Esercizio svolto sulla scelta dell'offerta di lavoro individuale in un semplice modello di concorrenza perfetta (informazione completa, libera scelta delle ore, prezzi dati)

Le preferenze di un individuo tra consumo (C) e tempo libero (T) sono rappresentate dalla seguente funzione di utilità:

$$u = 2T^{\frac{1}{2}} + C^{\frac{1}{2}}$$

L'individuo può lavorare quanto desidera, anche tutte le 24 ore.

1) Sia, per ipotesi w=6€ il salario orario e p=3€ il prezzo unitario dei beni di consumo. Determinate il vincolo di bilancio dell'individuo.
2) Definite in forma analitica la domanda ottimale di tempo libero dell'individuo e la conseguente offerta di lavoro.
3) Si supponga che l'individuo disponga anche di un reddito non da lavoro (X) pari a 9€/giorno. Quale sarà ora la sua domanda di tempo libero? E l'offerta di lavoro?
4) Si ritorni al caso in cui X=0 e si assuma che w sia raddoppiato. Quanto sarà il tempo libero domandato?
5) Confrontando le variazioni nella domanda di tempo libero, quale ipotesi teorica è confermata dai risultati?

Soluzione

1) Il vincolo di bilancio è costituito dalla composizione di un vincolo temporale (la giornata di 24 ore) e di un vincolo reddituale, rappresentato dalle capacità di guadagno dell'individuo, quindi, in generale:

$$T_{MAX} = T + L \quad \text{vincolo temporale}$$

$$\mathrm{C} = \frac{\mathrm{w}}{\mathrm{p}} L + \frac{X}{p} \quad \text{vincolo di bilancio}$$

Nel caso specifico X=0, T_{Max}=24, quindi il vincolo diventa:

$$C = 24\frac{6}{3} - \frac{6}{3}T = 48 - 2T$$

2) Il problema di scelta razionale dell'individuo sarà costituito dalla soluzione del seguente problema di massimizzazione:

$$Max \;\; u = 2T^{\frac{1}{2}} + C^{\frac{1}{2}}$$

$$s.v. \quad \mathrm{C} = (24 - \mathrm{T})\frac{\mathrm{w}}{\mathrm{p}}$$

Possiamo utilizzare il concetto di scelta razionale ottima che in economia prevede che il saggio marginale di sostituzione (SMS) tra tempo libero e consumo sia pari al rapporto tra il prezzo dei due beni e che misura la pendenza del vincolo di bilancio(w/p), quindi:

$$SMS = -\frac{\partial U_T}{\partial U_C} = -\frac{2\frac{1}{2}T^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}C^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{T^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}C^{-\frac{1}{2}}} = -\frac{2C^{\frac{1}{2}}}{T^{\frac{1}{2}}}$$

La massima utilità sarà quindi:

$$-2\frac{C^{\frac{1}{2}}}{T^{\frac{1}{2}}} = -\frac{w}{p}$$

Per ottenere il valore intero si eleva al quadrato e si ottiene:

$-4\frac{C}{T}=-\left(\frac{w}{p}\right)^2$ si esprime ora l'equazione in termini di C e si sostituisce il vincolo:

$\underbrace{\frac{T}{4}\left(\frac{w}{p}\right)^2}_{\text{SMS in } \frac{w}{p}} = \underbrace{(24-\mathrm{T})\frac{\mathrm{w}}{\mathrm{p}}}_{\text{vincolo di bilancio}}$ si semplifica il rapporto w/p e si sostituiscono i valori di w e p,

uguagliando il valore della scelta ottima di consumo-tempo libero rispetto a quella possibile con il vincolo di bilancio ottengo la scelta ottima di tempo libero e conseguentemente di lavoro:

$$\left(\frac{T}{4}\times\frac{6}{3}\right)+T=24 \Rightarrow \left(\frac{T}{4}\times 2\right)+T=\frac{T}{2}+T=24e\frac{1+2}{2}T=24$$

$$T=24\times\frac{2}{3}$$

$T^*=16$ **e quindi** $\mathbf{L^*=24-16=8}$

3) Se X = 9, cambia solo il vincolo di bilancio, che diventa:

$$C=48-2T+\frac{9}{3}$$

L'ottimo sarà quindi:

$$48-2T+\frac{9}{3}=\frac{T}{4}\left(\frac{w}{p}\right)^2 \; quindi 51-2T=T \Rightarrow T^*=17 \;\; \mathbf{e} \;\; \mathbf{L^*=7}$$

4) Con X= 0 e w=12 cambia nuovamente il vincolo di bilancio (basta sostituire a w come nella soluzione del punto 2) il valore 12) e la domanda ottima di tempo libero diventa T*=12 e L*=12.
5) Si conferma l'ipotesi teorica che il tempo libero è un bene normale, la cui caratteristica è quella di aumentarne la domanda quando il reddito aumenta e di diminuirla quando il suo prezzo (rappresentato dal salario reale = costo opportunità) diminuisce. Si ricordi che: Il fatto che all'aumentare di w/p la domanda di T rimanga invariata o aumenti, non inficia la teoria.