AMMORTAMENTO A RATE POSTICIPATE CON TASSO FISSO

$+S$	$-R_1$	$\ldots$	$-R_{m-1}$	$-R_m$
0	1	$\ldots$	m-1	m

Sia i il tasso di interesse riferito alla periodicità di pagamento delle rate (es. tasso annuo nel caso di rate annue, tasso mensile nel caso di rate mensili, …)

Negli ammortamenti a tasso fisso l'operazione finanziaria di ammortamento $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ deve soddisfare la condizione di equità

$$W(0,\boldsymbol{x}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S - \sum_{k=1}^{m} R_k (1+i)^{-k} = 0$$

Rate d'ammortamento $\quad R_k = C_k + I_k \qquad k = 1, \ldots, m$

essendo C_k le **quote capitali** tali che $\sum_{k=1}^{m} C_k = S$

I_k le **quote interessi**

Si definisce D_k **debito residuo** in k dopo il pagamento della rata R_k , $k = 1, \ldots, m$

$$D_k = S - \sum_{h=1}^{k} C_h = \sum_{h=k+1}^{m} C_h \qquad k = 1, \ldots, m-1$$

$$D_0 = S \,, \quad D_m = 0$$

La quota interessi I_k matura nell'intervallo $[k-1, k]$ sul debito residuo D_{k-1}

$$I_k = i\, D_{k-1} \qquad k = 1, \ldots, m$$

Ammortamento a quote capitali costanti a tasso fisso

Le **quote capitali** C_k , $k = 1, \ldots, m$, sono tali che

$$C_1 = C_2 \ldots = C_m = \frac{S}{m}$$

Ammortamento a rate costanti a tasso fisso

$+S$	$-R$	$\ldots$	$-R$	$-R$
0	1	$\ldots$	m-1	m

Si determina R tale che

$$W(0,\boldsymbol{x}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S - \sum_{k=1}^{m} R(1+i)^{-k} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S - R\, a_{\overline{m|}\, i} = 0$$

con $\qquad a_{\overline{m|}\, i} = \sum_{k=1}^{m} (1+i)^{-k} \qquad \Rightarrow \qquad a_{\overline{m|}\, i} = \dfrac{1-(1+i)^{-m}}{i}$

LE FUNZIONI DI EXCEL PER GLI AMMORTAMENTI

Sono le funzioni: PMT, PPMT e IPMT.

LA FUNZIONE PAYMENT (PMT)

È la funzione già vista per calcolare la rata di una rendita a rata costante di valore attuale o di montante assegnato.
Può essere utilizzata per calcolare la rata di ammortamento costante.

PMT (rate; nper; pv; [fv]; [type])

rate è il tasso di interesse

nper è il numero delle rate di ammortamento

pv è l'ammontare del debito iniziale

fv è l'eventuale saldo dopo avere effettuato il pagamento dell'ultima rata

type 0 oppure omesso, trattandosi di rate di ammortamento posticipate

$$R = \frac{S}{a_{\overline{m|}i}} = \text{PMT}\ (i;\ m;\ -S)$$

LE FUNZIONI PPMT E IPMT

La funzione PPMT calcola una assegnata quota capitale in un ammortamento a rata costante.

La funzione IPMT calcola una assegnata quota interessi in un ammortamento a rata costante.

PPMT (rate; per; nper; pv; [fv]; [type])

IPMT (rate; per; nper; pv; [fv]; [type])

rate è il tasso di interesse

per è il periodo cui si riferisce la quota capitale o la quota interesse e deve essere compreso tra 1 e nper

nper è il numero delle rate di ammortamento

pv è l’ammontare del debito iniziale

fv è l’eventuale saldo dopo avere effettuato il pagamento dell’ultima rata

type 0 oppure omesso, trattandosi di rate di ammortamento posticipate

Esempio di ammortamento con saldo finale

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & & & -F \\
+S & -R & \dots & -R & -R \\
\hline
0 & 1 & \dots & m\text{-}1 & m
\end{array}
$$

Si determina R tale che

$$W(0, \boldsymbol{x}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S - R\, a_{\overline{m|}\,i} - F(1+i)^{-m} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{S - F(1+i)^{-m}}{a_{\overline{m|}\,i}}$$

Si possono calcolare le rate, le quote capitali e le quote interessi nel seguente modo:

R = - PMT (i; m; S; - F)

