

Carta di Smith

Carta di Smith

Indice

Appunti di richiamo sulla carta di Smith.....	2
Appunti sulla carta di SMITH delle impedenze e delle ammettenze	20
Appunti sull'adattamento di impedenza tramite la Carta di Smith ZY.....	28
Esempi d'uso della carta di Smith ZY.....	41

Carta di Smith

Appunti di richiamo sulla carta di Smith

Il coefficiente di riflessione

La carta, detta anche abaco, di Smith fu sviluppata nel 1939 da Philip Smith del Bell Labs. E' un grafico che rappresenta in modo polare il coefficiente di riflessione Γ

$$\Gamma = |\Gamma|e^{j\Theta} \quad \Gamma = |\Gamma|\angle\Theta$$

dove Γ è il raggio e Θ è l'angolo

$$-180^\circ \leq \Theta \leq 180^\circ$$

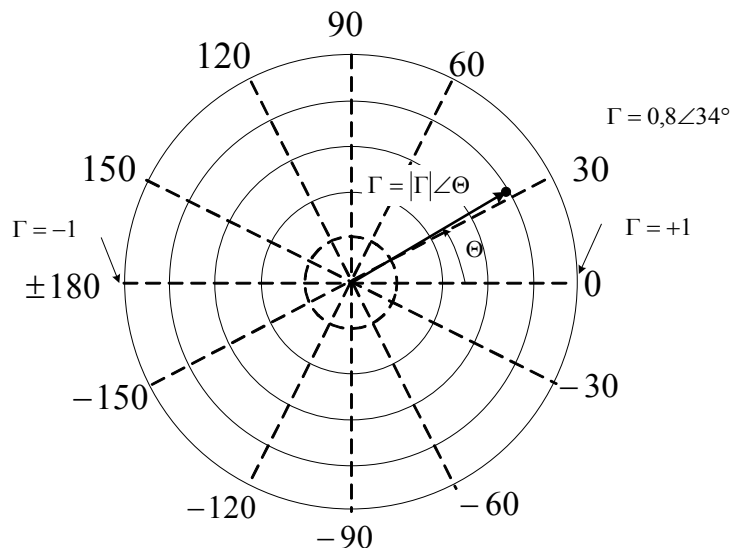


Figura 1

Il grafico è il risultato di una trasformazione matematica di una impedenza rappresentata in un sistema di coordinate rettangolari in un sistema di rappresentazione polare in cui si rappresenta il coefficiente di riflessione Γ .

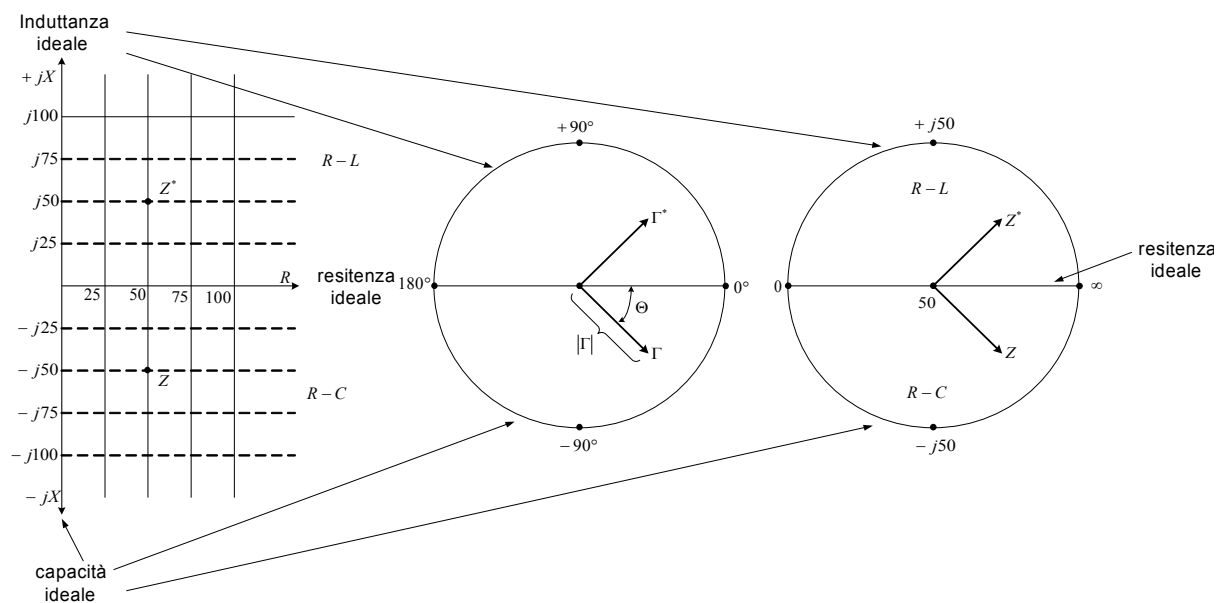


Figura 2

Carta di Smith

Dalla teoria delle linee

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \quad Z = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} = R + jX$$

quindi sulla carta di smith si possono rappresentare anche le impedenze nella forma

$$Z = R \pm jX$$

In un circuito le impedenze possono variare da 0 a ∞ e questo rende difficoltosa la loro rappresentazione grafica in un sistema di coordinate rettangolari; mentre è possibile la loro rappresentazione sul piano complesso della carta di Smith. (Figura 2) Nella carta di Smith i valori delle impedenze sono associati al corrispondente coefficiente di riflessione riferito alla impedenza caratteristica, Z_0 , del sistema. Al centro della carta di Smith il coefficiente di riflessione è zero e corrisponde alla impedenza caratteristica del sistema.

La figura 3 mostra un esempio di rappresentazione delle impedenze sia in un sistema di coordinate rettangolari che in un sistema di coordinate polari.

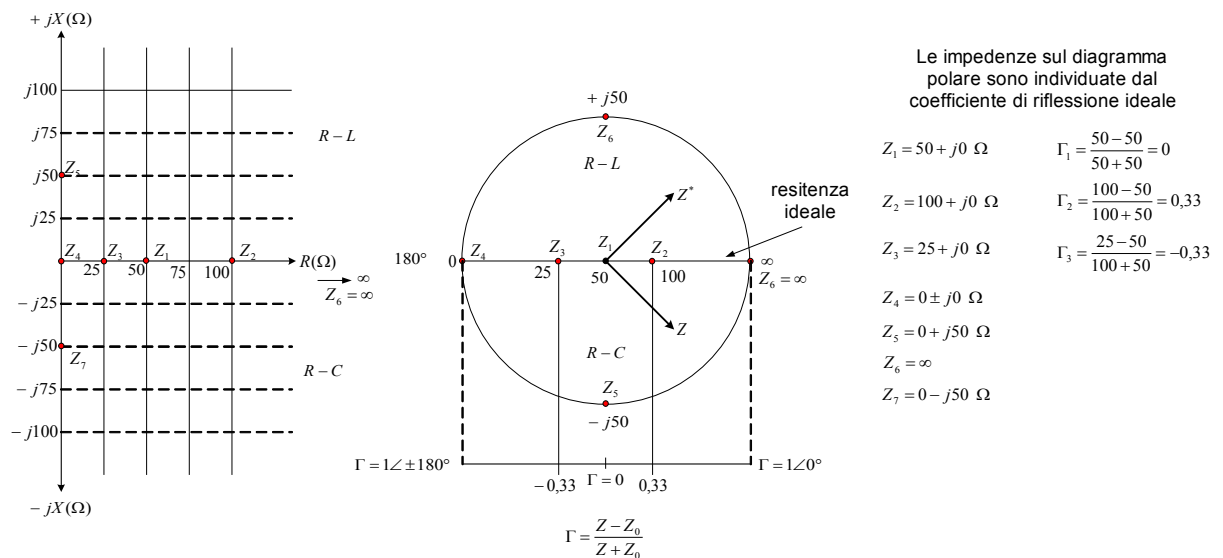


Figura 3

Carta di Smith

In un sistema di coordinate rettangolari le linee rette verticali rappresentano le impedenza con resistenza (parte reale) costante e con la reattanza variabile, mentre le linee rette orizzontali rappresentano impedenza con reattanza costante e resistenza variabile. La carta di Smith opera una trasformazione delle linee rette orizzontali e verticali in cerchi. (Figura 4)

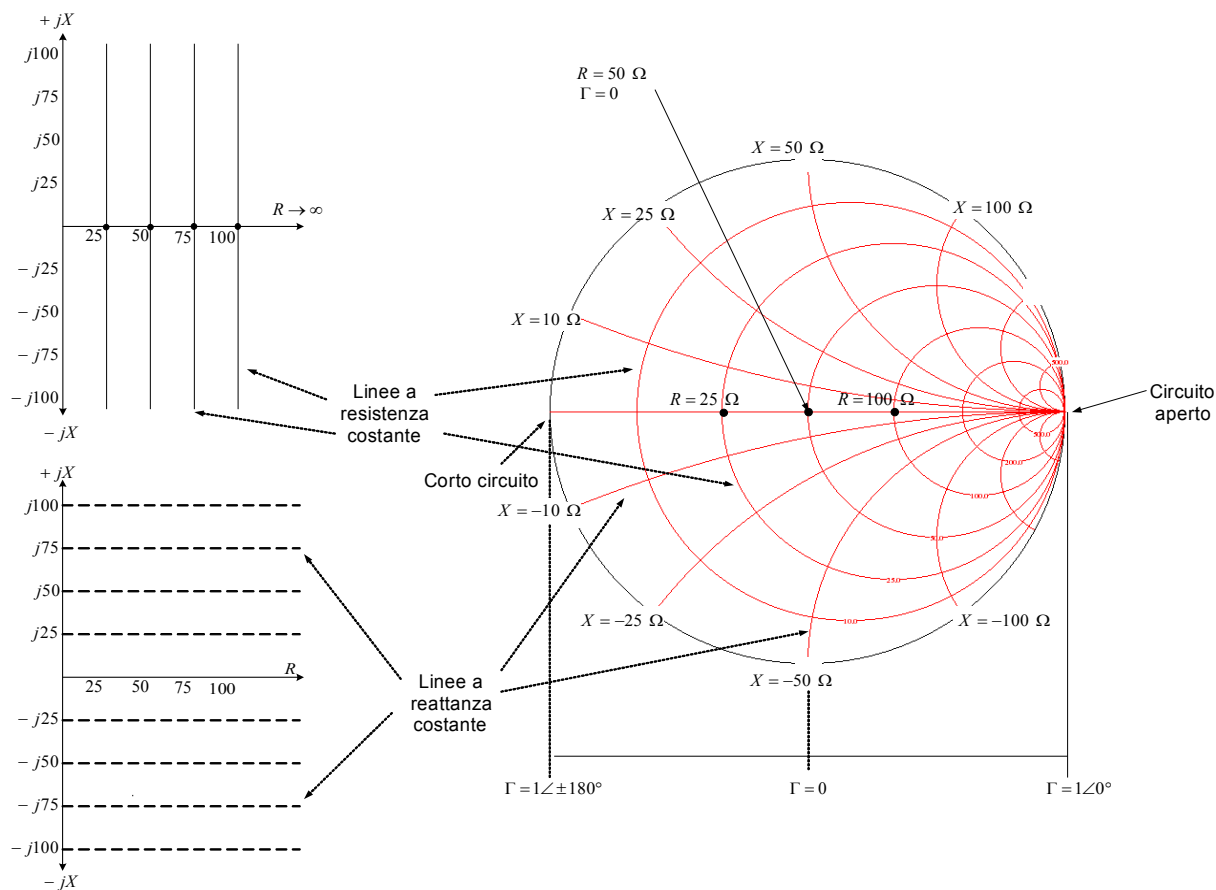


Figura 4

Carta di Smith

La carta di Smith normalizzata

Il centro della carta di Smith è riferito a Z_0 che è il valore dell'impedenza caratteristica del sistema preso in esame. Generalmente $Z_0 = 50 \text{ Ohm}$ ed il centro della carta di Smith rappresenta questo valore, ma possono essere usati anche altri valori di impedenza, ad esempio 75 ohm.

Per non usare carte con diversi valori di impedenza si ricorre all'uso di carte di Smith normalizzate.

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{\frac{Z}{Z_0} - \frac{Z_0}{Z_0}}{\frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z_0}} = \frac{\frac{Z}{Z_0} - 1}{\frac{Z}{Z_0} + 1} = \frac{z_n - 1}{z_n + 1}$$

$$\Gamma = \frac{z_n - 1}{z_n + 1}$$

$$z_n = \frac{Z}{Z_0}$$

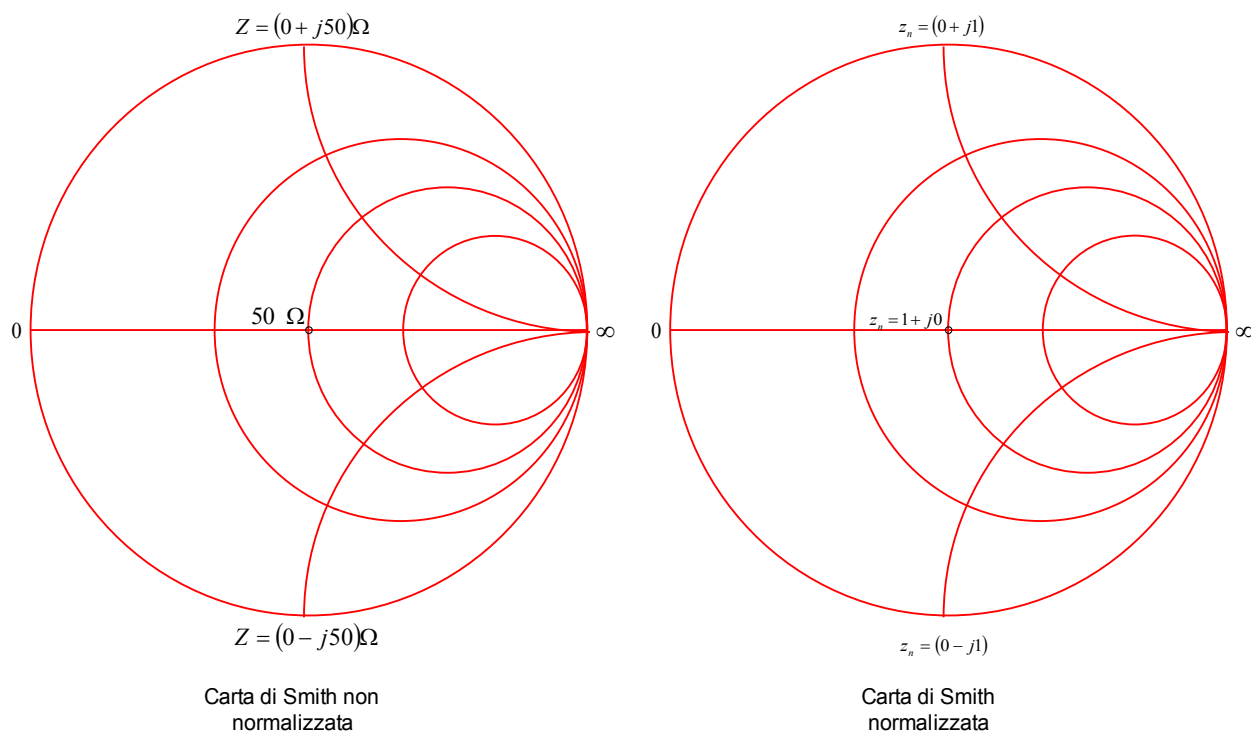


Figura 5

Per ottenere dal valore normalizzato dell'impedenza il suo valore vero dell'impedenza è sufficiente moltiplicare tutte le letture fatte sul grafico per il valore dell'impedenza caratteristica.

Ad esempio se $Z_0 = 50 \text{ Ohm}$ e sulla carta di Smith si legge $z_n = 1 + j1$ il valore vero dell'impedenza sarà

$$Z = 50(1 + j1) = (50 + j50) \Omega$$

Carta di Smith

Manipolazioni dell'impedenza complessa sulla carta di Smith

Caso serie

Data una impedenza Z rappresentata sulla carta di Smith normalizzata dal punto $Z=0,5 +j0,5$ si analizza come si modifica questo valore e come si sposta questo punto se il valore della impedenza viene modificato con l'aggiunta di una impedenza in serie Z_s . (Figura 6)

Si avrà come risultato una rete con impedenza di ingresso Z_T .

Vediamo alcune condizioni (Figura 7):

- Se Z_s è composta dalla sola componente reale, cioè se $Z_s = R$, il punto che rappresenta il valore della impedenza risultante Z_T si sposterà sul cerchio a reattanza costante 0,5 dal punto Z verso il valore Z_a .
- Se Z_s è composta dalla sola componente reale, ma questa è negativa, cioè $Z_s = -R$, il punto che rappresenta il valore della impedenza risultante Z_T si sposterà sul cerchio a reattanza costante 0,5 da Z verso il valore Z_b .
- Se Z_s è composta dalla sola componente immaginaria, ad esempio induttiva $Z = jX$, il punto che rappresenta il valore normalizzato dell'impedenza risultante, Z_T , si sposterà da Z verso Z_c percorrendo il cerchio a resistenza costante 0,5.
- Se Z_s è composta dalla sola componente immaginaria, ad esempio capacitiva $Z = -jX$, il punto che rappresenta il valore normalizzato dell'impedenza risultante, Z_T , si sposterà da Z verso Z_d percorrendo il cerchio a resistenza costante 0,5.

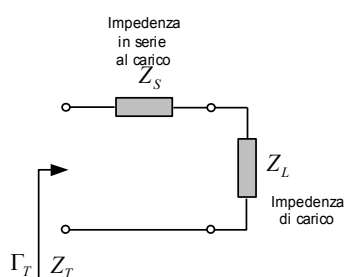


Figura 6

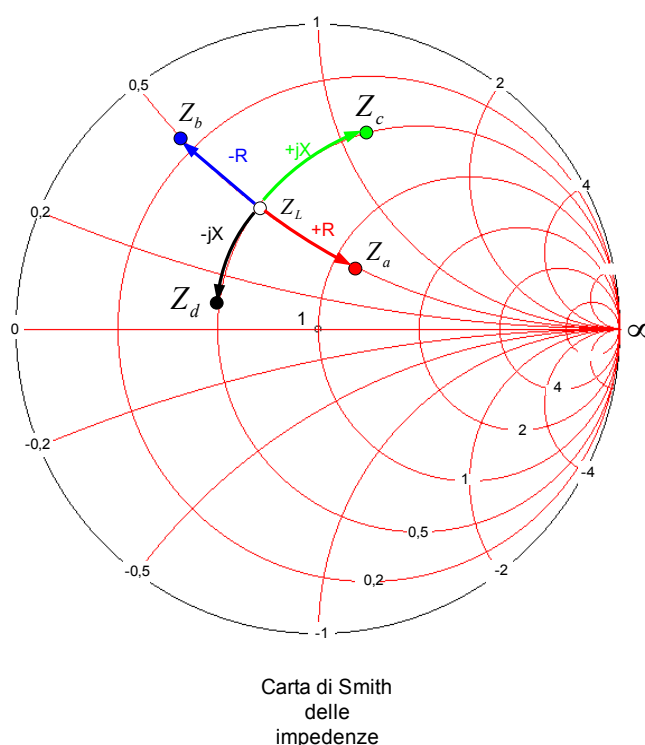


Figura 7

Carta di Smith

Induttanza, senza perdite, in serie

Vediamo un esempio, per sommare elementi in serie conviene usare la carta delle impedenze.

Esempio

Dato un circuito come quello in figura 8 trovare per mezzo della carta di Smith l'impedenza totale Z_T e il coefficiente di riflessione, Γ , all'ingresso della rete. La frequenza di lavoro è 0,1GHz e l'impedenza di sistema è 50 Ohm.

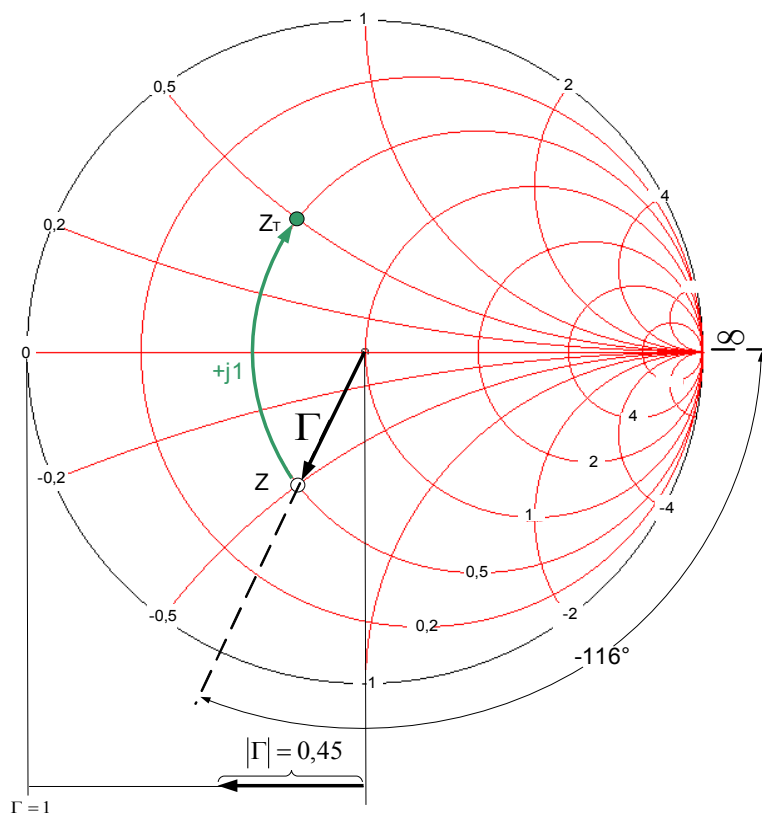
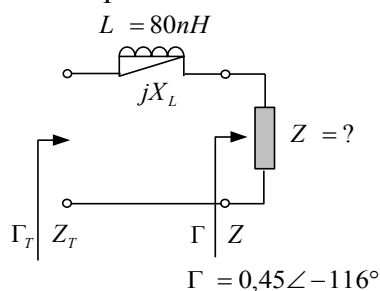


Figura 8

Figura 9

Soluzione

Si traccia il coefficiente di riflessione, Γ , sulla carta di Smith e si individua il punto di impedenza normalizzata corrispondente $Z = 0,5 - j0,5$.

