$10 + 10 + 10 = 30/30$

CORSO DI FISICA GENERALE 1 per INGEGNERIA - UNIVERSITÀ DI TRIESTE, A.A. 2013/2014
I appello sessione estiva – 24.06.2014

Cognome COGNOME **Nome** NOME **CdS** IND/NAV **Anno** 1°/...

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.***

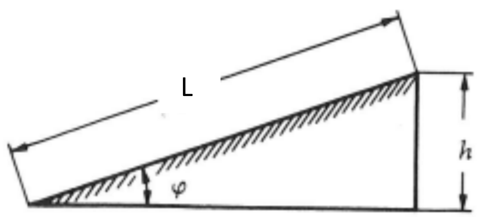


Fig. 1

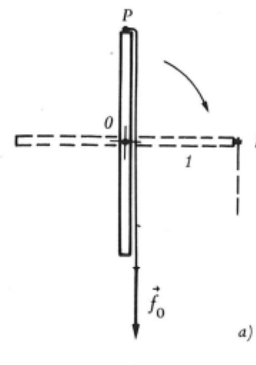


Fig. 2

1. Se P_0 = 15.0 kW è la potenza richiesta dal motore di un'automobile di massa m =1300 kg quando essa procede su una strada orizzontale a velocità costante v_0 = 60 km/h, si determini:

a. La potenza P_d dissipata dalle forze di attrito di varia natura, che si oppongono al moto.

$P_d = -P_0 = -15.0$ kW

3

b. Supponendo che l'insieme delle forze d'attrito possa essere rappresentato da un'unica forza dissipativa complessiva, avente direzione parallela e verso opposto alla velocità istantanea, determinare il modulo F_d di questa forza.

$F_d = \frac{P_0}{v_0} = 900$ N

3

c. A parità di forze dissipative, quale potenza P_m deve sviluppare il motore, per mantenere costante la velocità v_0 quando l'automobile si muove in salita su una strada avente la pendenza h/L = 0.10 (la strada ha un dislivello h di 10 m per ogni spostamento lungo la salita di L = 100 m, si veda la figura 1)? E quale potenza P_m' sviluppa il motore in discesa, con pendenza del 4%, sempre con la stessa velocità costante v_0?

$P_m = P_0 + mgv_0\frac{h}{L} = 36$ kW

$P_m' = P_0 - mgv_0\frac{h}{L} = 6,5$ kW

4

2. Una sbarra sottile omogena di massa m = 12.0 kg e lunghezza L = 2.0 m è libera di ruotare attorno all'asse orizzontale z passante per il suo centro di massa O e perpendicolare alla sbarra. Per mezzo di una corda di massa trascurabile, fissata all'estremo P, si esercita una forza di intensità costante f_0 = 50.0 N, che agisce durante l'intera rotazione mantenendo la stessa direzione verticale verso il basso. Il sistema è lasciato libero di ruotare, partendo da fermo con la sbarra in posizione verticale ed il punto P nella posizione più alta (Si veda la figura 2). Determinare:

a. l'espressione del momento assiale τ_z della forza f_0 rispetto all'asse z di rotazione per O, in funzione dell'angolo θ formato dalla sbarra con la direzione verticale durante il moto rotatorio.

2 $\tau_z = f_0 \frac{L}{2} \sin\theta$

b. Il lavoro W svolto dalla forza f_0 quando la sbarra passa dalla posizione verticale alla posizione orizzontale ruotando di un angolo pari a $\pi/2$.

2 $W = f_0 \frac{L}{2} = 50\,J$

c. La velocità angolare ω_1 della sbarra nell'istante in cui passa per la posizione orizzontale;

2 $\omega_1 = \sqrt{\frac{12 f_0}{mL}} = 5{,}0\ rad/s$

d. L'accelerazione centripeta e tangenziale del punto P quando la sbarra passa per la posizione orizzontale.

