

Prova scritta di Fisica Tecnica - 02.07.2001
(Ing. Meccanica, Navale, Elettrica, dei Materiali, Elettronica)

.....
NOME e COGNOME

.....
CORSO di LAUREA

.....
Voto

La superficie esterna di una tubazione, di diametro $D = 5$ cm, si trova ad una temperatura uniforme e costante, pari a $t_s = 12$ °C, ed è esposta all'atmosfera. La temperatura e la pressione ambiente sono, rispettivamente, $t_a = 30$ °C e $p = 101.325$ kPa, mentre l'umidità relativa, f , è pari a 0.8.

Allo scopo di evitare la condensazione dell'umidità sulla superficie del tubo, lo si ricopre con un rivestimento di materiale isolante, la cui conducibilità termica $k = 0.027$ W/mK.

Noto il coefficiente di scambio termico convettivo sulla superficie del tubo, $h = 25$ W/m²K, e trascurando lo scambio termico per irraggiamento, determinare:

1. Il valore dell'umidità specifica x ;
2. La temperatura minima ammissibile per la superficie esterna del rivestimento, al fine di evitare la formazione di condensa;
3. Lo spessore minimo di rivestimento da adottare, s , che consente di ottenere, sulla superficie del rivestimento esposta all'aria, la temperatura di cui al quesito 2.

Nel risolvere il quesito 3 si adotti l'ipotesi che lo spessore del rivestimento sia molto inferiore al raggio della tubazione, di modo che la resistenza termica conduttiva associata al rivestimento si possa calcolare con le formule valide per pareti piane.

Note:

- Si ricorda che la pressione di saturazione per l'acqua può venire valutata, per $t \geq 0$ °C, con la relazione approssimata:

$$p_s(t) = 611.85 \cdot \exp\left(\frac{17.502 \cdot t}{240.9 + t}\right)$$

dove $p_s(t)$ [Pa] è la pressione di saturazione, e t [°C] è la temperatura.

- Per il calcolo delle proprietà dell'aria umida e dell'acqua si utilizzino i seguenti valori:

$$c_{pa} = 1.006 \text{ kJ/(kg K)}, \quad c_{pv} = 1.875 \text{ kJ/(kg K)}, \quad r_0 = 2501 \text{ kJ/kg} \quad c_l = 4.18 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$R = 0.287 \text{ kJ/(kg K)} \text{ [Costante caratteristica dell'aria secca]}$$

$$M_a = 28.97 \text{ kg/kmol}, \quad M_v = 18.02 \text{ kg/kmol}$$

Soluzione

1) L'umidità specifica è data dalla:

$$x = \frac{M_v}{M_a} \frac{p_v}{p - p_v}$$

che, con i dati forniti, risulta anche:

$$x = 0.622 \frac{p_v}{p - p_v} = 0.622 \frac{j \, p_s(t_a)}{p - j \, p_s(t_a)}$$

La pressione di saturazione:

$$p_s(t) = 611.85 \cdot \exp\left(\frac{17.502 t_a}{240.9 + t_a}\right) = 611.85 \cdot \exp\left(\frac{17.502 \cdot 30}{240.9 + 30}\right) = 4250 \text{ Pa} = 4.25 \text{ kPa}$$

Da cui:

$$x = 0.622 \frac{0.8 \cdot 4.25}{101.325 - 0.8 \cdot 4.25} = 0.0216 \text{ kg}_v/\text{kg}_a = 21.6 \text{ g}_v/\text{kg}_a$$

2) La temperatura minima è ovviamente pari alla temperatura di rugiada, t_R , che si ricava osservando che, a tale temperatura, il valore dell'umidità specifica è uguale a quello ricavato, mentre l'umidità relativa è pari al 100 %:

$$x_R = x = 0.622 \frac{p_s(t_R)}{p - p_s(t_R)}$$

da cui possiamo ricavare, dapprima, il valore della pressione di saturazione alla temperatura incognita t_R :

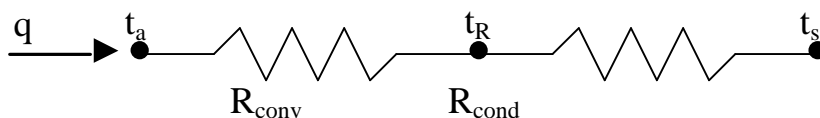
$$p_s(t_R)(x + 0.622) = p x$$

$$p_s(t_R) = \frac{p x}{x + 0.622} = \frac{101.325 \cdot 0.0216}{0.0216 + 0.622} = 3.4 \text{ kPa} = 3400 \text{ Pa}$$

e quindi il valore di t_R :

$$p_s(t_R) = 611.85 \cdot \exp\left(\frac{17.502 t_R}{240.9 + t_R}\right)$$
$$t_R = \frac{240.9 \cdot \ln\left(\frac{p_s(t_R)}{611.85}\right)}{17.502 - \ln\left(\frac{p_s(t_R)}{611.85}\right)} = 26.17 \text{ } ^\circ\text{C}$$

3) A questo punto possiamo calcolare lo spessore del rivestimento. Consideriamo a tal proposito la rete elettrica equivalente:



Indicando con L la lunghezza della tubazione, la resistenza convettiva, R_{conv} , e quella conduttiva, R_{cond} , sono rispettivamente:

$$R_{conv} = \frac{1}{2p h \left(\frac{D}{2} + s \right) L}$$

$$R_{cond} = \frac{s}{2p k \frac{D+s}{2} L}$$

Si noti che nel valutare la resistenza conduttiva si è fatto uso dell'approssimazione di spessore piccolo (parete piana) e quindi si è adottato il raggio medio, $(D+s)/2$, nel calcolo della superficie di scambio (per unità di lunghezza). Poiché lo stesso flusso termico q attraversa entrambe le resistenze, si perviene a:

$$\frac{q}{L} = \frac{t_a - t_R}{L R_{conv}} = \frac{t_R - t_s}{L R_{cond}}$$

Sostituendo in quest'ultima le espressioni viste delle resistenze termiche si ha:

$$\frac{t_a - t_R}{\frac{1}{2p h \left(\frac{D}{2} + s \right)}} = \frac{t_R - t_s}{\frac{s}{2p k \left(\frac{D+s}{2} \right)}}$$

che, attraverso alcuni semplici passaggi, conduce alla seguente equazione di secondo grado nell'incognita s :

$$2a s^2 + (aD - b)s - bD = 0$$

dove:

$$a = (t_a - t_R) h p \quad b = (t_R - t_s) k p$$

Risolvendo:

$$s_{1-2} = \frac{-(aD - b) \pm \sqrt{(aD - b)^2 + 8abD}}{4a}$$

La soluzione conduce ad un valore di s negativo, fisicamente non accettabile, ed alla soluzione cercata:

$$s = 3.74 \text{ mm} \cong 4 \text{ mm} .$$