$10 + 11 + 9 = 30/30$

CORSO DI FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA - UNIVERSITÀ DI TRIESTE, A.A. 2013/2014
III appello sessione estiva – 21.07.2014 - A

Cognome ....COGNOME.... **Nome** ....NOME.... **CFU (6/9)** ....9....

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o già calcolate in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.***

Problema 1. Un corpo di massa m lanciato con velocità iniziale v_0 scivola sopra una superficie orizzontale, con coefficiente di attrito dinamico μ_D = 0.20. Percorso il tratto L_1 = 2.0 m, il corpo incontra un piano inclinato di un angolo α = 30° rispetto all'orizzontale, sul quale scivola con uguale coefficiente di attrito μ_D. Il corpo sale lungo il piano inclinato per una lunghezza L_2 = 3.0 m, alla fine dalla quale ha velocità istantanea nulla. Determinare (Nota: per la soluzione conviene utilizzare energia e lavoro meccanico):

a. il modulo della velocità iniziale v_0 del corpo;

4 $$v_0 = \sqrt{2g\left[\mu_D(L_1 + L_2\cos\theta) + L_2\sin\theta\right]} = 6{,}9 \text{ m/s}$$

b. Il valore minimo μ_S del coefficiente di attrito statico del piano inclinato, tale che il corpo non ridiscenda verso il basso ma rimanga in quiete nella posizione più alta raggiunta;

3 $$\mu_S \geq \operatorname{tg}\theta = 0{,}58$$

c. Il tratto L_3 percorso dal corpo sul piano orizzontale prima di fermarsi, se l'attrito statico sul piano inclinato non è sufficiente a mantenere fermo il corpo, e questo ridiscende scivolando dalla posizione più alta raggiunta.

3 $$L_3 = L_2\left(\frac{\sin\theta}{\mu_D} - \cos\theta\right) = 4{,}9 \text{ m}$$

Problema 2. Un'asta rigida omogenea di massa m = 1.2 kg e lunghezza L = 90 cm, è vincolata a ruotare in un piano verticale attorno ad un asse orizzontale, perpendicolare all'asta e passante per un suo punto P che dista $d = L/3$ da un suo estremo; gli attriti sono trascurabili. L'asta, inizialmente in quiete in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare sotto l'azione della forza peso. Passando per la posizione verticale essa urta con l'estremo inferiore un piccolo corpo, approssimabile come puntiforme e inizialmente in quiete, di massa m_1 = 0.15 kg, che rimane attaccato all'asta (urto completamente anelastico). Si calcolino:

a. il momento d'inerzia I_P dell'asta rispetto all'asse passante per il punto P;

2 $$I_P = \frac{1}{9} m L^2 = 0{,}108 \text{ kg m}^2 \simeq 0{,}11 \text{ kg m}^2$$

b. il modulo ω_1 della velocità angolare dell'asta *immediatamente prima* dell'urto;

3 $$\omega_1 = \sqrt{3\frac{g}{L}} = 5{,}7 \text{ rad/s}$$

c. il modulo ω_2 della velocità angolare del sistema (asta e corpo puntiforme) *immediatamente dopo* l'urto;

3 $$\omega_2 = \omega_1 \frac{1}{1+4\frac{m_1}{m}} = 3{,}8 \text{ rad/s}$$

d. L'angolo massimo θ_{max} rispetto alla verticale, di cui ruota il sistema (asta e corpo puntiforme) dopo l'urto, prima di invertire il verso della rotazione.

3 $$\theta = \arccos\left(1 - \frac{1}{1+4\frac{m_1}{m}}\right) = 56°$$

Problema 3. Un'abitazione è separata dall'ambiente circostante da pareti, che hanno una superficie totale S = 320 m^2, uno spessore medio d = 40 cm, e un coefficiente di conducibilità termica medio K = 0.20 W/(m °C). Supponendo che durante l'intervallo di tempo considerato le temperature dell'abitazione T_{c1} = 25.0°C e dell'ambiente T_{c2} = 5.0°C non abbiano variazioni apprezzabili, determinare:

a. la corrente termica totale C che fluisce dall'abitazione all'ambiente;

3 $$C = K\frac{S}{d}(T_{c1} - T_{c2}) = 3{,}2 \text{ kW}$$

b. in valore assoluto, la quantità totale di calore Q ceduta dall'abitazione all'ambiente in un intervallo di tempo di un'ora;

Δt

3 $$Q = C \cdot \Delta t = 3{,}2 \text{ kWh} = 11{,}5 \text{ MJ}$$

c. nello stesso intervallo di tempo, le variazioni di entropia ΔS_1 dell'abitazione, ΔS_2 dell'ambiente, e ΔS_u dell'universo.

