10 + 10 + 10 = 30/30

Università di Trieste, A.A. 2013/2014 - Lauree Triennali in Ingegneria

Fisica Generale 1, Prova Scritta – Terzo Appello Sessione Invernale - 17.02.2015

Cognome ......COGNOME...... **Nome** ......NOME...... **cfu** ...9...

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in risposte precedenti, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate***.

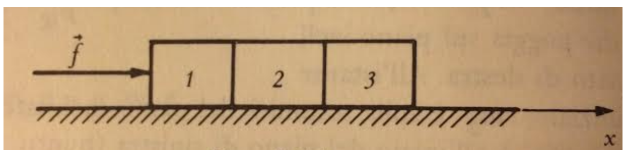


Fig. 1

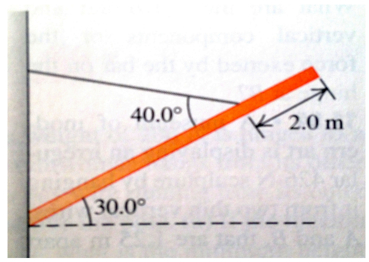
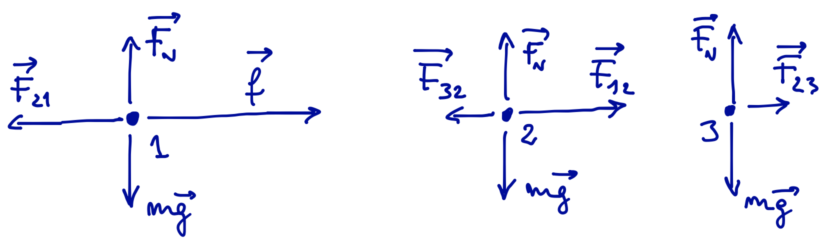


Fig. 2

1. Tre corpi di ugual massa m = 1.5 kg si trovano in qiete su un piano orizzontale privo di attrito. Applicando al corpo 1 una forza costante di modulo f = 12 N (Fig.1), il sistema si muove di moto uniformemente accelerato.

a. Disegnare separatamente i diagrammi delle forze applicate a ciascuna dei tre corpi.

4



$\vec{f}$ forza esterna su 1
$m\vec{g}$ gravità
$\vec{F}_N$ forze normale di contatto
$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ contatto tra 1 e 2
$\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23}$ contatto tra 2 e 3

b. Calcolare il modulo a dell'accelerazione dei tre corpi.

3

$$a = \frac{f}{3m} = 2{,}7\ m/s^2$$

c. Calcolare le intensità delle forze interne di contatto che agiscono fra tra i tre corpi 1, 2 e 3.

3

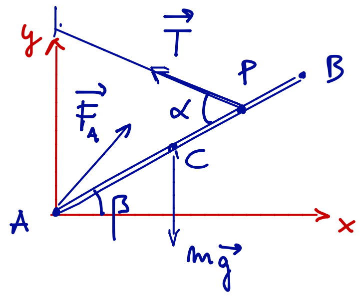
$$F_{12} = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \frac{2}{3} f = 8{,}0\ N$$

$$F_{23} = |\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{32}| = \frac{1}{3} f = 4{,}0\ N$$

2. Una sbarra omogenea di lunghezza L = 8.0 m e massa m = 1500 kg è incernierata ad una parete nell'estremo A, ed è supportata da un cavo che forma un angolo $\alpha = 40.0^{\circ}$ con la sbarra, attaccato ad una distanza $d = L/4$ = 2.0 m dall'altro estremo B. La sbarra forma un angolo $\beta = 30.0^{\circ}$ con l'orizzontale, come indicato in Fig.2.

a. Disegnare il diagramma delle forze applicate alla sbarra.

4



$m\vec{g}$ gravità applicata in C : $|AC| = \frac{L}{2}$

$\vec{T}$ esercitata dal cavo in P : $|AP| = \frac{3}{4}L$

$\vec{F}_A$ esercitata dalla parete sulla sbarra in A

(III principio : $-\vec{F}_A$ esercitata dalla sbarra sulla parete

b. Calcolare la tensione T del cavo.

