

$$10 + 10 + 10 = 30/30$$

Cognome COGNOME Nome NOME cfu 9

Istruzioni:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in risposte precedenti, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

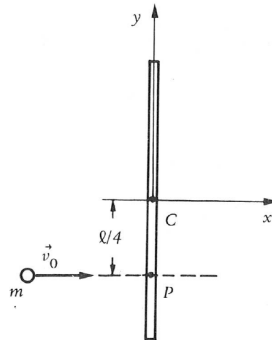


Fig. 1

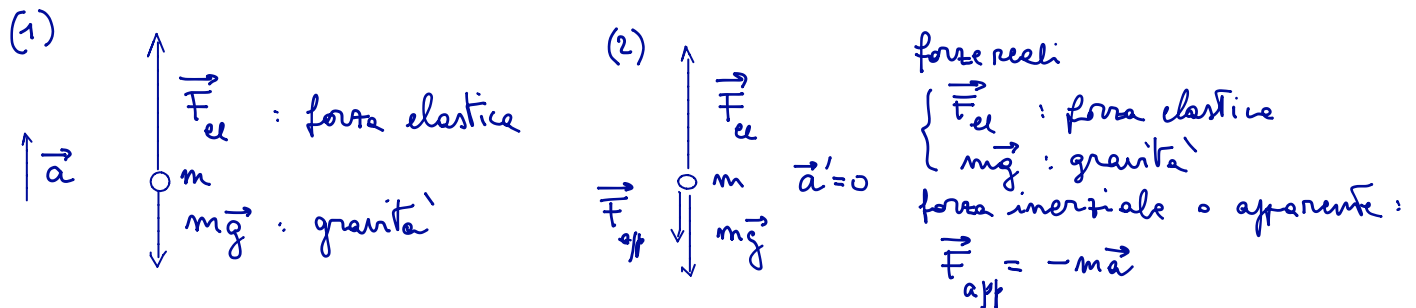
PROBLEMA 1. Un oggetto di massa $m = 350$ g, appeso lentamente (in modo da evitare oscillazioni) all'estremo libero di una molla ideale, a sua volta appesa ad un supporto fisso, la allunga di un tratto $d_1 = 7.0$ cm. Si ripete il medesimo esperimento con la molla appesa al soffitto di un ascensore in movimento, e si osserva che la molla si allunga di un tratto $d_2 = 8.5$ cm.

a. Determinare la costante elastica k della molla;

$$k = \frac{mg}{d_1} = 49 \text{ N/m}$$

3

b. disegnare il diagramma delle forze applicate all'oggetto appeso nell'ascensore, (1) dal punto di vista di un osservatore inerziale e (2) come visto da un osservatore non inerziale, solidale con l'ascensore;



3

c. determinare il modulo a ed il verso (verso l'alto o verso il basso?) dell'accelerazione \vec{a} dell'ascensore.

$$a = \left| g - \frac{k d_2}{m} \right| = 2,1 \text{ m/s}^2$$

diretta verticalmente verso l'alto

4

PROBLEMA 2. Una sbarra omogenea di massa $M = 0.200 \text{ kg}$ e lunghezza $L = 100 \text{ cm}$, in quiete su un piano orizzontale liscio (con attrito trascurabile), viene colpita da una pallina di ugual massa, che viaggia sul piano con una velocità perpendicolare alla sbarra, di modulo $v_0 = 2.00 \text{ m s}^{-1}$ in un punto P a distanza $L/4$ dal suo centro di massa C (Fig.1). Nel caso l'urto sia totalmente anelastico e la sferetta di conficchi nell'asta rimanendovi attaccata, si determinino:

a. le coordinate x^* e y^* del centro di massa C^* del sistema complessivo (sbarra+pallina), all'istante dell'urto;

$$\begin{cases} x^* = 0,00 \text{ m} \\ y^* = -\frac{L}{8} = -0,125 \text{ m} = -12,5 \text{ cm} \end{cases}$$

3

b. le componenti v_x^* e v_y^* della velocità del centro di massa C^* , dopo l'urto;

$$\begin{cases} v_x^* = \frac{v_0}{2} = 1,00 \text{ m/s} \\ v_y^* = 0,00 \text{ m/s} \end{cases}$$

3

c. la velocità angolare ω acquisita dal sistema dopo l'urto (suggerimento: considerare il momento angolare totale del sistema, rispetto al centro di massa C^*).