Si calcola il valore della reattanza relativa all'induttanza $L = 80 \text{ nH}$,

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 1 \cdot 10^8 \cdot 80 \cdot 10^{-9} = 50,26 \Omega$$

Carta di Smith

Si normalizza il valore della reattanza induttiva $jX_L \Rightarrow jx_{L_n} = j \frac{50,26}{50} = j1$

Ci sposta sul cerchio a resistenza costante, verso l'alto (senso orario), dal punto Z della quantità $j1$ e si traccia il punto corrispondente al valore normalizzato di Z_T , che sarà

$$z_{T_n} = 0,5 - j0,5 + j1 = 0,5 + j0,5$$

Il coefficiente di riflessione si ricaverà graficamente, $\Gamma_T = 0,45 \angle 116^\circ$. (Figura 9)

Condensatore in serie senza perdite

Trattandosi di un elemento circuitale in serie si fa uso della carta di Smith delle impedenze. Se si aggiunge ad una impedenza arbitraria Z un condensatore in serie privo di perdite significa aggiungere in serie una reattanza capacitiva mantenendo costante la parte reale.

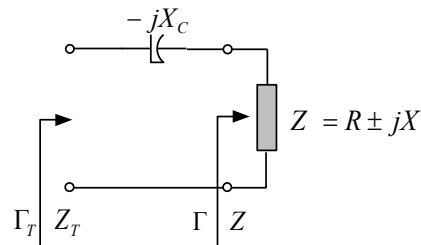


Figura 10

$$Z_T = Z - jX_C \qquad Z_T = R \pm jX - jX_C \qquad Z_T = R + j(\pm X - X_C)$$

Carta di Smith

Esempio

Dato un circuito come quello in figura 11 trovare per mezzo della carta di Smith, il valore dell'impedenza Z ed il valore della impedenza totale Z_T . Il coefficiente di riflessione relativo all'impedenza Z è $\Gamma_T = 0,45 \angle -116^\circ$. La frequenza di lavoro è 100 MHz.

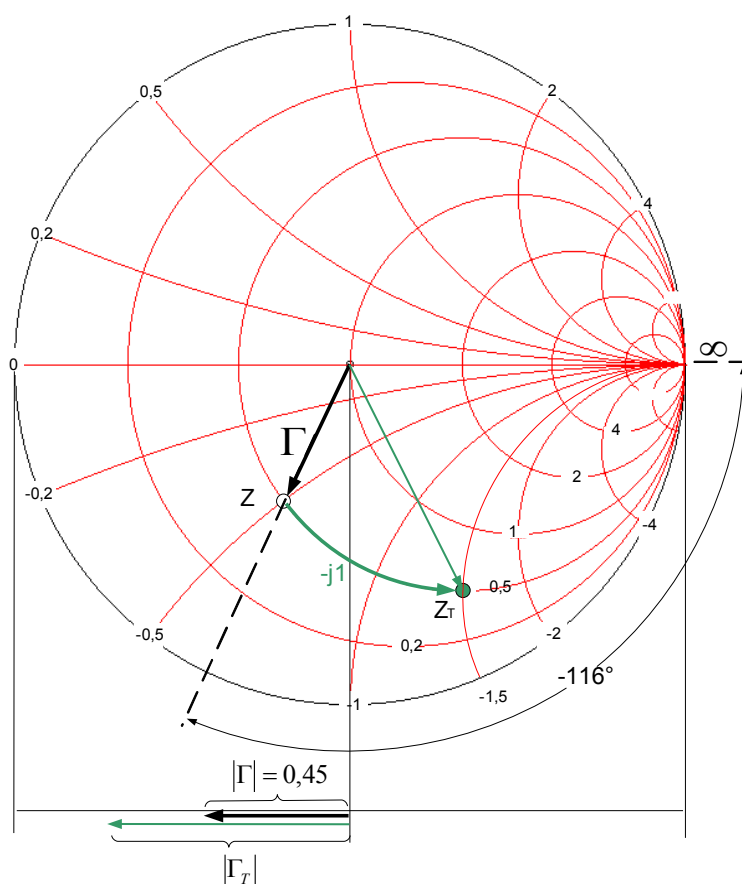
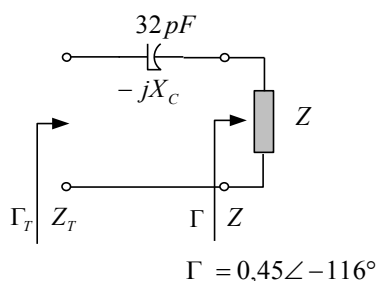


Figura 11

Figura 12

Soluzione

Si traccia il coefficiente di riflessione, usando la scala lineare alla base della carta di Smith e si individua il punto corrispondente di impedenza normalizzata $Z = 0,5 - j0,5$. Si calcola il valore normalizzato della reattanza relativa al condensatore in serie $C = 32 \text{ pF}$

$$X_C = -j \frac{1}{2\pi f L \cdot 10^8 \cdot 32 \cdot 10^{-12}} = -j49,73 \cong j50 \Omega$$

Carta di Smith

Si normalizza il valore della reattanza capacitiva $jX_C = jx_{C_n} = -j1$

Dal punto Z ci si sposta verso il basso (in senso antiorario), lungo il cerchio a resistenza costante 0,5, della quantità $-j1$ e si traccia il punto corrispondente alla impedenza totale normalizzata

$$z_{T_n} = 0,5 - j0,5 - j1 = 0,5 - j1,5$$

Elementi in parallelo

Per le trasformazioni di impedenza in parallelo conviene usare la carta di Smith delle ammettenze che non è altro che una rappresentazione dell'ammettenza sul piano complesso.

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{\frac{1}{Y} - \frac{1}{Y_0}}{\frac{1}{Y} + \frac{1}{Y_0}} \quad \Gamma = \frac{Y_0 - Y}{Y_0 + Y}$$

normalizzando

$$\Gamma = \frac{\frac{Y_0}{Y_0} - \frac{Y}{Y_0}}{\frac{Y_0}{Y_0} + \frac{Y}{Y_0}} = \frac{1 - y_n}{1 + y_n}$$

Si ottiene una carta di Smith ribaltata che viene chiamata carta di Smith delle ammettenze.

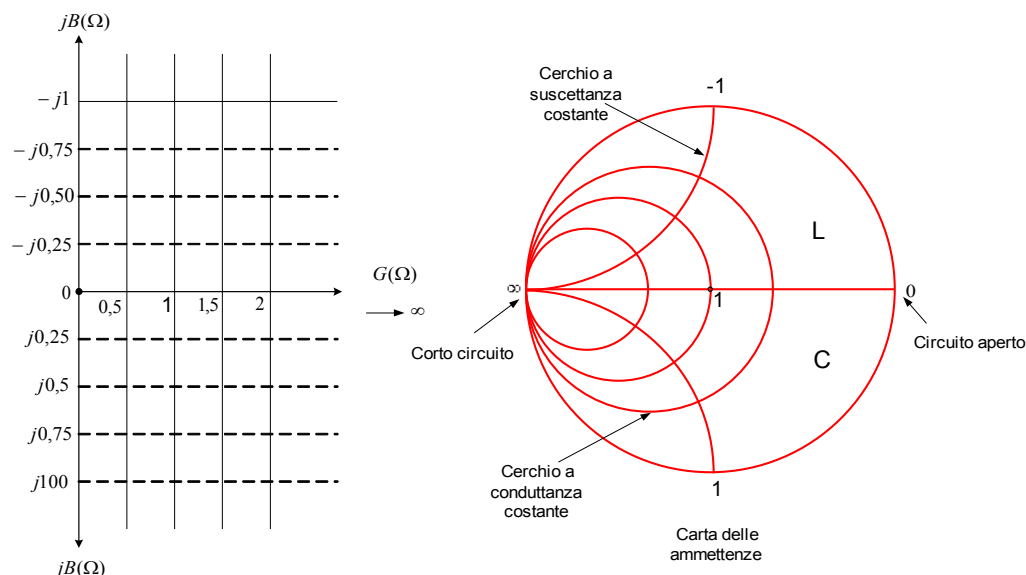


Figura 13

Data una ammettenza Y rappresentata sulla carta di Smith normalizzata delle ammettenze dal punto Y (nella figura 15, $Y=0,5 - j0,5$) si analizza come si modifica

Carta di Smith

questo valore e come si sposta questo punto se il valore della impedenza viene modificato con l'aggiunta di una ammettenza in parallelo serie Y_P . (Figura 15)

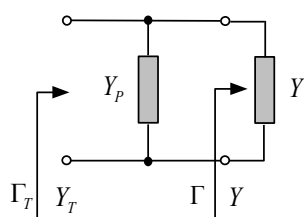


Figura 14

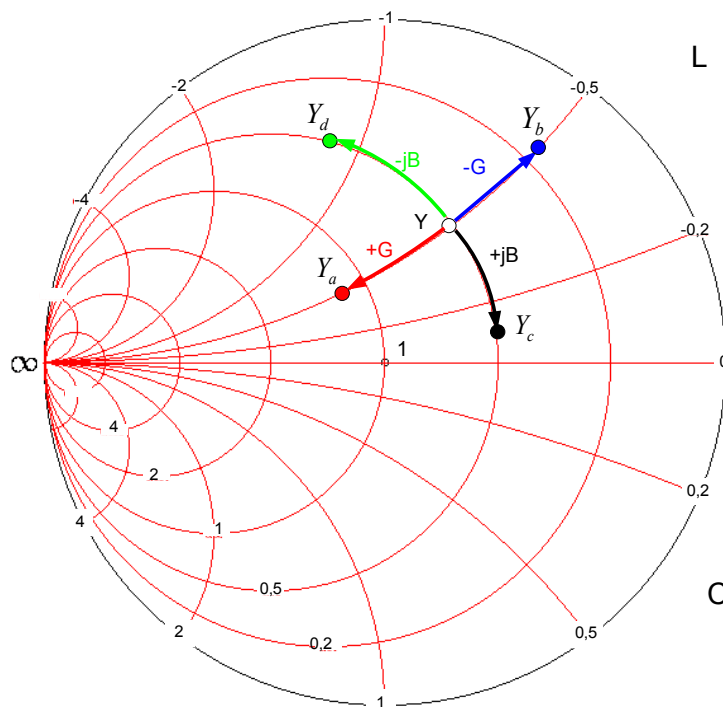
Carta di Smith
delle
ammettenze

Figura 15

Si avrà come risultato una rete con impedenza di ingresso Y_T .

Vediamo alcune condizioni:

- Se Y_P è composta dalla sola componente reale, cioè se $Y_P = G$, il punto che rappresenta il valore della ammettenza risultante Y_T si sposterà sul cerchio ad suscettanza costante 0,5 dal punto Y verso il valore Y_a .
- Se Y_P è composta dalla sola componente reale, ma questa è negativa, cioè $Y_P = -G$, il punto che rappresenta il valore della ammettenza risultante Y_T si sposterà sul cerchio a suscettanza costante 0,5 da Y verso il valore Y_b .
- Se Y_P è composta dalla sola componente immaginaria, ad esempio capacitiva $Y = jB$, il punto che rappresenta il valore normalizzato dell'ammettenza risultante, Y_T , si sposterà da Y verso Y_c percorrendo il cerchio a conduttanza costante 0,5.
- Se Y_P è composta dalla sola componente immaginaria, ad esempio induttiva $Y = -jB$, il punto che rappresenta il valore normalizzato dell'ammettenza risultante, Y_T , si sposterà da Y verso Y_d percorrendo il cerchio a conduttanza costante 0,5.

Condensatore ideale in parallelo

Siccome si tratta di aggiungere un componente in parallelo conviene usare la carta di smith delle ammettenze.

Carta di Smith

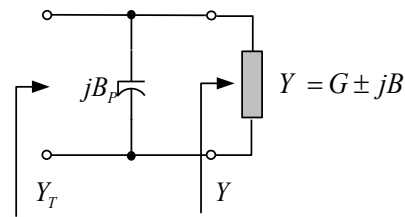


Figura 16

$$Y_T = Y + jB_p$$

$$Y_T = G \pm JB + jB_p$$

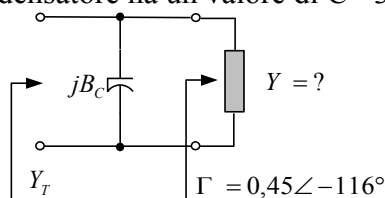
$$Y_T = G + j(B + B_p)$$

Partendo da una ammettenza arbitraria Y si aggiunge in parallelo un condensatore privo di perdite, cioè si aggiunge una suscettanza, jB_p , e si mantiene la parte reale (conduttanza) costante.

Sulla carta di Smith delle ammettenze se si aggiunge un condensatore in parallelo, significa che ci si sposta verso il basso sul cerchio a conduttanza costante.

Esempio

Dato un circuito come quello in figura 17 trovare per mezzo della carta di Smith delle ammettenze, il valore della ammettenza Y ed il valore della ammettenza totale Y_T . Il coefficiente di riflessione relativo alla ammettenza Y è $\Gamma = 0,45 \angle -116^\circ$. La frequenza di lavoro è 100 MHz, il condensatore ha un valore di $C = 32$ pF ed il



sistema è normalizzato a $Z_0 = 50$ Ohm.

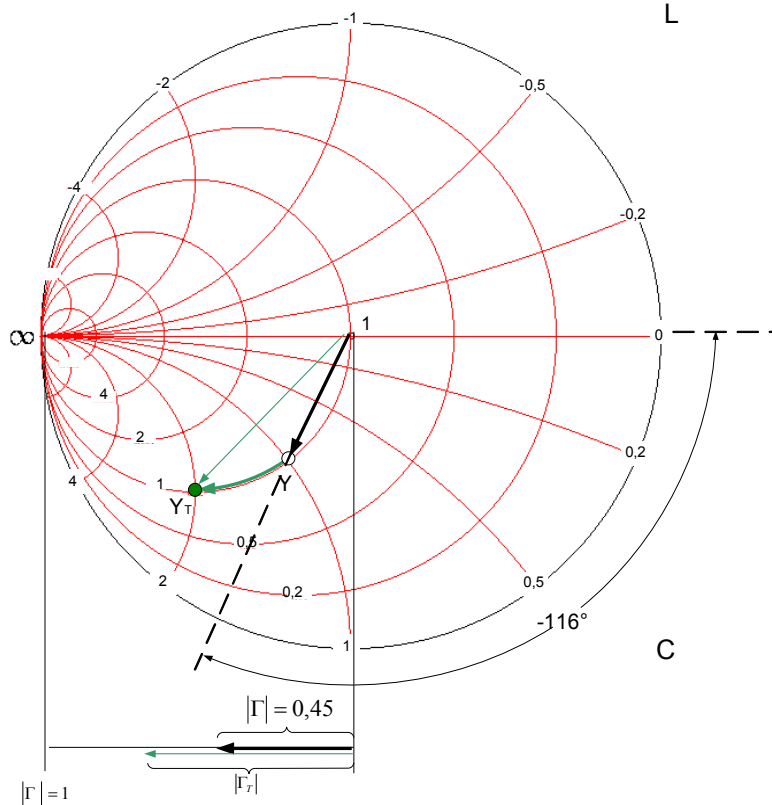


Figura 17

L

C

Figura 18

Carta di Smith

Soluzione

Si traccia il coefficiente di riflessione relativo alla ammettenza Y e graficamente si trova

$$y_n = 1 + j1$$

Si calcola la suscettanza del condensatore alla frequenza di 100 MHz

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \quad B_C = 2\pi f C \quad B_C = 2\pi 10^8 \cdot 32 \cdot 10^{-12} = 0,02 \, \Omega^{-1}$$

lo si normalizza

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{50} = 0,02 \, \Omega^{-1} \quad b_{C_n} = \frac{B_C}{Y_0} = \frac{j0,02}{0,02} = j1$$

Dal punto Y ci si sposta verso il basso (in senso antiorario), lungo il cerchio a conduttanza costante 0,5, della quantità $j1$ e si traccia il punto corrispondente alla ammettenza totale normalizzata Y_T ,

$$y_{T_n} = 1 + j1 + j1 = 1 + j2$$

Induttanza ideale in parallelo

Anche in questo caso si userà la carta delle ammettenze in quanto si tratta di aggiungere un componente in parallelo. Partendo da una ammettenza arbitraria Y si aggiunge una induttanza priva di perdite in parallelo $-jB_P$.

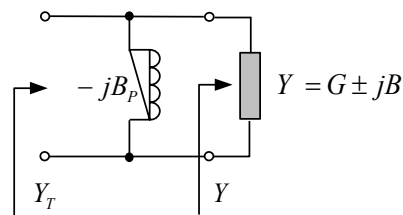


Figura 19

$$Y_T = Y - jB_P \quad Y_T = G \pm jB - jB_P \quad Y_T = G + j(\pm B - B_P)$$

Esempio

Dato un circuito come quello in figura 20 trovare per mezzo della carta di Smith delle ammettenze, il valore della ammettenza Y ed il valore della ammettenza totale Y_T .

Il coefficiente di riflessione relativo alla ammettenza Y è $\Gamma = 0,45 \angle -116^\circ$. La frequenza di lavoro è 100 MHz, il valore della induttanza in parallelo è di $L = 80 \text{ nH}$. Il sistema è normalizzato a $Z_0 = 50 \text{ Ohm}$.

Carta di Smith

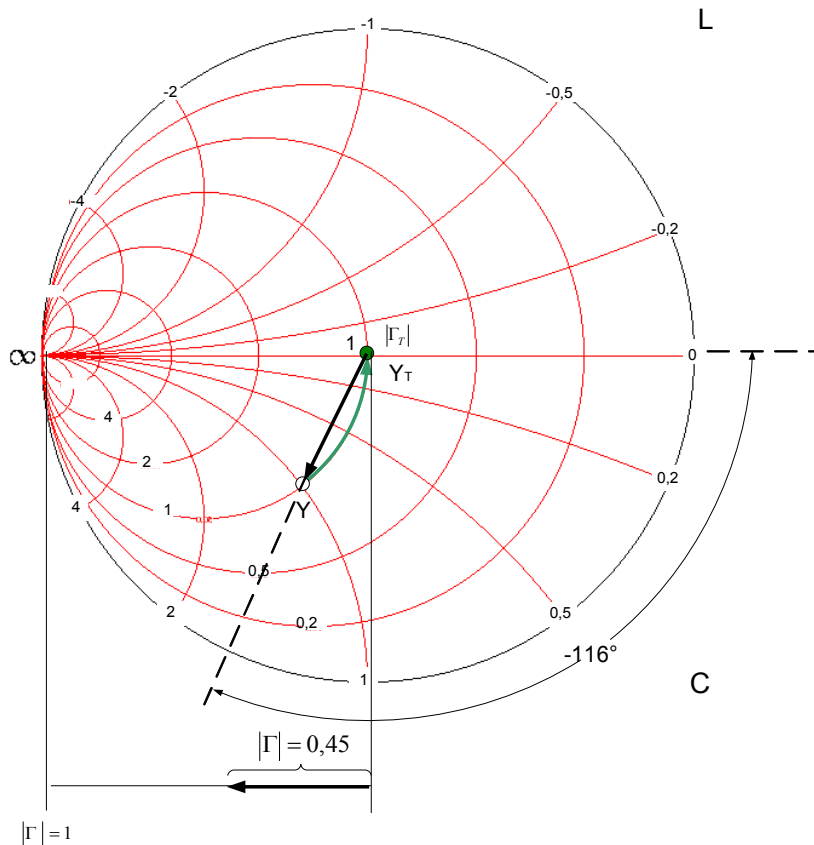
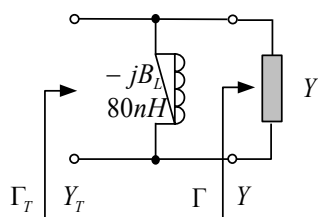


Figura 20

Figura 21

Soluzione

Si traccia il coefficiente di riflessione relativo alla ammettenza Y e graficamente si trova

$$y_n = 1 + j1$$

Si calcola la suscettanza della induttanza frequenza di 100 MHz

$$X_L = 2\pi fL \quad B_L = \frac{1}{2\pi fL} \quad B_L = \frac{1}{2\pi 10^8 \cdot 80 \cdot 10^{-9}} = -j0,02 \, \Omega^{-1}$$

lo si normalizza

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{50} = 0,02 \, \Omega^{-1} \quad b_{L_n} = \frac{B_L}{Y_0} = \frac{-j0,02}{0,02} = -j1$$

Dal punto Y ci si sposta verso l'alto (in senso orario), lungo il cerchio a conduttanza costante 0,5, della quantità $-j1$ e si traccia il punto corrispondente alla ammettenza totale normalizzata Y_T ,

$$y_{T_n} = 1 + j1 - j1 = 1 + j0, \text{ che è il centro della carta di Smith, } y_{T_n} = y_{0_n} = 1, \Gamma_T = 0$$

Carta di Smith

Resistenza ideale in parallelo

L'aggiunta di una resistenza ideale in parallelo comporta uno spostamento sui cerchi a suscettanza costante.

