

.....  
NOME e COGNOME

.....  
CORSO di LAUREA

.....  
Voto

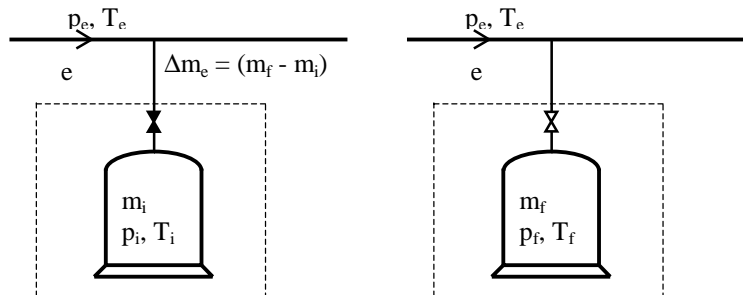
### Esercizio 1

Un recipiente di volume  $V = 1.5 \text{ m}^3$  contiene  $\text{O}_2$  alla pressione di 120 kPa e  $27^\circ\text{C}$ . Il recipiente è collegato ad una linea di distribuzione di  $\text{O}_2$  a 600 kPa e  $50^\circ\text{C}$ . Dalla linea l'ossigeno entra nel recipiente fino a che la pressione in quest'ultimo raggiunge il valore di 600 kPa.

Assumendo adiabatico il processo di riempimento e trascurabili le energie cinetiche e potenziali, determinare la massa di ossigeno che entra nel recipiente e la temperatura finale nel recipiente. Si consideri l'ossigeno un gas ideale a calori specifici costanti.

Note:

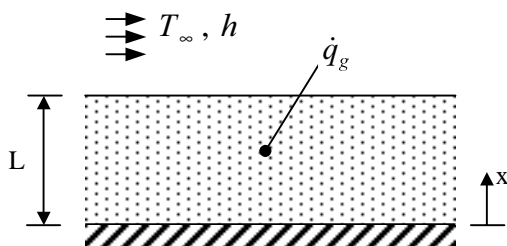
$$\begin{aligned} M_{\text{O}_2} &= 32 \text{ kg/kmol} \\ \bar{R} &= 8314 \text{ J/(kmol K)} \\ k &= c_p/c_v = 1.4 \end{aligned}$$



### Esercizio 2

Uno strato piano di rifiuti, di spessore  $L = 2\text{m}$ , è esposto all'aria in superficie, e può essere assunto termicamente isolato sul fondo.

A causa delle reazioni chimiche di ossidazione che hanno luogo nello strato, si ha una generazione interna di calore pari a  $\dot{q}_g = 20 \text{ W/m}^3$ .



In regime stazionario e nelle ipotesi che la conduttività termica del materiale alla rinfusa sia pari a  $k = 0.1 \text{ W/(m K)}$ , che la temperatura dell'aria sia  $T_\infty = 35^\circ\text{C}$  e che il coefficiente convettivo sia  $h = 15 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$ , valutare:

- 1) L'andamento della temperatura all'interno dello strato di rifiuti;
- 2) La temperatura massima.

## Soluzioni

### Esercizio 1

Se risolto come sistema aperto:

$$U_f - U_i = \hat{Q}_{if} - \hat{L}_{if} + \sum \Delta m_e \left( h_e + \frac{w_e^2}{2} + gz_e \right) - \sum \Delta m_u \left( h_u + \frac{w_u^2}{2} + gz_u \right)$$

essendo nel nostro caso (una sola entrata):

$$\hat{Q}_{if} = \hat{L}_{if} = \frac{w_e^2}{2} = gz_e = \Delta m_u = 0, \text{ e quindi si ottiene:}$$

$$\overline{U_f - U_i = m_f u_f - m_i u_i = \Delta m_e h_e = (m_f - m_i) h_e}$$

Se risolto come sistema chiuso:

$$U_f - U_i = \hat{Q}_{if} - \hat{L}_{if}$$

$$\text{essendo } \hat{Q}_{if} = 0, \text{ risulta } U_f - U_i = -\hat{L}_{if}$$

$$\text{Quindi: } m_f u_f - [m_i u_i + (m_f - m_i) u_e] = -\hat{L}_{if} = (m_f - m_i) p_e v_e$$

$$\overline{m_f u_f - m_i u_i = (m_f - m_i) [u_e + p_e v_e] = (m_f - m_i) h_e}$$

ovviamente uguale al risultato precedente.