C_k = - PPMT (i; k; m; S; - F) $\qquad k = 1, \dots, m$

I_k = - IPPMT (i; k; m; S; - F) $\qquad k = 1, \dots, m$

AMMORTAMENTO A RATE POSTICIPATE CON TASSO VARIABILE

$$\begin{array}{ccccc} +S & -R_1 & \dots & -R_{m-1} & -R_m \\ \hline 0 & 1 & \dots & m\text{-}1 & m \end{array}$$

Rate d'ammortamento $\quad R_k = C_k + I_k \qquad k = 1, \dots, m$

essendo $\quad C_k \quad$ le **quote capitali** tali che $\quad \sum_{k=1}^{m} C_k = S$

$I_k \quad$ le **quote interessi**

Sia $\quad j(k, k+1) \quad$ il tasso di interesse relativo al periodo $(k, k+1)$, $k = 0, \dots, m-1$

la quota interessi I_k matura nell'intervallo $[k-1, k]$ sul debito residuo D_{k-1}

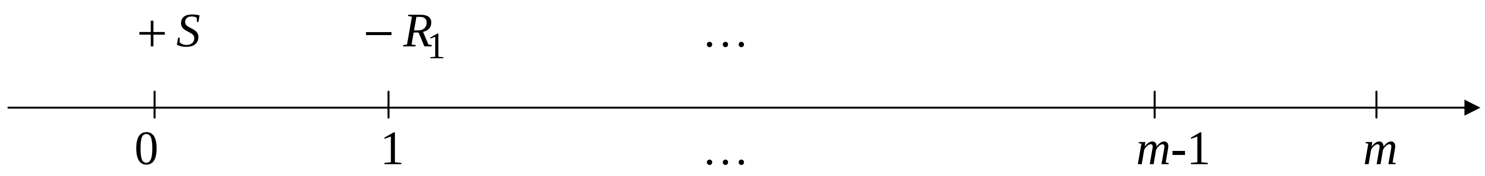
$$I_k = j(t_{k-1}, t_k) D_{k-1} \qquad k = 1, \dots, m$$

dove $\quad D_{k-1} = S - \sum_{h=1}^{k-1} C_h = \sum_{h=k}^{m} C_h \quad$ è il **debito residuo** in $k-1$ dopo il pagamento della rata R_{k-1}

Ammortamento a "rate costanti" a tasso variabile (ES. 1)

Sia $j(0,1)$ il tasso di interesse relativo al primo periodo, riferito alla periodicità di pagamento delle rate

Si determina la prima rata di ammortamento R_1 tale che $S - R_1\, a_{\overline{m|}\, j(0,1)} = 0$



Si ha $I_1 = j(0,1)\, S$ $C_1 = R_1 - I_1$

Si calcolano quindi tutte le quote capitali: $C_k = C_1 \left(1 + j(0,1)\right)^{k-1}$ $k = 2, \ldots, m$

e le quote interessi

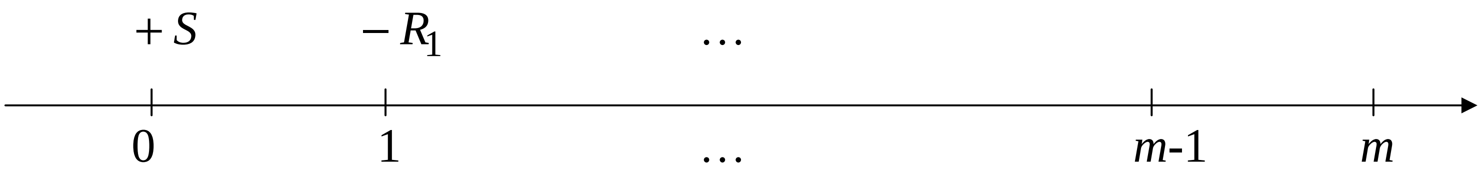
$$I_k = j\left(t_{k-1}, t_k\right) D_{k-1} \qquad k = 1, \ldots, m$$

essendo $D_{k-1} = S - \sum_{h=1}^{k-1} C_h \; D_k$

Ammortamento a “rate costanti” a tasso variabile (ES. 2)

Sia $j(0,1)$ il tasso di interesse relativo al primo periodo, riferito alla periodicità di pagamento delle rate

Si determina la prima rata di ammortamento R_1 tale che $S - R_1\, a_{\overline{m|}\, j(0,1)} = 0$



Si ha $I_1 = j(0,1)\, S$ $\quad C_1 = R_1 - I_1$ $\quad D_1 = S - C_1$

Si determina la R_2 tale che $D_1 - R_2\, a_{\overline{m-1|}\, j(1,2)} = 0$ …