$3+9+9+9=$
$=30/30$

CORSO DI FISICA GENERALE 1 – FACOLTÀ DI INGEGNERIA

UNIVERSITÀ DI TRIESTE, A.A. 2013/2014

Prova Scritta Preliminare – A – 12.04.2014

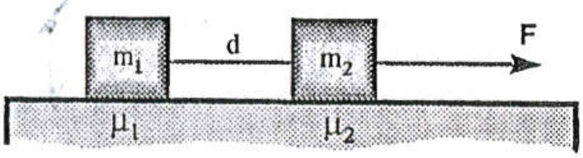
Cognome COGNOME **Nome** NOME **CdS** IND. **Anno** I

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date****, e poi il* ***corrispondente risultato numerico****, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.*

Domanda Teorica: Definizione di energia meccanica. Enunciato del teorema di conservazione dell'energia meccanica.

L'energia meccanica di un corpo è la somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale del corpo. Se tutte le forze agenti sul corpo sono conservative (*), allora la sua energia meccanica si conserva, cioè rimane costante: $E_i = E_f$, $E = K + U$.

(*) Sono conservative le forze il cui lavoro non dipende dal percorso, ma solo dalle posizioni iniziale e finale nello spostamento del punto di applicazione.



1. Due corpi di massa m_1 =10.0 kg e m_2= 15.0 kg sono legati da una corda lunga d = 50.0 cm. Al corpo di massa m_2 viene applicata una forza F = 50.0 N e l'insieme si muove strisciando sopra un piano orizzontale; i rispettivi coefficienti di attrito sono $\mu_1 = 0.10$ e $\mu_2 = 0.00$.

a. Calcolare la tensione T della corda;

$$T = F - m_2 a = m_1(\mu_1 g + a) = \frac{m_1}{m_1+m_2}(F + \mu_1 m_2 g) = 25.9\ \text{N}$$

b. Calcolare l'accelerazione a del sistema

$$a = \frac{F - \mu_1 m_1 g}{m_1 + m_2} = 1.61\ \text{m/s}^2$$

c. Se si sostituisce la corda con una molla, di lunghezza a riposo uguale a d e costante elastica k = 500 N/m, determinare la lunghezza della molla durante il moto.

vedi (a)

$$l = l_0 + \Delta l = d + \frac{T}{k} = 0.552\text{m}$$

lunghezza a riposo

allungamento

(A)

2. Un corpo di massa m = 0.10 kg con velocità orizzontale iniziale incognita di modulo v_0 percorre un tratto orizzontale rettilineo lungo d = 72 cm, che presenta un coefficiente di attrito μ_k = 0.50. In A il corpo entra in una guida liscia (con attrito trascurabile) circolare di raggio R = 40 cm posta in un piano verticale, e si arresta in B alla quota b = R/2. Si veda la fig. 2. Calcolare:

a. Il valore del modulo della velocità iniziale v_0.

$$v_0 = \sqrt{g\,(2\mu_k d + R)} = 3{,}3 \text{ m/s}$$

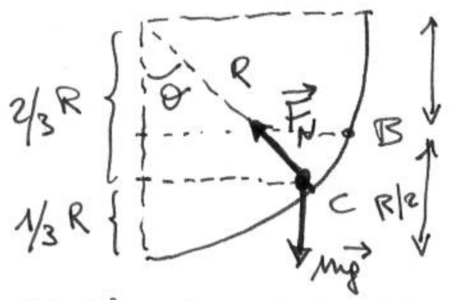
b. L'energia meccanica persa nel tratto di lunghezza d;

$$\Delta E = \Delta K = -\mu_k m g d = -0{,}35 \text{ J}$$

c. Il modulo della reazione della guida nel punto C, che si trova alla quota c = R/3.

$$F_N = m\left(\frac{v_c^2}{R} + g\cos\theta\right) = mg = 0{,}98 \text{ N}$$

$$\left.\begin{aligned} v_c^2 &= \tfrac{1}{3} gR \\ \cos\theta &= \tfrac{2}{3} \end{aligned}\right\}$$