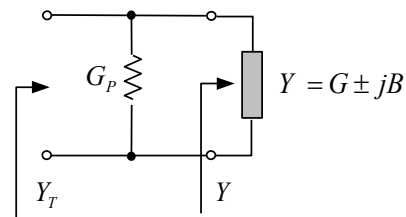


Figura 22

$$Y_T = Y + G_P \quad Y_T = G \pm jB + G_P \quad Y_T = (G + G_P) \pm jB$$

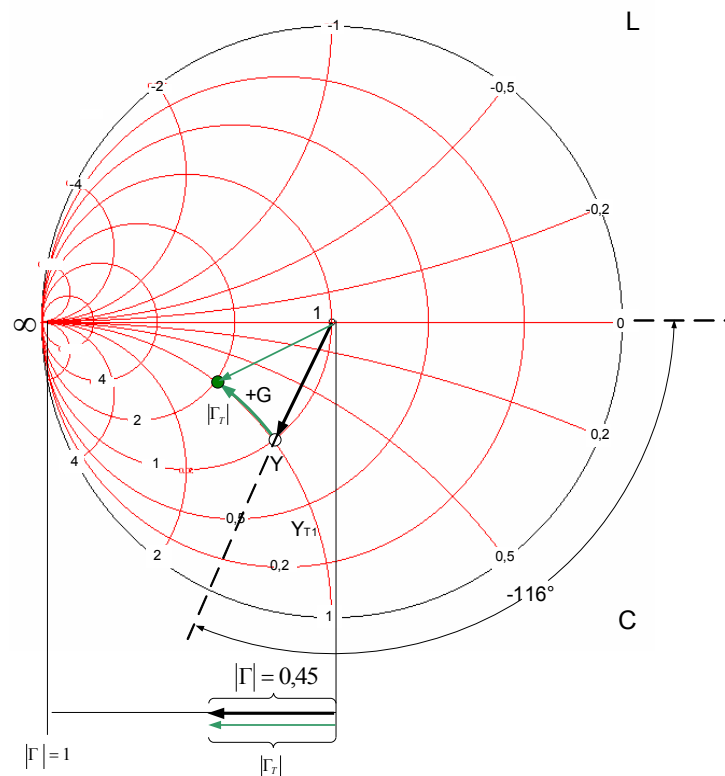


Figura 22

Carta di Smith

La carta di Smith delle impedenze e delle ammettenze

Si tratta di una carta di Smith combinata che riassume in un unico grafico la carta delle impedenze e quella delle ammettenze. Anche questa carta è normalizzata.

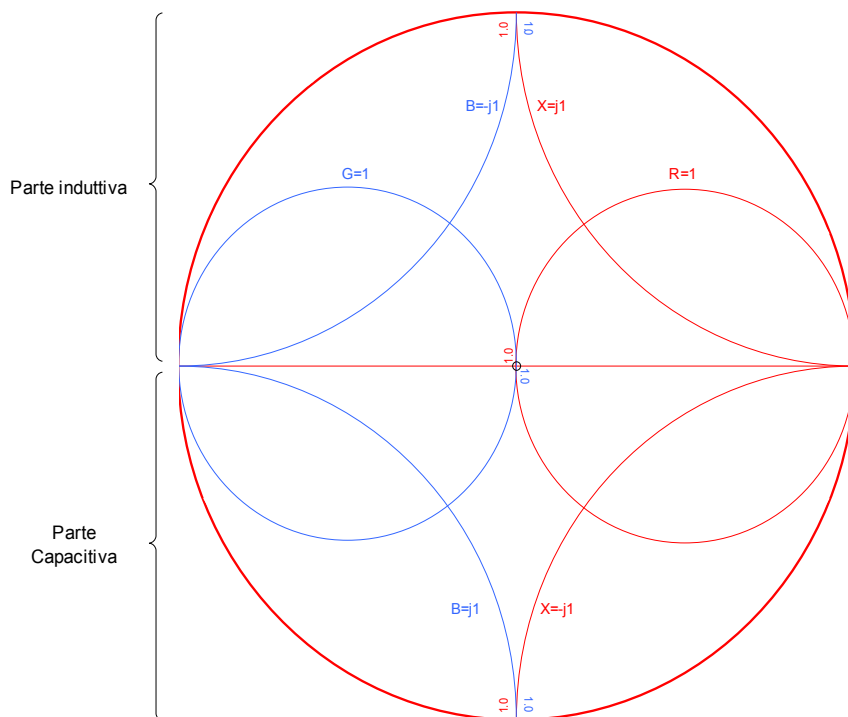


Figura 23

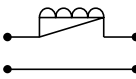
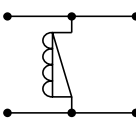
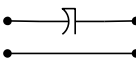
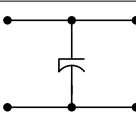
Parte induttiva	Reattanza		jX
	Suscettanza		$-jB$
Parte capacitiva	Reattanza		$-jX$
	Suscettanza		jB

Figura 24

L'aggiunta di un elemento in serie comporta un movimento su quella parte della carta in cui sono tracciate le impedenze, mentre l'aggiunta di un elemento in parallelo comporta un movimento su quella parte della carta in cui sono tracciate le ammettenze.

Carta di Smith

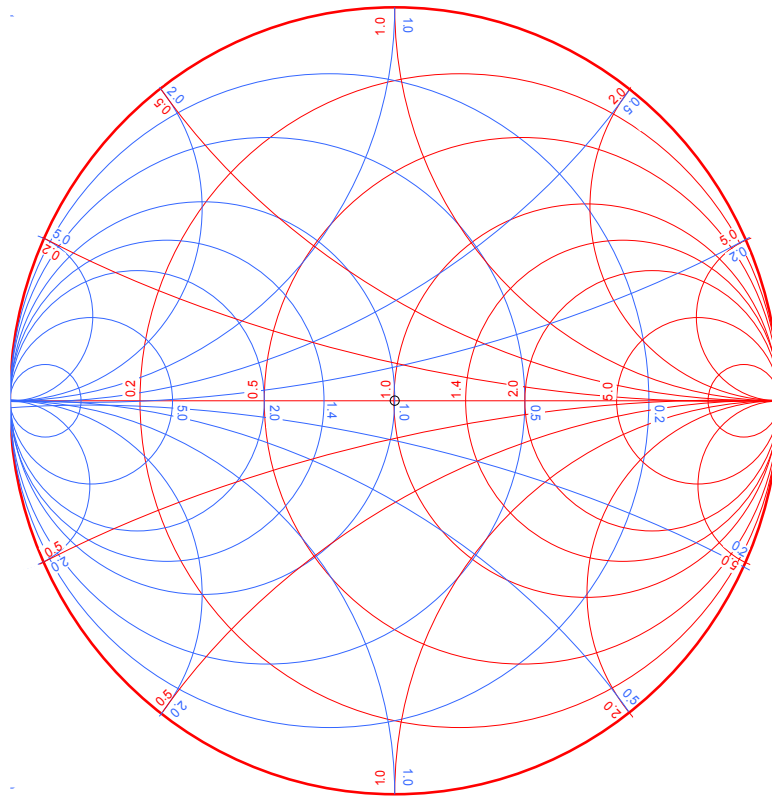


Figura 25

La figura 25 mostra un esempio semplificato di carta di Smith delle impedenze e delle ammettenze (Carta ZY). La carta delle impedenze è tracciata in rosso, mentre la carta delle ammettenze è tracciata in blu.

Carta di Smith

Riepilogo delle trasformazioni sulla carta delle impedenze e delle ammettenze

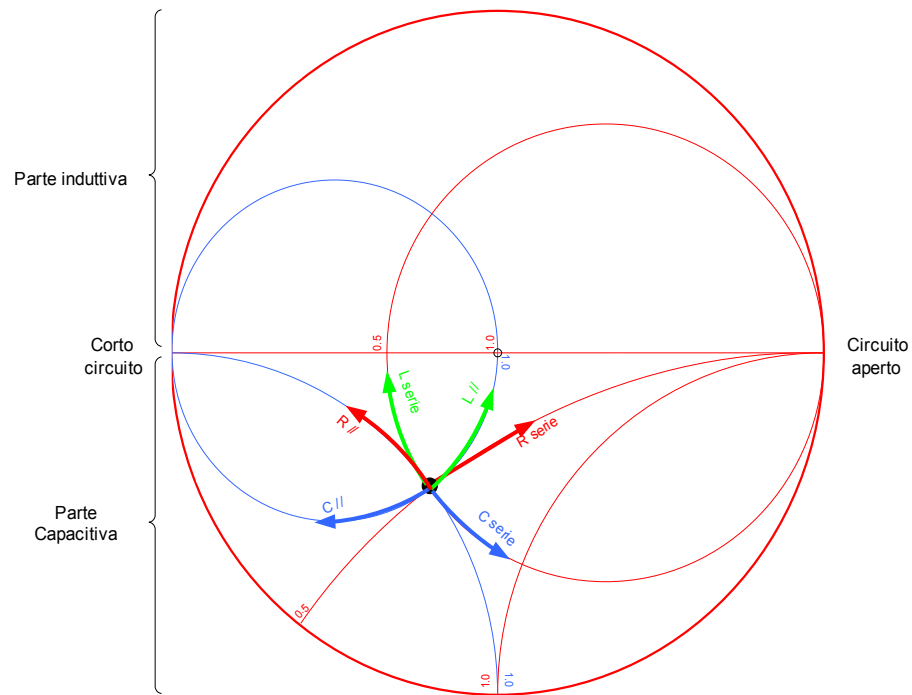


Figura 26

Tipo di elemento aggiunto	Serie o parallelo	Cerchio costante	Movimento verso
Resistenza	Serie	X	$R = \infty$
	Parallelo	B	$G = \infty$
Induttanza	Serie	R	$JX = J\infty$
	Parallelo	G	$JB = -J\infty$
Capacità	Serie	R	$JX = -J\infty$
	Parallelo	G	$JB = J\infty$

Figura 27

Carta di Smith

Il fattore di merito Q

Il fattore di merito è definito da

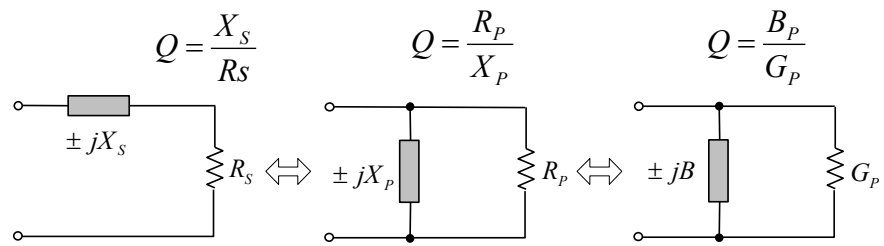


Figura 28

Sulla carta di Smith si possono tracciare le curve a Q costante collegando tra loro i punti che soddisfano le equazioni sopra indicate.

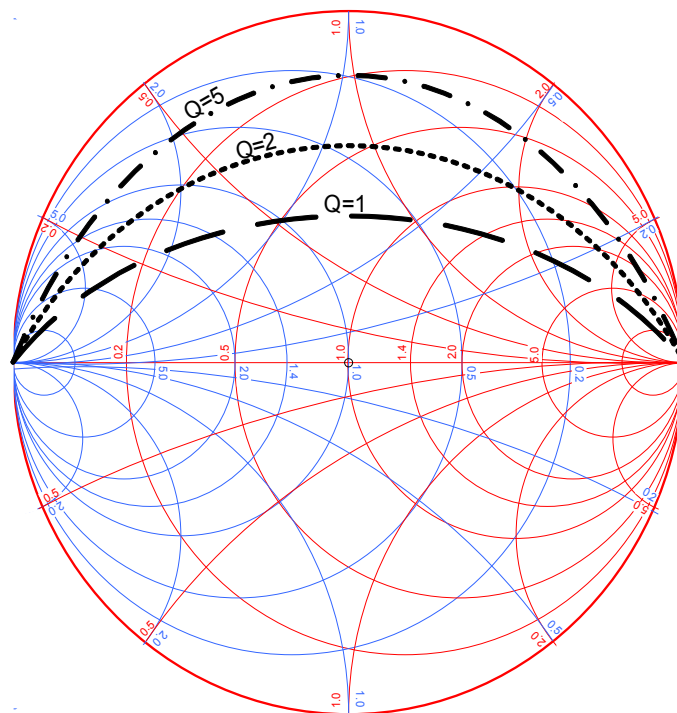


Figura 29

Carta di Smith

Appunti sulla carta di SMITH delle impedenze e delle ammettenze

La carta di Smith delle ammettenze e delle impedenze è ottenuta sovrapponendo due carte di Smith di cui una ruotata di 180° , la carta ruotata rappresenterà le ammettenze mentre l'altra le impedenze; questa carta è nota come carta normalizzata delle impedenze e delle ammettenze. Per brevità chiameremo questa carta: Carta di Smith ZY. Un esempio di questa carta è riportato nel file [*smith_color.pdf*](#), dove i valori di impedenza normalizzata sono scritti in rosso mentre quelli di ammettenza normalizzata sono in blu.

Sul bordo sinistro della carta di Smith ZY si trovano i simboli $+X_s$ e $-X_s$, servono per ricordare che usando l'impedenze (curve rosse) le reattanze (serie) sono positive nella metà superiore della carta e sono negative nella metà inferiore.

Sul bordo sinistro della carta di Smith ZY sono riportati i simboli $+B_p$ e $-B_p$, ricordano che quando si usano le curve delle ammettenze (curve blu) le suscettanze sono negative nella parte superiore della carta di Smith ZY e positive nella metà inferiore.

Nella carta di Smith ZY ad ogni valore di Z è associato un valore di Y che può essere letto direttamente sulle coordinate delle ammettenze (curve blu) e viceversa.

Esempio 1

Trovare Y per $z_n = 1 + j1$ usando la carta di Smith ZY.

Soluzione

Tracciare il punto $z_n = 1 + j1$ sulle coordinate rosse e leggere direttamente il valore di y_n sulle coordinate blu, che sarà: $y_n = 0,5 - j0,5$ (il punto è lo stesso).

OOO

La carta di Smith ZY può anche essere usata per:

- presentare l'andamento in frequenza del circuito
- oppure dall'andamento presentato sulla carta ricavare il modello del circuito.

I circuiti più semplici che si possono rappresentare sulla carta di Smith ZY sono i circuiti RC e RL.

Circuito RL serie

In un circuito serie RL l'impedenza normalizzata è

$$z_n = \frac{Z}{Z_0} = \frac{R + j\omega L}{Z_0} = r + jx$$

Come la frequenza aumenta da f_a a f_b la traccia dell'impedenza normalizzata segue il cerchio a resistenza costante, e cresce linearmente in funzione della frequenza. Questo andamento si vede nella figura 1a dove

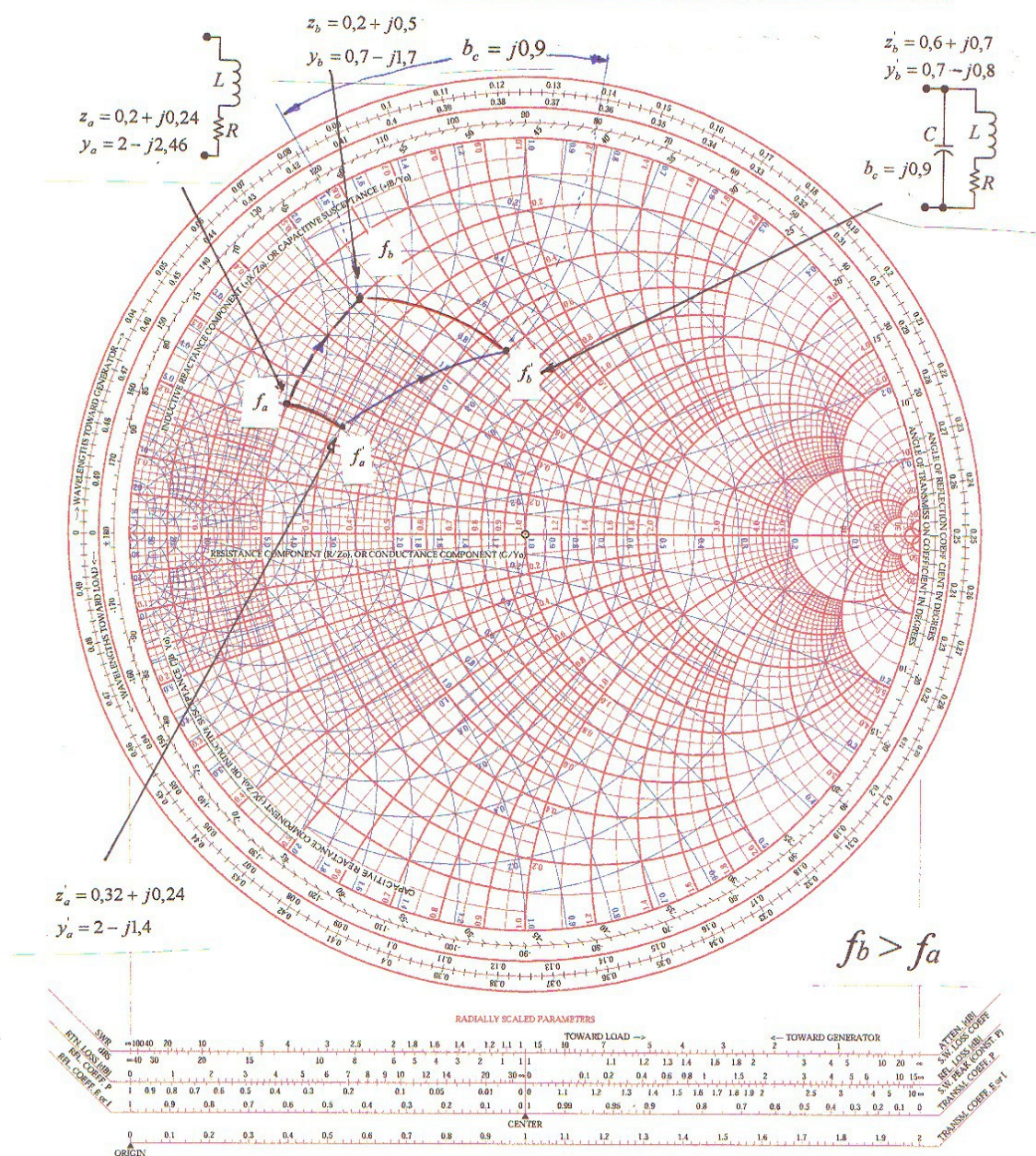
$z_{n_a} = 0,2 + j0,24$ alla frequenza f_a diventa

$z_{n_b} = 0,2 + j0,5$ alla frequenza f_b .

Carta di Smith

In un circuito RL la reattanza cresce linearmente con la frequenza ($f_b > f_a$). Aggiungendo in parallelo alla serie RL un condensatore si osserva, che l'ammettenza del condensatore (ad esempio $y_n = jb = j\omega \frac{C}{Y_0}$) si somma alla ammettenza del circuito serie RL. L'andamento di questo circuito, modificato con l'aggiunta di una C in parallelo è rappresentato nella figura 1a . Nell'esempio in figura il condensatore aggiunto ha una suscettanza di $b = j0,9$, che sommata alla ammettenza del circuito, $y_{n_b} = 0,7 - j1,7$ diventa $y'_{n_b} = 0,7 - j1,7 + j0,9 = 0,7 - j0,8$ (alla frequenza f_b).

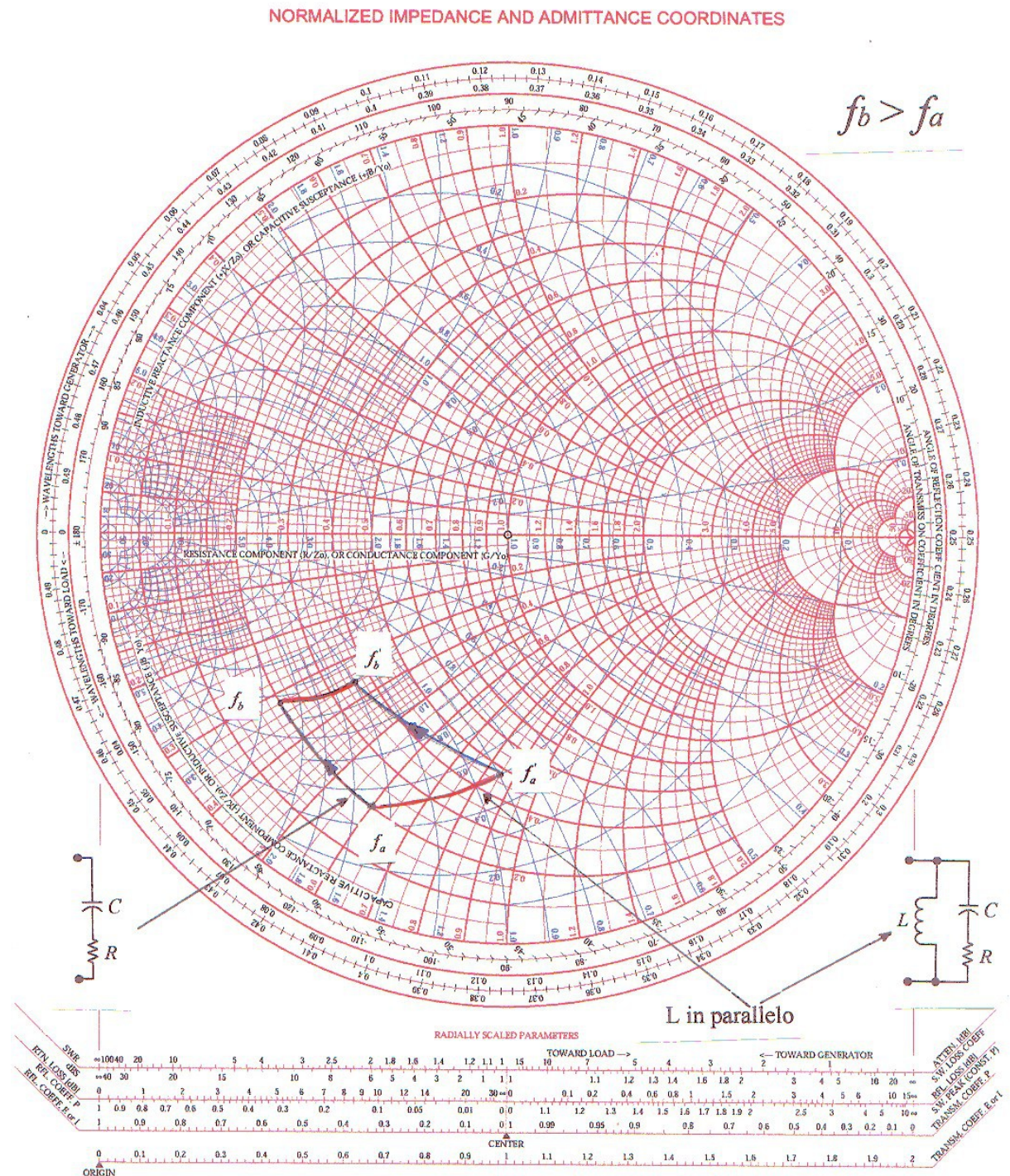
L'andamento in frequenza del nuovo circuito RL con C in parallelo è quello da f'_a a f'_b rappresentato nella figura 1 a .



