

## **03\_01\_Risonanza e adattamento LC**

# **Risonanza e adattamento LC**

### **Indice**

Appunti sul massimo trasferimento di potenza.....	2
Appunti di richiamo sulla risonanza.....	6
Appunti sull'adattamento di impedenza con L e C.....	16

## 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

### Appunti sul massimo trasferimento di potenza

#### Massimo trasferimento di potenza

Una sorgente di segnale può essere rappresentata come in figura 1.

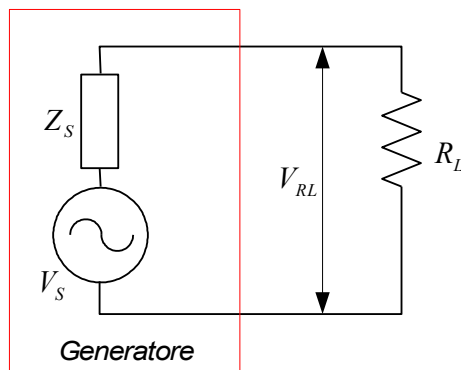


Figura 1

La combinazione di  $V_S$  e  $Z_S$  può essere una sorgente che genera un segnale qualsiasi, (un'antenna, un amplificatore) e lo applica la carico,

$Z_S$  = impedenza interna del generatore,  $Z_S = R_S \pm jX_S$ ,

$V_S$  = forza elettromotrice del generatore,

$R_L$  = resistenza di carico.

Il valore di  $Z_S$  (oppure  $R_S$  se l'impedenza è solamente resistiva) può essere piccolo, ma in pratica non nullo. Normalmente l'impedenza del generatore,  $Z_S$ , è uguale alla impedenza caratteristica del sistema, indicata con  $Z_0$ .

Se, per esempio, si considera un sistema composto da un'antenna e da un ricevitore, si dovrà progettare il sistema in modo che al ricevitore venga fornita la massima potenza possibile del segnale ricevuto. L'antenna è una sorgente con resistenza interna pari al valore della resistenza di radiazione  $R_S$  mentre l'impedenza di ingresso del ricevitore rappresenta il carico  $R_L$ .

Questa considerazione è valida per qualsiasi altra combinazione di generatore e di carico.

#### Carico resistivo

Se si prende in considerazione una sorgente con una impedenza interna resistiva,  $R_S$ , e diversa da zero si può calcolare il valore della resistenza di carico,  $R_L$ , per cui si avrà il massimo trasferimento di potenza da  $V_S$  verso  $R_L$ . La potenza dissipata in  $R_L$  è data da:

$$P_{RL} = \frac{V_{RL}^2}{R_L} \quad \text{dove} \quad V_{RL} = V_S \frac{R_L}{R_L + R_S} \quad \text{quindi} \quad P_{RL} = V_S^2 \frac{R_L}{(R_L + R_S)^2}.$$

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

Si avrà il massimo trasferimento di potenza quando si verifica la condizione

$$\frac{\partial P_{RL}}{\partial R_L} = 0 \quad \Longrightarrow \quad V_S^2 \frac{(R_L + R_S)^2 - 2R_L(R_L + R_S)}{(R_L + R_S)^2} = 0$$

che semplificando diventa  $R_S = R_L$

La sorgente fornirà la massima potenza se si realizza la condizione che la resistenza del carico è uguale alla resistenza della sorgente. Questa condizione viene definita come condizione di adattamento.

La figura in *Appendice A* riporta un grafico che descrive l'andamento di  $P_{RL}$  in funzione di  $R_L$  con una resistenza di sorgente  $R_S = 100 \, \Omega$  e  $V_S = 1 \, V$ .

#### Carico complesso

Se la sorgente ha una sua impedenza interna complessa,  $Z_S$ , il massimo trasferimento di potenza si avrà quando l'impedenza di carico soddisferà la relazione

$$Z_L = Z_S^*$$

dove  $Z_S^*$  è il complesso coniugato della impedenza della sorgente. Se  $Z_L = Z_S^*$  si ha che  $R_L = R_S$  e  $X_L = -X_S$ , le reattanze si cancellano e rimangono due resistenze uguali.

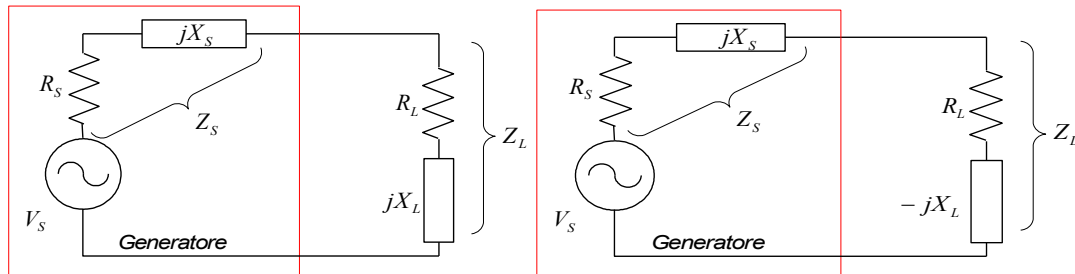


Figura 2

Se  $Z_L = Z_S^*$  si avrà  $Z_L = R_S - jX_S$ , le reattanze si annullano ed il circuito diventa come quello di figura 3

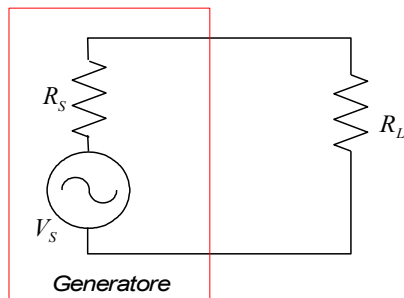


Figura 3

## 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

### Adattamento

**Adattamento** significa realizzare una connessione **generatore – carico** con impedenze uguali in modo da avere il massimo trasferimento di potenza. Ci sono anche altre ragioni valide per realizzare l'adattamento, ma ci sono anche delle situazioni in cui l'adattamento non è vantaggioso.

*Quando è conveniente fare un adattamento*

#### Antenne

E' la condizione più diffusa di adattamento sia in ricezione, che in trasmissione.

#### Terminazioni

E' il caso di dispositivi sensibili che necessitano di fissa impedenza di terminazione, come: filtri, mixer, amplificatori, etc. Gli amplificatori se non correttamente terminati possono cambiare radicalmente le loro condizioni di funzionamento, possono diventare instabili e oscillare.

#### Linee di trasmissione

Se non sono correttamente terminate sulle linee si ha:

- Presenza di onde stazionarie
- Distorsione dei segnali (un caso pratico sono i segnali digitali)
- ....

*Quando non è conveniente fare un adattamento*

Quando l'efficienza è importante l'adattamento di impedenza non è conveniente.

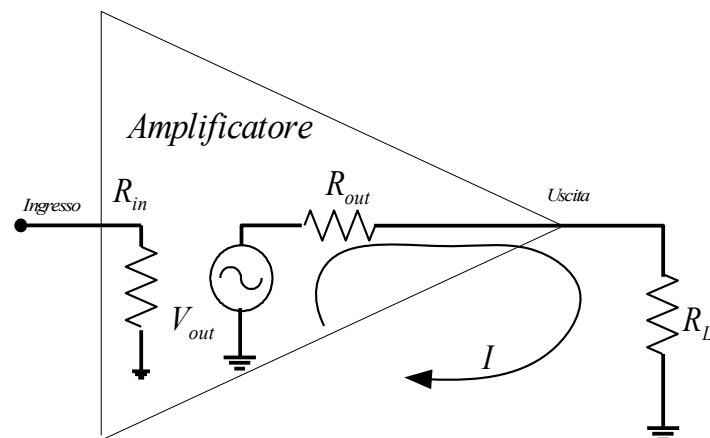


Figura 4

Se consideriamo l'amplificatore in figura vediamo che la resistenza di carico  $R_L$  dissipa la potenza  $P_{RL}$ , ma se  $R_{out} = R_L$ , anche  $R_{out}$  dissiperà una potenza pari a  $P_{RL}$ . In altre parole metà della potenza (3 dB) sarà dissipata all'interno dell'amplificatore.

L'efficienza del sistema è definita da  $\eta = \frac{P_{RL}}{P_T} = \frac{R_L}{R_L + R_{out}}$  (Nota 1)

$P_{RL}$  = Potenza dissipata in  $R_L$      $P_T$  = Potenza generata da  $V_{out}$

da cui risulta evidente che la massima efficienza si avrà quando l'impedenza di uscita dell'amplificatore è zero,  $R_{out} = 0$ .

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

Nel caso delle prese di corrente alternata a 50 Hz della rete di casa a noi interessa che forniscano una tensione di ampiezza costante in qualsiasi condizione di carico e con alta efficienza, per questa ragione è necessario che la resistenza interna della sorgente sia più bassa possibile.

