

CINEMATICA 1-D

L. LANCERI 03.03.2009

Tempo

Posizione

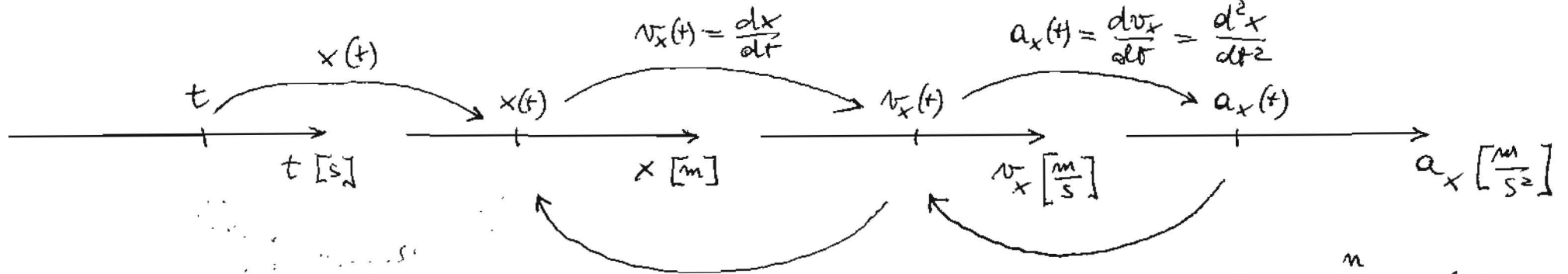
Velocità

Accelerazione

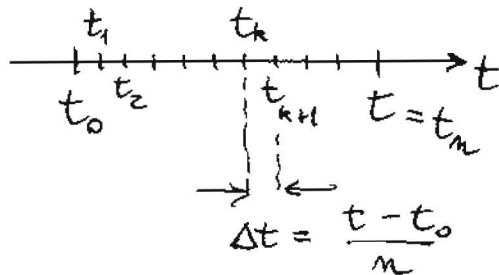
"legge oraria"

derivata prima

derivata seconda



Calcolo numerico
degli integrali definiti:



Suddivisione di $(t - t_0)$ in n intervalli uguali
Poi $n \rightarrow +\infty$

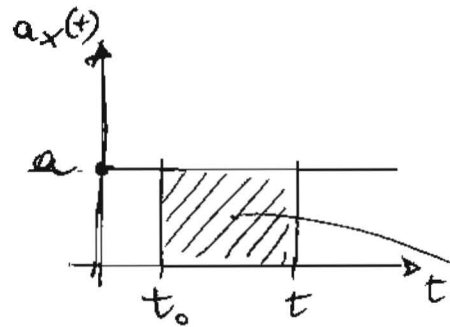
$$\begin{aligned} x(t) - x(t_0) &\equiv \\ &\equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n v_x(t_k) \cdot \Delta t \\ &\equiv \int_{t_0}^t v_x(t') dt' \end{aligned}$$

funzione
integrale

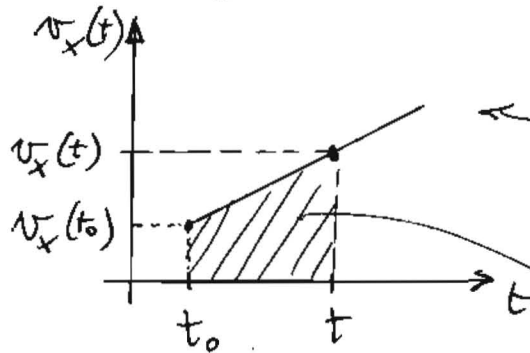
$$\begin{aligned} v_x(t) - v_x(t_0) &\equiv \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n a_x(t_k) \cdot \Delta t \\ &\equiv \int_{t_0}^t a_x(t') dt' \end{aligned}$$

funzione integrale
(integrale definito con
estremo superiore variabile)

