AMMORTAMENTO A RATE ANTICIPATE CON TASSO FISSO

$+S-R_0$	$-R_1$	$\dots$	$-R_{m-2}$	$-R_{m-1}$
0	1	$\dots$	m-2	m-1

Sia i il tasso di interesse riferito alla periodicità di pagamento delle rate (es. tasso annuo nel caso di rate annue, tasso mensile nel caso di rate mensili, …)

Negli ammortamenti a tasso fisso l'operazione finanziaria di ammortamento $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{t}$ deve soddisfare la condizione di equità

$$W(0,\boldsymbol{x})=0 \quad \Leftrightarrow \quad S-\sum_{k=0}^{m-1} R_k (1+i)^{-k}=0$$

Rate d'ammortamento $\quad R_k = C_k + I_k \qquad k=0,\dots,m-1$

essendo C_k le **quote capitali** tali che $\sum_{k=0}^{m-1} C_k = S$

I_k le **quote interessi**

Si definisce D_k^- **debito residuo** in k prima del pagamento della rata R_k , $k = 0, \ldots, m-1$

$$D_k^- = S - \sum_{h=0}^{k-1} C_h = \sum_{h=k}^{m-1} C_h \qquad k = 1, \ldots, m-1$$

$$D_0^- = S\,, \quad D_m^- = 0$$

La quota interessi I_k matura nell'intervallo $[k, k+1]$ sul debito residuo D_{k+1}^-

$$I_k = d\; D_{k+1}^- \qquad k = 0, \ldots, m-1$$

dove $d = \dfrac{i}{1+i}$ è il tasso di interesse anticipato

Ammortamento a quote capitali costanti a tasso fisso

Le **quote capitali** C_k , $k = 1, \ldots, m$, sono tali che

$$C_1 = C_2 \ldots = C_m = \frac{S}{m}$$

Ammortamento a rate costanti a tasso fisso

$$\begin{array}{ccccc} +S-R & -R & \dots & -R & -R \\ \hline 0 & 1 & \dots & m\text{-}2 & m\text{-}1 \end{array}$$

Si determina R tale che

$$W(0,\boldsymbol{x}) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S - \sum_{k=0}^{m-1} R(1+i)^{-k} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S - R\,\ddot{a}_{\overline{m|}\,i} = 0$$

con $\quad \ddot{a}_{\overline{m|}\,i} = \sum_{k=0}^{m-1} (1+i)^{-k} \quad \Rightarrow \quad \ddot{a}_{\overline{m|}\,i} = \dfrac{1-(1+i)^{-m}}{d}$

Relazione ricorrente per il debito residuo

$$D_k^- = \left(D_{k-1}^- - R_{k-1}\right)(1+i) \qquad k = 1, \dots, m$$

AMMORTAMENTO A RATE ANTICIPATE CON TASSO VARIABILE

$$
\begin{array}{ccccc}
+S-R_0 & -R_1 & \dots & -R_{m-2} & -R_{m-1} \\
\hline
0 & 1 & \dots & m\text{-}2 & m\text{-}1
\end{array}
$$

Rate d'ammortamento $\quad R_k = C_k + I_k \qquad k = 0, \dots, m-1$

essendo $\quad C_k \quad$ le **quote capitali** tali che $\quad \sum_{k=0}^{m-1} C_k = S$

$I_k \quad$ le **quote interessi**

Sia $\quad j(k, k+1) \quad$ il tasso di interesse relativo al periodo $(k, k+1)$, $k = 0, \dots, m-1$

La quota interessi I_k matura nell'intervallo $[k, k+1]$ sul debito residuo D_{k+1}^{-}

$$I_k = \frac{j(k, k+1)}{1 + j(k, k+1)} D_{k+1}^{-} \qquad k = 0, \dots, m-1$$

dove $\quad D_{k+1}^{-} = S - \sum_{h=0}^{k} C_h = \sum_{h=k+1}^{m-1} C_h \quad$ è il debito residuo in $k+1$ prima di pagare la rata R_{k+1}

Ammortamento a "rate costanti" a tasso variabile (ES. 2)

Sia $j(0,1)$ il tasso di interesse relativo al primo periodo, riferito alla periodicità di pagamento delle rate

Si determina la prima rata di ammortamento R_0 tale che $S - R_0 \, \ddot{a}_{\overline{m|}\, j(0,1)} = 0$

$+S - R_0$ $\quad \ldots$

$0 \quad 1 \quad \ldots \quad m\text{-}1 \quad m$

Si ha $I_0 = \dfrac{j(0,1)}{1 + j(0,1)} D_1^-$ con $D_1^- = \left(D_0^- - R_0\right)(1+i)$

Si determina la R_1 tale che $D_1^- - R_1 \, \ddot{a}_{\overline{m-1|}\, j(1,2)} = 0$ $\quad \ldots$

$D_1^- \quad -R_1 \quad \ldots$

$0 \quad 1 \quad 2 \quad \ldots \quad m\text{-}1 \quad m$