

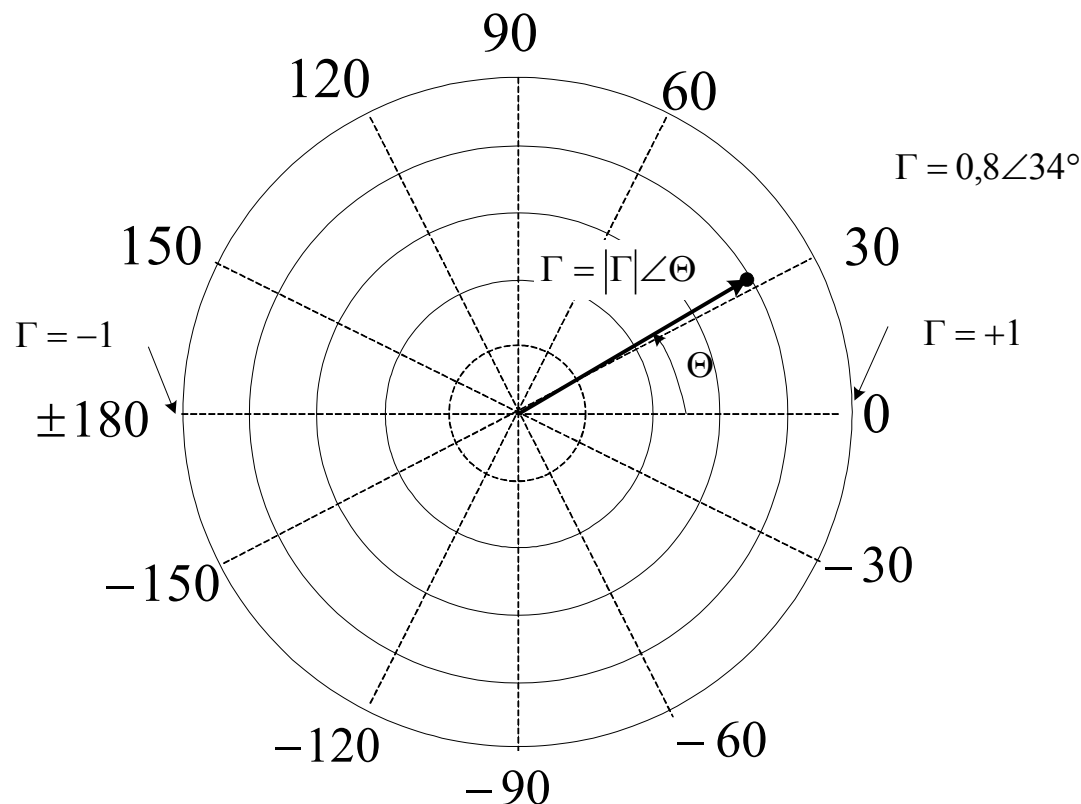
Il grafico in coordinate polari per il coefficiente di riflessione

La carta di Smith fu sviluppata nel 1939 da Philip Smith del Bell Labs.

Si basa sul grafico che rappresenta in modo polare il coefficiente di riflessione Γ