$$\omega = \frac{12}{11} \frac{v_0}{L} = 2,2 \text{ rad/s}$$

4

PROBLEMA 3. Un recipiente a pareti rigide, di volume $V = 20 \text{ dm}^3$, contiene monossido di carbonio a temperatura $t_1 = 18^\circ\text{C}$ e pressione $p_1 = 3.00 \text{ atm}$. Considerando il monossido di carbonio come un gas perfetto biatomico, di peso molecolare $M = 28$, ed essendo nota la costante dei gas $R = 8.31 \text{ J/K mol}$: (manca)

a. si determini il numero n di moli e la corrispondente massa m del gas contenuto nel recipiente.

$$n = \frac{p_1 V}{R T_1} = 2,5 \text{ mol} \quad T_1 = (t_1 + 273,15) \text{ K} \quad m = n M = 70 \text{ g}$$

3

b. Se viene fornita al gas la quantità di calore $Q = 5.00 \text{ kcal}$, determinare la temperatura assoluta T_2 alla fine del processo di riscaldamento a volume costante, sapendo che il calore specifico a volume costante del monossido di carbonio è $c_v = 0.186 \text{ cal / (g } ^\circ\text{C)}$.

$$T_2 = T_1 + \frac{Q}{m c_v} = 675 \text{ K}$$

3

c. Determinare la pressione p_2 a cui si trova il gas al termine del processo di riscaldamento a volume costante e la variazione di entropia ΔS del gas.

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = 6,96 \text{ atm} = 7,0 \times 10^5 \text{ Pa}$$

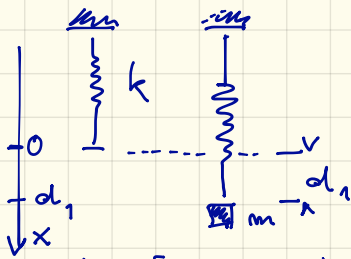
$$\Delta S = m c_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 11 \frac{\text{cal}}{\text{K}} = 46 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

4

PROBLEMA 1 - Soluzione

$$m = 350 \text{ g} = 0,350 \text{ kg}$$

$$d_1 = 7,0 \text{ cm} = 0,070 \text{ m}$$



a) costante elastica delle molle ?

condizione di equilibrio $\Sigma \vec{F} = 0 = \vec{F}_{el} + m\vec{g}$



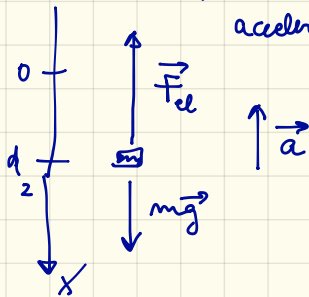
componenti lungo x :

$$-k d_1 + mg = 0$$

$$k = \frac{mg}{d_1} = 49 \text{ N/m}$$

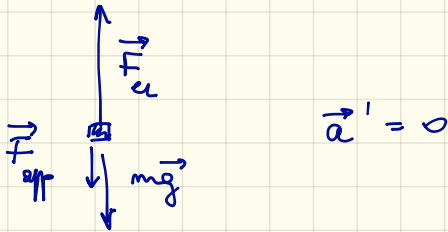
b) diagrammi delle forze applicate (in ascensore)

osservatore inerziale :
ascensore e massa
accelerati



$$\vec{F}_{el} + m\vec{g} = m\vec{a}$$

osservatore non inerziale
ascensore e massa in quiete



$$\vec{a}' = 0$$

$$\vec{F}_{el} + m\vec{g} + (-m\vec{a}) = 0$$

\vec{F}_{app} = forze
inerziali
o apparenti

c) accelerazione dell'ascensore (componenti lungo x)

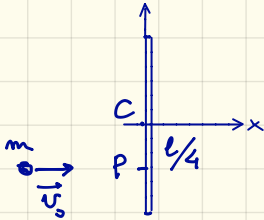
$$-kd_2 + mg = m a_x$$

$$d_2 = 8,5 \text{ cm} = 0,085 \text{ m}$$

$$a_x = g - \frac{kd_2}{m} = -2,1 \text{ m/s}^2$$

$$a = |a_x| = 2,1 \text{ m/s}^2 \quad (\text{verso l'alto})$$

PROBLEMA 2 - Soluzione



asta e palline: $m = 0,200 \text{ kg}$

asta: $l = 1,00 \text{ m}$

palline: $v_0 = 2,00 \text{ m/s}$

a) posizione del c.m. C^* del sistema (asta + palline) all'istante dell'urto

$$x^* = 0, \quad y^* = \frac{m y_{\text{asta}} + m y_{\text{palline}}}{2m}$$

$$= \frac{y_{\text{palline}}}{2} = \frac{l_0}{8} = 0,125 \text{ m}$$

Annotations in the original image:
- $y_{\text{asta}} = 0$ (c.m. asta)
- $y_{\text{palline}} = \frac{l_0}{4}$ (c.m. palline)

b) in assenza di forze esterne, la quantità di moto totale del sistema si conserva, e il centro di massa complessivo si muove a velocità costante

$$\vec{P}_i = m \vec{v}_0 = \vec{P}_f = 2m \vec{v}^* \implies v^* = \frac{v_0}{2}$$

$$\implies \begin{cases} v_x^* = \frac{v_0}{2} = 1,00 \text{ m/s} \\ v_y^* = 0 \end{cases}$$

