$$

negativo perché  $S$  diminuisce con aumento di  $t$

$$y = 0,99821 - 0,000066 = \underline{0,998144} = 0,99814$$

Sulla Tabella 5 cifre significative, ma precisione diminuisce non aumenta quindi al limite stesso numero di cifre significative.

$$x = 20,0 + \frac{20,5 - 20,0}{0,99810 - 0,99821} (0,99815 - 0,99821)$$

$$x = 20,0 + 0,2727272 = \underline{20,2727272} = 20,2$$

# METODO DEI MINIMI QUADRATI di GAUSS

## che dà RETTA DEI MINIMI QUADRATI

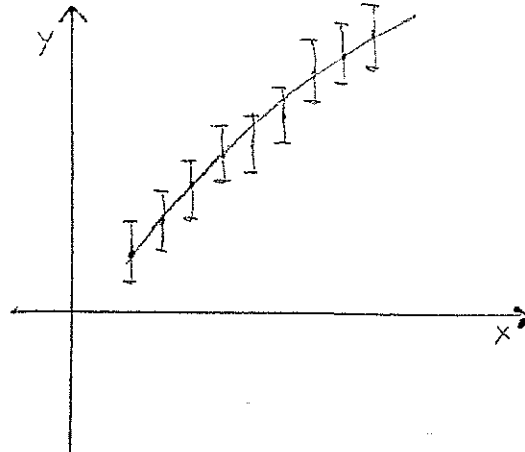
$x, y$

Per avere una legge fisica si basiamo su sperimentazione  
(PROCEDIMENTO INDUTTIVO)

facciamo variare  $x \rightarrow y$  variare  
(dobbiamo isolare  $x$  e  $y$ )

$x$	$y$
$x_1$	$y_1$
$x_2$	$y_2$
$\vdots$	$\vdots$
$x_m$	$y_m$

Dobbiamo ricavare  $y = f(x)$



} errore su  $y$   
+| errore su  $x$  e  $y$

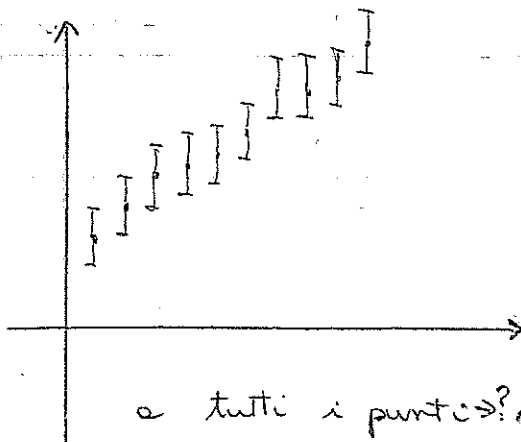
Suppongo che fenomeno segua una certa  $f(x)$  che deve adattarsi ai punti.

Non ci aspettiamo che passi per i punti (vi sono errori accidentali).

caso + semplice:

FENOMENO MA LINEARE

(punti dovrebbero risultare su una retta)

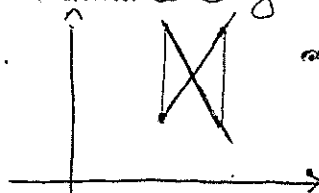


$$y = mx + q$$

Retta deve lasciare un po' di punti da una parte e un po' dall'altra.

Retta deve passare il + vicino possibile

a tutti i punti? somma degli scarti sia la minima, ma è ambiguo ES.



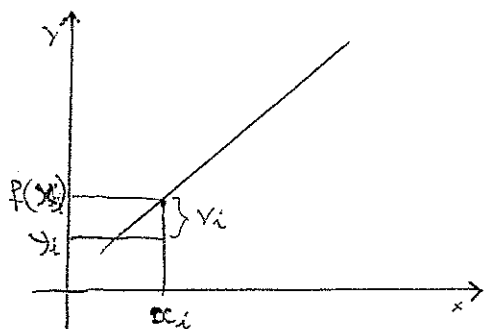
somma degli scarti è 0  
per entrambe le rette.