$$\Gamma = |\Gamma|e^{j\Theta}$$

$$\Gamma = |\Gamma|\angle\Theta$$

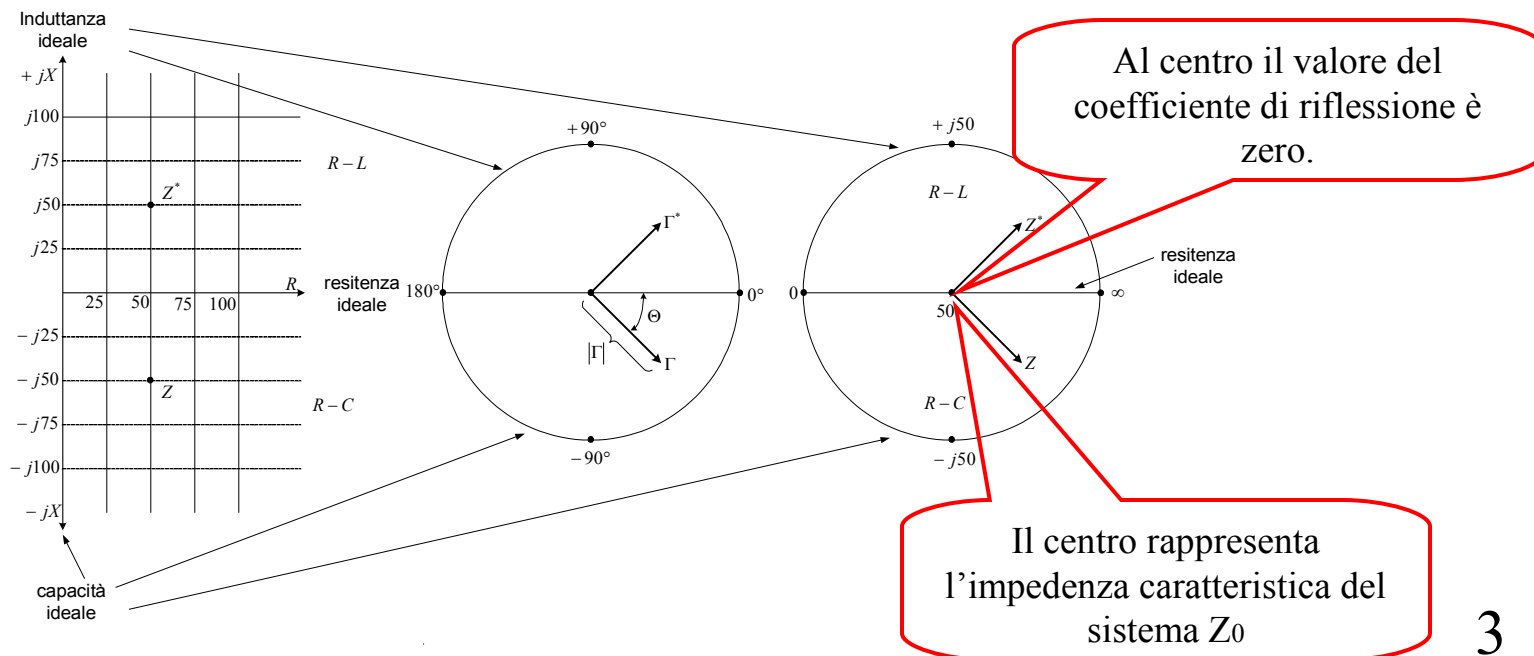


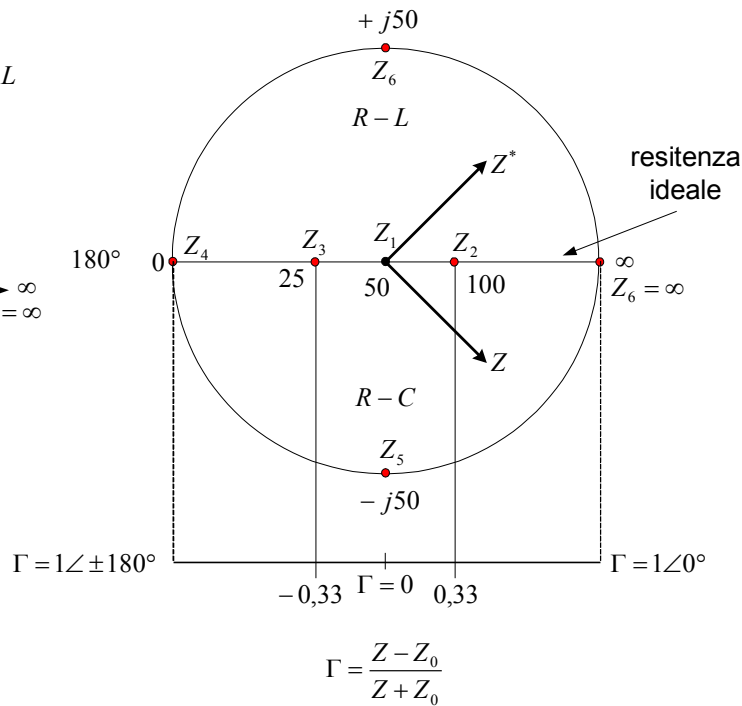
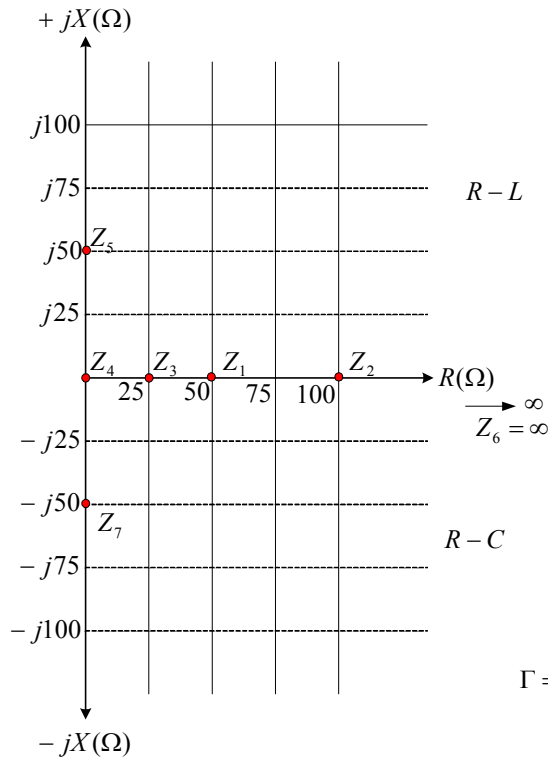
La trasformazione del grafico