Carta di Smith

Circuito RC serie

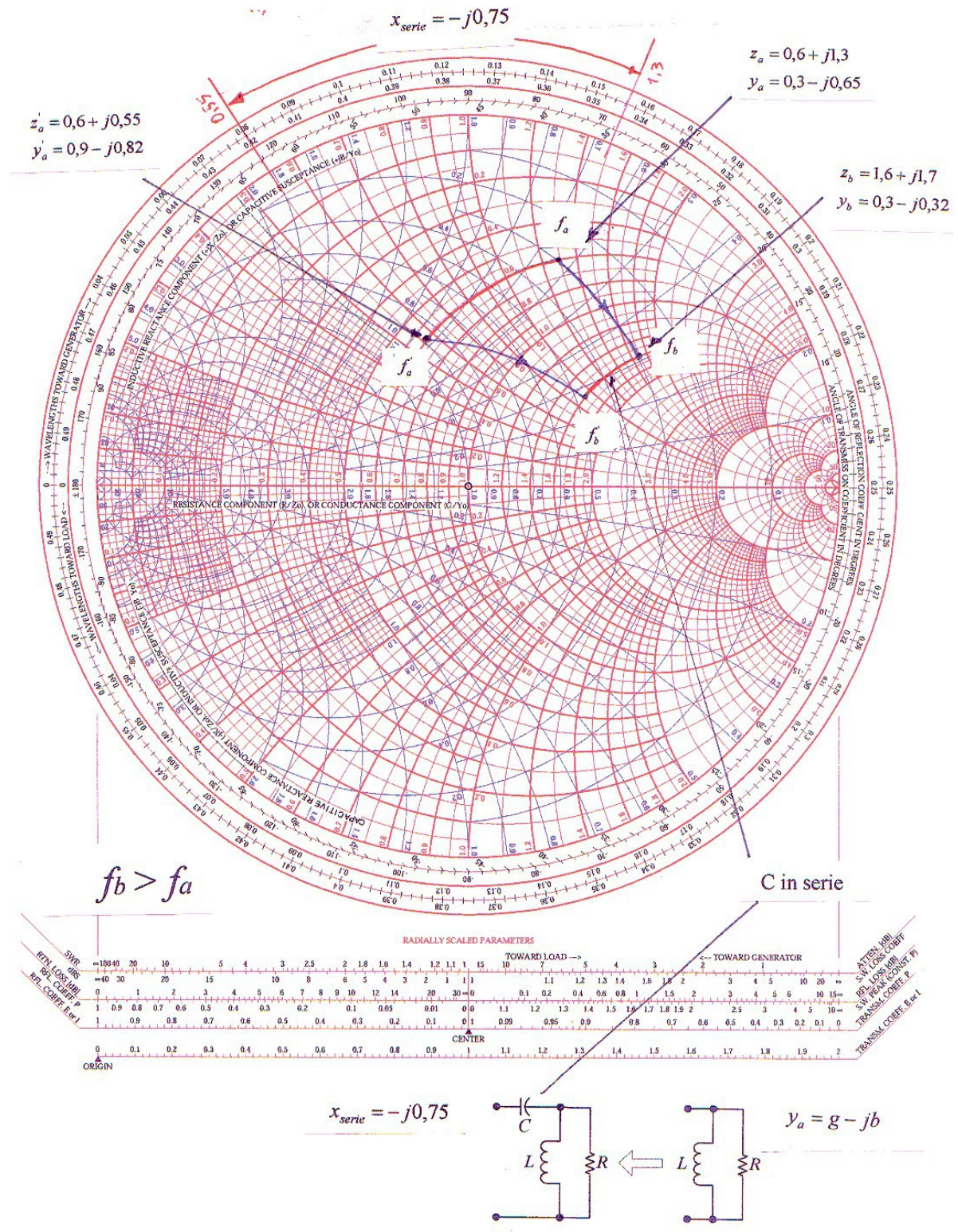
Nella figura 1 b è raffigurato l'andamento in frequenza di un circuito serie RC quando ad esso viene connesso un induttore, di induttanza L , in parallelo.



Carta di Smith

Circuito RL parallelo

Nella figura 1 c è raffigurato l'andamento in frequenza di un circuito RL parallelo quando ad esso viene connesso in serie un condensatore C.

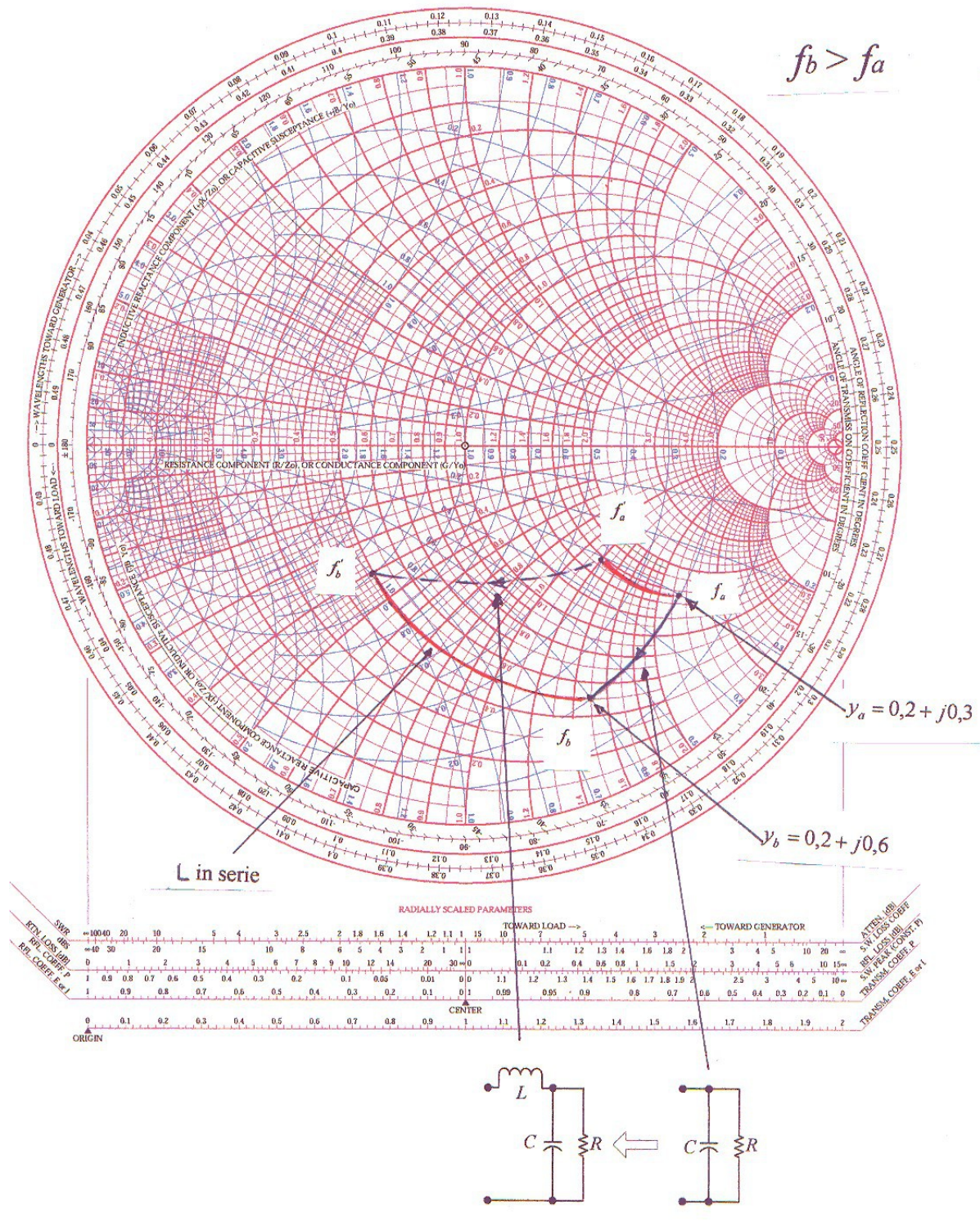


Carta di Smith

Circuito RC parallelo

Nella figura 1 d è raffigurato l'andamento in frequenza di un circuito RC parallelo quando ad esso viene connesso in serie un induttore di induttanza L.

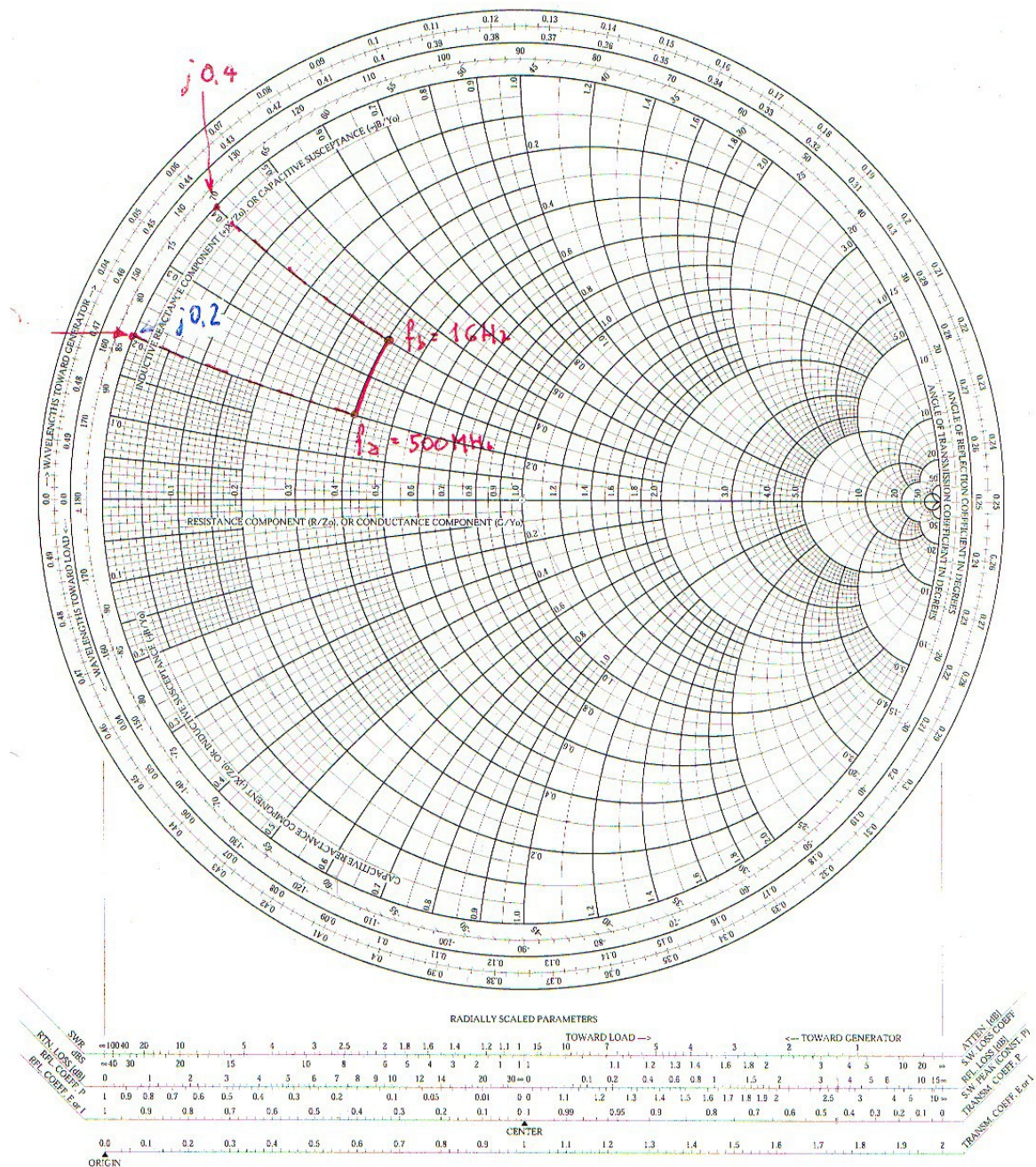
NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES



Carta di Smith

Esempio 2

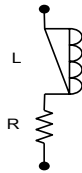
In figura 2 è rappresentata la risposta in frequenza di una impedenza normalizzata (con $Z_0 = 50\Omega$) di una rete ad una sola porta. La gamma di frequenza va da 500 MHz a 1 GHz. Determinare il circuito equivalente.



Soluzione

Siccome la risposta in frequenza segue il cerchio a resistenza costante $r = 0,4$ e la reattanza cresce linearmente con la frequenza si deduce che il circuito è un circuito serie RL

Carta di Smith

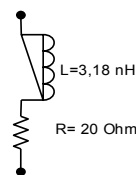


Il valore della resistenza sarà $R = r Z_0 = 0,4 \cdot 50 = 20\Omega$, mentre il valore della induttanza L si ricaverà dalla

$$X_b - X_a = \frac{j\omega_b L}{Z_0} - \frac{j\omega_a L}{Z_0} = j0,4 - j0,2 = j0,2$$

$$L = 50 \frac{0,4 - 0,2}{\omega_b - \omega_a} = \frac{0,2}{2\pi(10^9 - 5 \cdot 10^8)} = 3,18 nH$$

Il circuito equivalente sarà



OOO

Nella figura che segue è rappresentato un tipico andamento di S_{11} per un transistor in configurazione emettitore comune. Si osserva che la curva dell'impedenza per il transistor in chip segue la circonferenza a resistenza costante con una reattanza capacitiva alle frequenze più basse ed una reattanza induttiva alle alte frequenze.

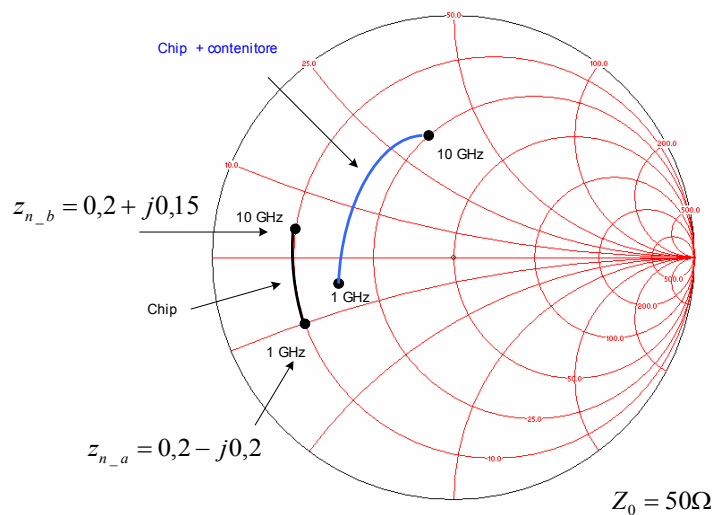


Figura 3

Il circuito equivalente di questo transistor in chip e quello di figura 4

Carta di Smith

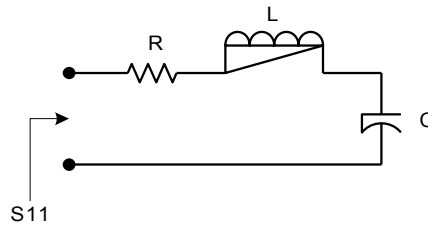


Figura 4

La resistenza R rappresenta la resistenza base emettitore più le resistenze di contatto. La capacità C è dovuta alla capacità della giunzione fra base ed emettitore. L'induttanza L è provocata dalla riflessione nel circuito di emettitore del guadagno complesso.

Con il contenitore aggiunto al chip il circuito diventa

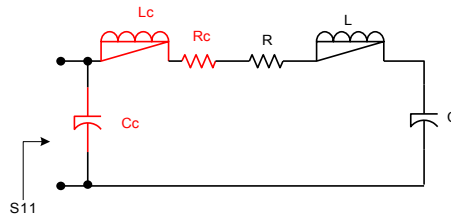


Figura 5

R, L e C sono gli stessi della situazione senza contenitore (chip) mentre R_c, L_c e C_c sono dovuti al contenitore.

Esempio 3

Se l' S_{11} di un transistor è quello della figura 3 di pagina , determinare i valori di R e C

$$f_a = 1GHz, f_b = 10GHz$$

$$z_{n_a} = 0,2 - j0,2 \text{ a } f_a = 1GHz$$

$$z_{n_b} = 0,2 + j0,15 \text{ a } f_b = 10GHz$$

Soluzione

$$Z_a = (0,2 - j0,2)50 = 10 - j10\Omega \text{ a } f_a = 1GHz$$

$$Z_b = (0,2 + j0,15)50 = 10 + j7,5\Omega \text{ a } f_b = 10GHz$$

$$\omega_a = 2\pi f_a, \omega_b = 2\pi f_b$$

$$Z_a = 10 - j10\Omega = R + j\left(\omega_a L - \frac{1}{\omega_a C}\right) \quad Z_b = 10 + j7,5\Omega = R + j\left(\omega_b L + \frac{1}{\omega_b C}\right)$$

$$\begin{cases} -j10\Omega = j\left(\omega_a L - \frac{1}{\omega_a C}\right) \\ j7,5\Omega = j\left(\omega_b L + \frac{1}{\omega_b C}\right) \end{cases}$$

risolvendo le due equazioni contemporaneamente si trova che: $L = 0,0124nH$, $C = 14,95pF$.

Carta di Smith

Appunti sull'adattamento di impedenza tramite la Carta di Smith ZY

Introduzione

L'idea di base è la seguente. Data una impedenza di carico e data l'impedenza che la sorgente "deve vedere", tracciare l'impedenza di carico e cominciare ad aggiungere elementi in serie o in parallelo fino a che si raggiunge l'impedenza desiderata.

Vediamo un esempio

Esempio 1

Quale è l'impedenza che si vede nella rete di figura 1 b

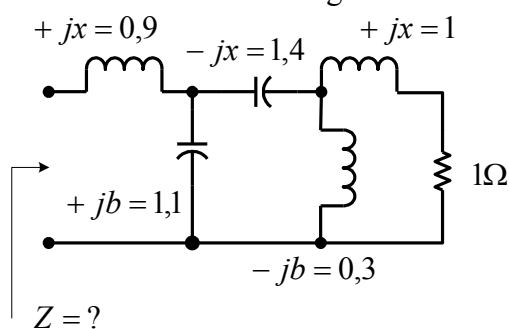


Figura 1 b

Per prima cosa conviene separare il circuito in diversi rami o sezioni (figura 1 c)

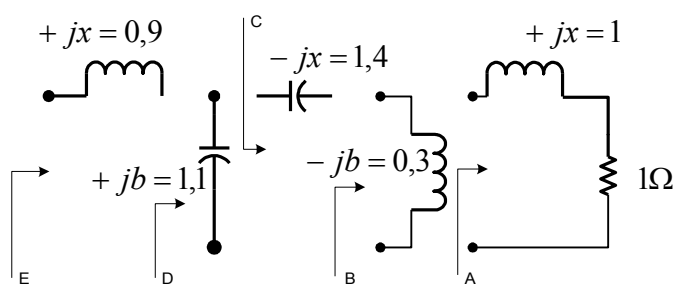
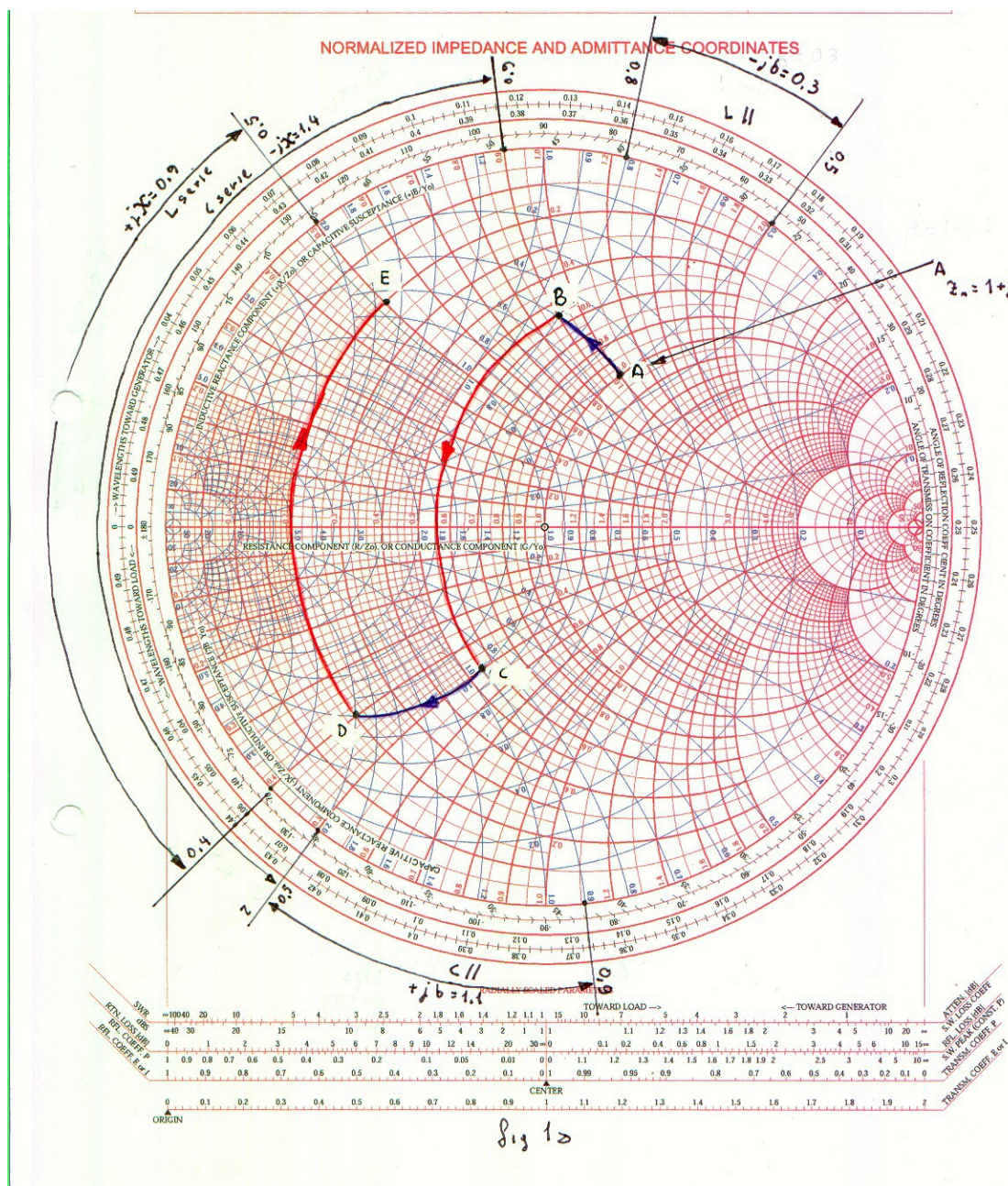


Figura 1 c

Carta di Smith



Si traccia il punto A (figura 1 a) corrispondente all'impedenza normalizzata, $z_{n_A} = 1 + j1$ e si aggiunge una induttanza in parallelo con suscettanza normalizzata $-jb = 0,3$, per fare questo si percorre il cerchio a conduttanza costante fino al punto B.

