VALUTAZIONE DI RENDITE

Si definisce rendita temporanea a rata costante:

$$\boldsymbol{r}/\boldsymbol{t} = \{R, R, \ldots, R\}/\{1, 2, \ldots, m\}$$

Sia i il tasso di interesse coerente con la periodicità di pagamento delle rate.

Si definisce valore attuale della rendita $\boldsymbol{r}$ un periodo prima del pagamento della prima rata o **valore attuale della rendita posticipata**:

$$W(0, \boldsymbol{r}) = R \cdot a_{\overline{m|}\,i}$$

essendo $a_{\overline{m|}\,i} = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \ldots + (1+i)^{-m}$. Si ha $a_{\overline{m|}\,i} = \dfrac{1-(1+i)^{-m}}{i}$

Si definisce valore attuale della rendita $\boldsymbol{r}$ nell'istante di pagamento della prima rata o **valore attuale della rendita anticipata**:

$$W(1, \boldsymbol{r}) = R \cdot \ddot{a}_{\overline{m|}\,i}$$

essendo $\ddot{a}_{\overline{m|}\,i} = 1 + (1+i)^{-1} + \ldots + (1+i)^{-(m-1)}$

Si ha $\ddot{a}_{\overline{m|}\,i} = a_{\overline{m|}\,i}(1+i) = \dfrac{1-(1+i)^{-m}}{d}$ con $d = \dfrac{i}{1+i}$

Si definisce montante della rendita

$$\boldsymbol{r} / \boldsymbol{t} = \{R, R, \ldots, R\} / \{1, 2, \ldots, m\}$$

<u>nell'istante di pagamento dell'ultima rata</u> o **montante della rendita posticipata**:

$$W(m, \boldsymbol{r}) = R \cdot s_{\overline{m|}\, i}$$

essendo $s_{\overline{m|}\, i} = 1 + (1+i)^1 + \ldots + (1+i)^{-(m-1)}$. Si ha $s_{\overline{m|}\, i} = \dfrac{(1+i)^m - 1}{i}$

Si definisce montante della rendita $\boldsymbol{r}$ <u>un periodo dopo il pagamento dell'ultima rata</u> o **montane della rendita anticipata**:

$$W(m+1, \boldsymbol{r}) = R \cdot \ddot{s}_{\overline{m|}\, i}$$

essendo $\ddot{s}_{\overline{m|}\, i} = (1+i)^1 + \ldots + (1+i)^m$

Si ha $\ddot{s}_{\overline{m|}\, i} = s_{\overline{m|}\, i}(1+i) = \dfrac{(1+i)^m - 1}{d}$ con $d = \dfrac{i}{1+i}$

LA FUNZIONE PRESENT VALUE (PV)

Calcola il valore attuale di una rendita a rata costante.

PV (rate; nper; pmt; [fv]; [type])

rate è il tasso di interesse con il quale è calcolato il valore attuale

nper è il numero delle rate

pmt è l'importo della rata; se omesso occorre indicare **fv**

fv è l'eventuale importo esigibile alla fine dell'ultimo periodo della rendita; se omesso è considerato pari a 0 ed occorre indicare **pmt**

type
- 0 nel caso di rendita posticipata
- 1 nel caso di rendita anticipata

se omesso è considerato pari a 0

NB: la funzione **PV** restituisce l'opposto del valore attuale della rendita.