Il grafico è il risultato di una trasformazione matematica di una impedenza rappresentata in un sistema di coordinate rettangolari in un sistema di rappresentazione polare, dove si rappresenta il coefficiente di riflessione Γ .

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \quad \longrightarrow \quad Z = Z_0 \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad \longleftrightarrow \quad Z = R + jX$$

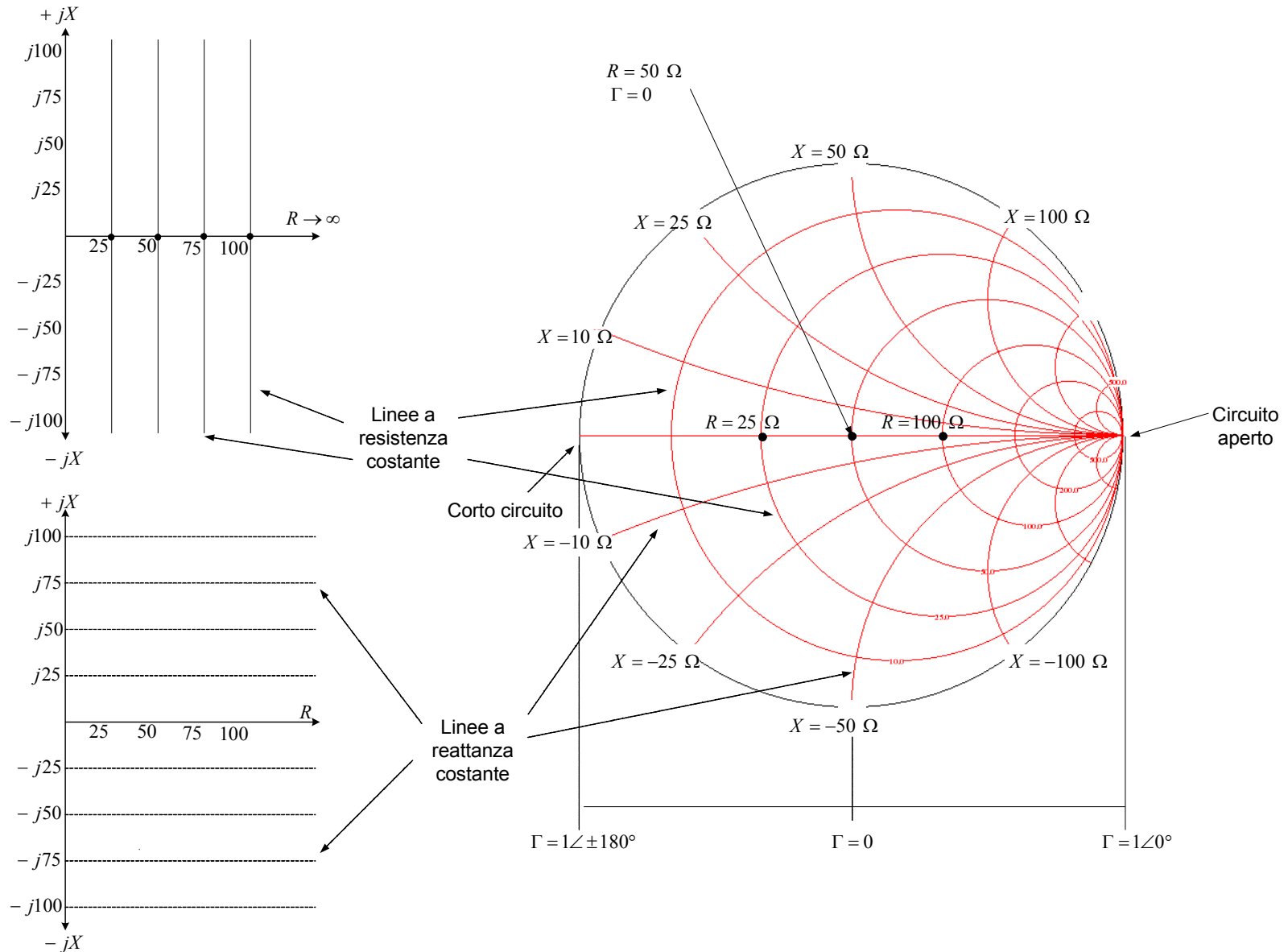
In un circuito le impedenze possono variare da 0 a ∞ e questo rende difficoltosa la loro rappresentazione grafica in un sistema di coordinate rettangolari; mentre è possibile la loro rappresentazione sul piano complesso della carta di Smith