Dal punto B si aggiunge in serie la reattanza normalizzata $-jx = 1,4$ percorrendo il cerchio a resistenza costante fino al punto C.

Dal punto C si aggiunge in parallelo la suscettanza normalizzata $jb = 1,1$, quindi si opera sulla carta delle ammettenze percorrendo il cerchio a conduttanza costante fino al punto D.

Dal punto D con l'aggiunta di una reattanza in serie il cui valore normalizzato è $jx = 0,9$ si arriva al punto E che darà il valore finale dell'impedenza di ingresso normalizzata della rete ,

$$z_{n_E} = 0,2 + j0,5.$$

Riassumendo gli archi di cerchi percorsi sono :

Carta di Smith

- Arco **AB**, L in parallelo, corrispondente a $-jb = 0,3$,
- Arco **BC**, C in serie, corrispondente a $-jx = 1,4$,
- Arco **CD**, C in parallelo, corrispondente a $jb = 1,1$,
- Arco **DE**, L in serie, corrispondente a $jx = 0,9$.

Adattamento a due elementi

Vediamo subito un esempio

Esempio 2

Progettare una rete di adattamento di impedenza, tramite la carta di Smith ZY in modo da adattare una sorgente con

$$Z_S = (25 - j15)\Omega$$

ad un carico

$$Z_L = (100 - j25)\Omega$$

La rete deve essere del tipo passa basso . La frequenza di lavoro è 60 MHz e l'impedenza caratteristica del sistema è $Z_0 = 50\Omega$.

Soluzione

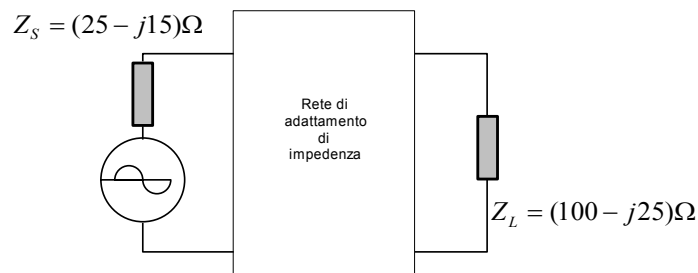


Figura 2 a

La sorgente ha una impedenza complessa quindi dovrà vedere una impedenza che sia il suo complesso coniugato. Si dovrà fare in modo che il carico presenti alla sorgente una impedenza che sia

$$Z_S^* = (25 + j15)\Omega$$

Per prima cosa si normalizzano le impedenze

$$z_{n_S} = \frac{25}{50} - j \frac{25}{50} = 0,5 - j0,3$$

$$z_{n_S}^* = 0,5 + j0,3$$

$$z_{n_L} = \frac{100}{50} - j \frac{25}{50} = 2 - j0,5$$

Si tracciano sulla carta di Smith ZY i punti (Figura 2 b)

1. **A** in corrispondenza di $z_{n_L} = 2 - j0,5$
2. **C** in corrispondenza di $z_{n_S}^* = 0,5 + j0,3$

Carta di Smith

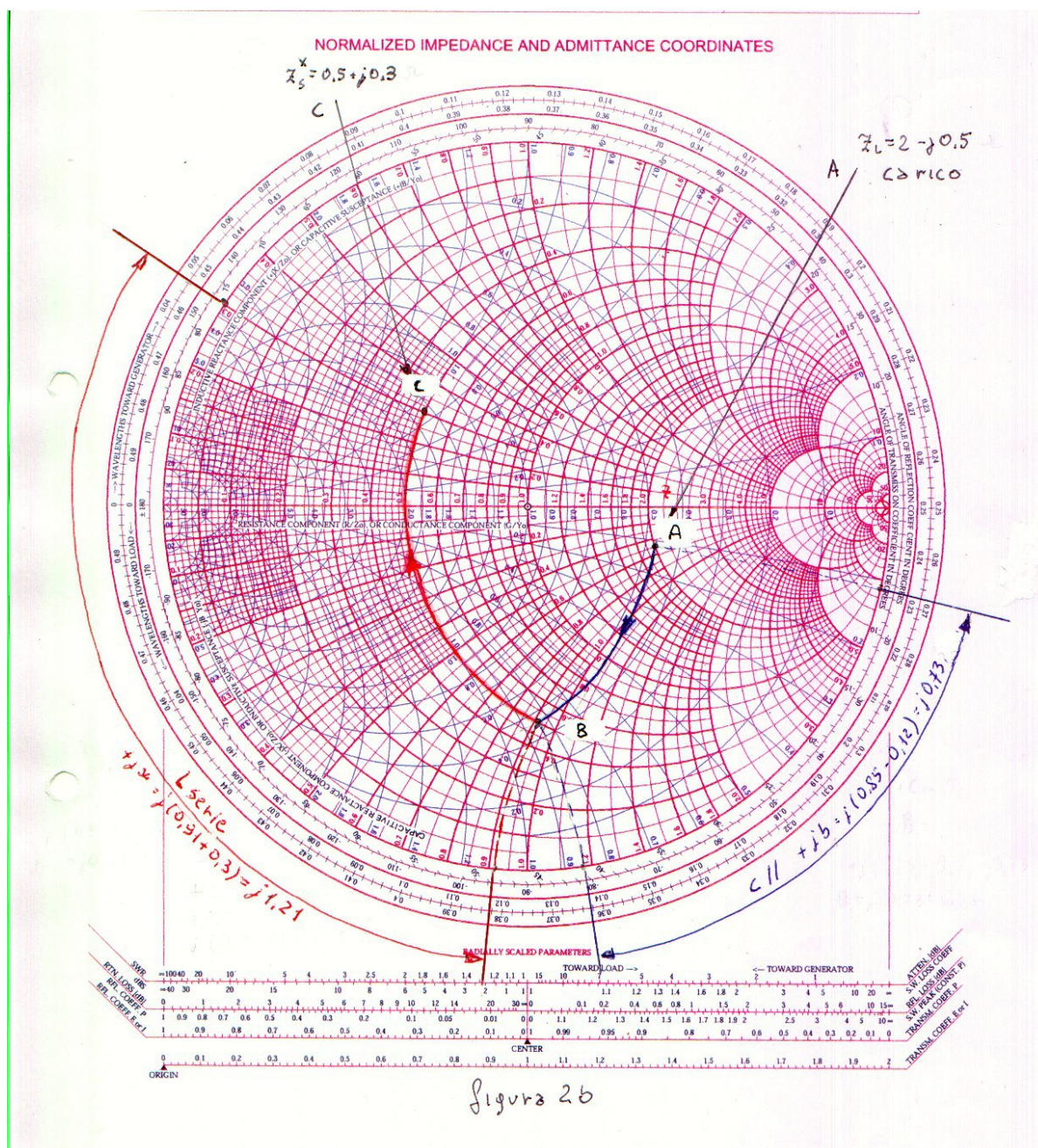
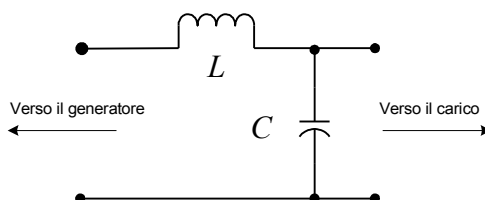


figura 2b

Siccome è stata chiesta una rete passa basso si userà una rete ad L (elle) del tipo



Quindi in parallelo al carico si avrà un condensatore .

Dal punto A ($z_{n_L} = 2 - j0.5$) si aggiunge una C in parallelo, cioè si aggiunge una suscettanza capacitiva, si opera quindi sulla carta delle ammettenze (cerchi blu) verso il basso percorrendo il cerchio a conduttanza costante fino ad incontrare , punto B, il cerchio a resistenza costante che corrisponde alla parte reale di $z_{n_S}^*$, che sarà il

Carta di Smith

cerchio che passa per il punto C. Il punto B è l'intersezione fra il cerchio a conduttanza costante ed il cerchio a resistenza costante.

L'arco da A B percorso sul cerchio a conduttanza costante ($g \approx 0,48$) rappresenta il valore della suscettanza capacitiva normalizzata da collegare in parallelo al carico,

$$x_{n_C} = \frac{1}{jb_c} = \frac{1}{j0,73} = -j1,369$$

$$X_c = -j1,369 \cdot 50 = 68,5\Omega$$

Una volta raggiunto il punto B, che ritrova sul cerchio a resistenza costante, si percorre in senso orario questo cerchio fino ad arrivare al punto C. L'arco BC equivale alla connessione di una reattanza induttiva del valore

$$x_{n_L} = j(0,91 + 0,3) = j1,21$$

$$X_L = j1,21 \cdot 50 = 60,5\Omega$$

I valori di L e di C si calcolano a 60 MHz

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_c} = \frac{10^{-6}}{2\pi 60 \cdot 68,5} = 38,7 \text{ pF}$$

$$X_L = 2\pi f L \Rightarrow L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{10^{-6} 60,5}{2\pi 60} = 160 \text{ nH}$$

Il circuito definitivo della rete sarà (Figura 2 c)

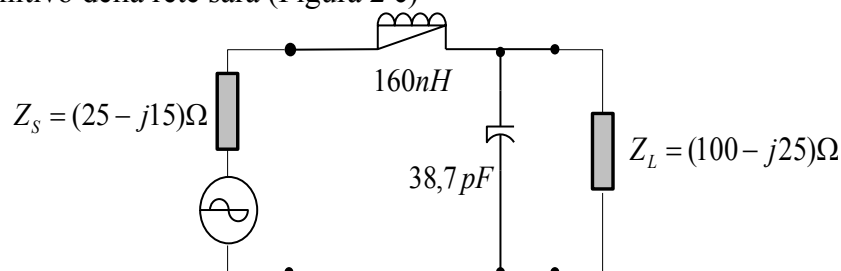


Figura 2 c

La rete di adattamento a tre elementi

Nello studio delle reti di adattamento senza l'uso della carta di Smith si è visto che la principale differenza fra la rete a due elementi e quella a 3 elementi consiste nel fatto che con quest'ultima è possibile scegliere il fattore di merito Q.

Dato che il Q è uguale al rapporto fra reattanza e resistenza

$$Q = \frac{X_L}{R_s}$$

ad ogni punto della carta di Smith è associato un valore di Q. Se si fissa un valore di Q si possono individuare infiniti punti che hanno lo stesso Q. Per esempio, fissato $Q=5$, hanno lo stesso Q i punti:

$$\begin{aligned} R + jX &= 1 \pm j5 \\ &= 0,5 \pm j2,5 \\ &= 0,2 \pm j1 \\ &= 0,1 \pm j0,5 \end{aligned}$$

Nella figura 3 questi punti sono tracciati sulla carta di Smith, se si collegano fra loro la curva che si ottiene è il luogo dei punti con lo stesso Q. La linea delle ascisse corrisponde a $Q = 0$. (solo resistenza).

Carta di Smith

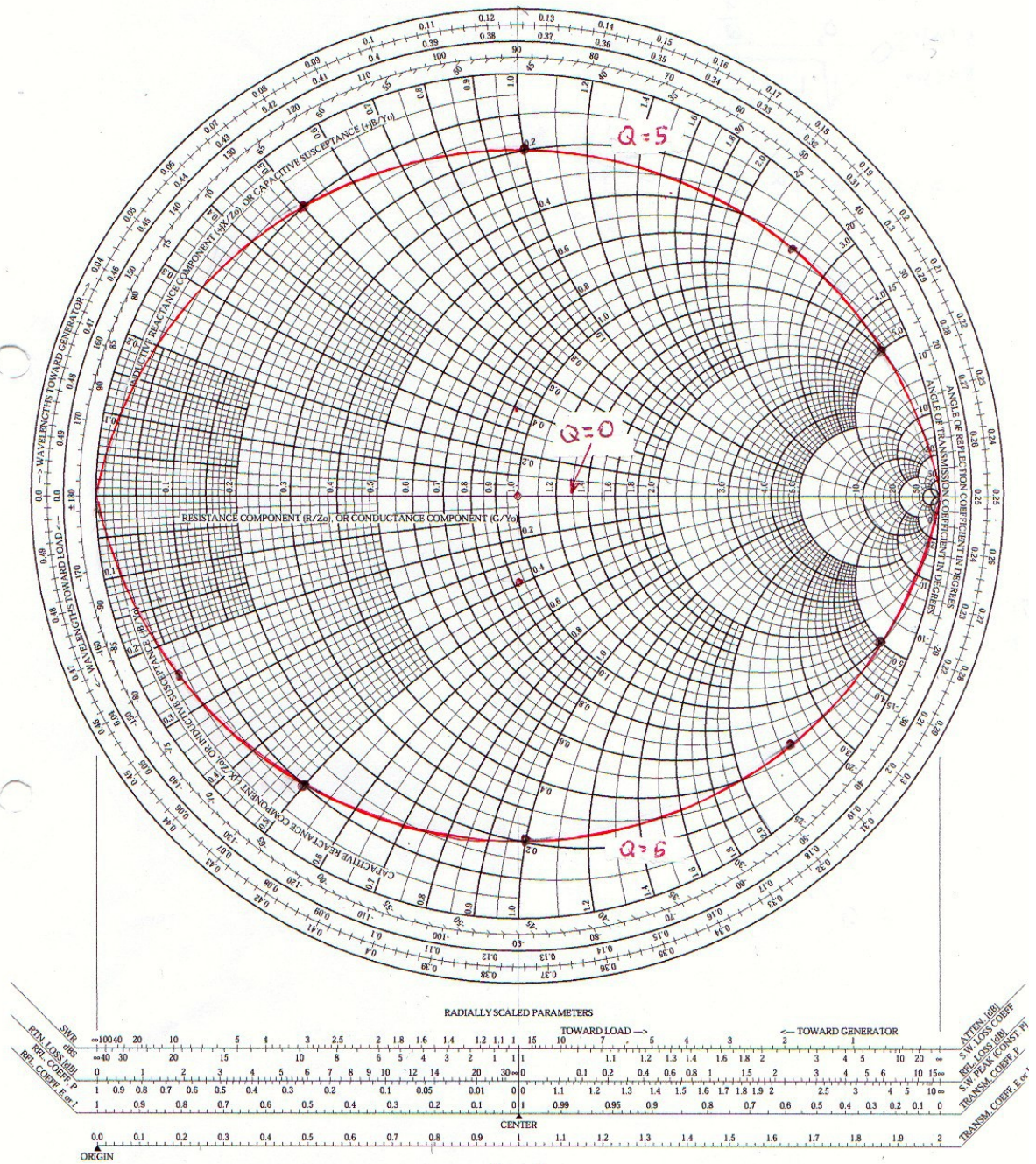


Fig 3

Carta di Smith

La procedura per tracciare la curva del Q sulla carta di Smith ZY è la seguente.

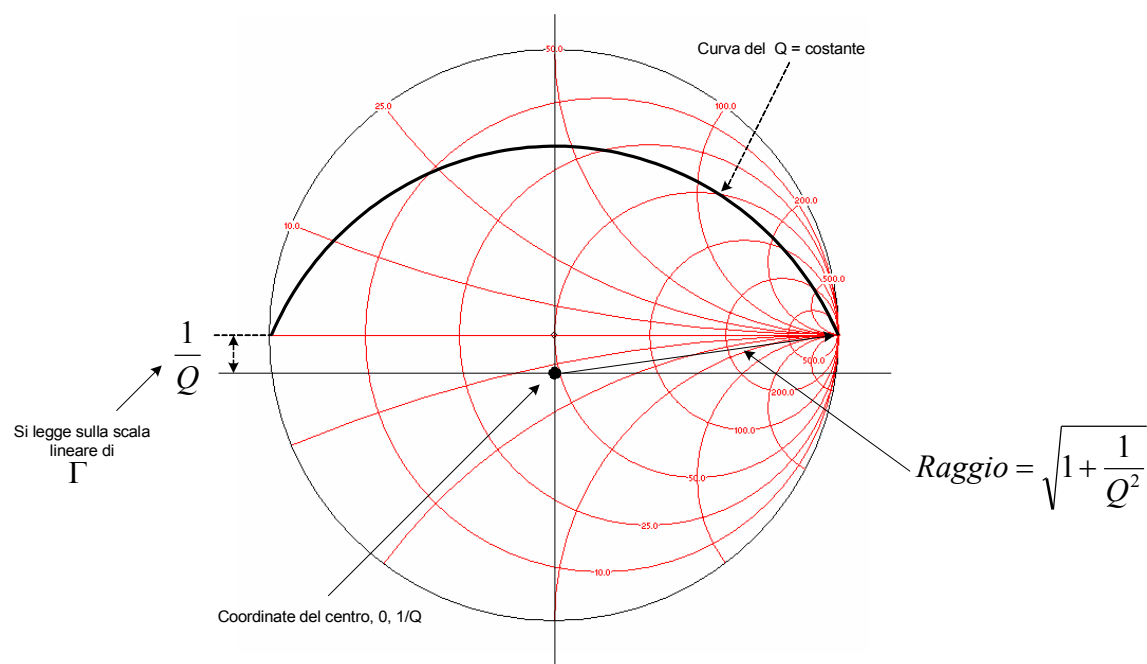


Figura 4

Per progettare una rete di adattamento a tre elementi si procede nel seguente modo.

- Si disegna sulla carta di Smith ZY la curva del Q richiesto.
- Si trova il punto relativo al complesso coniugato dell'impedenza della sorgente, $z_{n_S}^*$, e lo si segna, punto C.
- Si trova il punto relativo all'impedenza del carico, z_{n_L} , e lo si segna, punto A.
- Si decide quale delle due terminazioni di rete determina il Q della rete:
- Per la **rete a T** è la terminazione con la **resistenza più bassa** a determinare il Q.
- Per la **rete a Pi** è la terminazione con la **resistenza più alta** a determinare il Q.

Di seguito i vari casi

Rete a T

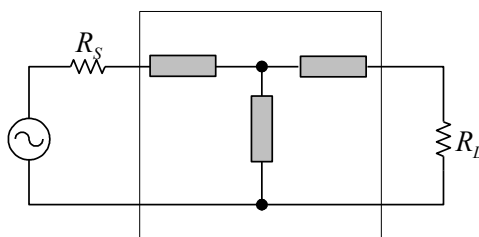


Figura 5

Caso $R_S < R_L$ (il Q è determinato da R_S)

Si traccia la curva del Q e si tracciano in punti relativi a $z_{n_S}^*$ (punto C) e z_{n_L} (punto A).

Carta di Smith

Si individua il punto di intersezione fra la circonferenza a resistenza costante che passa per $z_{n_S}^*$ e la curva del Q. Si traccia questo punto, I.

- Partendo dal punto, A, che rappresenta z_{n_L} , ci si sposta sul cerchio a resistenza costante fino ad incontrare il cerchio a conduttanza costante che passa per I. Si fissa questo punto, B. La “lunghezza” di questo spostamento determina il primo elemento serie.
- Da B ci si muove lungo il cerchio a conduttanza costante fino al punto I. La “lunghezza” di questo spostamento determina l’elemento parallelo.
- Da I ci si sposta percorrendo il cerchio a resistenza costante fino a C, $z_{n_S}^*$. La “lunghezza” di questo spostamento determina il secondo elemento serie.

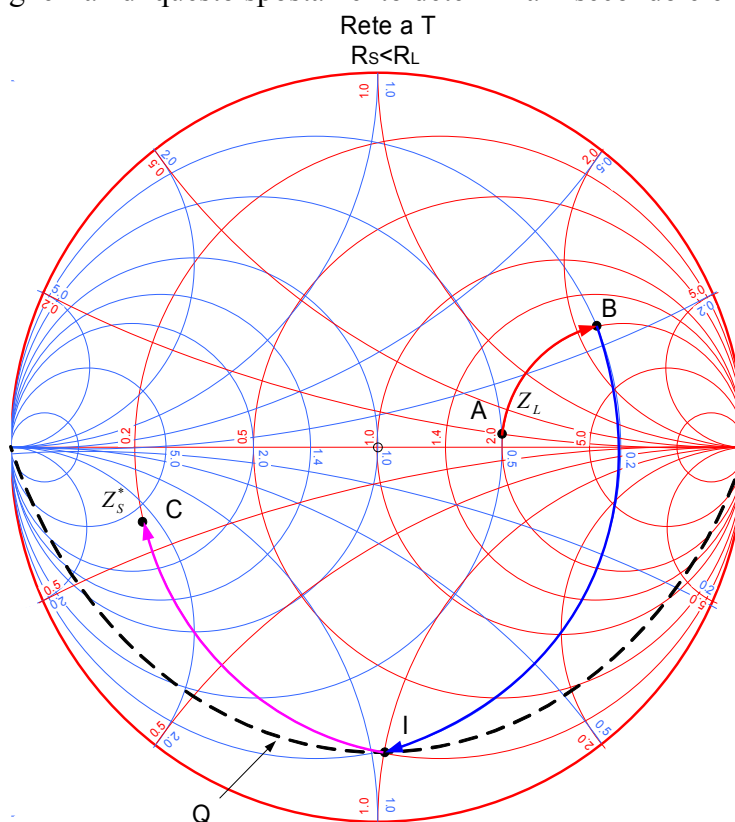


Figura 5 a

Caso $R_S > R_L$ (è il circuito di R_L che determina il Q)

Si traccia la curva del Q e si tracciano in punti relativi a $z_{n_S}^*$ (punto C) e z_{n_L} (punto A).