#### Nota 1

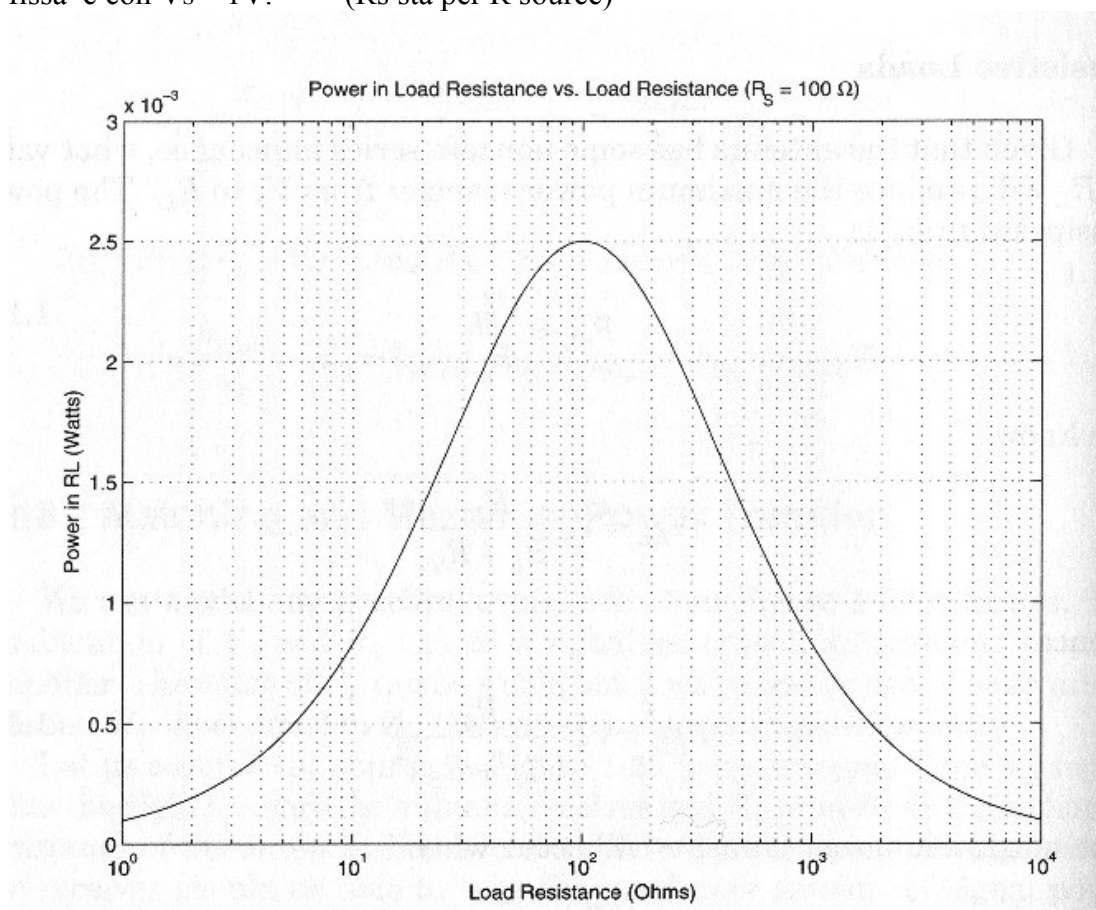
$$P_{RL} = R_L I^2 \quad I = \frac{V_{out}}{R_{out} + R_L} \quad P_{RL} = R_L \left( \frac{V_{out}}{R_{out} + R_L} \right)^2$$

$$P_T = \frac{V_{out}^2}{R_{out} + R_L}$$

$$\eta = \frac{P_{RL}}{P_T} = \frac{R_L \left( \frac{V_{out}}{R_{out} + R_L} \right)^2}{\frac{V_{out}^2}{R_{out} + R_L}} = \frac{R_L}{R_{out} + R_L}$$

#### Appendice A

Grafico dell'andamento della potenza variando il valore di  $R_L$  con una  $R_s = 100 \text{ Ohm}$  fissa e con  $V_s = 1 \text{ V}$ . ( $R_s$  sta per  $R$  source)



## 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

### Appunti di richiamo sulla risonanza

#### Risonanza

E' conosciuta come risonanza la proprietà delle reattanze di cancellarsi quando sono in serie e sono una induttiva e l'altra capacitiva, lo stesso per la suscettanza in parallelo quando una è induttiva e l'altra capacitiva. Si distinguono due tipi di risonanza :

- La risonanza serie,
- La risonanza parallelo.

#### Definizione del fattore di merito, Q

Poiché le reattanze induttive e capacitive sono essenzialmente dei dispositivi che immagazzinano dell'energia, si ritiene necessario definire l'efficienza con cui questa energia viene immagazzinata in modo da poter confrontare induttanze e condensatori fra loro e progettare i circuiti in modo che siano efficienti.

Come misura dell'efficienza si è scelto un **fattore di merito** o **Q**, che è stato così definito:

$$Q = 2\pi \frac{\text{massima energia immagazzinata per ciclo}}{\text{energia dissipata per ciclo}}$$

Il massimo valore dell'energia immagazzinata è presente in un induttore percorso

dalla corrente massima ed è data da  $\frac{LI_{\max}^2}{2}$

La potenza media dissipata nell'induttore, espressa nei termini della massima

corrente è  $\frac{R_S I_{\max}^2}{2}$  dove  $R_S$  è la resistenza serie dell'induttore, vedi la figura 1a

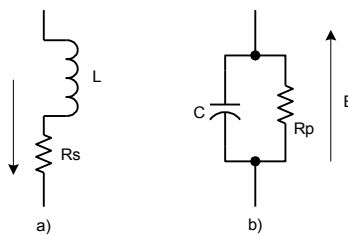


Figura 1

L'energia dissipata per ciclo è data dalla  $\frac{R_S I_{\max}^2}{2f}$

Dalla definizione di Q per un induttore si ha

$$Q = 2\pi \frac{\frac{LI_{\max}^2}{2}}{\frac{R_S I_{\max}^2}{2f}} = \frac{2\pi LI_{\max}^2}{I_{\max}^2 R_S} = \frac{2\pi f L}{R_S} = \frac{\omega L}{R_S} \quad [1]$$

Dove  $I_{\max}$  è il massimo valore della corrente che percorre la **resistenza serie** dell'induttore.

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

Un condensatore viene usualmente rappresentato con una resistenza di perdita connessa in parallelo, figura 1b. La massima energia immagazzinata dal condensatore si ha quando ai suoi capi si presenta la massima tensione  $E_{\max}$  ed è  $\frac{CE_{\max}^2}{2}$

La potenza media dissipata per ciclo nella resistenza  $R_p$  è  $\frac{E_{\max}^2}{2R_p f}$

Il fattore di merito Q per il condensatore sarà

$$Q = 2\pi \frac{\frac{CE_{\max}^2}{2}}{\frac{E_{\max}^2}{2R_p f}} = \frac{2\pi CE_{\max}^2}{\frac{E_{\max}^2}{R_p f}} = 2\pi f CR_p = \omega CR_p \quad [2]$$

#### Risonanza serie

La figura mostra un circuito serie R, L e C pilotato da un generatore E. La resistenza  $R_s$  include la resistenza del generatore, le resistenze dell'induttore e del condensatore, più qualsiasi altra resistenza introdotta dal carico nel circuito.

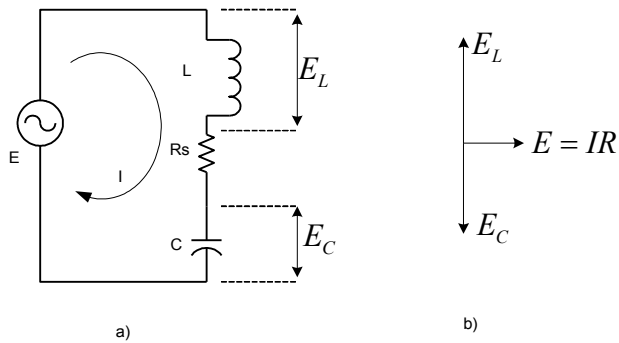


Figura 2

L'equazione d del circuito è  $E = RI + j\omega LI - j\frac{I}{\omega C}$

$$E = I \left[ R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] \quad [3]$$

Abbiamo definito la risonanza la condizioni in cui le reattanza si annullano e quindi hanno modulo uguale e segno opposto, cioè la parte reattiva del circuito dovrà essere zero

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \quad \text{ovvero} \quad \omega_r^2 LC = 1 \quad [4]$$

da cui  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad [5]$

Il valore della corrente in risonanza è  $I_r = \frac{E}{R} \quad [6]$

La corrente sarà limitata dalla sola resistenza R.

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

In condizioni di risonanza la tensione sviluppata ai capi dell'induttanza  $L$  è

$$E_L = \frac{j\omega_r L E}{R} = jQE \quad [7]$$

Similmente per il condensatore  $E_C = -\frac{jE}{\omega_r CR}$  e poiché  $\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}$

$$E_C = -jQE \quad [8]$$

Dalla 7 e dalla 8 si nota che le tensioni  $E_L$  ed  $E_C$  sono di ampiezza eguale, ma con segno opposto (quindi si cancellano); la tensione imposta al circuito,  $E$ , servirà solamente a superare la caduta di tensione dovuta alla resistenza  $R$  (figura 2b). Essendo il valore del  $Q$  maggiore dell'unità le tensioni che si sviluppano a cavallo di  $L$  e di  $C$  possono assumere valori maggiori della tensione del generatore  $E$ .

#### Risonanza parallelo

La figura seguente mostra un circuito risonante parallelo connesso ad un generatore con resistenza interna  $R_G$ . Il condensatore ha solitamente una resistenza trascurabile per cui tutta la resistenza viene inglobata, insieme alla resistenza dovuta al carico, in serie alla induttore  $L$ .

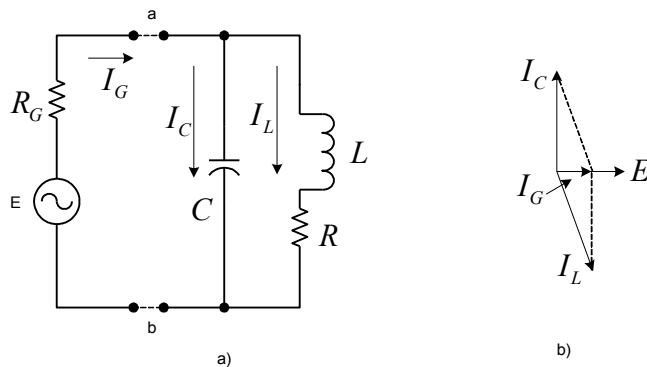


Figura 3

L'ammittenza del ramo capacitivo è  $Y_C = j\omega C$

mentre quella del ramo induttivo è  $Y_L = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$  [9]

l'ammittenza totale vista guardando verso destra dai terminali a, b (figura 3) è

$$Y = Y_L + Y_C \quad Y = \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\omega C \quad Y = \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} - j\left(\frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2} - \omega C\right) \quad [10]$$

In risonanza le reattanze si annullano e quindi la parte immaginaria deve essere uguale a zero.



### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

$$\frac{\omega_p L}{R^2 + \omega_p^2 L^2} - \omega_p C = 0 \quad \text{da cui} \quad \frac{\omega_p L}{R^2 + \omega_p^2 L^2} = \omega_p C \quad R^2 + \omega_p^2 L^2 = \frac{L}{C} \quad [11]$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \quad \omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad [12]$$

Questa appare come la frequenza di risonanza di un circuito serie modificata con l'aggiunta del termine  $\frac{R^2}{L^2}$  sotto radice.

Da notare che la risonanza è impossibile per valori di R tali che  $\frac{R^2}{L^2} > \frac{1}{LC}$ , la radice diventerebbe negativa.

L'equazione  $f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$  può essere riscritta anche nel modo che segue

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L - R^2 C}{L^2 C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} \left( \frac{L - R^2 C}{L} \right)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} \left( 1 - \frac{R^2 C}{L} \right)}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{L}} \quad [13]$$

da cui tenendo conto che il Q è dato dalla

$$Q = \frac{\omega_s L}{R} = \frac{L}{R} \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{L^2}{R^2 L C}} = \sqrt{\frac{L}{R^2 C}} \quad Q^2 = \frac{L}{R^2 C}$$

e inserito nella 13, la 13 può essere ancora riscritta nel modo che segue

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}} \quad [14]$$

L'equazione 14 va vedere che la frequenza di risonanza di un circuito parallelo si

differenzia da quella di un circuito serie del fattore  $\sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}$ .

- Se il Q è grande (>10) la differenza è trascurabile.
- Se  $Q < 1$  la risonanza non è possibile.

**03\_01\_Risonanza e adattamento LC**

Dalla 14 si ha che  $\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC}} \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}}$   $\omega_p^2 LC = \left(1 - \frac{1}{Q^2}\right)$  [15]

$$\omega_p L \omega_p C = \left(1 - \frac{1}{Q^2}\right) \quad \omega_p L = \frac{1}{\omega_p C} \left(1 - \frac{1}{Q^2}\right) \quad X_L = X_C \left(1 - \frac{1}{Q^2}\right) \quad [16]$$

Questo dimostra che nei circuiti parallelo le due reattanze (induttiva e capacitiva), in condizione di risonanza, non sono uguali come nel caso del circuito risonante serie. Dalla 10, imponendo la condizione di risonanza (la parte immaginaria è nulla), si ricava l'espressione dell'ammettenza

$$Y_p = \frac{R}{R^2 + \omega_p^2 L^2} \quad \text{l'impedenza sarà} \quad Z_p = R_p = \frac{R^2 + \omega_p^2 L^2}{R} \quad [17]$$

$$R_p = \frac{R^2 + \omega_p^2 L^2}{R} = \frac{R^2}{R} + \frac{\omega_p^2 L^2}{R} = R + \frac{\omega_p L}{R} \omega_p L \quad R_p = R + Q \omega_p L$$

moltiplicando sopra e sotto per R si ottiene

$$R_p = R + Q \omega_p L = \frac{R^2}{R} + \frac{\omega_p L}{R} QR = R + Q^2 R$$

riscrivendo  $R_p = R(1 + Q^2)$  [18]

Per un circuito con Q grande l'espressione si riduce a  $R_p = RQ^2$ .

Dalla 18 si ricava  $Q = \sqrt{\frac{R_p}{R} - 1}$  [18 a]

Dalla 11  $R^2 + \omega_p^2 L^2 = \frac{L}{C}$  e dalla 17  $Z_p = R_p = \frac{R^2 + \omega_p^2 L^2}{R}$  si ricava un'altra

espressione per  $R_p$ ,

$$R_p = \frac{L}{CR} \quad [19]$$

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

#### La rete ad L (elle) nella trasformazione di impedenza.

Due reattanze di segno opposto possono essere connesse come nella figura che segue per trasformare, *ad una data frequenza*, una resistenza di carico  $R$  in un'altra resistenza  $R_{in}$  da “presentare” al generatore.

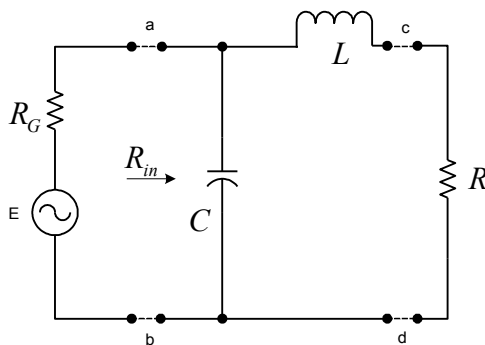


Figura 4

Per come appare nello schema elettrico, questo circuito reattivo, compreso fra i terminali a,b e c,d viene chiamato sezione o rete ad L (elle).

Il funzionamento del circuito può essere compreso facendo attenzione al fatto che il circuito a destra dei terminali a,b è costituito da un circuito risonante parallelo la cui resistenza in risonanza ( $R_p = \frac{L}{CR}$ ) appare come la resistenza di carico del generatore.

Il valore di questa resistenza di carico ( $R_p$ ) è funzione del rapporto  $\frac{L}{C}$  scelto, nel progettare il circuito si dovrà scegliere un valore di resistenza  $R_{in}$ , che il circuito presenta in condizioni di risonanza parallelo, tale che si adatti alla resistenza del generatore  $R_G$ , o ad un altro valore stabilito.

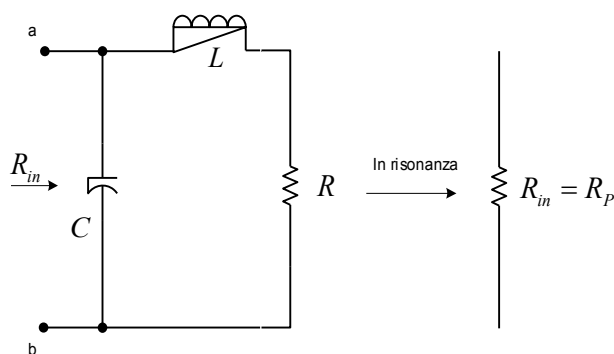


Figura 5

Affinché si verifichi questa condizione è necessario che il circuito a destra dei terminali a,b sia in risonanza parallelo e che la resistenza in risonanza parallelo,  $R_p$ , sia eguale a  $R_{in}$ .

Questa condizione è espressa dalle equazioni 12 e 19

$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \quad [12, 20] \quad R_p = R_{in} = \frac{L}{CR} \quad [19, 21]$$

Da cui  $L = R_{in}RC$  che inserita nella 20 ci porta ad avere

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

$$\omega_p^2 = \frac{1}{R_{in}RC^2} - \frac{1}{R_{in}^2C^2} \quad \omega_p^2 = \frac{1}{C^2} \left( \frac{1}{R_{in}R} - \frac{1}{R_{in}^2} \right) \quad \omega_p^2 C^2 = \left( \frac{1}{R_{in}R} - \frac{1}{R_{in}^2} \right)$$

moltiplicando sopra e sotto per  $R_{in}^2$

$$\omega_p^2 C^2 = \frac{1}{R_{in}^2} \left( \frac{R_{in}^2}{R_{in}R} - \frac{R_{in}^2}{R_{in}^2} \right) \quad \omega_p^2 = \frac{1}{C^2 R_{in}^2} \left( \frac{R_{in}}{R} - 1 \right)$$

dalla quale si ricavano il valore di C della rete ad L  $C = \frac{1}{\omega_p R_{in}} \sqrt{\frac{R_{in}}{R} - 1}$  [22]

con lo stesso procedimento applicato sempre sulla 20

$$R_p = R_{in} = \frac{L}{CR} \quad \text{da cui} \quad C = \frac{L}{R_{in}R} \quad \text{nella} \quad \omega_p = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

$$\text{si ottiene} \quad \omega_p^2 = \frac{R_{in}R}{L^2} - \frac{R^2}{L^2} \quad \omega_p L = \sqrt{R_{in}R - R^2} \quad \omega_p L = \sqrt{\frac{R^2}{R^2} (R_{in}R - R^2)}$$

$$\omega_p L = \sqrt{R^2 \left( \frac{R_{in}R}{R^2} - \frac{R^2}{R^2} \right)} \quad \text{e infine} \quad L = \frac{R}{\omega_p} \sqrt{\frac{R_{in}}{R} - 1} \quad [23]$$

Dove L è il valore dell'induttanza necessaria alla rete affinché questa presenti al generatore il valore desiderato di  $R_{in}$ , dove  $R < R_{in}$ .

Se si verifica la condizione in cui  $R > R_{in}$  si ribalta la rete ad L (elle) come nella figura che segue

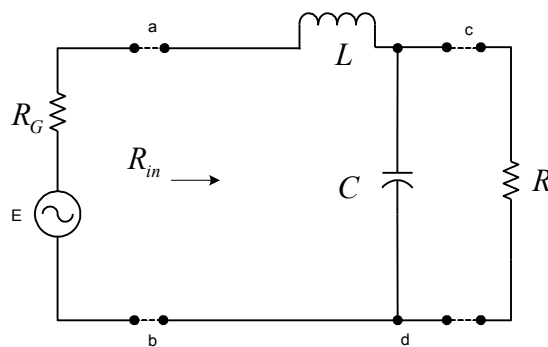


Figura 6

Le equazioni possono essere sviluppate come per il caso precedente, il risultato finale è simile al precedente solamente vengono sostituite  $R_{in}$  ad  $R$  e  $R$  ad  $R_{in}$ .

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

I nuovi valori di C ed L saranno dati dalle

$$C = \frac{1}{\omega_p R} \sqrt{\frac{R}{R_{in}} - 1} \quad [24]$$

$$L = \frac{R_{in}}{\omega_p} \sqrt{\frac{R}{R_{in}} - 1} \quad [25]$$

**Da ricordare che:**

- $R_G = R_{in}$  realizza la condizione di adattamento
- l'adattamento è valido per una sola frequenza
- il  $Q$  dipende dal rapporto tra  $R_p$  e  $R$ .