Le impedenze sul diagramma polare sono individuate dal coefficiente di riflessione ideale

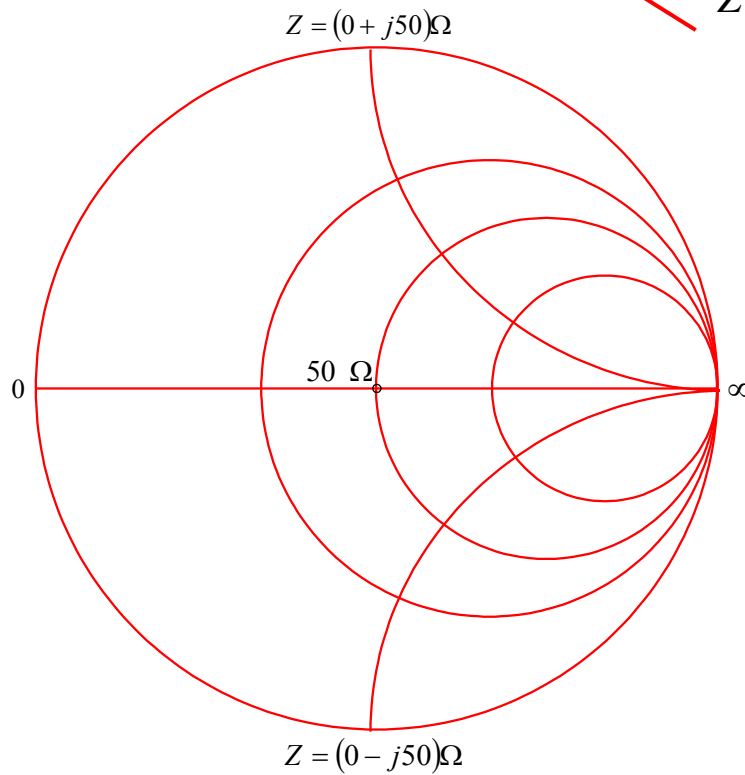
$$\begin{aligned} Z_1 &= 50 + j0 \, \Omega & \Gamma_1 &= \frac{50 - 50}{50 + 50} = 0 \\ Z_2 &= 100 + j0 \, \Omega & \Gamma_2 &= \frac{100 - 50}{100 + 50} = 0,33 \\ Z_3 &= 25 + j0 \, \Omega & \Gamma_3 &= \frac{25 - 50}{100 + 50} = -0,33 \\ Z_4 &= 0 \pm j0 \, \Omega \\ Z_5 &= 0 + j50 \, \Omega \\ Z_6 &= \infty \\ Z_7 &= 0 - j50 \, \Omega \end{aligned}$$