3
$$\Delta S_1 = -Q/T_1 = -38{,}6 \times 10^3 \text{ J/K} \qquad T_1 = (T_{c1} + 273{,}15) \text{ K}$$
$$\Delta S_2 = +Q/T_2 = +41{,}4 \times 10^3 \text{ J/K} \qquad T_2 = (T_{c2} + 273{,}15) \text{ K}$$
$$\Delta S_u = \Delta S_1 + \Delta S_2 = +2{,}8 \times 10^3 \text{ J/K}$$

$10 + 11 + 9 = 30/30$

CORSO DI FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA - UNIVERSITÀ DI TRIESTE, A.A. 2013/2014
III appello sessione estiva – 21.07.2014 - B

Cognome ...COGNOME... **Nome** ...NOME... **CFU (6/9)** ...9...

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o già calcolate in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.***

Problema 1. Un corpo di massa m lanciato con velocità iniziale v_0 scivola sopra una superficie orizzontale, con coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0.25$. Percorso il tratto $L_1 = 1.7$ m, il corpo incontra un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'orizzontale, sul quale scivola con uguale coefficiente di attrito μ_D. Il corpo sale lungo il piano inclinato per una lunghezza $L_2 = 2.5$ m, alla fine dalla quale ha velocità istantanea nulla. Determinare (Nota: per la soluzione conviene utilizzare energia e lavoro meccanico):

a. il modulo della velocità iniziale v_0 del corpo;

4 $$v_0 = \sqrt{2g\left[\mu_D(L_1 + L_2\cos\theta) + L_2\sin\theta\right]} = 6{,}6 \text{ m/s}$$

b. Il valore minimo μ_S del coefficiente di attrito statico del piano inclinato, tale che il corpo non ridiscenda verso il basso ma rimanga in quiete nella posizione più alta raggiunta;

3 $$\mu_s \geqslant \operatorname{tg}\theta = 0{,}58$$

c. Il tratto L_3 percorso dal corpo sul piano orizzontale prima di fermarsi, se l'attrito statico sul piano inclinato non è sufficiente a mantenere fermo il corpo, e questo ridiscende scivolando dalla posizione più alta raggiunta.

3 $$L_3 = L_2\left(\frac{\sin\theta}{\mu_D} - \cos\theta\right) = 2{,}8 \text{ m}$$

Problema 2. Un'asta rigida omogenea di massa $m = 1.5$ kg e lunghezza $L = 90$ cm, è vincolata a ruotare in un piano verticale attorno ad un asse orizzontale, perpendicolare all'asta e passante per un suo punto P che dista $d = L/3$ da un suo estremo; gli attriti sono trascurabili. L'asta, inizialmente in quiete in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare sotto l'azione della forza peso. Passando per la posizione verticale essa urta con l'estremo inferiore un piccolo corpo, approssimabile come puntiforme e inizialmente in quiete, di massa $m_1 = 0.25$ kg, che rimane attaccato all'asta (urto completamente anelastico). Si calcolino:

a. il momento d'inerzia I_P dell'asta rispetto all'asse passante per il punto P;

2 $$I_P = \frac{1}{9} m L^2 = 0{,}135 \text{ kg m}^2$$

b. il modulo ω_1 della velocità angolare dell'asta *immediatamente prima* dell'urto;

3 $$\omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{L}} = 5{,}7 \text{ rad/s}$$

c. il modulo ω_2 della velocità angolare del sistema (asta e corpo puntiforme) *immediatamente dopo* l'urto;

3 $$\omega_2 = \omega_1 \frac{1}{1 + 4\frac{m_1}{m}} = 3{,}4 \text{ rad/s}$$

d. L'angolo massimo θ_{max} rispetto alla verticale, di cui ruota il sistema (asta e corpo puntiforme) dopo l'urto, prima di invertire il verso della rotazione.