Un procedimento alternativo al calcolo di L e C per la rete ad L (elle) fin qui descritto è quello di partire dai valori di  $R_p$  (resistenza parallelo) e  $R_s$  (resistenza serie), calcolare il  $Q$  che ne deriva e utilizzando quest'ultimo come parametro nei calcoli.

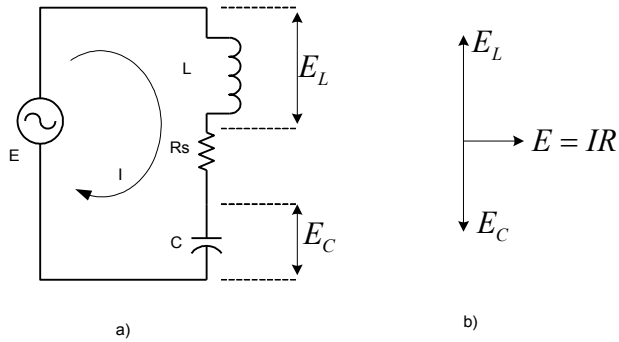
- si calcola il valore del  $Q$  con la 18 a;  $Q = \sqrt{\frac{R_p}{R} - 1}$
- si ricavano i valori delle reattanze  $X_s$  (serie) e  $X_p$  (parallelo) con le

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R_s} \quad X_s = Q R_s \quad \text{e} \quad Q = \omega_0 C R_p \quad X_p = \frac{R_p}{Q}$$

e infine, dai valori delle reattanze e tenendo conto della **frequenza**, i valori di **L** e **C**.

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

#### Alcuni richiami sul $Q$ ed il circuito risonante serie



$$E = I \left[ R_s + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]$$

$$Z = R_s + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad [26]$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \implies L = \frac{1}{\omega_0^2 C}; \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L}$$

$$\omega L = \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{\omega_0}{\omega} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\text{da cui } \omega L - \frac{1}{\omega C} = \sqrt{\frac{L}{C}} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

che inserita nella 26

$$Z = R_s + j \sqrt{\frac{L}{C}} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad [27]$$

ma,  $\sqrt{\frac{L}{C}} = L\omega_0 = QR_s$  se che inserito nella 27 la modifica come segue,

$$Z = R_s \left[ 1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

Per studiare il comportamento del circuito fuori dalla condizione di risonanza si fa il rapporto fra la corrente e la corrente in condizioni di risonanza,  $I_0$ .

$$I = \frac{V}{R_s \left[ 1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]} \quad \text{corrente fuori risonanza}$$

$$I = \frac{V}{R_s} \quad \text{corrente in risonanza.}$$

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

$\beta = \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$  questo termine viene chiamato coefficiente di dissonanza.

Il rapporto fra le correnti è

$$\frac{|I|}{|I_0|} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}$$

$$\frac{|I|}{|I_0|} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \beta^2}}$$

Con questa equazione si ricava la curva universale di risonanza che riporta in ordinata

il rapporto fra le correnti  $\frac{|I|}{|I_0|}$  ed in ascissa i valori positivi e negativi di  $\beta Q$ .

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega} \quad \text{che per } \omega \approx \omega_0 \text{ si ha che}$$

$$\beta = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} \quad \beta = \frac{2\Delta f}{f_0} \quad \text{dove } 2\Delta f = \text{Banda}_{passante}$$

La banda passante a 3 dB sarà

$$\frac{|I|}{|I_0|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \beta^2}} \quad \text{da cui} \quad \beta^2 Q^2 = 1 \quad \beta Q = \pm 1$$

$$Q = \pm \frac{1}{\beta} \quad \text{ma ha senso solo il segno positivo per cui}$$

$$Q = \frac{1}{\beta} = \frac{f_0}{\text{Banda}_{passante}} \quad [28]$$

#### Bibliografia

John D. Ryder, *Networks Lines and Fields*, seconda edizione.

## 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

### Appunti sull'adattamento di impedenza con L e C

#### Adattamento di impedenza

L'adattamento d'impedenza è spesso necessario nel progetto dei circuiti a RF in modo da realizzare il massimo trasferimento di potenza fra sorgente e carico.

La massima potenza viene trasferita dalla sorgente al carico se la resistenza di carico è uguale alla resistenza del generatore, questo nei circuiti in DC.

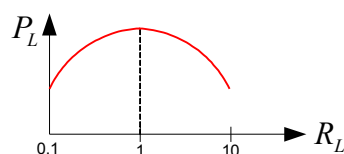
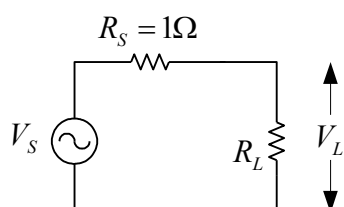


Fig. AD.1

$P_{out\_max}$  si ha quando  $R_L = R_S$

$$V_L = \frac{R_L}{R_L + R_S} V_S$$

per semplicità si pone  $R_S = 1$  e  $V_S = 1$   $V_L = \frac{R_L}{R_L + 1} 1$

la potenza su  $R_L$  è  $P_L = \frac{V_L^2}{R_L}$  quindi  $P_L = \frac{\left(\frac{R_L}{R_L + 1}\right)^2}{R_L} = \frac{R_L}{(R_L + 1)^2}$

Se si traccia la curva di  $P_L$  in funzione di  $R_L$  si vede che si ottiene la curva in figura, cioè si ha un massimo per  $R_L = R_S$ .

(Vedere nota sul Trasferimento di potenza)

Lo stesso principio è valido anche nei circuiti in AC dove si ha il massimo trasferimento di potenza (fra generatore e carico) quando l'impedenza del carico ( $Z_L$ ) è uguale al complesso coniugato dell'impedenza del generatore ( $Z_S$ ). Complesso coniugato significa che le due parti reali sono uguali mentre le parti immaginarie sono di segno opposto. Se l'impedenza della sorgente è del tipo  $Z_S = R + jX$  il suo complesso coniugato sarà  $Z_S = R - jX$  e si indica con  $Z_S^*$ .

La figura che segue rappresenta questo concetto (Fig.AD.2). L'impedenza del generatore,  $Z_S$ , con in serie la componente reattiva  $jX_S$  alimenta un carico con una impedenza (complessa coniugata) che ha una componente capacitiva  $-jX_L$  in serie con la resistenza  $R_L$ . Se le componenti reali sono uguali ed le reattanze sono tali che  $X_S = X_L$  si ha il massimo trasferimento di potenza fra sorgente e carico.



### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

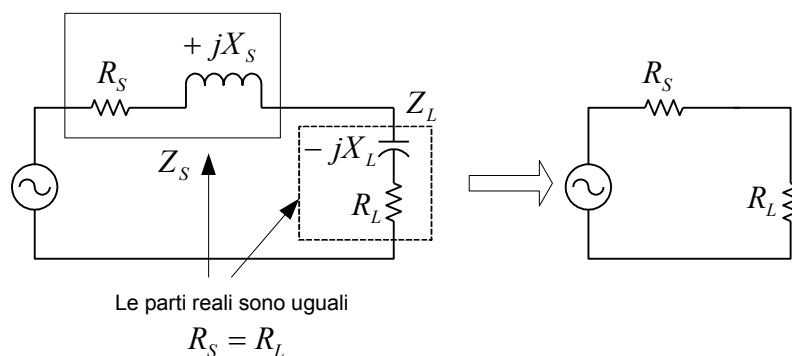


Fig.AD.2

Lo scopo principale di ogni rete di adattamento di impedenza è quello di forzare il generatore/sorgente a vedere una impedenza che sia il complesso coniugato della sua impedenza.

Nella figura (Fig.AD.3) un carico con impedenza  $Z_L = 2 - j6$  viene adattato ad un generatore con una impedenza interna  $Z_S = 5 - j10$ . La rete di adattamento trasformerà l'impedenza del carico nel complesso coniugato dell'impedenza del generatore, cioè in  $Z_S^* = 5 + j10$ .

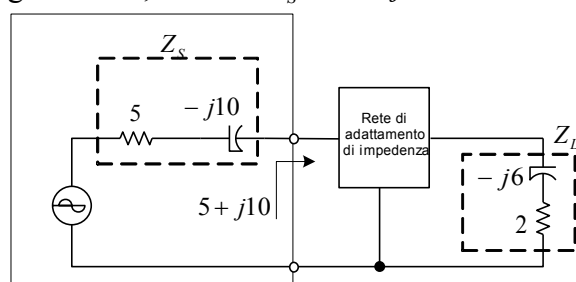


Fig.AD.3

Da notare che trattandosi di reattanze l'adattamento di impedenza complesso coniugato si verifica solamente per un valore di frequenza (questo può essere un problema per i circuiti a larga banda).

Esistono infiniti tipi di reti usabili per ottenere l'adattamento di impedenza suggerito nelle figura qui sopra. Alcune sono molto semplici, con soli due elementi, L e C, altre sono molto elaborate con filtri fino a 5 o più elementi.

#### La rete a L

E' probabilmente il più semplice circuito di adattamento di impedenza, ha questo nome perché i componenti nello schema sono disposti a L. Esso offre 4 possibilità, che sono rappresentate nella figura che segue (Fig. AD.4) e si differenziano per come sono combinati tra loro gli elementi L e C.