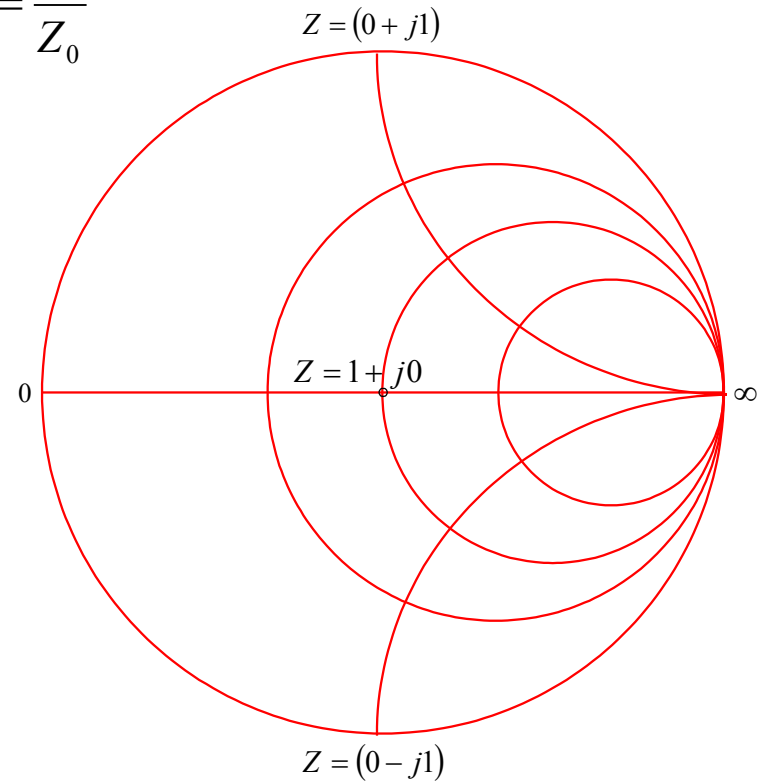
La carta di Smith normalizzata

$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{\frac{Z}{Z_0} - 1}{\frac{Z}{Z_0} + 1} \xrightarrow{\quad} \Gamma = \frac{Z_n - 1}{Z_n + 1}$$