3 $$\vartheta = \arccos\left(1 - \frac{1}{1 + 4\frac{m_1}{m}}\right) = 50°$$

Problema 3. Un'abitazione è separata dall'ambiente circostante da pareti, che hanno una superficie totale S = 250 m^2, uno spessore medio d = 30 cm, e un coefficiente di conducibilità termica medio K = 0.20 W/(m ^oC). Supponendo che durante l'intervallo di tempo considerato le temperature dell'abitazione T_{c1} = 22.0^{o}C e dell'ambiente T_{c2} = 7.0^{o}C non abbiano variazioni apprezzabili, determinare:

a. la corrente termica totale C che fluisce dall'abitazione all'ambiente;

3 $$C = K\frac{S}{d}(T_{c1} - T_{c2}) = 2{,}5 \text{ kW}$$

b. in valore assoluto, la quantità totale di calore Q ceduta dall'abitazione all'ambiente in un intervallo di tempo di un'ora;

Δt

3 $$Q = C \cdot \Delta t = 9{,}0 \text{ MJ}$$

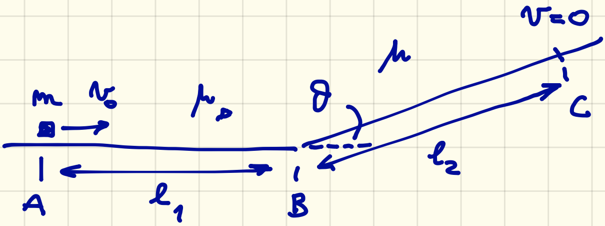
c. nello stesso intervallo di tempo, le variazioni di entropia ΔS_1 dell'abitazione, ΔS_2 dell'ambiente, e ΔS_u dell'universo.

3 $$\Delta S_1 = -\frac{Q}{T_1} = -30{,}5 \times 10^3 \text{ J/K} \qquad T_1 = (T_{c1} + 273{,}15)\text{ K}$$

$$\Delta S_2 = +\frac{Q}{T_2} = +32{,}1 \times 10^3 \text{ J/K} \qquad T_2 = (T_{c2} + 273{,}15)\text{ K}$$

$$\Delta S_u = \Delta S_1 + \Delta S_2 = +1{,}6 \times 10^3 \text{ J/K}$$

PROBLEMA 1 - soluzione



m

$v_0 = ?$

$\mu_D = 0{,}20$

$l_1 = 2{,}0\ m$

$l_2 = 3{,}0\ m$

$\theta = 30°$

a) $v_0 = ?$

teorema dell'energia cinetica:

$$\underbrace{\cancel{K_C}}_{0} - \underbrace{K_A}_{-\frac{1}{2}mv_0^2} = W^{tot}_{AC} = W^{tot}_{AB} + W^{tot}_{BC}$$

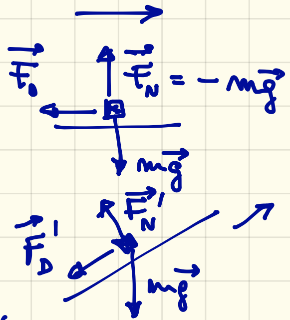
lavoro totale sul tratto AB

$$W^{tot}_{AB} = \vec{F}_D \cdot \overline{AB} = -\mu_D m g\, l_1$$

lavoro totale sul tratto BC

$$W^{tot}_{BC} = m\vec{g}\cdot\overline{BC} + \underbrace{\cancel{\vec{F}_N{}'\cdot\overline{BC}}}_{0} + \vec{F}_D{}'\cdot\overline{BC}$$

$$= -mg\, l_2 \sin\theta - \mu_D m g\, l_2 \cos\theta$$



attrito dinamico

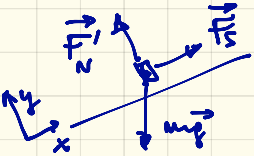
$|\vec{F}_D| = F_D = \mu_D m g$

$|\vec{F}_D{}'| = \mu_D |\vec{F}_N{}'| = \mu_D m g \cos\theta$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \mu_D \cancel{m} g\, l_1 + \cancel{m}g\, l_2 \sin\theta + \mu_D \cancel{m}g\, l_2 \cos\theta$$

$$v_0 = \sqrt{2g\left[\mu_D(l_1 + l_2\cos\theta) + l_2 \sin\theta\right]} = 6{,}9\ m/s$$

b) valore minimo del coeff. di attrito statico μ_s perché il corpo rimanga in quiete dopo essersi fermato sul piano inclinato



equilibrio $\iff m\vec g + \vec F_N' + \vec F_s = 0$

$$\text{proiezioni}: \begin{cases} x: & -mg\sin\theta + F_s = 0 \quad (1) \\ y: & -mg\cos\theta + F_N' = 0 \quad (2) \end{cases}$$

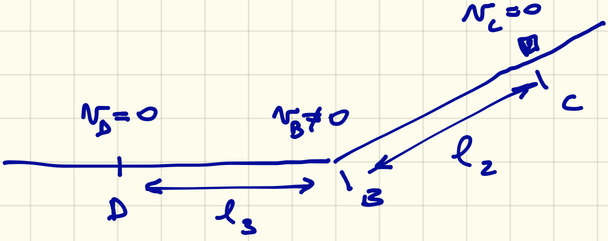
attrito statico, in modulo: $F_s \le \mu_s F_N' = \mu_s \cancel{mg}\cos\theta$ (3)