Esempi:

PV (i; m; - R; ; 0) = $R \cdot a_{\overline{m|}\,i} = R\,\dfrac{1-(1+i)^{-m}}{i}$

PV (i; m; - R; ; 1) = $R \cdot \ddot{a}_{\overline{m|}\,i} = R\,\dfrac{1-(1+i)^{-m}}{d}$

PV (i; m; ; - C) = $C(1+i)^{-m}$

PV (i; m; - R; - C; 0) = $R \cdot a_{\overline{m|}\,i} + C(1+i)^{-m}$

PV (i; m; - R; - C; 1) = $R \cdot \ddot{a}_{\overline{m|}\,i} + C(1+i)^{-m}$

S: importo da versare in 0 per ricevere C in m, versando anche m rate posticipate pari a R

- S = PV (i; m; - R; C) = $R \cdot a_{\overline{m|}\,i} - C(1+i)^{-m}$

S: importo da versare in 0 per ricevere m rate posticipate pari a R e l'importo C in m

-S = PV (i; m; R; C) = $-R \cdot a_{\overline{m|}\,i} - C(1+i)^{-m}$

LA FUNZIONE FUTURE VALUE (FV)

Calcola il montante di una rendita a rata costante.

FV (rate; nper; pmt; [pv]; [type])

rate è il tasso di interesse con il quale è calcolato il valore attuale

nper è il numero delle rate

pmt è l'importo della rata; se omesso occorre indicare **pv**

pv è l'eventuale importo esigibile all'inizio del primo periodo della rendita; se omesso è considerato pari a 0 ed occorre indicare **pmt**

type 0 nel caso di rendita posticipata

1 nel caso di rendita anticipata

se omesso è considerato pari a 0

NB: la funzione **FV** restituisce l'opposto del montante della rendita.

Esempi:

FV (i; m; - R; ; 0) = $R \cdot s_{\overline{m|}\,i} = R \cdot a_{\overline{m|}\,i}(1+i)^m = R\ \dfrac{(1+i)^m - 1}{i}$

FV (i; m; - R; ; 1) = $R \cdot \ddot{s}_{\overline{m|}\,i} = R \cdot \ddot{a}_{\overline{m|}\,i}(1+i)^m = R\ \dfrac{(1+i)^m - 1}{d}$

FV (i; m; ; - C) = $C(1+i)^m$

FV (i; m; - R; - C; 0) = $R \cdot a_{\overline{m|}\,i}(1+i)^m + C(1+i)^m$

FV (i; m; - R; - C; 1) = $R \cdot \ddot{a}_{\overline{m|}\,i}(1+i)^m + C(1+i)^m$

M: importo accumulato in m, avendo versato S in 0 ed m rate anticipate pari a R

M = FV (i; m; -R; -S; 1) = $R \cdot \ddot{s}_{\overline{m|}\,i} + C(1+i)^m$

NOTA: $\ddot{s}_{\overline{m|}\,i} = \ddot{a}_{\overline{m|}\,i}(1+i)^m = \dfrac{(1+i)^m - 1}{d}$

VALUTAZIONE DI RENDITE UNITARIE

Valore attuale della rendita unitaria posticipata

$$a_{\overline{m|}\,i} = (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \ldots + (1+i)^{-m} = \frac{1-(1+i)^{-m}}{i} \qquad = \qquad \text{PV } (i;\ m;\ -\ 1)$$

Valore attuale della rendita unitaria anticipata

$$\ddot{a}_{\overline{m|}\,i} = 1 + (1+i)^{-1} + \ldots + (1+i)^{-(m-1)} = \frac{1-(1+i)^{-m}}{d} \qquad = \qquad \text{PV } (i;\ m;\ -\ 1;\ ;\ 1)$$

Montante della rendita unitaria posticipata

$$s_{\overline{m|}\,i} = 1 + (1+i) + \ldots + (1+i)^{-(m-1)} = a_{\overline{m|}\,i}(1+i)^{m} = \frac{(1+i)^{m}-1}{i} \qquad = \qquad \text{FV } (i;\ m;\ -\ 1)$$

Montante della rendita unitaria anticipata

$$\ddot{s}_{\overline{m|}\,i} = (1+i)^{1} + \ldots + (1+i)^{m} = \ddot{a}_{\overline{m|}\,i}(1+i)^{m} = \frac{(1+i)^{m}-1}{d} \qquad = \qquad \text{FV } (i;\ m;\ -\ 1;\ ;\ 1)$$