3. Un satellite artificiale di massa M = 800 kg, percorre un'orbita circolare di raggio $R_1 = 7.2 \cdot 10^3$ km attorno alla Terra (di raggio $R_0 = 6.37 \cdot 10^3$ km). Conoscendo il valore della costante di gravitazione universale G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ $m^3\, s^{-2}\, kg^{-1}$ Determinare:

a. Il modulo della forza gravitazionale F con cui il satellite è attratto dalla Terra nell'orbita di raggio R_1;

$$F = G\frac{M_T M}{R_1^2} = g\frac{R_0^2}{R_1^2} M = 6{,}1 \times 10^3 \text{ N}$$

$$g = G\frac{M_T}{R_0^2} \Rightarrow M_T = g\frac{R_0^2}{G} = 5{,}97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

b. Il valore dell'energia meccanica totale E nell'orbita di raggio R_1;

$$E = U + K = -\frac{1}{2} G\frac{M_T M}{R_1} = -2{,}21 \times 10^{10} \text{ J}$$

c. L'energia che deve essere fornita al satellite per farlo passare ad un'orbita di raggio $R_2 = 9.0 \cdot 10^3$ km.

$$\Delta E = E(R_2) - E(R_1) =$$

$$= \frac{1}{2} G M_T M\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 4{,}4 \times 10^9 \text{ J}$$

3 + 9 + 9 + 9 = = 30/30

CORSO DI FISICA GENERALE 1 – FACOLTÀ DI INGEGNERIA

UNIVERSITÀ DI TRIESTE, A.A. 2013/2014

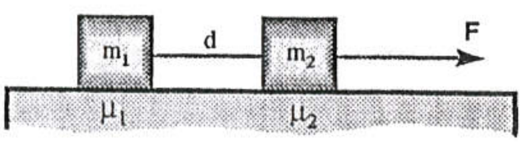
Prova Scritta Preliminare – B – 12.04.2014

Cognome COGNOME **Nome** NOME **CdS** NAV. **Anno** I

Istruzioni:
Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: ***la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date****, e poi il* ***corrispondente risultato numerico****, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.*

Domanda Teorica: Enunciare il teorema dell'energia cinetica o teorema delle "forze vive".

Il lavoro compiuto dalla forza risultante che agisce su un corpo (puntiforme), cioè il lavoro totale delle forze agenti sul corpo, è uguale alla variazione di energia cinetica del corpo, ossia: $W_{tot} = K_f - K_i = \Delta K$, dove l'energia cinetica K è definita da $K = \frac{1}{2} m v^2$, m è la massa del corpo e v il modulo della sua velocità.



1. Due corpi di massa m_1 =15.0 kg e m_2= 20.0 kg sono legati da una corda lunga d = 55.0 cm; Al corpo di massa m_2 viene applicata una forza F = 60 N e l'insieme si muove strisciando sopra un piano orizzontale; i rispettivi coefficienti di attrito sono μ_1 = 0.30 e μ_2 = 0.00

a. Calcolare la tensione T della corda;

$$T = F - m_2 a = m_1(\mu_1 g + a) = \frac{m_1}{m_1 + m_2}(F + \mu_1 m_2 g) \approx 50.9 \text{ N}$$

b. Calcolare l'accelerazione a del sistema

$$a \approx \frac{F - \mu_1 m_1 g}{m_1 + m_2} \approx 0.453 \text{ m/s}^2$$

c. Se si sostituisce la corda con una molla, di lunghezza a riposo uguale a d e costante elastica k = 700 N/m, determinare la lunghezza della molla durante il moto.