3

$$T = \frac{2}{3} mg \frac{\cos\beta}{\operatorname{sen}\alpha} = 13{,}2 \text{ kN}$$

c. Determinare il modulo F_A della forza che la sbarra esercita sulla parete nell'estremo A. (forza $-\vec{F}_A$, III principio)

3

$$\left.\begin{aligned} F_{Ax} &= T\cos(\alpha-\beta) \\ F_{Ay} &= mg - T\operatorname{sen}(\alpha-\beta) \end{aligned}\right\} \quad F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = 17{,}9 \text{ kN} \simeq 18 \text{ kN}$$

modulo : $F_A = |\vec{F}_A| = |-\vec{F}_A|$

3. Una macchina termica esegue un ciclo di Carnot reversibile; la differenza di temperatura tra le sorgenti è $\Delta T = T_C - T_F$ = 100 K. La variazione di entropia della macchina termica lungo l'isoterma a temperatura T_C è ΔS_C = 10 J/K.

a. Calcolare la variazione di entropia ΔS_F della macchina termica lungo l'isoterma a temperatura T_F.

4

$$\Delta S_F = -\Delta S_C = -10 \text{ J/K}$$

b. Calcolare il calore totale netto Q scambiato con le due sorgenti ed il lavoro W prodotto dalla macchina in un ciclo.

3

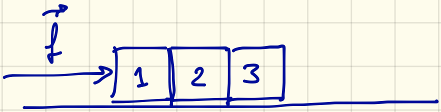
$$Q = |Q_C| - |Q_F| = W = \Delta S_C \cdot (T_C - T_F) = 1{,}0 \text{ kJ}$$

c. Calcolare il rendimento η_C del ciclo, sapendo che il calore Q_C assorbito alla temperatura T_C è pari a 2.0 kJ.

3

$$\eta_C = \frac{W}{Q_C} = 0{,}50 = 50\%$$

PROBLEMA 1 - Soluzione

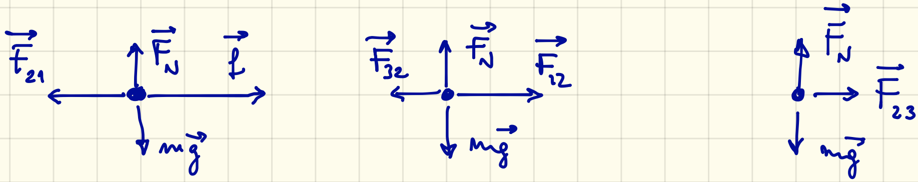


$m_1 = m_2 = m_3 = m = 1{,}5\ \text{kg}$

$f = |\vec{f}| = 12\ \text{N}$

$\begin{cases} \text{senza attrito} \\ \text{moto uniformemente accelerato} \end{cases}$

a) diagrammi delle forze applicate



corpo 1 corpo 2 corpo 3

$m\vec{g}$: gravità

$\vec{F}_N$: forza normale di contatto (piano di appoggio)

$\vec{f}$: forza esterna applicata al corpo 1

$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$: forze interne di contatto fra i corpi 1 e 2

$\vec{F}_{23} = -\vec{F}_{32}$: " " " " " 2 e 3

b) I tre corpi si muovono assieme, con velocità e accelerazione uguali alla velocità e all'accelerazione del centro di massa, che dipende soltanto dalla risultante delle forze esterne ($\vec{f}$, $m\vec{g}$, $\vec{F}_N$) $\Rightarrow$ si ottiene facilmente:

$$\sum \vec{F}^{(est.)} = \vec{f} = 3m\vec{a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{f}{3m} = 2{,}67\ \text{m/s}^2 \simeq 2{,}7\ \text{m/s}^2$$

c) introdotto un asse x orizzontale e concorde con la forza $\vec{f}$, possiamo introdurre le componenti delle forze applicate e utilizzare il II e III principio di Newton;

III principio: $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \Longrightarrow \begin{cases} \vec{F}_{12} = F_{12}\,\hat{\imath} \\ \vec{F}_{21} = -F_{12}\,\hat{\imath} \end{cases}$, $F_{12} = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$