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

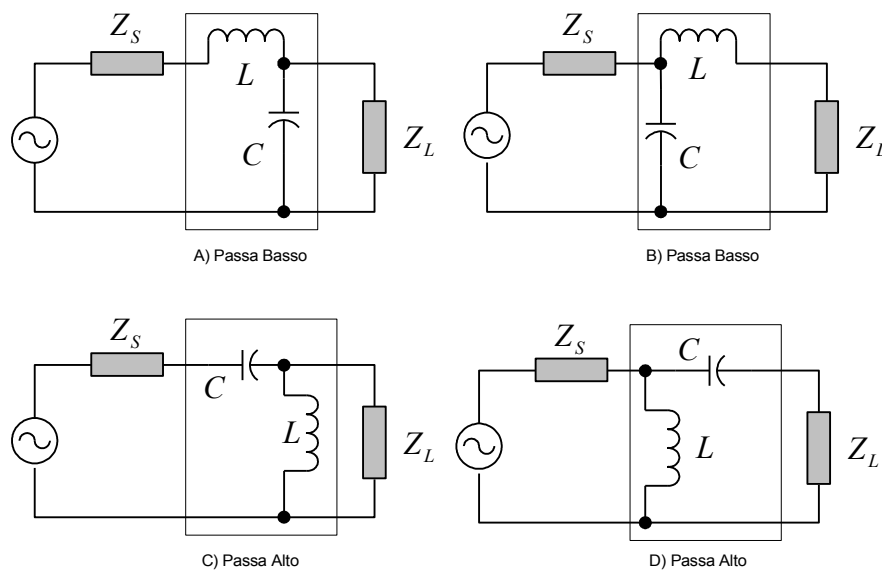


Fig.AD.4

Due combinazioni, A e B sono nella configurazione Passa Basso e due configurazioni C e D sono nella configurazione Passa Alto.

Vediamo un semplice esempio; nella figura AD.5 una semplice rete ad L formata da una induttanza L e da una capacità C adatta l'impedenza del generatore, 100 Ohm, ad un carico di 1000 Ohm.

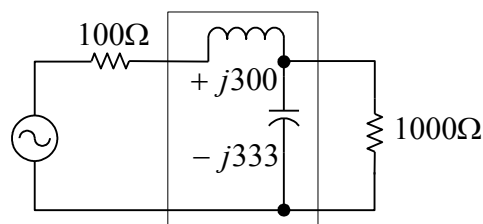


Fig. AD.5

Senza la rete di adattamento la perdita sarebbe stata di 4,8 dB (vedi Nota 1). L'adattamento di impedenza elimina questa perdita e consente di trasferire al carico la massima potenza. Questo viene fatto forzando la sorgente con  $R_S = 100\Omega$  a vedere un carico di  $100\Omega$ . Vediamo di analizzare il circuito che segue (fig. AD.6)

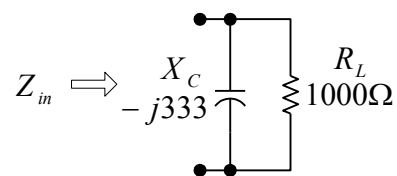


Fig.AD.6

L'impedenza di ingresso  $Z_{in}$  è il parallelo di  $-j333$  con  $1000\Omega$

$$Z_{in} = \frac{X_C R_L}{X_C + R_L} = \frac{-j333 \cdot 10^3}{-j333 + 10^3} = 315 \angle -71,58^\circ = 100 - j300$$

cioè

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

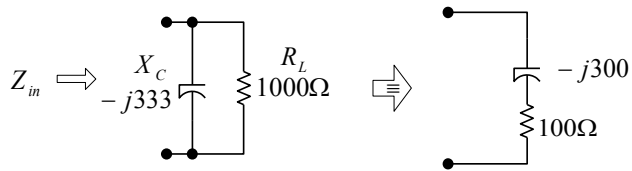


Fig. AD.7

Il circuito di figura AD.6 è equivalente ad un circuito serie, figura AD.7. L'impedenza  $Z_{in}$  è una impedenza serie formata da una reattanza capacitiva,  $-j300$ , e da una resistenza di  $100\Omega$ . Per completare l'adattamento all'impedenza della sorgente,  $100\Omega$ , sarà sufficiente inserire in serie una reattanza di eguale valore, ma di segno opposto,  $= j300$ .

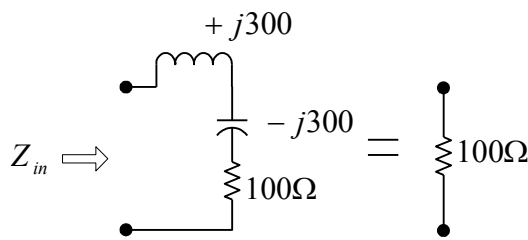


Fig. AD.8

L'aggiunta della reattanza di  $+j300$  cancella la reattanza  $-j300$  e rimane solamente una resistenza (apparente) di  $100\Omega$ .

Riassumendo in un adattamento di impedenza, la funzione del componente in parallelo (alla sorgente o al carico) è quella di trasformare una impedenza di valore elevato in una di valore più piccolo con la parte reale uguale alla parte reale della impedenza a cui deve essere adattata (sorgente o carico). La reattanza in serie risuonerà con la reattanza in parallelo e la cancellerà in modo da lasciare un circuito con sole resistenze.

La rete viene progettata tenendo conto del valore del fattore di merito  $Q$  (quindi della banda passante) che avrà la rete a  $L$  in dipendenza dei valori  $R_p$  e  $R_s$

$$Q_s = Q_p = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1} \quad Q_s = \frac{X_s}{R_s} \quad Q_p = \frac{R_p}{X_p}$$

$Q_s$  = il fattore di merito  $Q$  del ramo serie del circuito

$Q_p$  = il fattore di merito  $Q$  del ramo parallelo del circuito

$R_p$  = la resistenza in parallelo

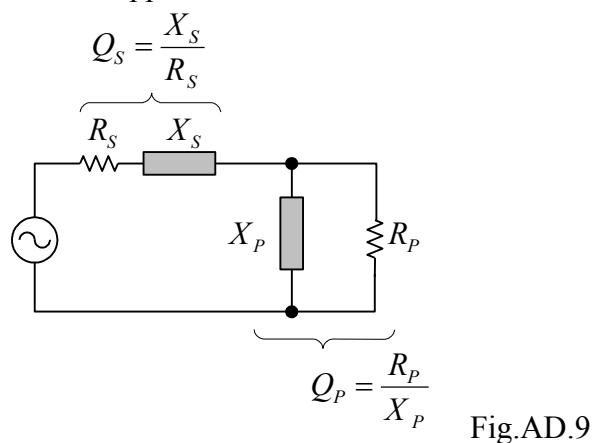
$R_s$  = la resistenza in serie

$X_p$  = la reattanza in parallelo

$X_s$  = la reattanza in serie

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

Le reattanze  $X_p$  e  $X_s$  possono essere sia induttive che capacitive, ma ognuna deve essere l'opposto dell'altra.



L'esempio che segue illustra l'adattamento di due impedenze reali (pure resistenze), che in pratica è un caso abbastanza raro.

#### Esempio 1

Progettare una rete di adattamento per una generatore con una resistenza interna di  $100\Omega$  ed un carico di  $1000\Omega$ . Si desidera che la rete possa trasferire anche la DC. La frequenza di lavoro è  $100\text{ MHz}$ .

#### Soluzione

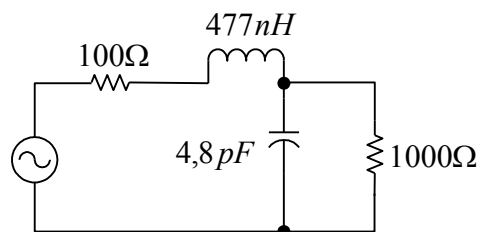
$$Q_s = Q_p = \sqrt{\frac{R_p}{R_s}} - 1 = \sqrt{\frac{1000}{100}} - 1 = \sqrt{9} = 3$$

$$Q_s = \frac{X_s}{R_s} \quad X_s = Q_s R_s = 3 \cdot 100 = 300\Omega \text{ che sarà induttiva (deve passare la DC)}$$

$$Q_p = \frac{R_p}{X_p} \quad X_p = \frac{R_p}{Q_p} = \frac{1000}{3} = 333\Omega \text{ che sarà capacitiva, complementare.}$$

$$X_s = 2\pi f L \quad L = \frac{X_s}{2\pi f} = \frac{300}{2\pi \cdot 10^8} = 477\text{ nH}$$

$$X_p = \frac{1}{2\pi f C} \quad C = \frac{1}{2\pi f X_p} = \frac{1}{2\pi \cdot 333 \cdot 10^8} = 4,8\text{ pF}$$



### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

Normalmente l'impedenza di ingresso dei transistori è una impedenza complessa,  $Z = R \pm jX$ ; lo stesso succede per le linee di trasmissione, le antenne e così via. Si devono quindi usare delle tecniche di adattamento che tengano conto di questo. Ci sono due approcci di base per la manipolazione dell'impedenza complessa:

- il metodo dell'**assorbimento**,
- ed il metodo della **risonanza**.

#### a) Metodo dell'assorbimento.

Si tratta di assorbire o inglobare le reattanze distribuite nella rete di adattamento. Questa operazione richiede una certa attenzione nel disporre gli elementi della rete, devono essere connessi in modo che l'induttanza si trovi in serie con le induttanze distribuite e la capacità si trovi in parallelo con le capacità distribuite. I valori dei componenti distribuiti saranno poi sottratti ai valori dei componenti della rete di adattamento i quali saranno quindi più piccoli dei valori calcolati.

#### b) Metodo della risonanza.

Si tratta di far risuonare (alla frequenza di lavoro) ogni valore di reattanza distribuita con un uguale valore di segno opposto. La rete di adattamento si calcola come se le impedenze fossero delle pure resistenze.

I due metodi si possono usare in modo combinato. La tecnica dell'inglobamento non può ovviamente essere usata se i valori di L e di C degli elementi distribuiti sono maggiori dei valori calcolati della rete di adattamento.

Vediamo due esempi.

#### Esempio 2 (Assorbimento)

Usare la tecnica dell'assorbimento per adattare il generatore ed il carico del circuito in figura. La frequenza di lavoro è di 100 MHz.