$$\ell = \ell_0 + \Delta\ell \approx d + \frac{T}{k} \approx 0.623 \text{ m}$$

a riposo allungamento

B

2. Un corpo di massa m = 0.15 kg con velocità orizzontale iniziale incognita di modulo v0 percorre un tratto orizzontale rettilineo lungo *d* = 60 cm, che presenta un coefficiente di attrito μ_k = 0.40. In A il corpo entra in una guida liscia (con attrito trascurabile) circolare di raggio *R* = 60 cm posta in un piano verticale, e si arresta in B alla quota *b* = R/2. Si veda la fig. 2. Calcolare:

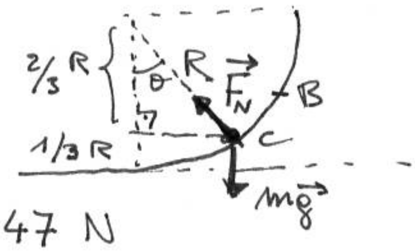
a. Il valore del modulo della velocità iniziale v0.

$$v_0 = \sqrt{g\,(2\mu_k d + R)} = 3{,}25\ \mathrm{m/s} \cong 3{,}2\ \mathrm{m/s}$$

b. L'energia meccanica persa nel tratto di lunghezza *d*;

$$\Delta E = \Delta K = -\mu_k m g d = -0{,}35\ \mathrm{J}$$

c. Il modulo della reazione della guida nel punto C, che si trova alla quota c = R/3.



$$F_N = m\left(\frac{v_c^2}{R} + g\cos\theta\right) = mg = 1{,}47\ \mathrm{N}$$

$$v_c^2 = \frac{1}{3} g R\,, \quad \cos\theta = \frac{2}{3} \qquad \simeq 1{,}5\ \mathrm{N}$$

3. Un satellite artificiale di massa *M* = 900 kg, percorre un'orbita circolare di raggio $R_1 = 7.5 \cdot 10^3$ km attorno alla Terra (di raggio $R_0 = 6.37 \cdot 10^3$ km). Conoscendo il valore della costante di gravitazione universale G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ $m^3\,s^{-2}\,kg^{-1}$ Determinare:

a. Il modulo della forza gravitazionale *F* con cui il satellite è attratto dalla Terra nell'orbita di raggio R_1;

$$F = G\frac{M_T M}{R_1^2} = g \cdot \frac{R_T^2}{R_1^2} \cdot M = 6{,}4 \times 10^3\ \mathrm{N}$$

$$g = G\frac{M_T}{R_0^2} \Rightarrow M_T = \frac{g R_0^2}{G} = 5{,}97 \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

b. Il valore dell'energia meccanica totale *E* nell'orbita di raggio R_1;

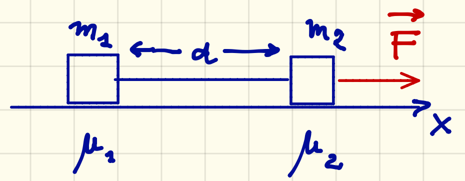
$$E = U + K = -\frac{1}{2} G \frac{M_T M}{R_1} = -2{,}4 \times 10^{10}\ \mathrm{J}$$

c. L'energia che deve essere fornita al satellite per farlo passare ad un'orbita di raggio $R_2 = 8.5 \cdot 10^3$ km.

$$\Delta E = E(R_2) - E(R_1) =$$

$$= \frac{1}{2} G M_T M \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 2{,}8 \times 10^9\ \mathrm{J}$$

PROBLEMA 1 - soluzione



dati: A (B)

$m_1 = 10.0$ kg (15,0 kg)

$m_2 = 15.0$ kg (20,0 kg)

$\mu_1 = 0,10$ (0.30)

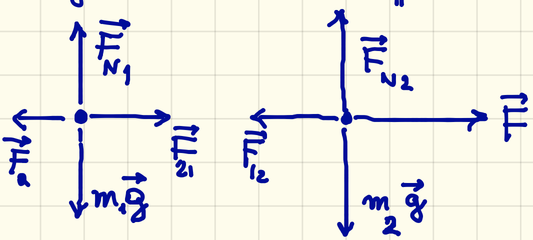
$\mu_2 = 0,00$ (0.00)

$d = 50,0$ cm (55.0 cm)