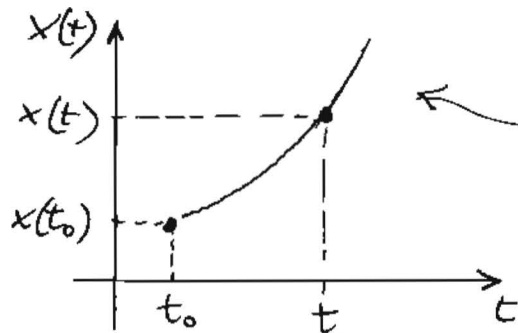
SOLO PER MOTO UNIFORMEMENTE ACCELERATO :



$$a_x(t) = a = \text{costante}$$



$$v_x(t) - v_x(t_0) = a \cdot (t - t_0) = \int_{t_0}^t a_x(t') dt'$$



$$\begin{aligned} x(t) - x(t_0) &= \int_{t_0}^t v_x(t') dt' = \\ &= v_x(t_0) \cdot (t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2 \end{aligned}$$

Problema n. 76, capitolo 2.

① LETTURA DEL TESTO, TRADUZIONE IN FIGURE / GRAFICI,
RIEPILOGO DEI DATI E DELLE INCOGNITE CON SCELTA
DEI SIMBOLI ED EVENTUALI CONVERSIONI DI UNITÀ DI MISURA

Testo:

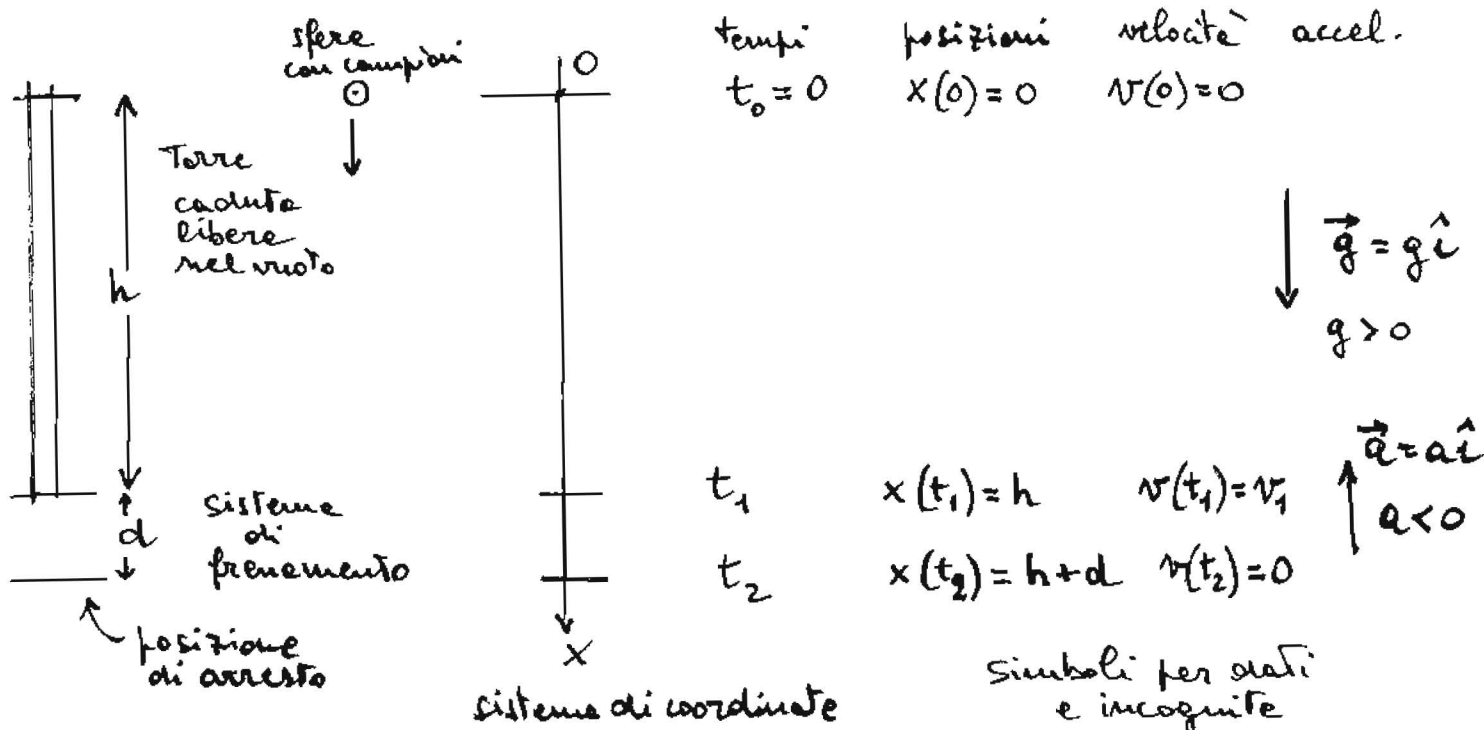
Gli impianti sperimentali a gravità zero del centro di ricerca Lewis della NASA comprendono una torre di caduta alta 145 m.