2 $a_c = \omega_1^2 \cdot \frac{L}{2} = 25\ m/s^2$

2 $a_t = \alpha_z \cdot \frac{L}{2} = \dots = 3\frac{f_0}{m} = 12{,}5\ m/s^2$

$\begin{cases} \alpha_z = \frac{\tau_z}{I} \\ I = \frac{1}{12} m L^2 \end{cases}$

3. Una massa m = 5.0 g d'aria viene raffreddata dalla temperatura t_{C1} = 50.0° C alla temperatura t_{C2} = 0.0° C. Considerando l'aria approssimativamente come un gas ideale biatomico di peso molecolare medio M = 29, e ricordando le relazioni tra le capacità termiche molari e la costante universale dei gas R = 8.31 J/(K mol), determinare:

a. il numero n di moli corrispondente alla massa m;

$T_{1,2} = (t_{01,2} + 273{,}15)\,K$

2 $n = \frac{m}{M} = 0{,}17\ mol$

b. Il calore Q_V ceduto dalla massa d'aria, se il raffreddamento avviene a volume costante;

2 $Q_V = n \frac{5}{2} R (T_2 - T_1) = -180\,J$

c. Il calore Q_P ceduto dalla massa d'aria, se il raffreddamento avviene a pressione costante;

2 $Q_P = n \frac{7}{2} R (T_2 - T_1) = -250\,J$

d. Le variazioni di entropia ΔS dell'aria, nei due casi (b) e (c).

2 $V = cost.: \ \Delta S = n \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = -0{,}59\ J/K$

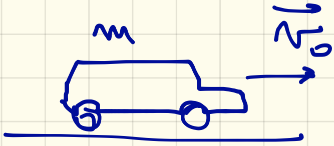
2 $p = cost.: \ \Delta S = n \frac{7}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = -0{,}83\ J/K$

PROBLEMA 1 – Soluzione

$m = 1300\ \text{kg}$

$P = 15.0\ \text{kW}$

$v_0 = 60\ \text{km/h} = 16.7\ \text{m/s}$



P_0 potenza richiesta al motore

a) risultante delle forze dissipative:

$$\vec{v}_0 \text{ costante} \Rightarrow K = \text{costante} \Rightarrow W_{tot} = 0 = W_m + W_d$$

motore

f. dissipative

$$\Rightarrow P_m + P_d = 0 \Rightarrow P_d = -P_m$$

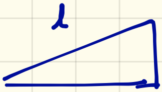
potenza: $$P_d = \frac{W_d}{\Delta t} = -\frac{W_m}{\Delta t} = -P_0$$

$$= F_d \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} = F_d \cdot v_0$$

$$\Rightarrow \text{in modulo: } F_d = \frac{P_0}{v_0} = \frac{15.0}{16.7} \times 10^3 = 900\ \text{N}$$

b) in salita, alle forze dissipative si aggiunge la componente lungo il pendio della forza di gravità.

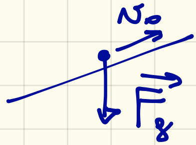
$$\Rightarrow P_m + P_d + P_g = 0 \Rightarrow P_m = -P_d - P_g = P_0 - P_g$$



$$h = l \sin\theta \Rightarrow \sin\theta = \frac{h}{l} = 0{,}10$$

la potenza (negativa) corrispondente è

$$P_g = \vec{F}_g \cdot \vec{v}_0 = -m g v_0 \sin\theta$$



in salita quindi:

$$\Rightarrow P_m = P_0 + mgv_0 \sin\vartheta = P_0 + mgv_0 \frac{h}{L}$$

$$= 15{,}0 \times 10^3 + 1{,}3 \times 10^3 \times 9{,}8 \times 16{,}7 \times 0{,}10 =$$

$$= 36{,}3 \times 10^3 \text{ W} \cong 36 \text{ kW}$$

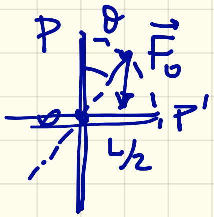
in discesa al 4%: la potenza fornita dalla gravità cambia di segno, quindi

$$P_m = P_0 - mgv_0 \frac{h}{L} =$$

$$= 15 \times 10^3 - 1{,}3 \times 10^3 \times 9{,}8 \times 16{,}7 \times 0{,}04 =$$

$$= 6{,}5 \text{ kW}$$

PROBLEMA 2 - Soluzione



$$\begin{cases} L = 2{,}0 \text{ m} \\ m = 12{,}0 \text{ kg} \\ F_0 = 50{,}0 \text{ N} \end{cases}$$

a) lavoro per la rotazione da P a P':