$F = 50.0$ N (60.0 N)

incognite: tensione T, accelerazione a

diagramma delle forze aplicate ai 2 corpi:



$m_1\vec{g}$, $m_2\vec{g}$ gravità

$\vec{F}_{N1}$, $\vec{F}_{N2}$ forze normali (contatto)

$\vec{F}_a$ attrito (solo corpo 1)

fune: tensione $T = |\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}|$

attrito: modulo $F_a = \mu_1 F_{N1} = \mu_1 m_1 g$

accelerazione: $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a} = a\,\hat{i}$

per il II principio (componenti lungo x)

$g = |\vec{g}|$

$F_{N1} = |\vec{F}_{N1}|$

$F_{N2} = |\vec{F}_{N2}|$

$F = |\vec{F}|$

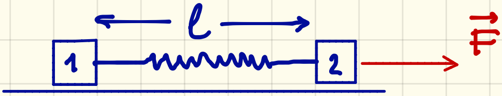
$$\left.\begin{array}{ll} (1) & T - \mu_1 m g = m_1 a \\ (2) & F - T = m_2 a \end{array}\right\} \Rightarrow a = \frac{F - \mu_1 m_1 g}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow T = F - m_2 a = m_1(\mu_1 g + a) = \frac{m_1}{m_1 + m_2}(F + \mu_1 m_2 g)$$

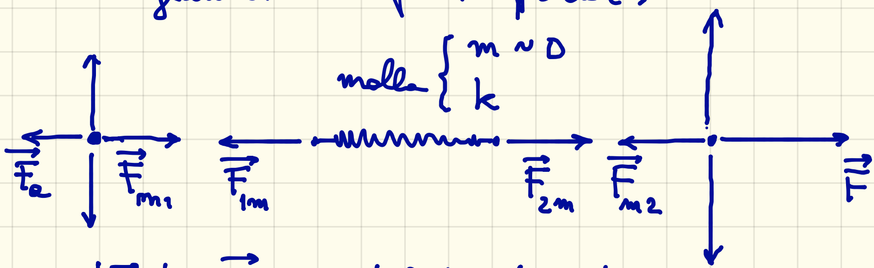
(c) corda sostituita da molla (ideale, massa trascurabile)

$l_0 = d$ lunghezza a riposo

$l = ?$ lunghezza durante il movimento



diagrammi delle forze applicate:



$$|\vec{F}_{m1}| = |\vec{F}_{1m}| = |\vec{F}_{2m}| = |\vec{F}_{m2}| = T$$ (Tensione della fune)

III principio — molla ideale massa trascurabile — III principio

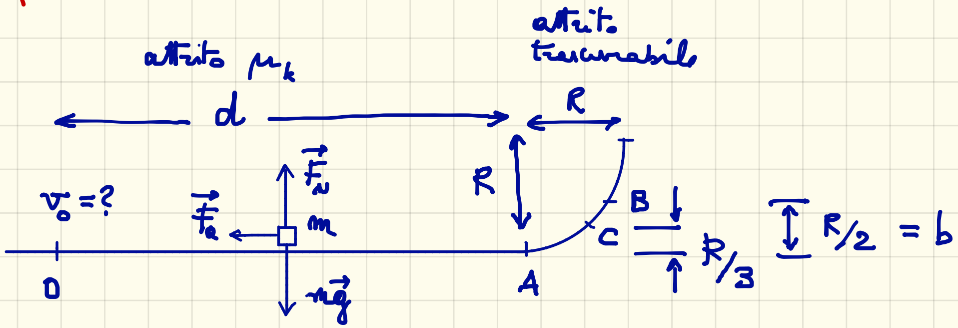
$$T = |F_{el}| = k\,|\Delta l|$$

$\Rightarrow$ allungamento $\Delta l = \dfrac{T}{k} > 0$

$\Rightarrow$ lunghezza $l = l_0 + \Delta l = d + \dfrac{T}{k}$

(supponendo che eventuali oscillazioni siano state smorzate dall'attrito)