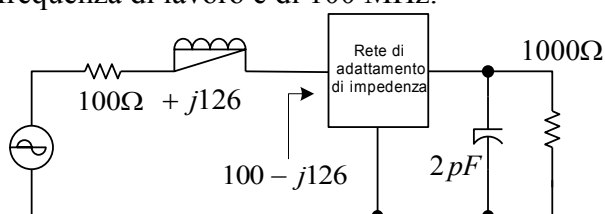


Fig. AD. 11

#### Soluzione

Il primo passo è ignorare totalmente le reattanze distribuite (in questo caso  $j126$  e  $2pF$ ) e calcolare la rete di adattamento come se non ci fossero.

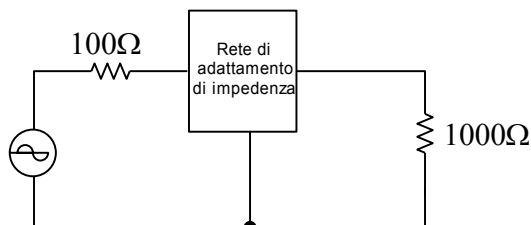


Fig.AD.12

Da ricordare che la rete deve essere scelta in modo che la L sia in serie alla L distribuita e la C in parallelo alla C distribuita. In questo caso la rete avrà questa configurazione:

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

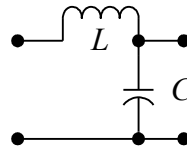


Fig.AD.13

$$Q_S = Q_P = \sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1} = \sqrt{\frac{1000}{100} - 1} = \sqrt{9} = 3$$

$$X_S = Q_S R_S = 3 \cdot 100 = 300\Omega \quad L = \frac{X_S}{2\pi f} = \frac{300}{2\pi \cdot 10^8} = 477nH$$

$$X_P = \frac{R_P}{Q_P} = \frac{1000}{3} = 333\Omega \quad C = \frac{1}{2\pi f X_P} = \frac{1}{2\pi \cdot 333 \cdot 10^8} = 4,8pF$$

La reattanza distribuita associata al generatore è  $X_{L\_Source} = j126\Omega$  l'induttanza sarà

$$L = \frac{X_{L\_Source}}{2\pi f} = \frac{126}{2\pi \cdot 10^8} = 200nH \quad \text{La capacità distribuita associata al carico è } 2pF.$$

Il circuito diventa così:

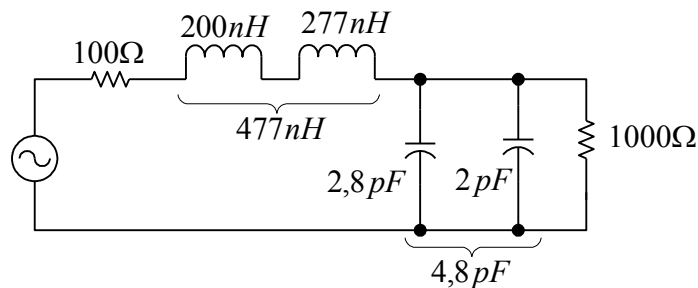


Fig.AD.14

I componenti della rete di adattamento dovranno avere i seguenti valori:

$$L = 477 - 200 = 277nH \quad C = 4,8 - 2 = 2,8pF$$

#### Esempio 3 (Risonanza)

Progettare una rete di adattamento fra una sorgente ed un carico come illustrato nella figura che segue. La rete deve impedire il passaggio della corrente continua fra sorgente e carico. La frequenza di lavoro è 75 MHz.

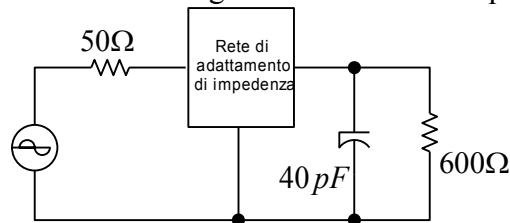


Fig.AD.15

Per prima cosa si “elimina” la capacità con il metodo della risonanza cioè si inserisce in parallelo ai 40 pF una induttanza di reattanza uguale e di segno opposto.

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 (75 \cdot 10^6)^2 40 \cdot 10^{-12}} = 112,58nH$$

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

Il circuito diventa

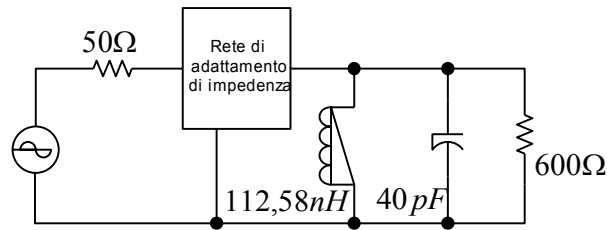


Fig.AD.16

Adesso si calcola il circuito di adattamento considerando i soli elementi resistivi. Considerando che il circuito deve bloccare la DC si userà una rete del tipo

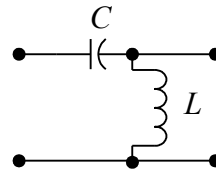


Fig.AD.17

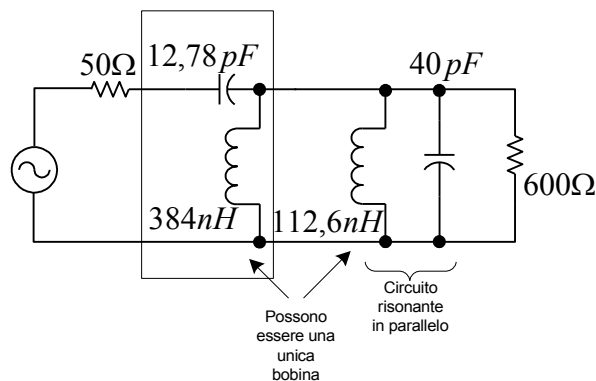
$$Q_s = Q_p = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1} = \sqrt{\frac{600}{50} - 1} = 3,32$$

$$X_s = Q_s R_s = 332 \cdot 50 = 166\Omega$$

$$X_p = \frac{R_p}{Q_p} = \frac{600}{3,32} = 181\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_s} = \frac{1}{2\pi \cdot 75 \cdot 10^6 \cdot 166} = 12,78 pF$$

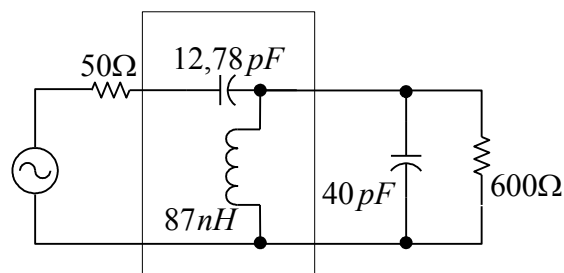
$$L = \frac{X_p}{2\pi f} = \frac{181}{2\pi \cdot 75 \cdot 10^6} = 384 nH$$



Il circuito completo diventa:

e, unendo le due induttanze:

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = \frac{112,6 \cdot 384}{112,6 + 384} = 87 nH$$



## 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

### Reti di adattamento a tre elementi

Nelle reti di adattamento il  $Q$  è una variabile dipendente da  $R_S$  e da  $R_P$  e quindi risulta impossibile determinare a piacere la larghezza di banda del circuito. Le reti a tre elementi ovviano a questo inconveniente. Ci sono due tipi di rete a tre elementi:

- le reti a  $\Pi$ ,
- le reti a T,

la denominazione viene data in conseguenza della forma del circuito.

### La rete a $\Pi$

Può essere descritta come due reti ad L affiancate che adattano una resistenza virtuale.

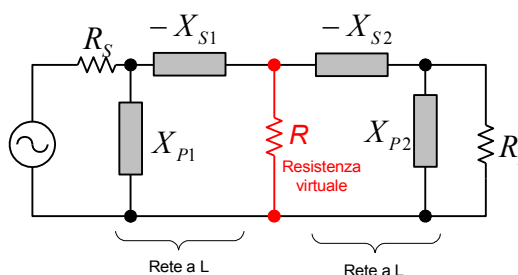


Fig.AD.20

Il significato dei segni meno è simbolico, vuol dire che la reattanza  $X_{S1}$  devono essere di segno opposto delle reattanza  $X_{P1}$  e che la reattanza  $X_{S2}$  deve essere di segno opposto della reattanza  $X_{P2}$ .

Il progetto segue lo stesso procedimento usato nel progetto delle reti ad L, con la differenza che il valore della resistenza virtuale si sceglie in modo che il valore del  $Q$  sia quello desiderato

$$Q = \sqrt{\frac{R_H}{R} - 1}$$

$R_H$ , è uguale alla resistenza di valore più elevato fra  $R_S$  e  $R_L$

$R$ , la resistenza virtuale

Vediamo un esempio.

*Esempio 4*

Usando lo schema in figura progettare una rete a  $\Pi$  che adatti un generatore con  $R_S = 100\Omega$  ad un carico  $R_L = 1000\Omega$ . La rete deve avere un  $Q = 15$ .