- Partendo da A, z_{n_L} , ci si sposta sul cerchio a resistenza costante fino all’intersezione con la curva del Q. Si fissa questo punto, I. Questo spostamento equivale all’aggiunta di un componente serie
- Dal punto I si va verso $z_{n_S}^*$ con due movimenti:
 - Con l’aggiunta di un elemento in parallelo(ci si sposta sul cerchio a conduttanza costante) fino ad arrivare al cerchio a resistenza costante che passa per C. Si fissa il punto B.

Carta di Smith

- Dal punto B con l'aggiunta di un elemento serie ci si sposta sul cerchio a resistenza costante fino ad incontrare C, ovvero $z_{n_S}^*$. Questo spostamento comporta l'aggiunta di un elemento serie di reattanza equivalente alla lunghezza da B a C.

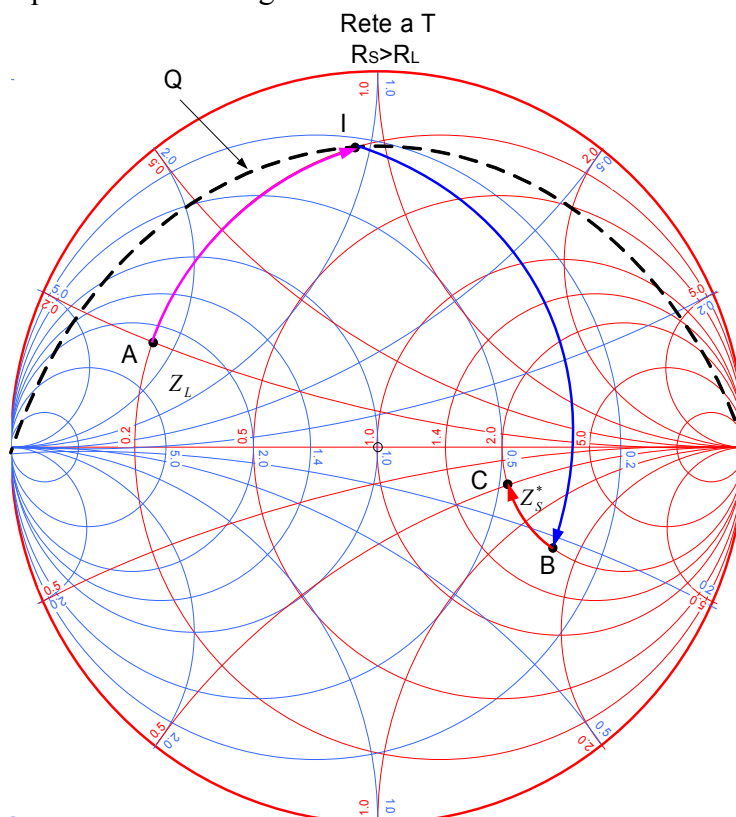


Figura 5b

Rete a Π

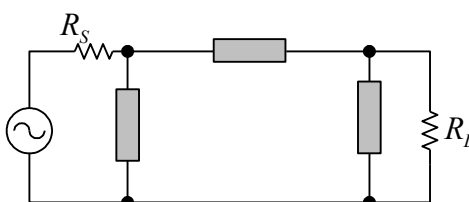


Figura 6

Caso $R_s > R_L$

Il Q è fissato dalla parte di circuito che include R_s .

Si traccia la curva del Q e si tracciano in punti relativi a $z_{n_S}^*$ (punto C) e z_{n_L} (punto A).

Si individua il punto di intersezione fra la circonferenza a conduttanza costante che passa per $z_{n_S}^*$ e la curva del Q. Si traccia questo punto, I.

- Si parte spostandosi dal punto A, z_{n_L} , con due movimenti verso C, $z_{n_S}^*$, passando per il punto I.

Carta di Smith

- Da prima con l'aggiunta di un elemento in parallelo ci si sposta sul cerchio a conduttanza costante fino ad incontrare il cerchio a resistenza costante che passa per I. Si segna il punto B.
- Dal punto B, aggiungendo un elemento in serie, si percorre il cerchio a resistenza costante fino ad I (curva del Q).
- Da I spostandosi verso C, $z_{n_s}^*$, si aggiunge un elemento in parallelo percorrendo il cerchio a conduttanza costante.

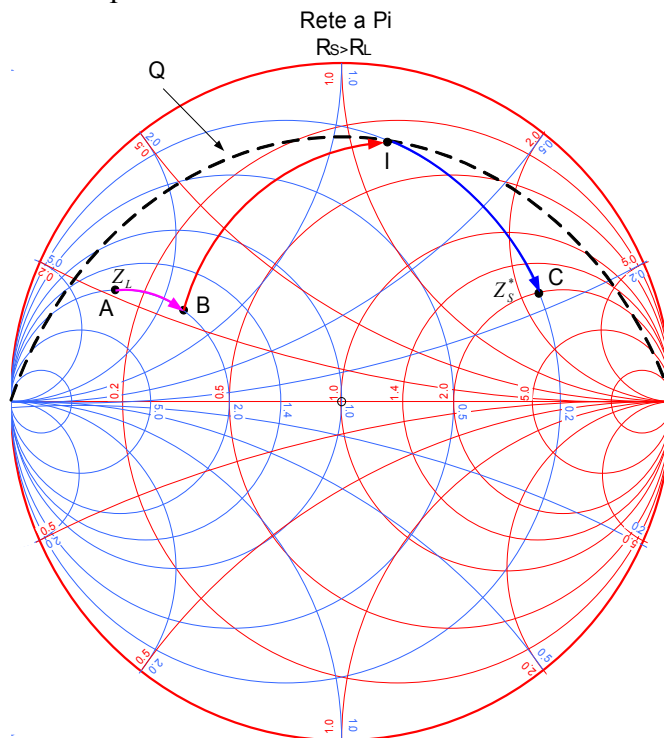


Figura 6 a

Caso $R_s < R_L$

Il Q è fissato dalla parte di circuito che include R_L .

Si traccia la curva del Q e si tracciano in punti relativi a $z_{n_s}^*$ (punto C) e z_{n_L} (punto A).

- Partendo da A, z_{n_L} , ci si sposta sul cerchio a conduttanza costante fino all'intersezione con la curva del Q. Si fissa questo punto, I. Questo spostamento equivale all'aggiunta di un componente parallelo.
- Successivamente ci si sposta dai punti I verso C con due movimenti,
 - Il primo sulla carta delle impedenze percorrendo il cerchio a resistenza costante fino ad incontrare un cerchio a conduttanza costante che passa per C. Si fissa il punto di intersezione, B. Questo spostamento ha aggiunto l'elemento serie.
 - Da B si va verso C muovendosi lungo il cerchio a conduttanza costante. Da B a C si aggiunge il secondo elemento in parallelo.

Carta di Smith

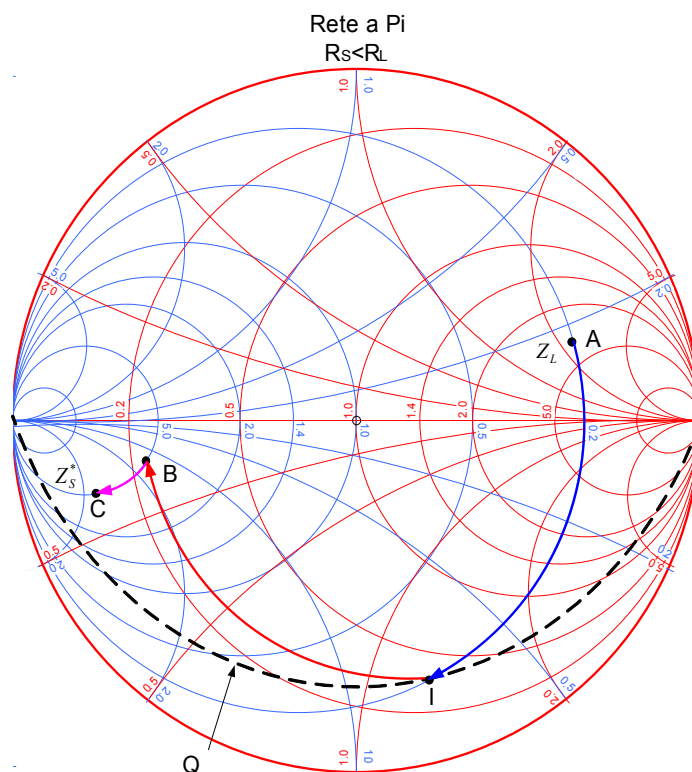


Figura 6 b

Esempio

Determinare la rete a T per adattare una sorgente $Z_S = (15 + j15)\Omega$ ad un carico $Z_L = 225\Omega$ alla frequenza di 30 MHz e con un $Q = 5$.
L'impedenza caratteristica del sistema è di 75 Ohm.

Soluzione

Si usa la carta di Smith ZY. Per prima cosa si traccia la curva del Q, poi si tracciano i punti delle impedenze normalizzate. Per la sorgente si traccia il suo complesso coniugato.

$$z_{n_S}^* = \frac{15}{75} - j\frac{15}{75} = 0,2 - j0,2 \text{ Punto C}$$

$$z_{n_L} = \frac{225}{75} = 3 \text{ Punto A}$$

Si userà una rete a T ed essendo $R_S < R_L$ sarà la terminazione della sorgente a definire il Q del circuito.

Si trova il punto di intersezione fra curva del Q ed il cerchio a resistenza costante che passa per $z_{n_S}^*$ (0,2). Si segna sulla carta questo punto con la lettera I.

Ora ci si sposta da z_{n_L} (punto A) verso I in due movimenti:

- Percorrendo il cerchio a resistenza costante in senso orario da A a B, il che equivale ad aggiungere una induttanza in serie (carta delle impedenze) Il valore della reattanza normalizzata aggiunta è $x_L = j2,5$.

Carta di Smith

- Dal punto B ci si sposta lungo il cerchio a conduttanza costante (carta delle ammettenze) fino ad incontrare il punto I. Con questo spostamento, verso il basso in senso antiorario, sul cerchio a conduttanza costante si aggiunge un condensatore in parallelo. Il percorso da B a I equivale a mettere in parallelo una suscettanza normalizzata $b_c = j1,11$.
- Raggiunto il punto I ci si sposta verso $z_{n_s}^*$ percorrendo il cerchio a resistenza costante (carta delle impedenze), si inserisce in serie una induttanza. L'arco di cerchio da I a C equivale ad una reattanza $x_L = j0,75$.

$$x_{L1} = j2,5 \Rightarrow X_{L1} = x_{L1} \cdot 75 = 2,5 \cdot 75 = 187,5\Omega$$

$$b_c = j1,11 \Rightarrow B_c = b_c \frac{1}{75} = 0,0148mS$$

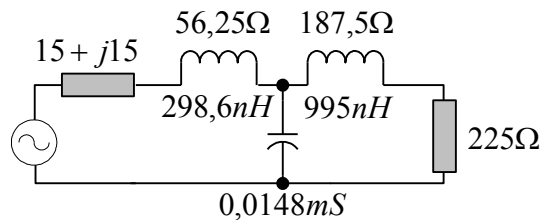
$$x_{L2} = j0,75 \Rightarrow X_{L2} = x_{L2} \cdot 75 = 0,75 \cdot 75 = 56,25\Omega$$

Tenendo conto di che la frequenza è 30 MHz

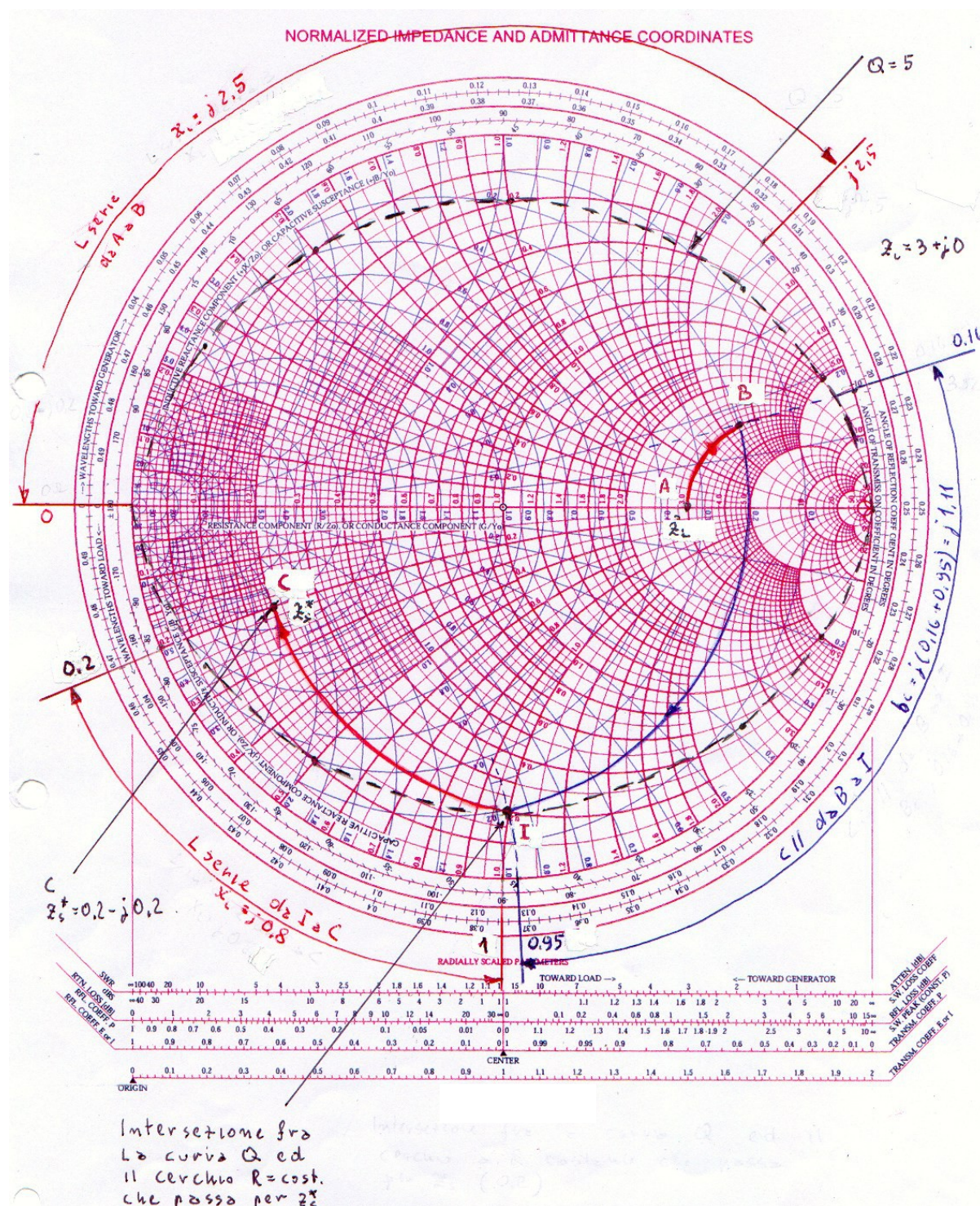
$$L_1 = \frac{X_{L1}}{2\pi f} = \frac{187,5}{2\pi \cdot 30} 10^{-6} = 995nH$$

$$L_2 = \frac{X_{L2}}{2\pi f} = \frac{56,25}{2\pi \cdot 30} 10^{-6} = 298,6nH$$

$$C = \frac{B}{2\pi f} = 0,0148 10^{-6} = 78,6pF$$



Carta di Smith

Figura 7

Carta di Smith

Esempi d'uso della carta di Smith ZY

Alcuni esempi sull'adattamento di impedenza

La necessità dell'adattamento di impedenza nasce da bisogno di trasferire la massima potenza dall'amplificatore al carico. Affinché questa situazione si verifichi è necessario che il generatore, l'amplificatore ed il carico siano correttamente terminati.

La figura che segue mostra una situazione tipica nella quale un transistor, per fornire la massima potenza deve essere terminato con le impedenze Z_S e Z_L .

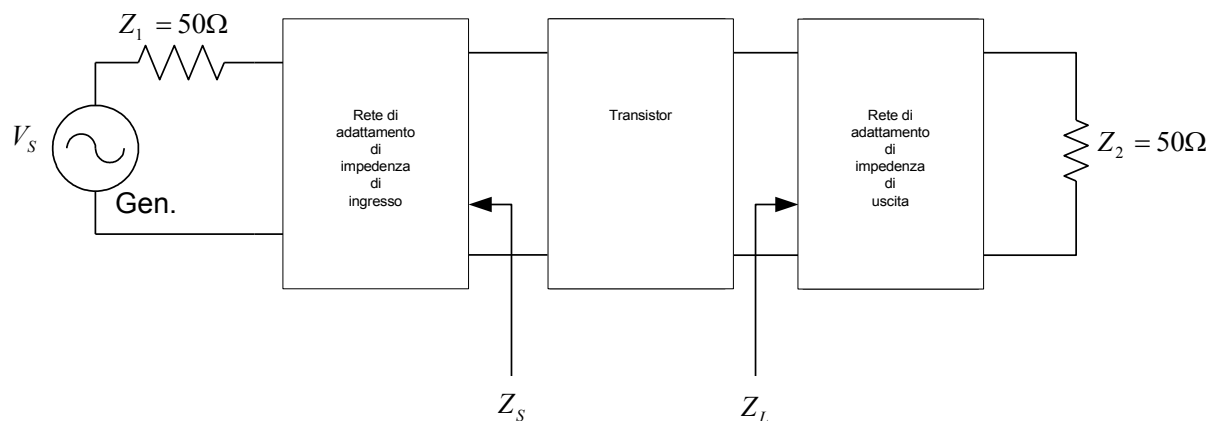


Figura 1

La rete di adattamento di ingresso viene progettata per trasformare l'impedenza del generatore (50Ω in figura 1) nell'impedenza Z_S e la rete di adattamento di uscita per trasformare l'impedenza del carico (50Ω in figura 1) nell'impedenza di carico del transistor Z_L .

Ci sono diversi tipi di reti, ma una delle più diffuse è la rete ad L (elle). Affinché non dissipino potenza le reti di adattamento devono essere prive di perdite, quindi non devono contenere elementi resistivi.

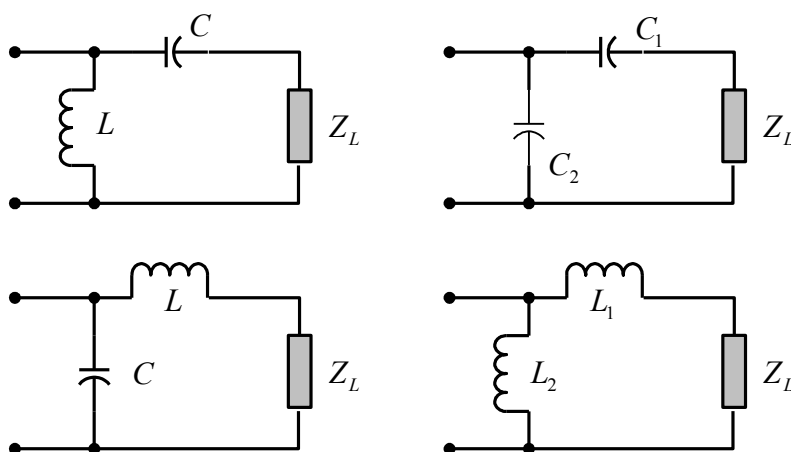


Figura 2 a

Carta di Smith

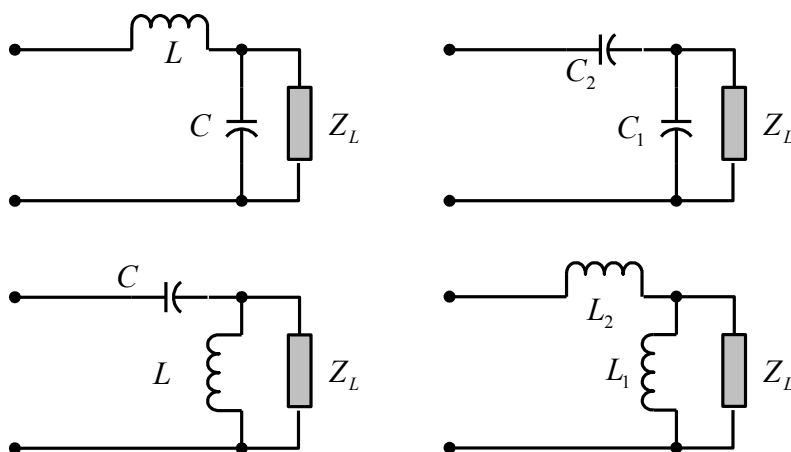


Figura 2 b

Vediamo alcuni esempi

Esempio 1

Illustrare, usando la carta di Smith ZY l'effetto che si ottiene aggiungendo una induttanza serie, $x_{n_L} = j0,8$, ad una impedenza normalizzata $z_n = 0,3 - j0,3$

Soluzione

Vedere la figura 3a. La somma di una induttanza con reattanza $x_{n_L} = j0,8$ porta il valore iniziale della impedenza normalizzata da

$$z_n = 0,3 - j0,3$$

a

$$z_n = 0,3 - j0,3 + j0,8 = 0,3 + j0,5.$$

In altre parole ci si sposta in senso orario sul cerchio a resistenza costante $r_n = 0,3$.