Se ragioniamo sui quadrati degli scarti si ha:

Somma dei quadrati degli scarti con una linea minima.

$$y = f(x)$$

$$y = mx + q$$



$v_i$  = scarto generico

$$v_i = f(x_i) - y_i$$

$$f(x_i) = mx_i + q$$

$$v_i = f(x_i) - y_i$$

$$S = \sum_{i=1}^n v_i^2 = \sum [mx_i + q - y_i]^2 = S(m, q)$$

TROVARE  
IL MINIMO  
DI UNA FUNZIONE  
A DUE VARIABILI



$S$  è funzione di parametri  $m$  e  $q$

Per avere punto di minimo: le derivate 1° parziali = 0

Bisognerebbe esaminare derivate 2° (negative = massimo), comunque  $S$  non è superiormente limitata (non si può allontanare a piacere). Dove derivate 1° sono = 0 sarà allora punto di MINIMO.

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial m} = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial q} = 0 \end{cases} \begin{cases} \sum \{ 2 [mx_i + q - y_i] x_i \} = 0 \\ \sum \{ 2 [mx_i + q - y_i] \cdot 1 \} = 0 \end{cases} \begin{cases} 2 \sum [mx_i^2 + qx_i - y_i x_i] = 0 & \times m \\ 2 \sum [mx_i + q - y_i] = 0 & \times m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2m \frac{\sum [mx_i^2 + qx_i - y_i x_i]}{m} = 0 \\ 2m \frac{\sum [mx_i + q - y_i]}{m} = 0 \end{cases} \begin{cases} \frac{\sum m x_i^2}{m} + \frac{\sum q x_i}{m} + \frac{\sum x_i y_i}{m} = 0 \\ \frac{\sum m x_i}{m} + \frac{\sum q}{m} + \frac{\sum y_i}{m} = 0 \end{cases}$$

$\bar{x}^2$  è media aritmetica  
dei quadrati di  $x$

$$\begin{cases} \frac{m \sum x_i^2}{m} + q \frac{\sum x_i}{m} - \frac{\sum x_i y_i}{m} = 0 \\ \frac{m \sum x_i}{m} + q - \frac{\sum y_i}{m} = 0 \end{cases} \begin{cases} m \bar{x}^2 + q \bar{x} - \bar{x} \bar{y} = 0 \\ m \bar{x} + q - \bar{y} = 0 \end{cases}$$

$\bar{x}$   
e sostituiamo

$$m = \frac{\bar{x} \bar{y} - \bar{x}^2 \bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2}$$

PENDENZA

$$q = \bar{y} - m \bar{x}$$

INTERCETTA

RICAMO

Se questa deve passare per l'ORIGINE

$$y = mx = f(x)$$

$$v_i = f(x_i) - y_i \quad f(x_i) = mx_i$$

$$v_i = mx_i - y_i$$

$$S = \sum_i v_i^2 = \sum (mx_i - y_i)^2 = S(m)$$

$$\frac{dS}{dm} = 0 \quad \sum (mx_i - y_i) x_i = 0 \quad \text{e} \cdot m \frac{\sum (mx_i^2 - y_i x_i)}{m} = 0$$

$$\frac{\sum mx_i^2}{m} - \frac{\sum y_i x_i}{m} = 0 \quad m \frac{\sum x_i^2}{m} - \frac{\sum y_i x_i}{m} = 0$$

$$m \overline{x^2} - \overline{yx} = 0 \quad m = \frac{\overline{yx}}{\overline{x^2}} \quad q = 0$$

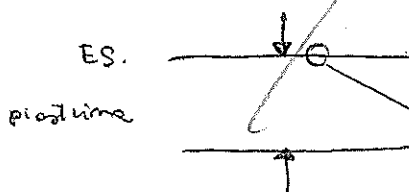
$$\frac{d^2 S}{dm^2} = \text{e} \cdot m \overline{x^2} > 0 \quad \text{è vero statisticamente (è probabile che } x_i \text{ tutti uguali a 0 coincide } \text{e} \cdot m \overline{x^2} = 0)$$

È punto veramente di minimo.

PRECISIONE: saper dare una stima del valore <sup>+ probabile</sup> (medio) della grandezza ed errore sul valore.

ESISTE IL VALORE VERO?

limite  $\rightarrow \infty$  della sensibilità degli strumenti, ciò è solo teorico.



Spessore della piastrina?

Questa superficie è rifatta fino ad un certo limite ad es. centomillesimi di mm (e)



Poi atomi che sono in movimento ecc.

Non ha senso andare oltre nel determinare la misura dello spessore.