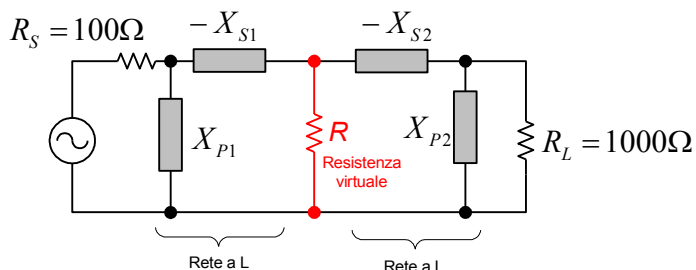


Fig.AD.21



### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

$$Q = \sqrt{\frac{R_H}{R} - 1} \quad Q^2 = \frac{R_H}{R} - 1 \quad \text{da cui} \quad R_H = R_L = 1000\Omega \quad (\text{il valore più elevato})$$

$$R = \frac{R_H}{Q^2 + 1} \quad R = \frac{1000}{15^2 + 1} = 4,42\Omega$$

Si calcolano  $X_{p2}$  e  $X_{s2}$  come se il pezzo di rete fosse un circuito ad L

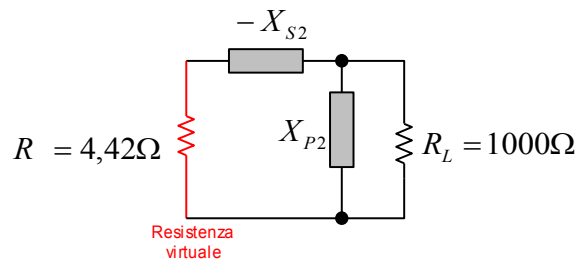


Fig.AD.22

Si calcola la  $X_{p2}$  tenendo conto del Q in parallelo,  $Q_P = \frac{R_P}{X_P}$ , determinato da  $R_L$ .

$$X_{p2} = \frac{R_{p2}}{Q_P} = \frac{R_L}{Q} = \frac{1000}{15} = 66,66\Omega$$

Si calcola la  $X_{s2}$  tenendo conto del Q in serie,  $Q_S = \frac{X_S}{R_S}$  determinato dalla resistenza virtuale R,  $X_{s2} = Q_S R_S = Q_S R = 15 \cdot 4,42 = 66,3\Omega$

Calcolata la parte di rete verso il carico si procede al calcolo della rete verso il generatore. Il fattore di merito viene definito dal valore della resistenza virtuale R già nota.

$$Q_1 = \sqrt{\frac{R_S}{R} - 1} \quad Q_1 = \sqrt{\frac{R_S}{R} - 1} = \sqrt{\frac{100}{4,42} - 1} = 4,65$$

In questa parte del circuito avremo che la resistenza virtuale, R, sarà in serie mentre la resistenza del generatore,  $R_S = 100\Omega$ , sarà in parallelo.

$$X_{p1} = \frac{R_{p1}}{Q_1} = \frac{R_S}{Q_1} = \frac{100}{4,65} = 21,7\Omega$$

$$X_{s1} = Q_1 R_{serie} = Q_1 R = 4,65 \cdot 4,42 = 20,55\Omega$$

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

La rete completa sarà:

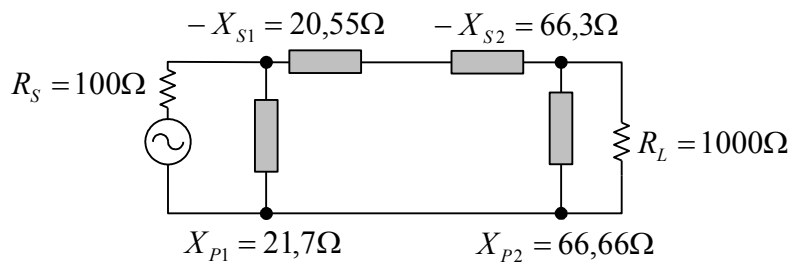


Fig.AD.23

Tenendo conto dei limiti già stabiliti:

$X_{S1}$  deve essere opposto a  $X_{P1}$ , e  $X_{S2}$  deve essere opposto a  $X_{P2}$ ,  
si possono avere diverse configurazioni della rete di adattamento, la figura che segue le illustra.

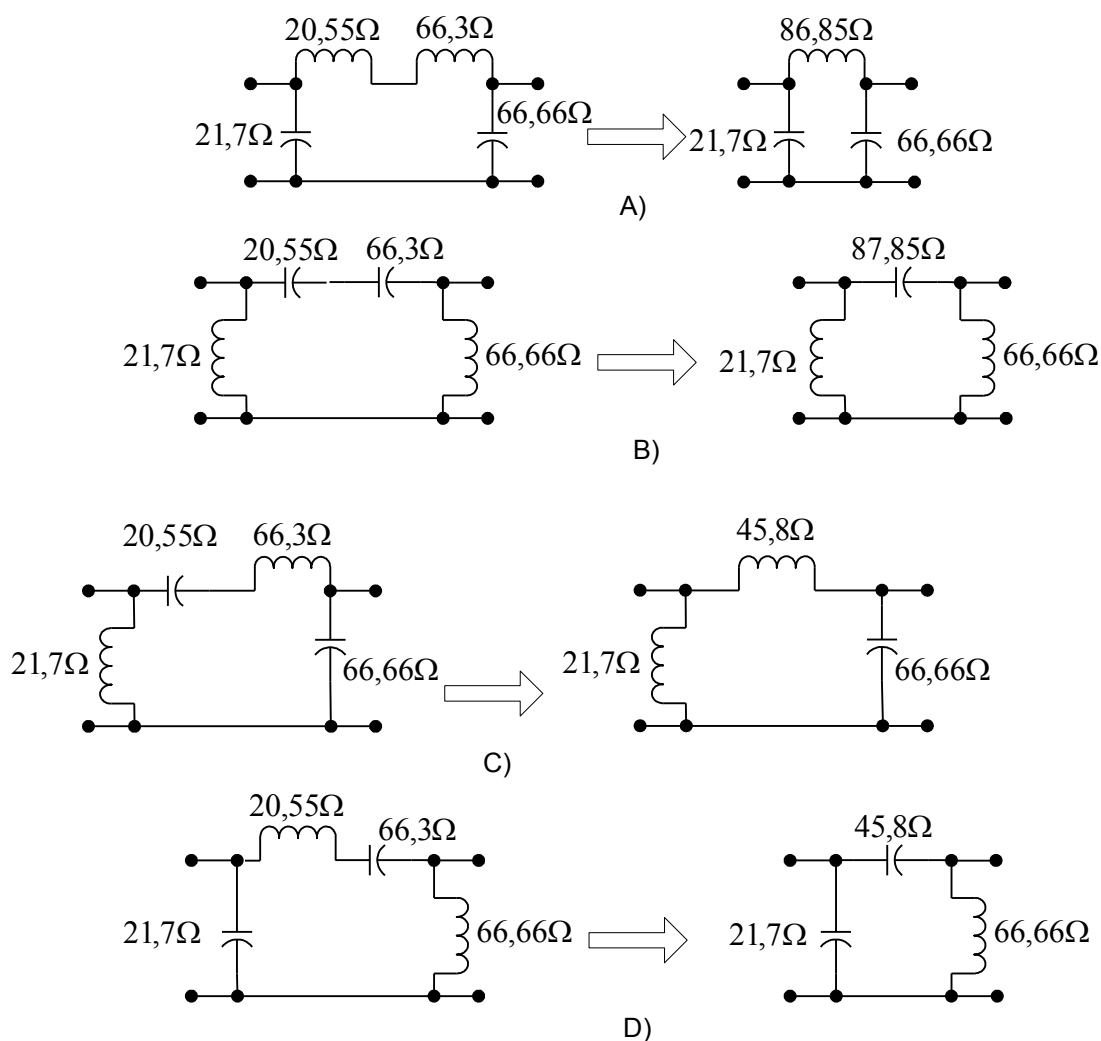


Fig.AD.24

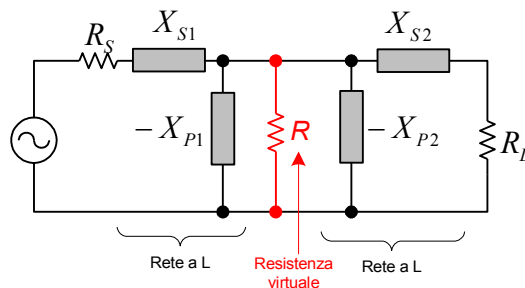
La scelta fra le reti A, B, C e D di figura AD.24 dipende dall'applicazione:

- dalla possibilità di eliminare le capacità distribuite,
- se la rete deve essere di tipo Filtro Passa Basso per eliminare le armoniche del segnale,
- se serve bloccare la componente continua.

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

#### La rete a T

La rete a T, come la rete a  $\Pi$  è composta da due reti a L., la differenza con la rete a  $\Pi$  è che la resistenza virtuale  $R$  deve essere maggiore di  $R_S$  e  $R_L$ . Le due reti a L hanno le reattanze in parallelo connesse una vicino all'altra.



$$R_S < R > R_L$$

Fig.AD.25

Si usa questa soluzione quando sono richiesti valori più elevati di  $Q$ . Il valore del  $Q$  (caricato) è determinato dalla sezione a L che ha il più alto valore di  $Q$ . Per definizione la sezione a L che ha il più elevato valore di  $Q$  è quella che “termina” con la resistenza più bassa (le resistenze di terminazione  $R_S$  e  $R_L$  si trovano nei rami serie delle due reti a L).

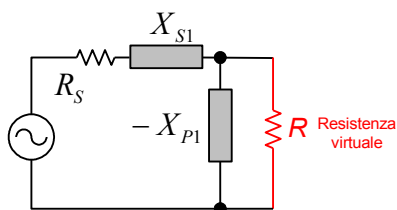


Fig.AD.26

Il  $Q$  sarà dato da  $Q = \sqrt{\frac{R_p}{R_s} - 1}$  dove

$R_p$ , è la resistenza nel ramo in parallelo della rete a L, quindi è  $R$ ,

$R_s$ , è la resistenza nel ramo serie della rete a L,

la formula del  $Q$  diventa  $Q = \sqrt{\frac{R}{R_s} - 1}$   $R_s$  è la più piccola fra  $R_s$  e  $R$ .

Vediamo un esempio.

#### Esempio 5

Usando lo schema in figura come riferimento, progettare quattro diverse reti di adattamento per adattare la resistenza del generatore di 10 Ohm a quella del carico che è di 50 Ohm. Una rete ha un  $Q = 10$ .