PROBLEMA 2 - Soluzione



dati:

$m = 0.10$ kg (0.15 kg)

$\mu = 0.50$ (0,40)

$|OA| = d = 72$ cm (60 cm)

$R = 40$ cm (60 cm)

incognite:

(a) $v_0 = ?$

(b) $\Delta E = ?$ su OA

(c) F_N in C

a) teorema dell'energia cinetica da O a B:

$$\cancel{\frac{1}{2} m v_B^2} - \frac{1}{2}\cancel{m} v_0^2 = W_{OB}^{tot} = W_{OA}^{tot} + W_{AB}^{tot} =$$

$v_B = 0$

$$= -\mu_k \cancel{m} g d - \cancel{m} g b$$

$\leftarrow R/2$

$F_a = \mu_k F_N = \mu_k m g$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2g(\mu_k d + b)} = \sqrt{g(2\mu_k d + R)}$$

b) variazione di energia meccanica in OA, corrispondente al lavoro negativo di forze non conservative:

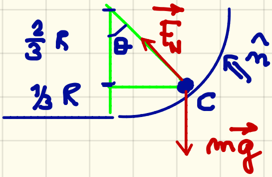
$$\Delta E = \Delta K + \cancel{\Delta U} = W_{OA}^{(non)} = \vec{F}_a \cdot \overline{OA} = -\mu_k m g d$$

0 in questo caso

c) La forza di contatto che la guida circolare liscia esercita sul corpo ha solo componente normale, essendo nulla la componente tangenziale (attrito trascurabile)

solo 2 forze sul corpo $\begin{cases} m\vec{g} & \text{nota} \\ \vec{F}_N & \text{direzione radiale} \end{cases}$

versore $\hat{n}$



per determinare $F_N = |\vec{F}_N|$

metto in relazione la risultante $\Sigma \vec{F}_N$ con la componente centripeta dell'accelerazione

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{g} + \vec{F}_N = m\vec{a}$$

proiettando i vettori sulla direzione radiale (versore $\hat{n}$)

$$m\vec{g}\cdot\hat{n} + \vec{F}_N\cdot\hat{n} = m\vec{a}\cdot\hat{n}$$

$$-mg\cos\theta + F_N = m a_c = m\frac{v_c^2}{R}$$

velocità scalare in C

dalla cinematica

$$\Rightarrow F_N = m\left(\frac{v_c^2}{R} + g\cos\theta\right) = m\left(\frac{1}{\cancel{R}}g\frac{\cancel{R}}{3} + g\cdot\frac{2}{3}\right) = mg$$

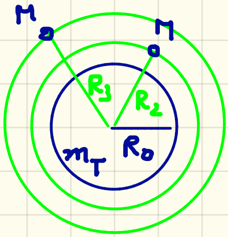
v_c^2 : cons. en. mecc. tra C e B :

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_c^2 + \cancel{m}g\frac{R}{3} = \cancel{\frac{1}{2}m v_B^2} + \cancel{m}g\frac{R}{2} \Rightarrow v_c^2 = g\left(R - \frac{2}{3}R\right) = \frac{1}{3}gR$$

$v_B = 0$

$$\cos\theta = \frac{2/3\,R}{R} = \frac{2}{3}$$ dal Δ rettangolo in figura

PROBLEMA 3 - soluzione



A (B)

dati: $M = 800\ kg$ $(900\ kg)$

$R_0 = 6.37 \times 10^3\ km = 6.37 \times 10^6\ m$
(raggio terrestre)