$(1) \rightarrow \cancel{mg}\sin\theta$; (2)

da cui la condizione limite è

$$\mu_s \ge \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = 0.58$$

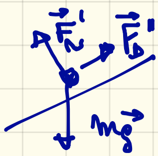
c) se l'attrito statico è inferiore al valore sopra determinato, il corpo ridiscende lungo il piano inclinato con velocità iniziale nulla. Utilizzando di nuovo il teorema dell'energia cinetica:



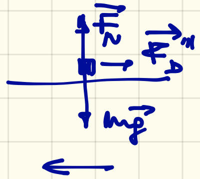
$\ell_3 = ?$

$$\cancel{K_D}^{\,0} - \cancel{K_C}^{\,0} = W^{tot}_{CD} = W^{tot}_{CB} + W^{tot}_{BD}$$

CB:



$$W^{tot}_{CB} = m\vec g\cdot\overline{CB} + \cancel{\vec F_N'\cdot\overline{CB}}^{\,0} + \vec F_D''\cdot\overline{CB} = mg\,\ell_2\sin\theta - \mu_D mg\,\ell_2\cos\theta$$

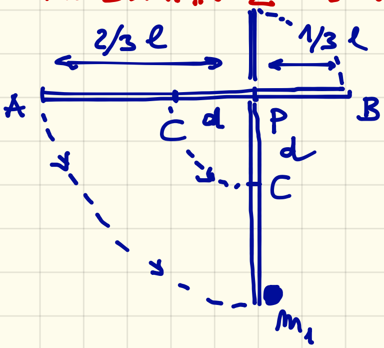
BD 

$$W_{BD}^{tot} = \vec{F}_D^{\,tot} \cdot \overline{BD} = -\mu_D m g \ell_3$$

$$\rightarrow \quad 0 = \cancel{mg}\,\ell_2 \sin\theta - \mu_D \cancel{mg}\,\ell_2 \cos\theta - \mu_D \cancel{mg}\,\ell_3$$

$$\Rightarrow \quad \ell_3 = \ell_2\left(\frac{\sin\theta}{\mu_D} - \cos\theta\right) = 4{,}9 \text{ m}$$

PROBLEMA 2 - soluzione



asta : $\begin{cases} m = 1.2 \text{ kg} \\ \ell = 90 \text{ cm} = 0.90 \text{ m} \end{cases}$

corpo : $m_1 = 0{,}15$ kg

a) momento d'inerzia dell'asta rispetto all'asse per P: dal teor. degli assi paralleli:

$$I_P = \underbrace{I_C}_{1/12\, m\ell^2} + m d^2 \quad , \quad d = |CP| = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\ell = \frac{3-2}{6}\ell = \ell/6$$

$$\Rightarrow I_P = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{36}\right) m\ell^2 = \frac{3+1}{36} m\ell^2 = \frac{1}{9} m\ell^2 = 0.108 \text{ kg m}^2 \cong 0{,}11 \text{ kg m}^2$$

NB : $d = |CP| = \frac{\ell}{6}$ è anche il dislivello tra le quote in. e fin. del c.m. C nella prima parte del moto

a) conservazione dell'energia meccanica, in assenza d'attrito:

$$U_i + \underbrace{\cancel{K_i}}_{0} = \underbrace{\cancel{U_f}}_{0} + K_f$$

(scegliendo lo zero dell'energia potenziale nella posizione finale)

$$mgd = \frac{1}{2} I_p \omega_1^2 = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{\cancel{9}_{\,3}} \cancel{m} \ell^{\cancel{2}} \omega_1^2$$

$$\parallel$$

$$\cancel{m}g\frac{\cancel{\ell}}{\cancel{6}}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \sqrt{3\frac{g}{\ell}} = 5{,}7 \text{ rad/s}$$

b) urto completamente anelastico, corpo rigido vincolato in P

le forze esterne (vincolari) impulsive sono diverse da zero,

ma hanno momento nullo rispetto a P

⇒ si conserva il momento angolare totale del sistema:

$$L_i = L_f$$

$$I_p \omega_1 = \underbrace{\left(I_p + m_1\left(\frac{2}{3}\ell\right)^2\right)}_{\text{momento d'inerzia totale (asta + corpo puntiforme) rispetto all'asse passante per P}} \omega_2 \qquad ; \; I_p = \frac{1}{9} m\ell^2$$