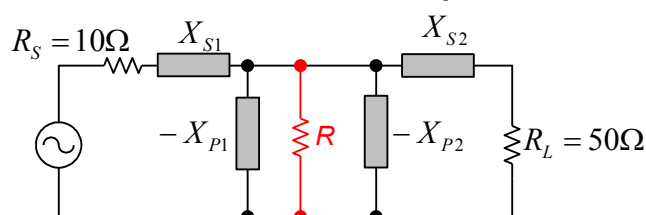


Fig.AD.27

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

Per prima cosa si calcola il valore di R

$$Q = \sqrt{\frac{R}{R_s} - 1} \quad \text{dove } R_s \text{ deve essere la resistenza più piccola, in questo caso}$$

$$R_s = 10\Omega$$

$$Q^2 = \frac{R}{R_{piccola}} - 1 \quad R = (Q^2 + 1)R_{piccola} = (100 + 1)10 = 1010\Omega$$

$$X_{S1} = Q R_{piccola} = 10 \cdot 10 = 100\Omega$$

$$X_{P1} = \frac{R_P}{Q} = \frac{1010}{10} = 101\Omega$$

Il Q della rete ad L verso il carico sarà definito da R e da  $R_L$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{R}{R_L} - 1} = \sqrt{\frac{1010}{50} - 1} = 4,4$$

$$X_{P2} = \frac{R}{Q_2} = \frac{1010}{4,4} = 230\Omega$$

$$X_{S2} = Q_2 R_L = 4,4 \cdot 50 = 220\Omega$$

La rete avrà la seguente configurazione

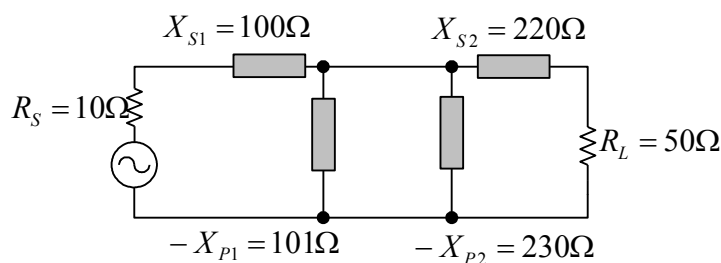
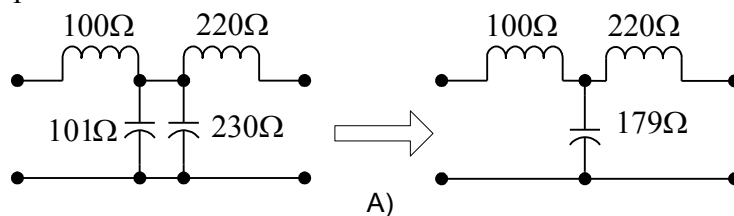


Fig.AD.28

Le reattanze si possono combinare in 4 diversi modi differenti



### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

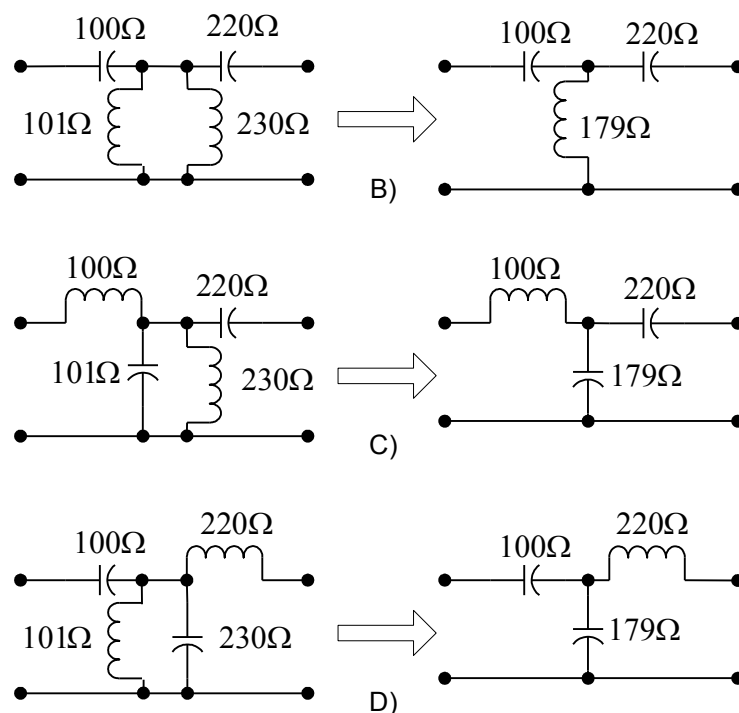


Fig.AD.29

#### Reti a basso Q

Fino ad ora sono state prese in considerazione le reti ad L, T e  $\Pi$ . Nelle reti a L il Q viene automaticamente definito dai valori delle impedenze del carico e della sorgente, mentre nelle reti a T e a  $\Pi$  il Q può essere definito in modo indipendente dalle impedenze del carico e della sorgente.

Nelle reti a T e a  $\Pi$  si possono scegliere valori di Q più grandi di quelli delle reti ad L, questo significa che questi circuiti sono più adatti per essere impiegati in sistemi a banda stretta. Talvolta sono necessari degli **adattamenti a larga banda** (relativamente), per questo impiego si usano circuiti di questo tipo.

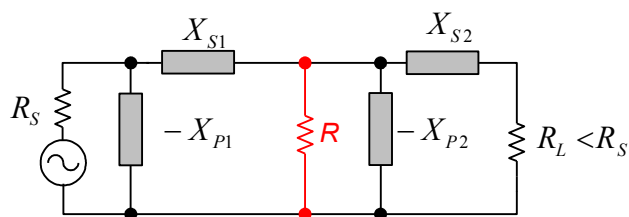


Fig.AD.30

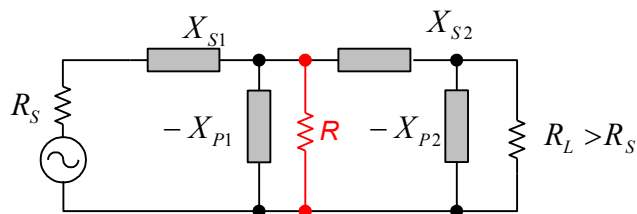


Fig.AD.31

Da notare che la resistenza virtuale,  $R$ , è in parallelo ad una rete ad L ed in serie all'altra e che le due reti sono connesse in cascata e non affiancate come nelle reti a T e a  $\Pi$ . In questa configurazione il valore di  $R$  (resistenza virtuale) deve essere scelto più grande della più piccola impedenza di terminazione e anche più piccolo della più grande resistenza di terminazione.

$$R \gg R_{piccola}, \quad R \ll R_{grande}$$

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

Qualsiasi valore che soddisfi questo criterio può essere scelto. Il risultato è una serie di valori di  $Q$  inferiori ai valori che si ottengono con le reti a L o con le reti a T e  $\Pi$ .

La massima banda ( $Q$  minimo) che si può ottenere è quella che corrisponde al quel valore della resistenza virtuale che è uguale alla media geometrica delle impedenze del carico e della sorgente.  $R = \sqrt{R_S R_L}$

In queste condizioni il  $Q$  sarà  $Q = \sqrt{\frac{R}{R_{piccola}} - 1} = \sqrt{\frac{R_{grande}}{R} - 1}$

$R$ , resistenza virtuale

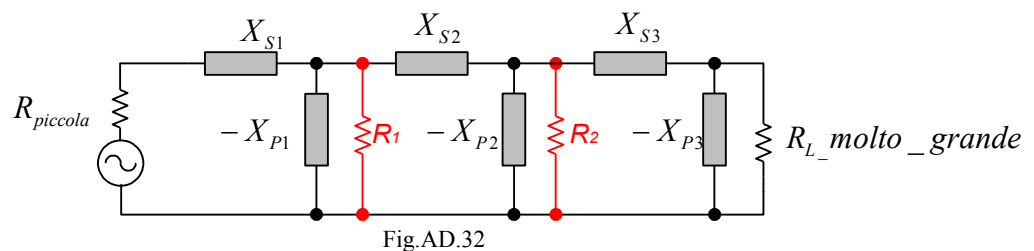
$R_{piccola}$ , la più piccola resistenza di terminazione,

$R_{grande}$ , la più grande resistenza di terminazione.

Se si rende necessaria una maggiore larghezza di banda si possono collegare più reti a L in cascata con delle resistenze virtuali inserite fra una rete e l'altra. La banda passante si ottiene se il rapporto fra le resistenze consecutive è uguale.

$$\frac{R_{virt\_1}}{R_{piccola}} = \frac{R_{virt\_2}}{R_{virt\_1}} = \frac{R_{virt\_3}}{R_{virt\_2}} = \dots \dots \dots \frac{R_{grande}}{R_{virt\_n}}$$

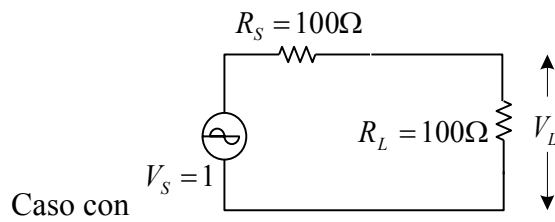
si risolve l'equazione per  $R$  virtuale.



OOO OOO OOO

### 03\_01\_Risonanza e adattamento LC

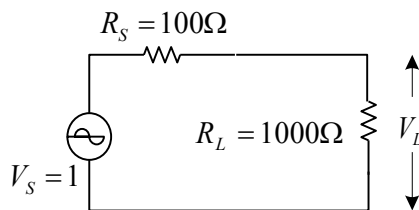
Nota 1



$$V_L = \frac{V_S}{R_L + R_S} R_L = \frac{1}{100 + 100} 1 = \frac{1}{2} V$$

$$P_{L\_1} = \frac{(V_L)^2}{R_L} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{100} = 0,025 \text{ W}$$

Caso con  $R_S = 100\Omega$  e  $R_L = 1000\Omega$



$$V_L = \frac{V_S}{R_L + R_S} R_L = \frac{1}{100 + 1000} 1000 = 0,9091 V$$

$$P_{L\_2} = \frac{(V_L)^2}{R_L} = \frac{(0,9091)^2}{1000} = 0,0008 \text{ W}$$

La differenza in dB nei due casi è :  $\frac{P_{L\_1}}{P_{L\_2}} = \frac{0,025}{0,0008} = 3,025 \Rightarrow 4,8 \text{ dB}$

OOO

#### Bibliografia

1. Chris Bowick, RF Circuit Design,
2. David M. Pozar, *Microwave Engineering*, Capitolo 5.2
3. Guillermo Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifiers*, Capitolo 1