$dW = \tau_0 \, d\theta$, con τ_z momento assiale della forza F_0

$\tau_z = F_0 \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin\theta$, con θ angolo dell'asta rispetto alla verticale

lavoro totale da P a P':

$$W = \int_P^{P'} dW = F_0 \frac{L}{2} \int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta = F_0 \frac{L}{2} \underbrace{\left[-\cos\theta\right]_0^{\pi/2}}_{0-(-1)} = F_0 \frac{L}{2}$$

$W = F_0 \frac{L}{2} = 50 \text{ J}$ (*) vedi nota

b) velocità angolare della sbarra in P'

Teor. en. cin.: $\Delta K = W^{tot} = W$ (gravità ininfluente)

$$\Rightarrow \frac{1}{\cancel{2}} I \omega_f^2 = F_0 \frac{L}{\cancel{2}} \Rightarrow \omega_f = \sqrt{\frac{F_0 L}{I}} = \sqrt{\frac{F_0 \cancel{L} \, 12}{m L^{\cancel{2}}}}$$

$I = \frac{1}{12} m L^2$ momento d'inerzia rispetto ad O

$$\Rightarrow \omega_f = 2\sqrt{\frac{3F_0}{mL}} = 2\sqrt{\frac{150}{24}} = 5{,}0 \text{ rad/s}$$

$$\sqrt{\frac{12 F_0}{mL}} = \sqrt{50}$$

c) accelerazione centripeta e tangenziale del punto P quando l'asta passa per la posizione orizzontale

centripeta: $a_c = \frac{v_P^2}{L/2}$, $v_P = \omega \cdot \frac{L}{2} =$

$$\Rightarrow a_c = \omega^2 \cdot \frac{L}{2} = 25\ m/s^2$$

tangenziale: $a_t = \alpha_z \cdot \frac{L}{2} = \overset{3}{\cancel{6}} \frac{f_0}{m\cancel{L}} \cdot \frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} = 3\frac{f_0}{m} = \cancel{3}\frac{50}{\underset{4}{\cancel{12}}} = 12{,}5\ m/s^2$

accelerazione angolare

si può ricavare dall'eq. del moto:

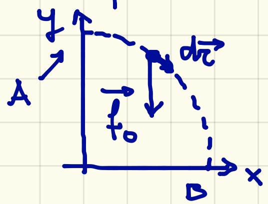
$$f_0 \cdot \frac{L}{2} = \sum \tau_z = I\alpha_z \Rightarrow \alpha_z = \frac{f_0\, L/2}{\frac{1}{12} m L^2} = 6\frac{f_0}{mL}$$

nella posizione considerata:

NOTA SUL CALCOLO DEL LAVORO

più rapidamente ancora: $\vec{f_0}$ (costante) è conservativa valgono risultati analoghi a quelli trovati per la gravità $m\vec{g}$

(*) Nota alla soluzione (e): allo stesso risultato si arriva partendo dalla definizione di lavoro e introducendo coordinate (x,y) per seguire la traiettoria del punto P di applicazione della forza $\vec{f_0}$



$$\vec{f_0} = -f_0\hat{j}\ , \quad d\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j}$$

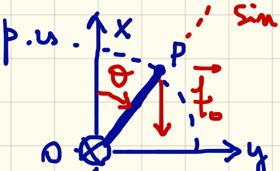
$$W = \int_A^B \vec{f_0} \cdot d\vec{r} = \int_A^B (0 \cdot dx - f_0\, dy) =$$

$$= -f_0(y_B - y_A) = f_0 \cdot \frac{L}{2} > 0$$

$y_A = L/2$

$y_B = 0$

NB: il lavoro ottenuto è chiaramente positivo, come deve risultare indipendentemente dal riferimento scelto, sia in coordinate cartesiane (vedi calcolo precedente) sia in variabili angolari, facendo attenzione ad utilizzare terne destrorse