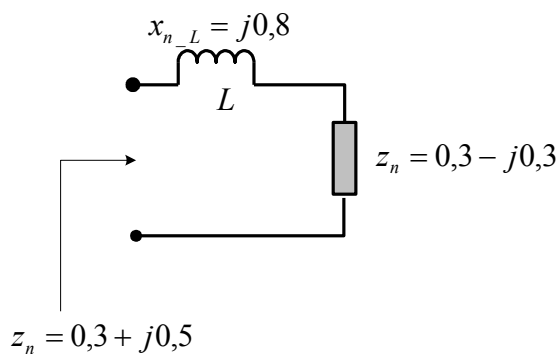


Figura 3b

Carta di Smith

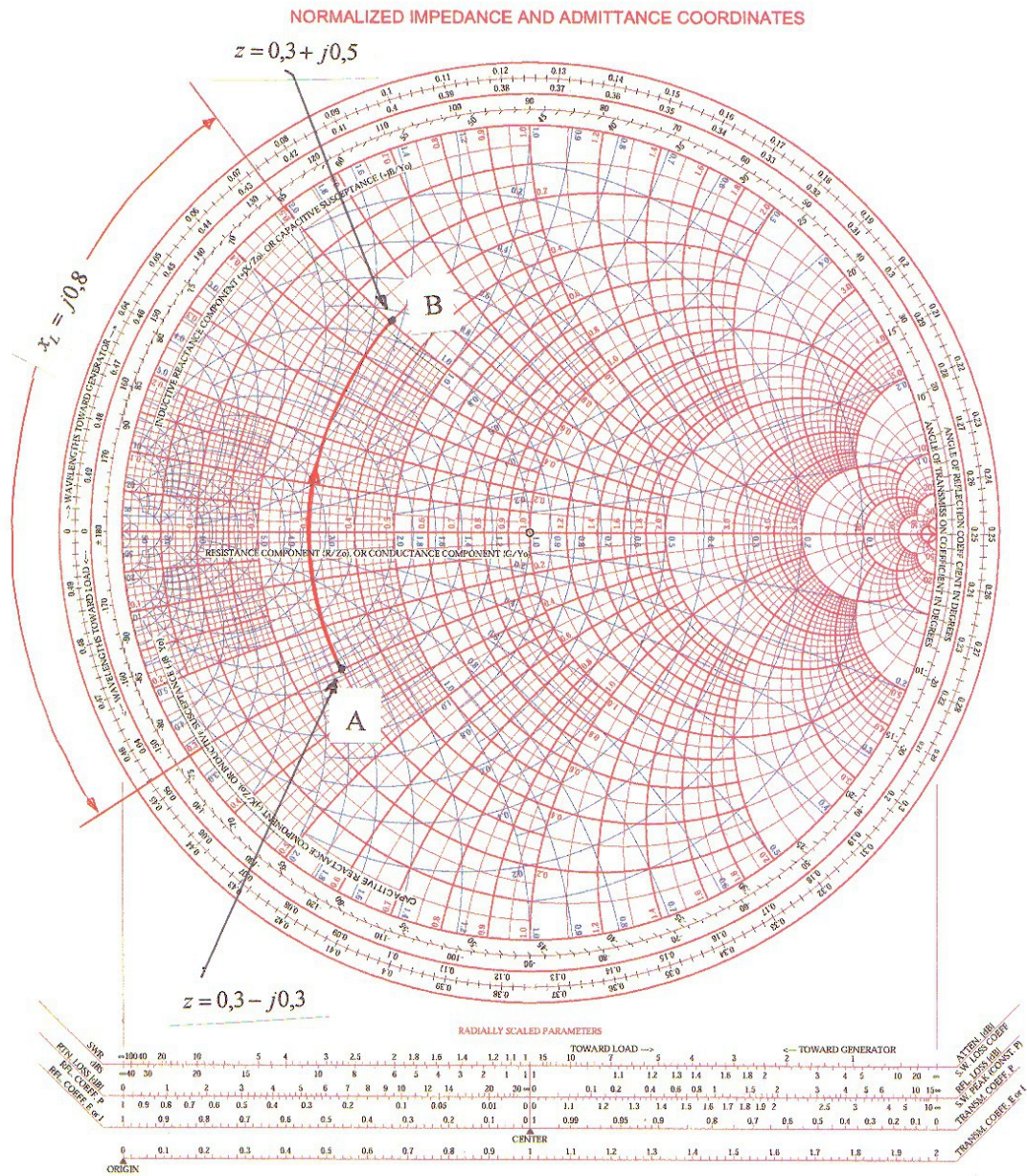


Figura 3a

Carta di Smith

Esempio 2

Usando la carta di Smith ZY, mostrare l'effetto della aggiunta di un condensatore in serie, $x_{n_c} = -j0,8$, ad una impedenza normalizzata $z_n = 0,3 - j0,3$.

Soluzione

La figura 4 a mostra l'effetto della somma della capacita con reattanza normalizzata $x_{n_c} = -j0,8$ alla impedenza normalizzata $z_n = 0,3 - j0,3$. Il nuovo valore dell'impedenza sarà

$$z_n = 0,3 - j0,3 - j0,8 = 0,3 - j1,1.$$

Sulla carta di Smith ZY ci si sposta in senso antiorario sul cerchio a resistenza costante $r_n = 0,3$.

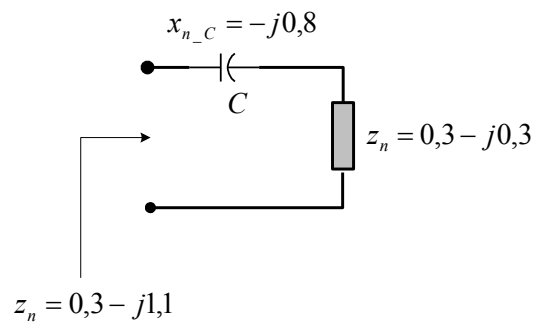


Figura 4b

Carta di Smith

NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES

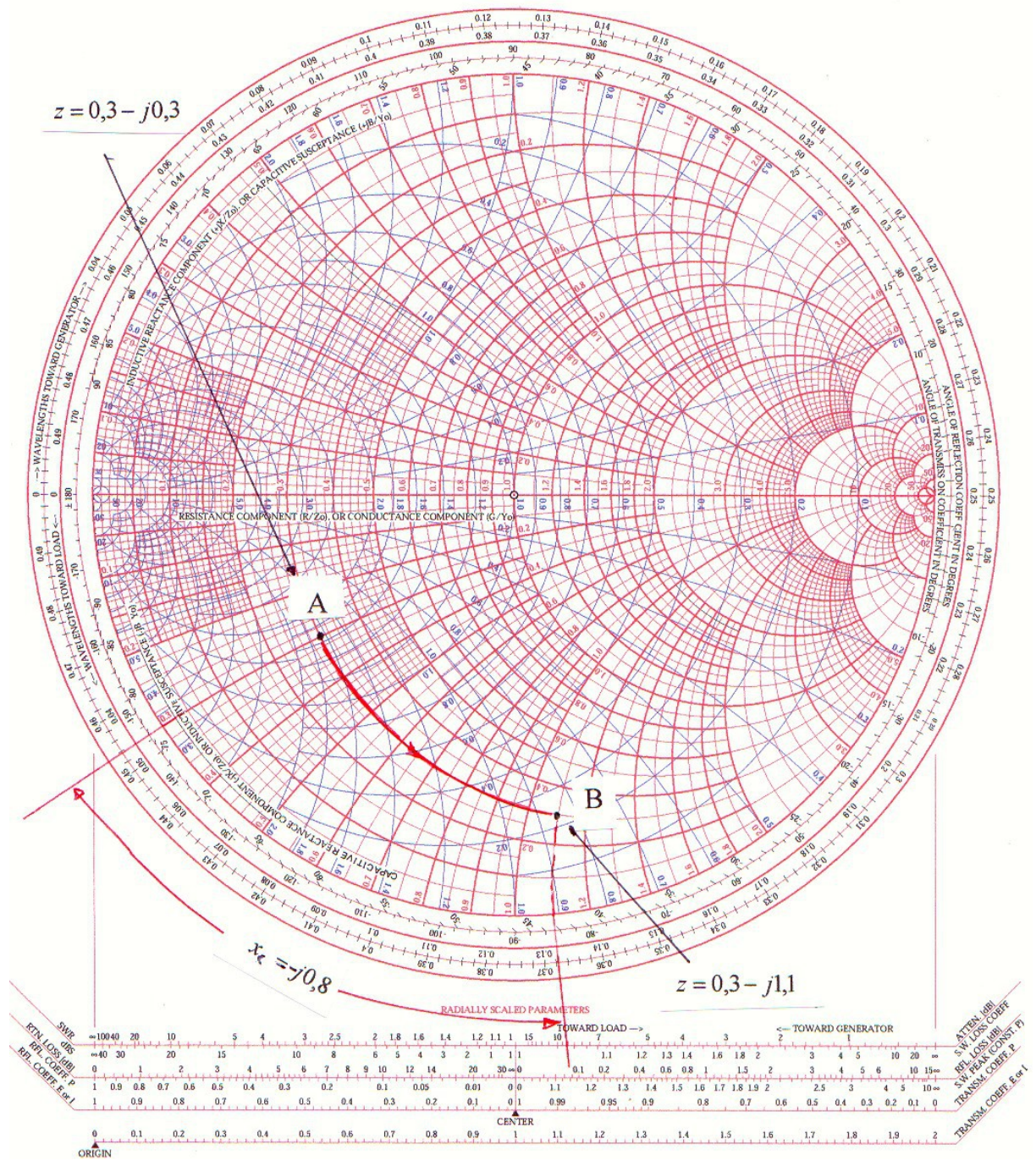


Figura 4a

Carta di Smith

Esempio 3

Usando la carta di Smith ZY, mostrare l'effetto della aggiunta di un induttore in parallelo, con un suscettanza induttiva normalizzata $b_{n_L} = -j2,4$, ad una ammettenza normalizzata $y_n = 1,6 + j1,6$.

Soluzione

La figura 5 a mostra che la somma di un induttore, L, con suscettanza $b_{n_L} = -j2,4$ fa sì che l'ammettenza, a cui è stato aggiunto, si modifichi da $y_n = 1,6 + j1,6$ a $y_n = 1,6 + j1,6 - j2,4 = 1,6 - j0,8$.

Lo spostamento sulla carta di Smith ZY avviene in senso antiorario e ci si muove sul cerchio a conduttanza costante $g_n = 1,6$.

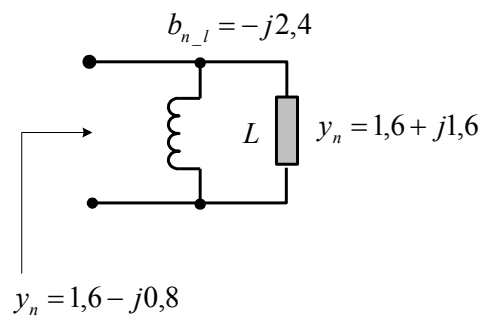


Figura 5 b

Carta di Smith

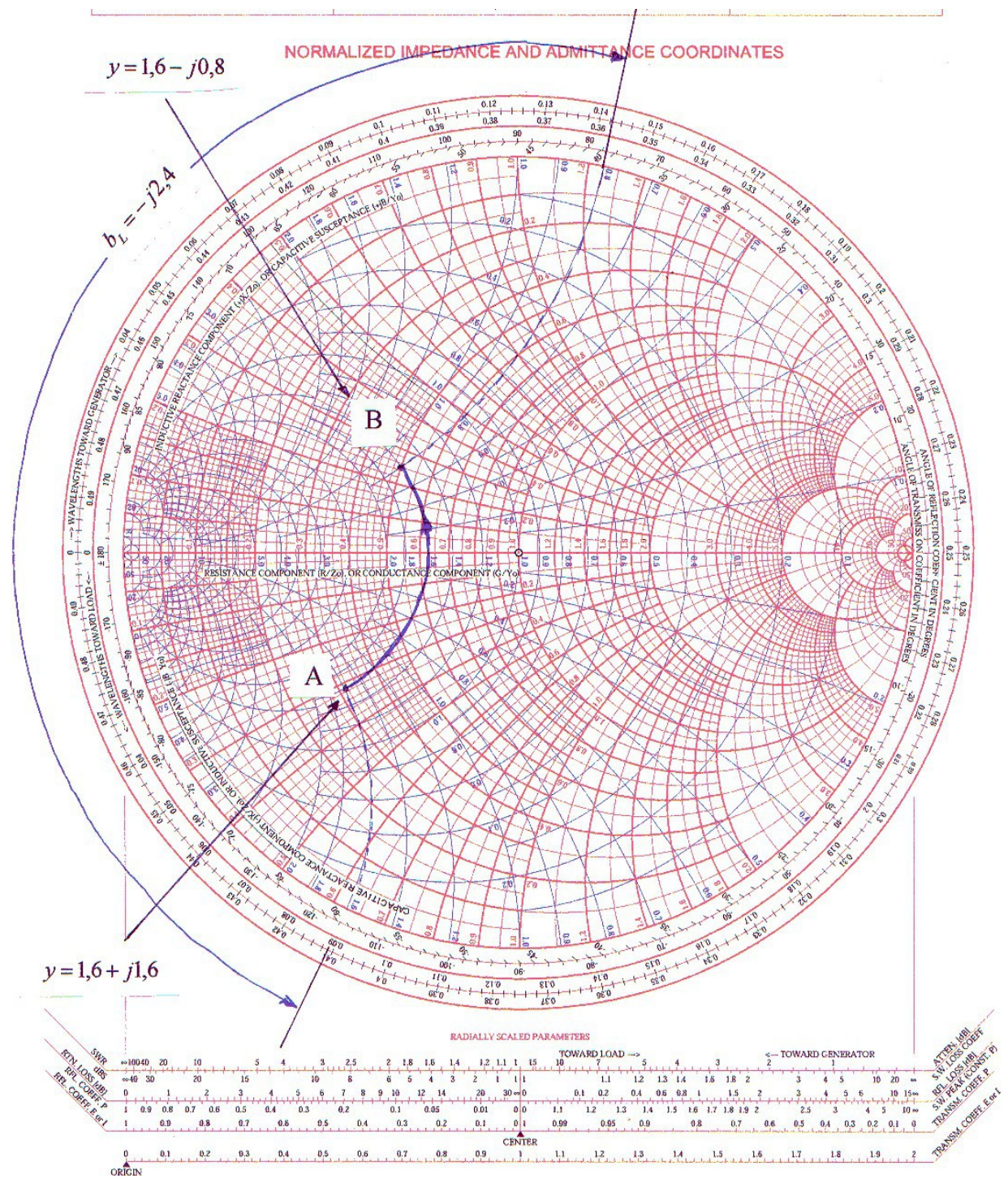


Figura 5a

Carta di Smith*Esempio 4*

Usando la carta di Smith ZY, mostrare l'effetto della aggiunta di un condensatore in parallelo, C, con un suscettanza normalizzata $b_{n_C} = j3,4$, ad una ammettenza normalizzata $y_n = 1,6 + j1,6$.

Soluzione

La figura 6 a mostra che la somma di un condensatore con suscettanza $b_{n_C} = j3,4$ provoca uno spostamento in senso orario lungo il cerchio a conduttanza costante $g_n = 1,6$. Il valore dell'ammettenza si modifica da

$$y_n = 1,6 + j1,6$$

a

$$y_n = 1,6 + j1,6 + j3,4 = 1,6 + j5$$

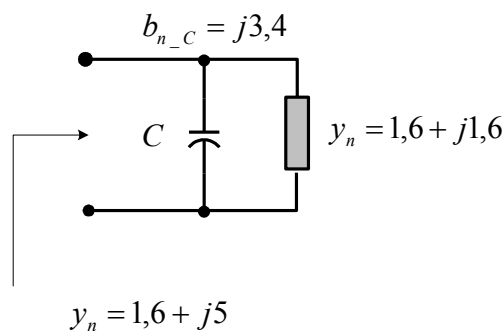


Figura 6 b

Carta di Smith

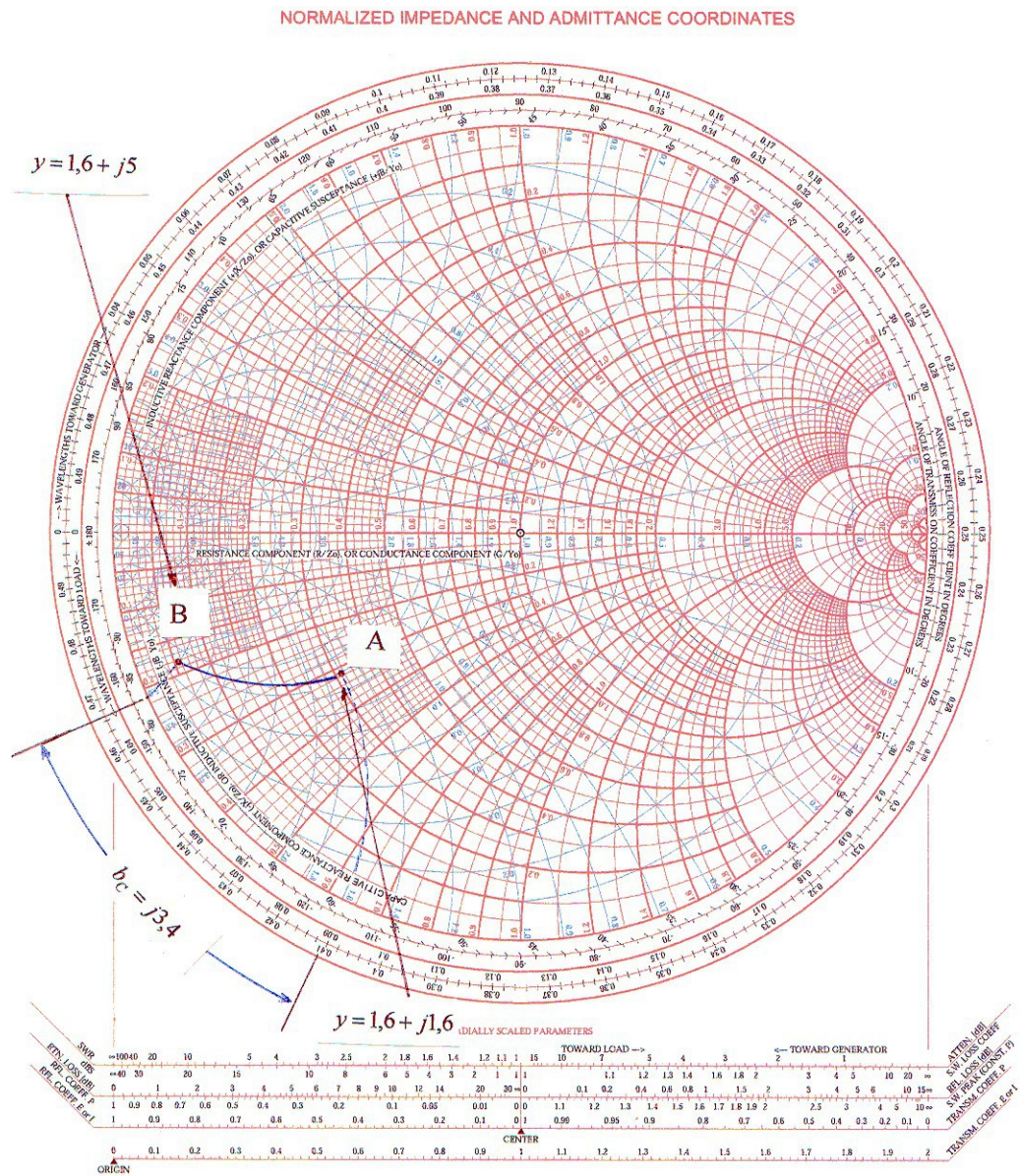


Figura 6 a

Carta di Smith

In conclusione, sulla carta di Smith ZY, la somma di una reattanza serie provoca un movimento lungo il cerchio a resistenza costante, mentre la somma di un suscettanza in parallelo provoca un movimento lungo il cerchio a conduttanza costante. Questi spostamenti sono evidenziati nella figura 7.

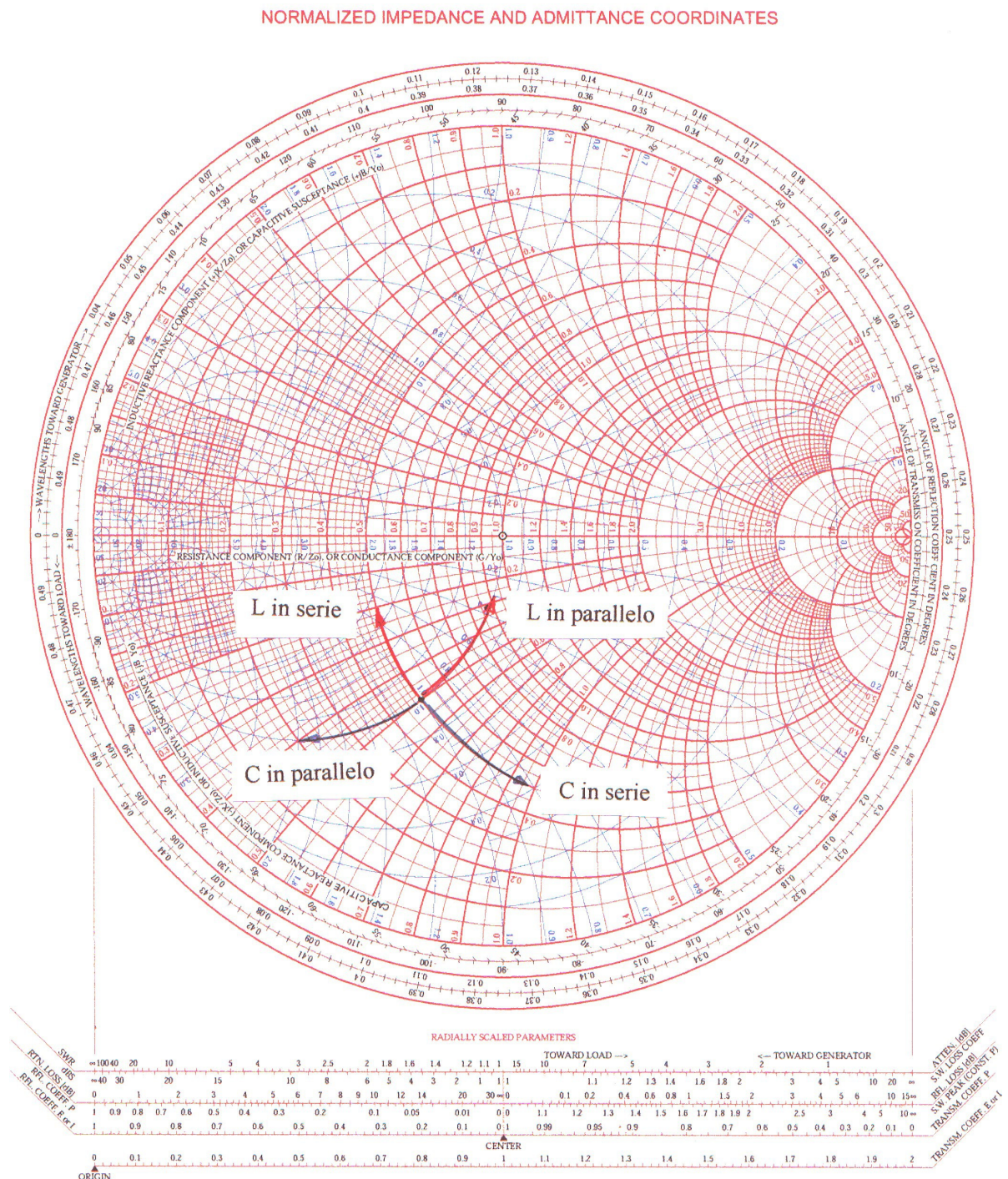


Figura 7

Progettare una rete di adattamento tramite la carta di Smith ZY consiste nel individuare gli spostamenti da fare lungo i cerchi a resistenza e a conduttanza costante

Carta di Smith

a partire da un dato valore di impedenza (o ammettenza) per raggiungere un altro valore di impedenza (o ammettenza).