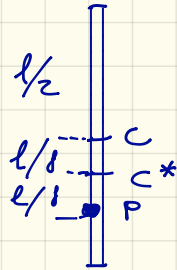
c) velocità angolare finale?

Conservazione del momento angolare totale
conviene calcolarlo rispetto al centro di massa del sistema
 C^* (asta + pallina)

$$L_i = m v_0 \cdot \frac{l}{8} = I^* \omega \quad I^* = I_c^* + I_p^*$$

dove I^* è il momento d'inerzia totale (asta + pallina)
rispetto ad un'asse passante per C^*

$$\begin{aligned} \text{asta: } I_a^* &= I_c + m (CC^*)^2 \\ &= \frac{1}{12} m l^2 + m \left(\frac{l}{8}\right)^2 \end{aligned}$$



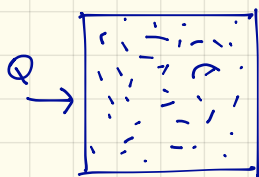
$$\begin{aligned} \text{pallina: } I_p^* &= m (PC^*)^2 \\ &= m \left(\frac{l}{8}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I^* &= m l^2 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{64} + \frac{1}{64} \right) = m l^2 \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{8} \right) \\ &= m l^2 \left(\frac{8+3}{24} \right) = m l^2 \cdot \frac{11}{96} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \cancel{m} v_0 \cdot \cancel{\frac{l}{8}} = \cancel{m} l^2 \cdot \frac{11}{96} \omega$$

$$\omega = \frac{12}{11} \frac{v_0}{l} = 2,2 \text{ rad/s}$$

PROBLEMA 3 - soluzione



$$V = 20 \text{ dm}^3 = 20 \times (0,1 \text{ m})^3 = 20 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,020 \text{ m}^3 = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$$

monossido di Carbonio (CO)

~ gas ideale biatomico

$$p_1 = 3,00 \text{ atm} = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$t_1 = 18^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = (273 + 18) \text{ K} = 291 \text{ K}$$

$Q = 5,00 \text{ kcal}$ (trasformazione isocora, V costante)

$$c_v = 0,186 \text{ cal/g} \cdot \text{K}, \quad M = 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \quad R = 8,31 \text{ J/K mol}$$

- a) massa m e numero di moli n contenuti nel recipiente?
eq. di stato dei gas ideali:

$$p_1 V = n R T_1 \Rightarrow n = \frac{p_1 V}{R T_1} = \frac{3,03 \times 10^5 \times 2,0 \times 10^{-2}}{8,31 \times 291} = 2,5 \text{ mol}$$

$$\text{massa } m = n \cdot M = 70 \text{ grammi}$$

- b) Temperatura finale T_2 finale?

$$c_v = \frac{1}{m} \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = \frac{Q}{m \cdot c_v} = \frac{5 \times 10^3 \text{ cal}}{70 \text{ g} \times 0,186 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{K}}} = 384 \text{ K}$$

$$T_2 = T_1 + \frac{Q}{m c_v} = 675 \text{ K}$$

c) pressione p_2 e variazione di entropia ΔS

$$p_2 V = n R T_2 \quad (V_1 = V_2 = V)$$

$$p_1 V = n R T_1$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1 = 6,96 \text{ atm} = 7,0 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{dq}{T} \right)_{\text{rev.}} = m c_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = m c_v \ln \frac{T_2}{T_1} > 0 \\ &= 70 \text{ g} \times 0,186 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{K}} \ln \frac{675}{291} \\ &= 13,0 \frac{\text{cal}}{\text{K}} \times 0,841 \\ &= 10,95 \frac{\text{cal}}{\text{K}} \approx 11 \text{ cal/K} \end{aligned}$$

$$\Delta S = 10,95 \frac{\text{cal}}{\text{K}} \times 4,186 \frac{\text{J}}{\text{cal}} \approx 45,8 \text{ J/K} \approx 46 \text{ J/K}$$