$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta$

← angolo tra OP e $\vec{f}_0$

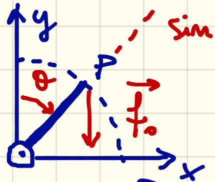
z entrante (versore $\hat{k}$ entrante)

$$\tau_z = (OP \times \vec{f}_0)_z = \frac{L}{2} f_0 \sin\theta > 0$$

il vettore $\vec{\tau}$ è entrante come $\hat{k}$

la sua componente lungo z è > 0

$$W = \int_0^{\pi/2} \tau_z \, d\theta = \frac{L}{2} f_0 \int_0^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta = \frac{L}{2} f_0 \left[-\cos\theta\right]_0^{\pi/2} = \frac{L}{2} f_0 > 0$$



$\sin(\pi-\theta) = \sin\theta$

← angolo tra OP e $\vec{f}_0$

z uscente (versore $\hat{k}$ uscente)

$$\tau_z = (OP \times \vec{f}_0)_z = -\frac{L}{2} f_0 \sin\theta < 0$$

il vettore $\vec{\tau}$ è entrante, quindi la sua componente lungo z (uscente) è < 0

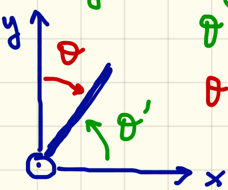
↓

apparente contraddizione?

$\tau_z < 0 \Rightarrow W < 0$?

in realtà no...!

attenzione alle convenzioni sugli angoli (angolo polare da x verso y)



$$\left.\begin{aligned} \theta' &= \frac{\pi}{2} - \theta \\ \theta &= \frac{\pi}{2} - \theta' \end{aligned}\right\} \Rightarrow \sin\theta = \cos\theta', \quad d\theta' = -d\theta$$

$$W = \int_{\pi/2}^{0} \tau_z \, d\theta' = -\frac{L}{2} f_0 \int_{\pi/2}^{0} \cos\theta' \, d\theta' = -L/2 \, f_0 \left[\sin\theta'\right]_{\pi/2}^{0} = L/2 \, f_0 > 0$$

PROBLEMA 3 - Soluzione

aria, $m = 5.0\ g$

$t_1 = 50°C \Longrightarrow t_2 = 0.0°C$ $\longrightarrow$ $\begin{cases} T_1 = 323{,}1\ K \\ T_2 = 273{,}1\ K \end{cases}$

gas ideale biatomico, peso molecolare $M = 29$

ricordando la relazione tra calori molari e specifici

determinare a) Q_v (V costante)

b) Q_p (P costante)

c) ΔS nei 2 casi

premessa: numero di moli:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{5}{29} = 0{,}17\ mol$$

a) calore scambiato a volume costante: calore molare $C_v = \frac{5}{2}R$

$$Q_V = n\,C_v\,(T_2 - T_1) =$$

$$= n\,\frac{5}{2}R\,(T_2 - T_1) = -0{,}17 \times 2{,}5 \times 8{,}31 \times 50 =$$

$$= -177\ J \simeq -180\ J < 0$$

b) a pressione costante: $C_p = C_v + R = \frac{7}{2}R$

$$Q_p = n\,C_p\,(T_2 - T_1) =$$

$$= n\,\frac{7}{2}R\,(T_2 - T_1) = -0{,}17 \times 3{,}5 \times 8{,}31 \times 50 =$$

$$= -247\ J \simeq -250\ J < 0$$

c) variazione di entropia ΔS

dalla def.: $\Delta S = \int_i^f \left(\frac{dQ}{T}\right)_{rev.}$

volume costante:

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} n c_v \frac{dT}{T} = n C_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$= n \frac{5}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = 0{,}17 \times 2{,}5 \times 8{,}31 \ln \frac{273{,}1}{323{,}1} =$$

$$= -0{,}59 \text{ J/K}$$

pressione costante: analogamente

$$\Delta S = n C_p \ln \frac{T_2}{T_1} =$$

$$= n \frac{7}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1} = 0{,}17 \times 3{,}5 \times 8{,}31 \times \ln \frac{273}{323} =$$

$$= -0{,}83 \text{ J/K}$$