Si tratta di una torre verticale che consente, fra l'altro, di lasciar cadere nel vuoto una sfera di 1 m di diametro contenente campioni in prova.

(a) Per quanto tempo la sfera rimane in caduta libera?

(b) Qual è la sua velocità quando tocca il fondo della torre?

(c) Quando colpisce il fondo, mentre la sua velocità si annulla la sfera subisce un'accelerazione media di modulo pari a $25g$. Di quale distanza si sposta il suo centro durante l'impatto?



Dati: $h = 145 \text{ m}$

$$\begin{cases} x_0 = x(0) = 0 \text{ m} \\ v_0 = v(0) = 0 \text{ m/s} \\ g = 9,81 \text{ m/s}^2 > 0 \\ a = -25g < 0 \end{cases}$$

Incognite:

- (a) $t_1 = ?$ tale che $h = x(t_1)$
 (b) $v_1 = v(t_1) = ?$
 (c) $d = x(t_2) - x(t_1) = ?$
 t_2 tale che $v(t_2) = 0$

② STRATEGIA DI SOLUZIONE (A PAROLE), IN SINTESI ;
LEGGI ED EQUAZIONI APPLICABILI, EVENTUALI APPROSSIMAZIONI DA INTRODURRE

La prima parte della caduta (domande (a) e (b)) è libera :
si applicano le equazioni del moto uniformemente accelerato
(accelerazione $g > 0$) per posizione e velocità $\Rightarrow$ due equazioni per due incognite.

La seconda parte del moto (domanda (c)) è uniformemente
accelerata (accelerazione $a < 0$) $\Rightarrow$ stesso metodo.

③ IMPOSTAZIONE DELLE EQUAZIONI, EVENTUALMENTE
INTRODUZIONE DI ULTERIORI VARIABILI (DEFINIRE
ESPPLICITAMENTE!)

$$(a) \quad x(t_1) = x(t_0) + v(t_0)(t_1 - t_0) + \frac{1}{2}g(t_1 - t_0)^2$$

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5,44 \text{ m/s}$$

(dimensioni
O.K.)

$$[T] = [L]^{1/2} [L]^{-1/2} [T]$$

④ SOLUZIONE ANALITICA, VERIFICA DIMENSIONALE

⑤ SOLUZIONE NUMERICA (ALLA FINE!),

CONTROLLO DI ORDINE DI GRANDEZZA, SEGNO, UNITÀ DI MISURA

$$(b) \quad v_1 = v(t_1) = gt_1 = 53,3 \text{ m/s}$$

$$[L][T^{-1}] = [L][T]^{-2}[T]$$

(c) frenamento : velocità finale nulla $\Rightarrow$ tempo $t_2 - t_1 = \Delta t$

$$v(t_2) = 0 = v_1 - 25g \underbrace{(t_2 - t_1)}_{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_1}{25g} = \frac{gt_1}{25g} =$$

$$d = x(t_2) - x(t_1) =$$

$$= v_1 \cdot \Delta t - \frac{1}{2} \cdot 25g (\Delta t)^2 =$$

$$= gt_1 \cdot \frac{t_1}{25} - \frac{1}{2} \cdot 25g \cdot \frac{t_1^2}{25^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{25} \cdot \frac{2h}{g} = \frac{h}{25} = 5,80 \text{ m}$$

([L] O.K.) (potremmo aspettarcelo!)

NB: conviene sostituire
le espressioni
simboliche, i numeri
solo alla fine!
il significato fisico
è più evidente...!