Ogni movimento lungo i cerchi a resistenza e a conduttanza costante corrisponde ad un valore di un elemento del circuito (L o C) .

Seguono alcuni esempi.

Esempio 5

Un carico con impedenza $Z = 10 + j10\Omega$ deve essere adattato ad una linea a 50Ω . Progettare due reti di adattamento, individuando i valori di L e C alla frequenza di 500 MHz.

Soluzione 1

Vedere la figura 7 b Si sceglie una rete di adattamento ad L (elle) con L in serie e C in parallelo.

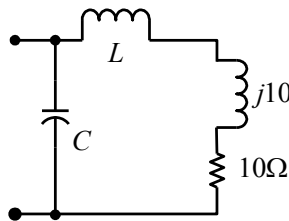


Figura 7 a

Si normalizza l'impedenza

$$z_n = \frac{(10 + j10)\Omega}{50\Omega} = 0,2 + j0,2,$$

si traccia, sulla carta di Smith ZY, il punto **A** corrispondente a questo valore di impedenza normalizzata. Dal punto **A** ci sposta lungo il cerchio a resistenza costante

$r_n = 0,2$ fino al punto **B** corrispondente ad una impedenza normalizzata

$z_{n_B} = 0,2 + j0,4$, in questo modo è stato fatto uno spostamento equivalente

all'aggiunta in serie di una induttanza con reattanza $x_{n_L} = j0,2$.

Il punto B si trova anche sul cerchio a conduttanza costante. L'ammettenza di **B** è $y_{n_B} = 1 - j0,2$.

Lo spostamento da **B** a **C** (origine) avviene sul cerchio a conduttanza costante, spostamento equivalente a sommare in parallelo alla ammettenza del punto B una suscettanza capacitiva

$b_{n_C} = 0 - (-j2) = j2$, valore normalizzato che corrisponde ad una reattanza

capacitiva $x_{n_C} = \frac{1}{j2} = -j0,5$. Al punto **C**, l'origine del grafico, si ha $y_n = z_n = 1$

cioè $Z = 50\Omega$; l'adattamento è stato raggiunto.

Carta di Smith

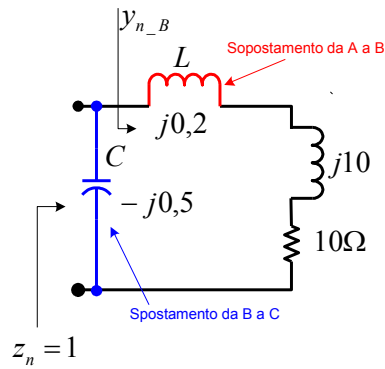


Figura 7 c

I valori di L e di C sono dati da

$$x_{n_L} = j0,2 \quad X_L = j0,2 \cdot 50\Omega = j10\Omega$$

$$L = \frac{|X_L|}{2\pi f} = \frac{10}{2\pi 500 \cdot 10^6} = 3,18nH$$

$$x_{n_C} = \frac{1}{j2} = -j0,5 \quad X_C = -j0,5 = j0,5 \cdot 50\Omega = 25\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f |X_C|} = \frac{1}{2\pi 25 \cdot 500 \cdot 10^6} = 12,74pF$$

Il circuito definitivo sarà

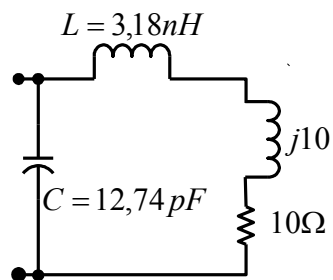


Figura 7 d

Carta di Smith

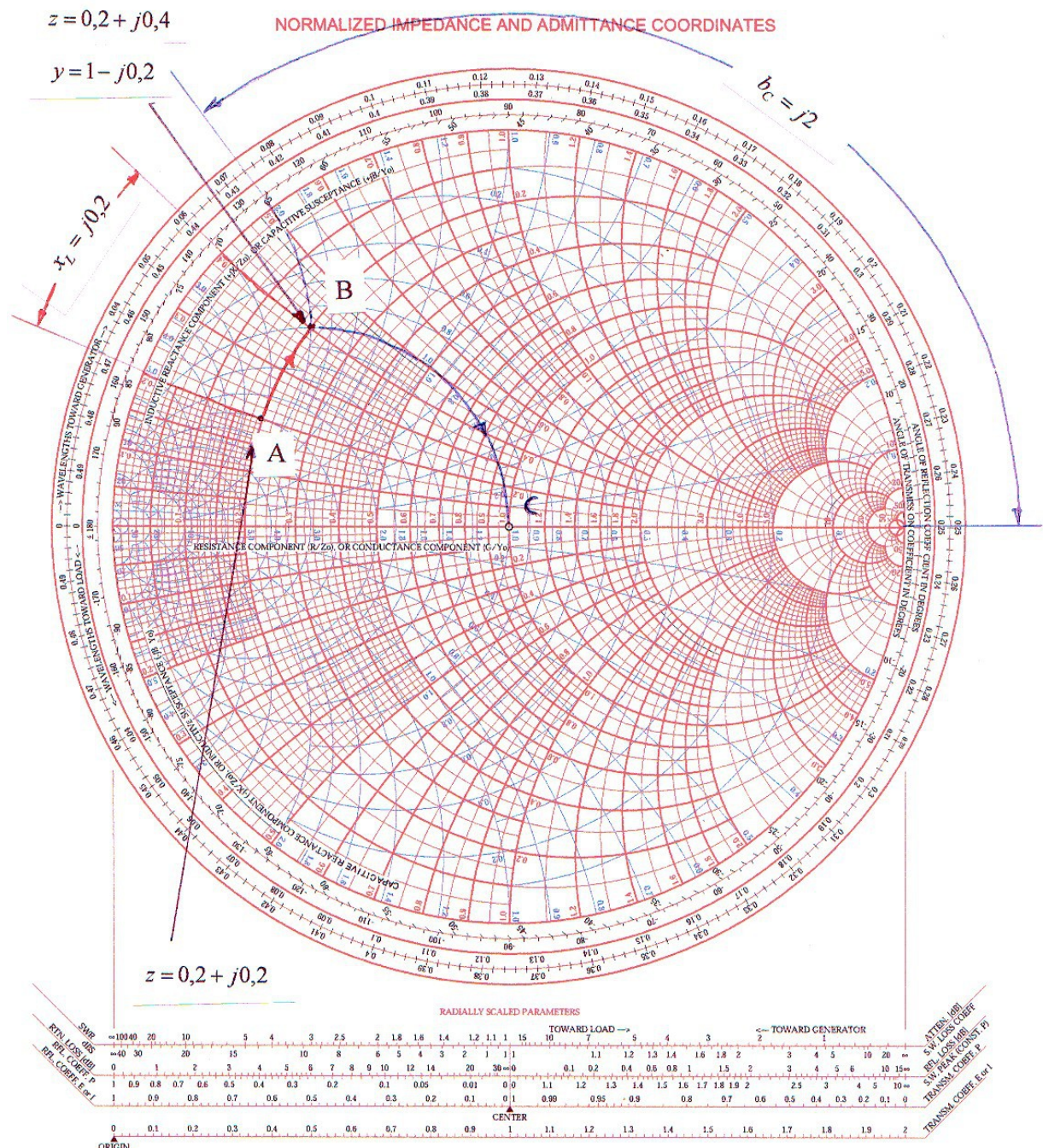


Figura 7 b

Soluzione 2

Figura 8 a. L'impedenza normalizzata del carico è $z_{n_A} = 0.2 + j0.2$ in corrispondenza della quale si traccia il punto A. Lo spostamento da A a B avviene sul cerchio a resistenza costante, spostamento che corrisponde alla somma di una capacità in serie con reattanza, $x_n = -j0.4 - j0.2 = -j0.6$, pari a

$$X_C = -j0.6 \cdot 50 = 30\Omega$$

nel punto B l'impedenza sarà

$$z_{n_B} = 0.2 - j0.4.$$

Carta di Smith

Lo spostamento da B a C avviene sul cerchio a conduttanza costante $g = 1$, che corrisponde ad una suscettanza induttiva $b_n = 0 - j0,2 = -j2$, pari a $x_n = \frac{1}{-j2} = j0,5$, pari a $X_L = j0,5 \cdot 50\Omega = 25\Omega$.

Raggiunto il punto C, che è l'origine della carta di Smith ZY, si raggiunge l'adattamento a 50 Ohm.

A 500 MHz i valori di C e di L saranno,

$$|X_C| = 30\Omega \quad X_C = \frac{1}{2\pi f C} \quad C = \frac{1}{2\pi f |X_C|} = \frac{1}{2\pi 500 \cdot 10^6 \cdot 30} = 10,6 pF$$

$$|X_L| = 25\Omega \quad X_L = 2\pi f L \quad L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{25}{2\pi 500 \cdot 10^6} = 7,95 nH$$

Il circuito della rete di adattamento diventa

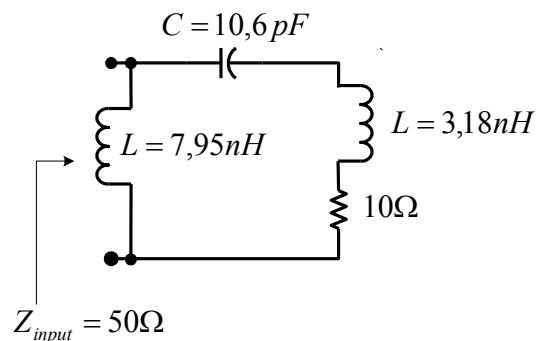


Figura 8 b

Carta di Smith

NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES

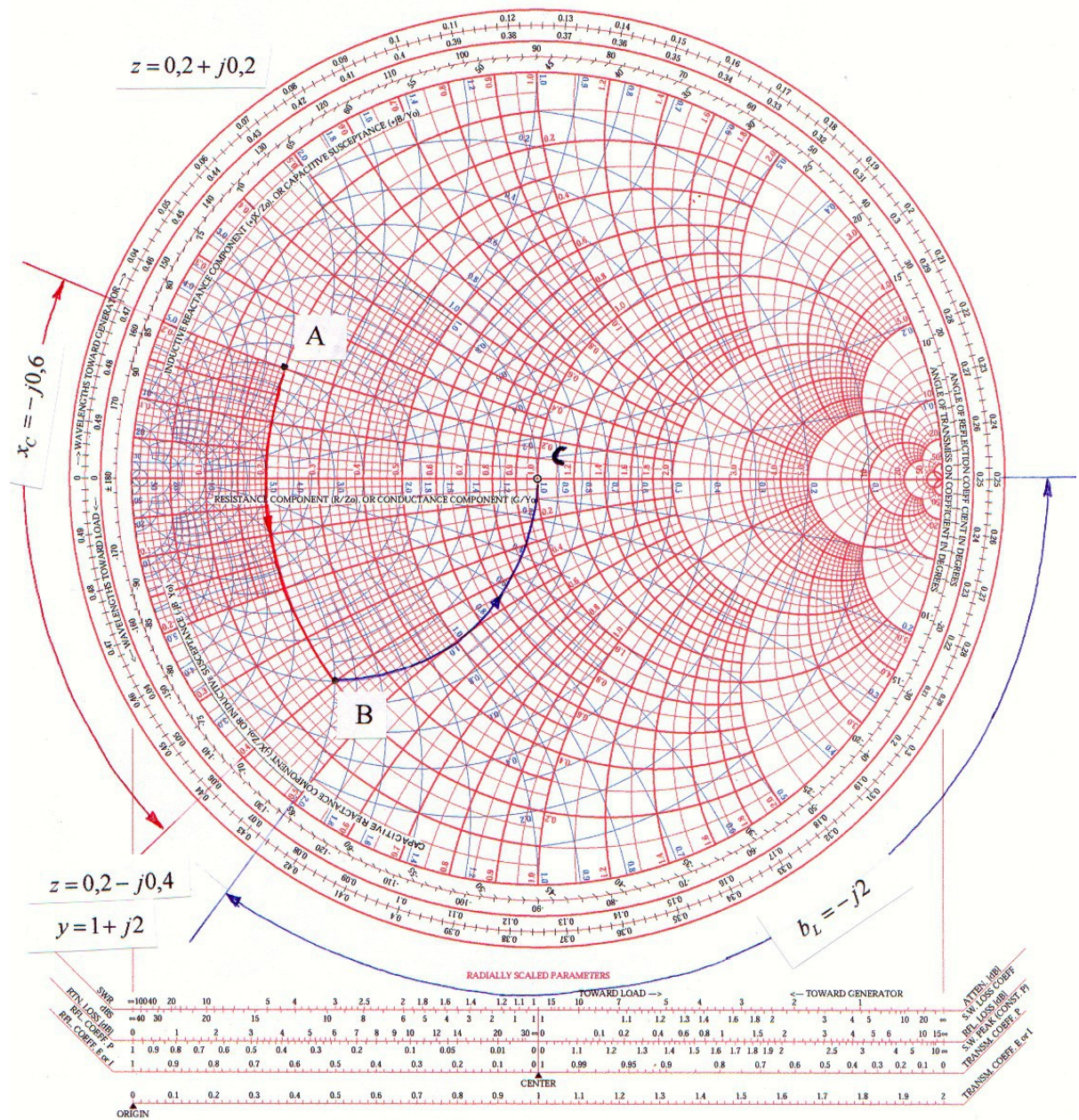


Figura 8 a

Carta di Smith

Esempio 6

Progettare la rete di adattamento di impedenza in figura in modo da trasformare un carico di $50\ \Omega$ in una ammettenza complessa di $Y = (8 - j12)\text{mS}$.

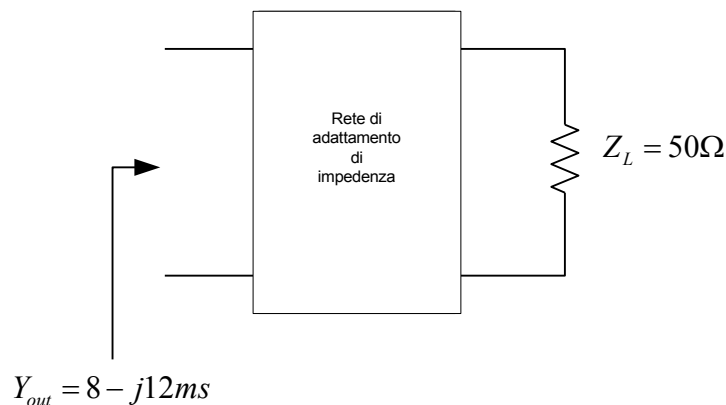


Figura 9 a

Soluzione

Vedere la figura 9 b. L'impedenza di carico normalizzata a $Z_0 = 50\ \Omega$ equivale a $z_n = 1$, cioè il centro della carta di Smith ZY, si fissa questo punto come punto **A**.

L'ammettenza normalizzata di uscita sarà

$$y_{n_out} = \left(\frac{8}{20 \cdot 10^{-3} \text{ S}} - j \frac{12}{20 \cdot 10^{-3} \text{ S}} \right) = 0,4 - j0,6 \text{ che sarà il punto (C in figura) che si}$$

dovrà raggiungere partendo dall'origine (**A** in figura).

Lo spostamento da **A** a **B** è dovuto all'inserzione di un condensatore in serie avente una reattanza normalizzata $x_n = -j1,21$, mentre lo spostamento da **B** a **C** è provocato dalla connessione in parallelo di induttanza avente una suscettanza normalizzata

$$b_n = -j0,6 - j',49 = -j1,09, \text{ pari a } x_n = \frac{1}{-j1,09} = j0,917$$

La configurazione della rete di adattamento sarà:

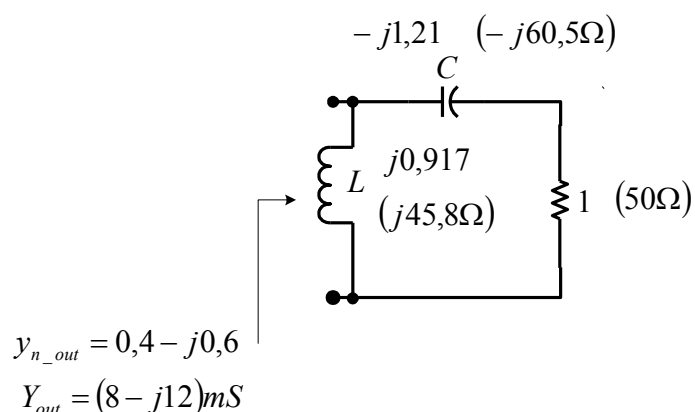


Figura 9 c

Carta di Smith

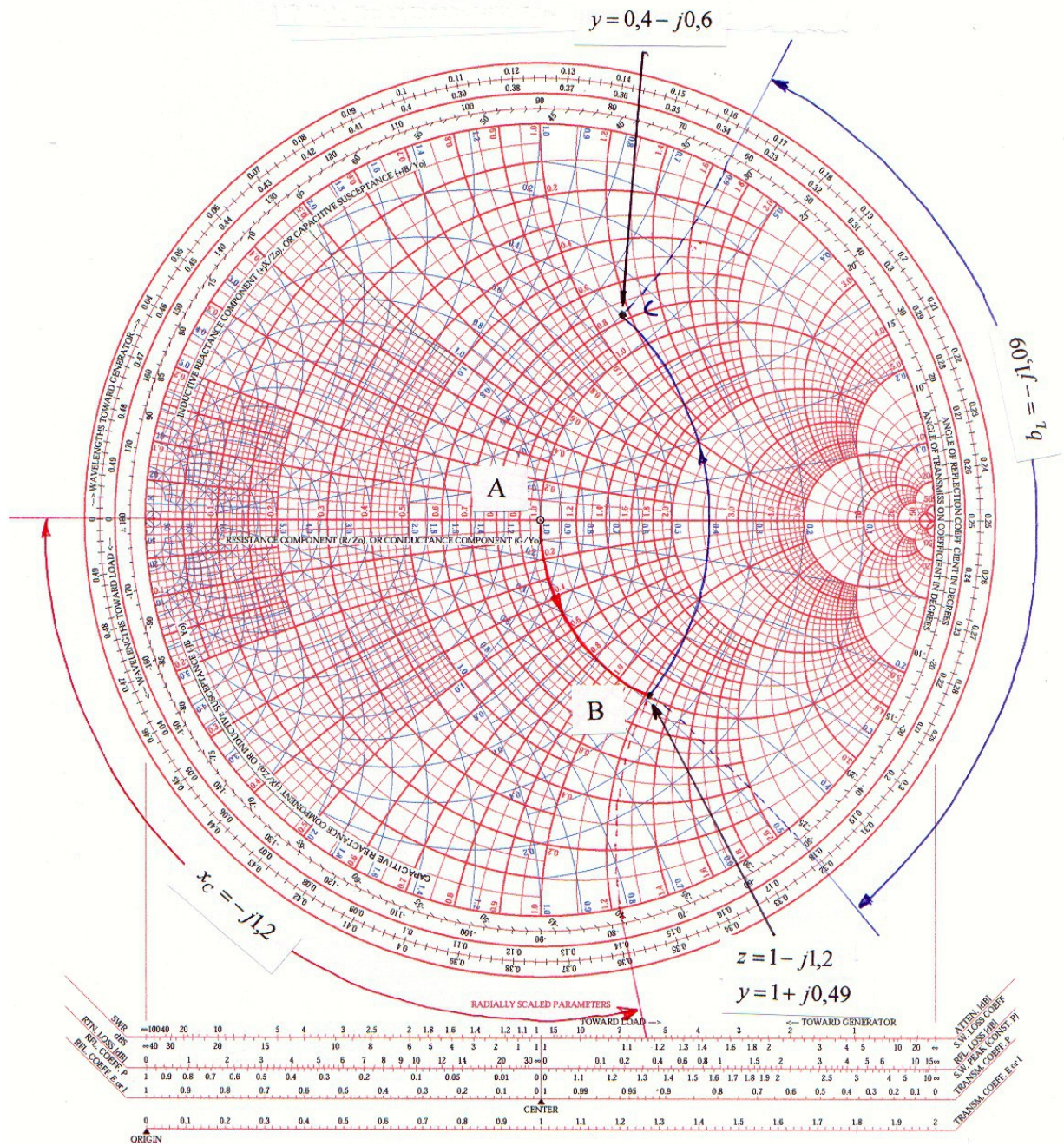


Figura 9 b