$R_1 = 7{,}2 \times 10^3\ km$ $(7{,}5 \times 10^3\ km)$

$G = 6.67 \times 10^{-11}\ m^3 s^{-2} kg^{-1}$

a) modulo della forza gravitazionale sul satellite nell'orbita circolare di raggio R_1

$$F = G\frac{m_T M}{R_1^2} = \cancel{G}\frac{g R_T^2}{\cancel{G}}\frac{1}{R_1^2} = g\frac{R_T^2}{R_1^2}M$$

supponendo m_T nota

ricavando m_T dall'intensità $g = 9{,}8\ m/s^2$ del campo gravitazionale terrestre alla superficie della terra $(r = R_T)$

$$g = G\frac{m_T}{R_T^2} \Longrightarrow m_T = \frac{g}{G}R_T^2 =$$

$$= 5{,}97 \times 10^{24}\ kg$$

b) valore dell'energia meccanica nell'orbita di raggio R_1

$$E = U + K = -G\frac{m_T M}{R_1} + \frac{1}{2}Mv^2$$

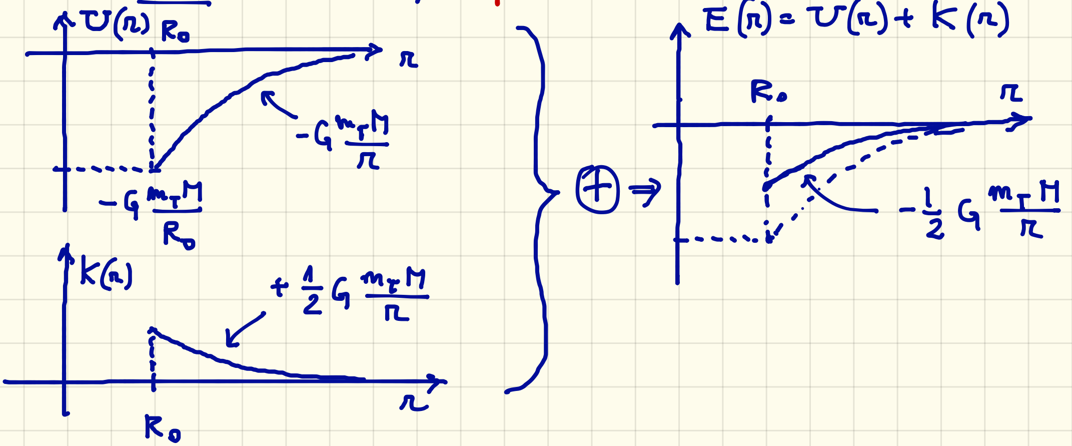
nell'orbita circolare la velocità è vincolata dall'unica forza (centripeta) a disposizione a quel particolare raggio

$$|\Sigma\vec{F}| = G\frac{m_T \cancel{M}}{R_1^{\cancel{2}}} = \cancel{M}|\vec{a}_c| = \cancel{M}\frac{v^2}{\cancel{R_1}} \Longrightarrow v^2 = G\frac{m_T}{R_1}$$

gravitazione — I principio — cinematica, accel. centripeta

$\Longrightarrow$ sostituendo : $E = -G\dfrac{m_T M}{R_1} + \dfrac{1}{2}G\dfrac{m_T M}{R_1} = -\dfrac{1}{2}G\dfrac{m_T M}{R_1}$

andamento dei contributi all'energia meccanica in funzione della distanza generica r del satellite dal centro della Terra, solo per ORBITE CIRCOLARI di raggio r (costante)



c) su ciascuna delle 2 orbite circolari di raggi R_1 ed R_2 l'energia meccanica si conserva ed il moto continua indefinitamente, sotto l'azione della sola forza di gravità, che nel caso particolare di orbite circolari fa lavoro nullo;
per passare dall'orbita R_1 all'orbita R_2 $(R_2 > R_1)$, l'energia meccanica deve aumentare : $\Delta U > 0$, $\Delta K < 0$, ma $\Delta E = \Delta U + \Delta K > 0$
questo può avvenire solo a spese dell'energia interna del satellite (accensione di motori a razzo, consumo di carburante)
nell'ipotesi semplificativa di variazione trascurabile della massa M del satellite si ha:

$$\Delta E = E(R_2) - E(R_1) = -\frac{1}{2}G m_T M\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}G m_T M\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) > 0 \quad (R_2 > R_1)$$