$\vec{F}_{32} = -\vec{F}_{23} \Longrightarrow \begin{cases} \vec{F}_{23} = F_{23}\,\hat{\imath} \\ \vec{F}_{32} = -F_{23}\,\hat{\imath} \end{cases}$ $F_{23} = |\vec{F}_{23}| = |\vec{F}_{32}|$

II principio, sui 3 corpi separatamente

$$\left.\begin{aligned}
(1)\quad & \Sigma\vec{F}^{(1)} = \vec{f} + \vec{F}_{21} = (f - F_{12})\,\hat{\imath} = m\,a\,\hat{\imath} \\
(2)\quad & \Sigma\vec{F}^{(2)} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} = (F_{12} - F_{23})\,\hat{\imath} = m\,a\,\hat{\imath} \\
(3)\quad & \Sigma\vec{F}^{(3)} = \vec{F}_{23} = F_{23}\,\hat{\imath} = m\,a\,\hat{\imath}
\end{aligned}\right\}\quad \vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}_3 = a\,\hat{\imath}$$

da cui

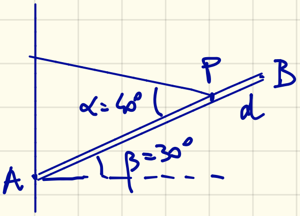
$$\begin{aligned}
(1)\quad & f - F_{12} = m\,a \qquad \Longrightarrow F_{12} = f - m\,a \\
(2)\quad & F_{12} - F_{23} = m\,a \\
(3)\quad & F_{23} = m\,a
\end{aligned}$$

somma m a m

$$f = 3m\,a \qquad \Longrightarrow a = \frac{f}{3m}$$

$$\Longrightarrow \begin{aligned} F_{12} &= f - \cancel{m}\frac{f}{3\cancel{m}} = \frac{2}{3}f = 8\,\mathrm{N} \\ F_{23} &= \cancel{m}\cdot\frac{f}{3\cancel{m}} = \frac{1}{3}f = 4\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

PROBLEMA 2 - Soluzione



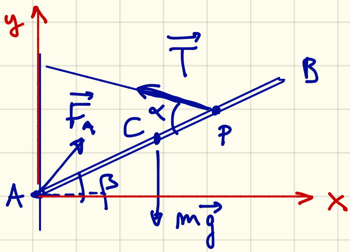
$L = 8.0\ m \quad , \quad m = 1500\ kg$

$d = 2.0\ m$

$\alpha = 40.0°$

$\beta = 30.0°$

a) diagramma delle forze applicate alla sbarra



$m\vec{g}$ gravità sulla sbarra

$\vec{T}$ fune sulla sbarra

$\vec{F}_A$ parete (cerniera) sulla sbarra

$AC = L/2 \quad , \quad AP = \frac{3}{4} L$

b) consideriamo le condizioni di equilibrio statico (scegliamo A come polo per il calcolo dei momenti)

$$(1) \qquad \sum \vec{F}^{(est.)} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_A = 0$$

$$(2) \qquad \sum \vec{\tau}_A^{(est)} = \underbrace{\cancel{AA \times \vec{F}_A}}_{0} + AC \times m\vec{g} + AP \times \vec{T} = 0$$

$AC, m\vec{g}, AP, \vec{T}$ complanari nel piano (x, y)

$\Rightarrow$ i momenti delle forze rispetto ad A hanno solo componente z

$$\Rightarrow \tau_z = -mg\,\cancel{\frac{L}{2}}\cos\beta + T\,\frac{3}{\underset{2}{\cancel{4}}}\cancel{L}\,\text{sen}\,\alpha = 0$$

$$\Rightarrow T = \frac{2}{3}\,mg\,\frac{\cos\beta}{\text{sen}\,\alpha} = 13.2\ kN$$

c) dalla (1), scomposta nelle componenti x, y:

forza esercitata dalla parete sulla sbarra

$$m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_A = 0 \qquad \vec{F}_A = F_{Ax}\hat{i} + F_{Ay}\hat{j} \text{ incognita}$$