$Z_n = \frac{Z}{Z_0}$



Carta di Smith non normalizzata

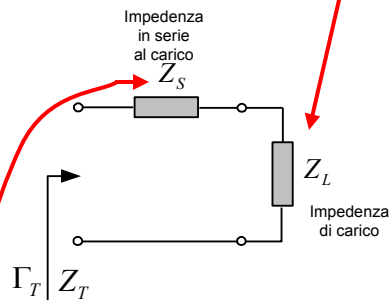


Carta di Smith normalizzata

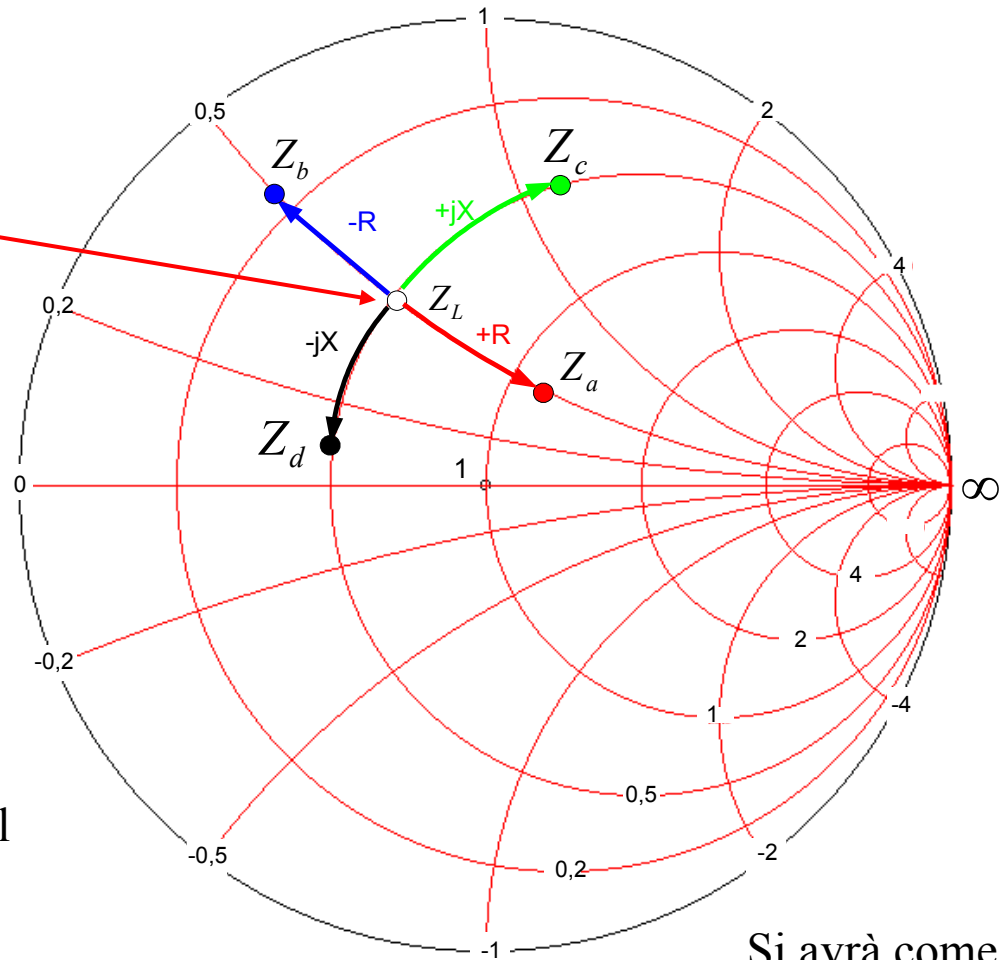
Manipolazione dell'impedenza complessa

Elementi in serie

Data una impedenza Z_L rappresentata sulla carta di Smith normalizzata dal punto $Z=0,5 + j0,5$



Si analizza come si modifica il valore di Z e come si sposta il punto se il valore della impedenza viene modificato con l'aggiunta di una impedenza in serie Z_S .



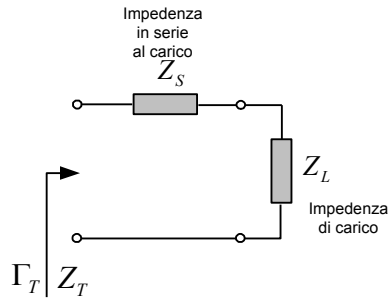
Carta di Smith delle impedenze

Si avrà come risultato una rete con impedenza di ingresso Z_T .