Proseguendo:

$$m_f c_v T_f - m_i c_v T_i = m_f c_p T_e - m_i c_p T_e$$

$$m_f (c_v T_f - c_p T_e) + m_i (c_p T_e - c_v T_i) = 0$$

Vi sono 3 incognite,  $m_i$ ,  $m_f$  e  $T_f$ , ma  $m_i$  e  $T_f$  si ricavano dall'equazione di stato:

$$m_i = \frac{p_i V}{RT_i} \quad T_f = \frac{p_f V}{m_f R}$$

Sostituendo, dopo alcuni semplici passaggi, si ricava:

$$\overline{m_f = \frac{V}{kR T_e} \left[ p_f + \frac{p_i}{T_i} (kT_e - T_i) \right]}$$

Per l'ossigeno:

$$R = \bar{R} / M_{O_2} = 8314 / 32 = 259.8 \text{ J/(kg K)}$$

da cui:

$$m_f = 8.434 \text{ kg}$$

$$\overline{\Delta m_e = m_f - m_i = m_f - \frac{p_i V}{RT_i} = 6.13 \text{ kg}} \quad \underline{(m_i = 2.31 \text{ kg})}$$

$$\overline{T_f = \frac{p_f V}{m_f R} = 410.7 \text{ K} = 137.6 \text{ }^\circ\text{C}}$$

## Esercizio 2

Dall'equazione della conduzione, in regime stazionario, scritta per un sistema di riferimento Cartesiano:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q}_g = 0$$

si ricava, osservando che il problema è monodimensionale e la conduttività termica è costante:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{\dot{q}_g}{k} = 0$$

che integrata due volte fornisce:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{\dot{q}_g}{k} x + C_1$$

$$T = -\frac{\dot{q}_g}{2k} x^2 + C_1 x + C_2$$

dove le costanti  $C_1$  e  $C_2$  si ricavano sulla base delle condizioni al contorno.

---

$$\text{a) } q'' = -k \frac{dT}{dx} = 0 \quad \text{per } x = 0 \quad \rightarrow C_1 = 0$$

---

b) Per ricavare  $C_2$  dovremmo conoscere  $T_s = T(L)$ .

La determinazione di  $T_s$ , ad esempio, può ottenersi agevolmente ricorrendo ad un bilancio integrale:

$$\dot{q}_g L = h(T_s - T_\infty)$$

da cui:

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}_g L}{h}$$

Il valore di  $C_2$  è quindi dato dalla:

---

$$C_2 = T_\infty + \dot{q}_g L \left( \frac{L}{2k} + \frac{1}{h} \right)$$

---

Sostituendo nell'espressione di  $T(x)$ :

---

$$1) \quad T = T_\infty + \frac{\dot{q}_g L}{h} + \frac{\dot{q}_g L^2}{2k} \left[ 1 - \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right] = T_s + \frac{\dot{q}_g L^2}{2k} \left[ 1 - \left( \frac{x}{L} \right)^2 \right]$$

---

---

$$2) \quad T_{MAX} = T(0) = 438 \text{ } ^\circ C$$

---

*Osservazioni:*

- la temperatura massima raggiunge un valore che provoca l'autoaccensione della maggior parte dei materiali combustibili;
- la temperatura massima, per tale problema, è scarsamente influenzata dalla temperatura esterna e dal coefficiente convettivo;
- l'effetto più marcato è dovuto allo spessore  $L$ : riducendolo da 2 m ad 1 m,  $T_{MAX}$  si riduce a 138 °C.