$$x: \quad -T\cos(\alpha-\beta) + F_{Ax} = 0$$

$$y: \quad -mg + T\sin(\alpha-\beta) + F_{Ay} = 0$$

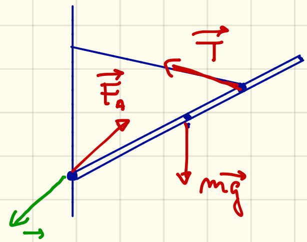
$$\longrightarrow \begin{cases} F_{Ax} = T\cos(\alpha-\beta) = 13{,}2 \times \cos(10°) = 13{,}0 \text{ kN} \\ F_{Ay} = mg - T\sin(\alpha-\beta) = 14{,}7 - \underbrace{13{,}2 \sin 10°}_{} = 14{,}7 - 2{,}3 = 12{,}4 \text{ kN} \end{cases}$$

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2} = 17{,}9 \text{ kN} \simeq 18 \text{ kN}$$

$\vec{F}_A$ esercitata dalla parete sulla sbarra

$-\vec{F}_A$ (III principio) esercitata dalla sbarra sulla parete

moduli uguali: $F_A = |\vec{F}_A| = |-\vec{F}_A|$



$-\vec{F}_A$: la forza esercitata dalla sbarra sulla parete non va confusa con $\vec{F}_A$: è opposta (III principio)

Nota bene: anche qualitativamente

$\vec{T}$ può solo essere allineata con la fune

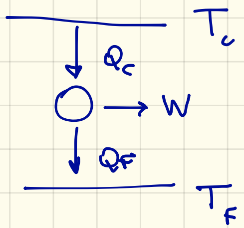
$m\vec{g}$ è verticale

$\vec{F}_A$ per sostenere l'estremità A della sbarra deve avere

- una componente verticale verso l'alto
- una componente orizzontale opposta a quella di $\vec{T}$

PROBLEMA 3 - Soluzione

macchina termica, ciclo reversibile di Carnot



$T_C - T_F = 100\,K$

$\Delta S_C = 10\ J/K$

$Q_C = |Q_C| = 2{,}0\ kJ$

a) variazione di entropia della macchina lungo l'isoterma a temperatura T_F:

$$\Delta S_{ciclo} = 0 = \Delta S_C + \Delta S_F \Longrightarrow \Delta S_F = -\Delta S_C = -10\ J/K$$

l'entropia varia solo durante gli scambi isotermi con le sorgenti, non durante le adiabatiche reversibili

b) lavoro W? per la macchina, su un ciclo $\Delta U = 0$

$$\Delta U = Q - W = |Q_C| - |Q_F| - W = 0$$

$$\Longrightarrow W = |Q_C| - |Q_F|$$

ma: $$\Delta S_C = \frac{Q_C}{T_C} = +\frac{|Q_C|}{T_C} \Longrightarrow |Q_C| = \Delta S_C \cdot T_C$$

$$\Delta S_F = \frac{Q_F}{T_F} = -\frac{|Q_F|}{T_F} = -\Delta S_C \Longrightarrow |Q_F| = \Delta S_C \cdot T_F$$

$$\Longrightarrow W = |Q_C| - |Q_F| = \Delta S_C \cdot (T_C - T_F)$$

$$= 10\ J/K \cdot 100\ K = 1000\ J = 1.0\ kJ$$

c) rendimento ?

$$\eta_c = \frac{W}{Q_c}$$ per definizione di rendimento

già conosco W: essendo Q_c noto, ho subito il risultato:

$$\eta_c = \frac{1{,}0 \text{ kJ}}{2{,}0 \text{ kJ}} = 0{,}50 = 50\%$$

oppure: dal teorema di Carnot, per un ciclo di Carnot

$$\eta_c = 1 - \frac{T_F}{T_c}$$ porta allo stesso risultato, dato che

dalla variazione di entropia $\Delta S_c = \frac{|Q_c|}{T_c}$

ricavo $T_c = \frac{|Q_c|}{\Delta S_c} = 200\text{K}$

e $T_F = T_c - (T_c - T_F) = 200\text{ K} - 100\text{ K} = 100\text{ K}$

$$\Longrightarrow \eta_c = 1 - \frac{100\text{ K}}{200\text{ K}} = 0{,}5$$ stesso risultato.