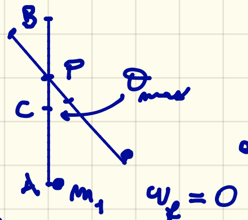
$$\frac{1}{\cancel{9}} m \cancel{\ell^2} \omega_1 = \left(\frac{1}{\cancel{9}} m \cancel{\ell^2} + \frac{4}{\cancel{9}} m_1 \cancel{\ell^2}\right) \omega_2$$

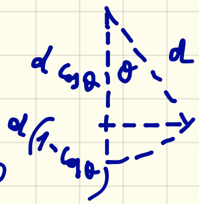
$$\Rightarrow \omega_2 = \omega_1 \frac{m}{m + 4m_1} = \omega_1 \frac{1}{1 + 4\,m_1/m} = 3{,}8 \text{ rad/s}$$

c) angolo massimo di rotazione per il sistema rigido asta + + corpo puntif. dopo l'urto anelastico

Conservazione dell'energia meccanica in assenza d'attrito:

$$\underbrace{\cancel{U_i}}_{0} + K_i = U_f + \underbrace{\cancel{K_f}}_{0}$$





$\omega_f = 0$

bisogna tener conto del sistema complessivo (asta + corpo puntif.)

ω_1

scegliamo $U_i = 0$

$$\frac{1}{2}\Big(\underbrace{I_P}_{\frac{1}{9}m\ell^2} + m_1\Big(\frac{2}{3}\ell\Big)^2\Big)\underbrace{\omega_2^2}_{\frac{3g}{\ell}\frac{1}{(1+4m_1/m)^2}} = mg\underbrace{|PC|}_{h=\frac{\ell}{6}}(1-\cos\theta) + m_1 g\underbrace{|AP|}_{\frac{2}{3}\ell}(1-\cos\theta)$$

spostamenti verticali rispettivamente del c.m. C dell'asta e del corpo puntiforme di massa m_1 in A

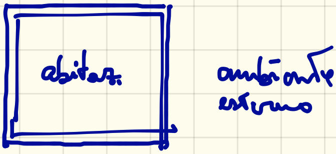
Sostituendo e semplificando:

$$1-\cos\theta = \frac{1}{2}\,\frac{\frac{1}{9}m\ell^2 + \frac{4}{9}m_1\ell^2}{mg\frac{\ell}{6} + \frac{2}{3}m_1\ell g}\,\omega_2 = \frac{1}{2}\,\frac{\frac{1}{3}\ell\,\cancel{(m+4m_1)}}{\frac{1}{2}g\,\cancel{(m+4m_1)}}\,\omega_2$$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{1}{3}\frac{\ell}{g}\omega_2 = 1 - \frac{1}{3}\frac{\ell}{g}\cdot\frac{3g}{\ell}\,\frac{1}{\left(1+4\frac{m_1}{m}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \theta = \arccos\left(1 - \frac{1}{\left(1+4\frac{m_1}{m}\right)^2}\right) = 56°$$

PROBLEMA 3 – soluzione



abitazione $T_{c1} = 25{,}0\ °C$

ambiente $T_{c2} = 5{,}0\ °C$

parete
$$\begin{cases} S = 320\ m^2 & \text{superficie totale} \\ d = 40\ cm & \text{spessore medio} \\ K = 0{,}20\ W/m\,°C & \text{conducib. termica} \end{cases}$$

a) corrente termica:

$$C = K\frac{S}{d}\Delta T_c = 0{,}20\ \frac{W}{\cancel{m}\ \cancel{°C}}\ \frac{320\ \cancel{m^2}}{0{,}40\ \cancel{m}}\ 20\ \cancel{°C}$$

$$= 3{,}2\ kW$$

b) calore scambiato in un'ora : $\Delta t = 1h = 3600\ s$

$$Q = C \cdot \Delta t = 3{,}2\ kWh = 11{,}5 \times 10^6\ J = 11{,}5\ MJ$$

c) variazioni di entropia :
$$\begin{cases} \text{abitazione} & T_1 = 298{,}1\ K \\ \text{ambiente} & T_2 = 278{,}1\ K \end{cases}$$
(devo usare le temperature assolute)

$$\Delta S_1 = -\frac{Q}{T_1} = -38{,}6 \times 10^3\ J/K$$

$$\Delta S_2 = +\frac{Q}{T_2} = +41{,}4 \times 10^3\ J/K$$

$$\Delta S_u = \Delta S_1 + \Delta S_2 = +2{,}7\ J/K$$