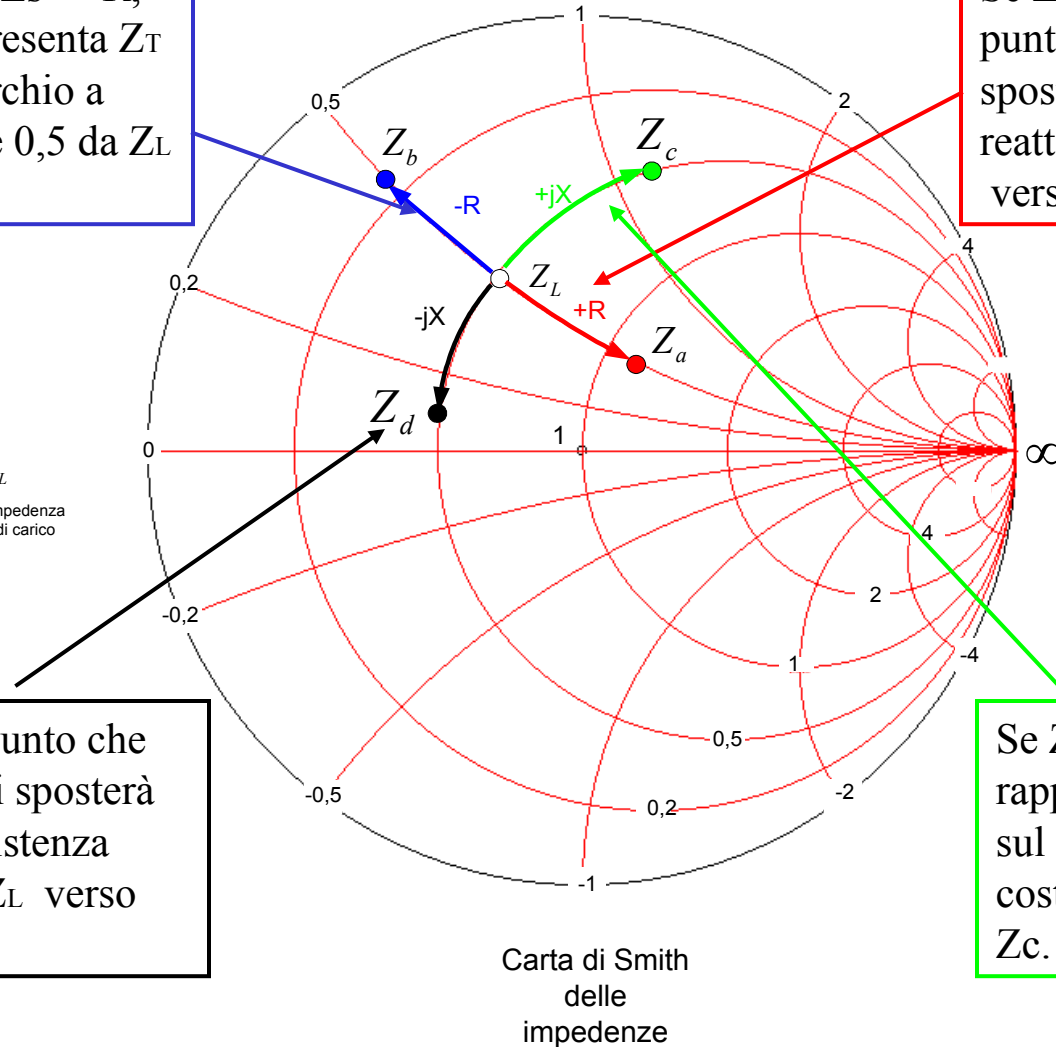
Manipolazione dell'impedenza complessa

Elementi in serie

Se Z_s è reale, ma $Z_s = -R$, il punto che rappresenta Z_T si sposterà sul cerchio a reattanza costante 0,5 da Z_L verso Z_b .



Se $Z_s = -jX$, il punto che rappresenta Z_T si sposterà sul cerchio a resistenza costante 0,5 da Z_L verso Z_d .



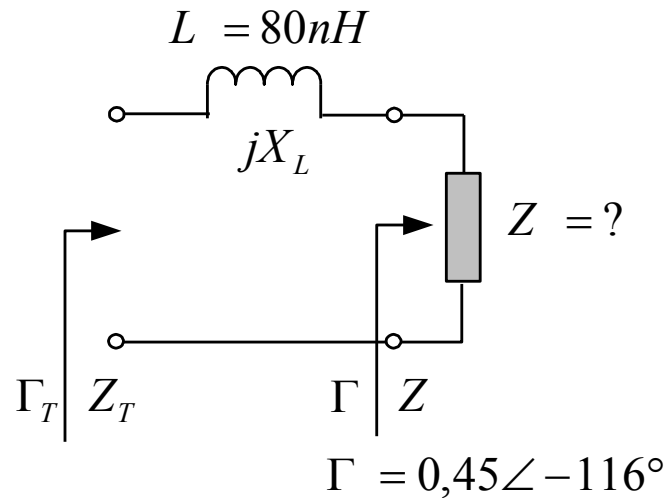
Se Z_s è reale, $Z_s = R$, il punto che rappresenta Z_T si sposterà sul cerchio a reattanza costante 0,5 da Z_L verso Z_a .

Se $Z_s = jX$, il punto che rappresenta Z_T si sposterà sul cerchio a resistenza costante 0,5 da Z_L verso Z_c .

Induttanza in serie – Esempio 1a

Esempio 1

Dato un circuito come quello in figura trovare per mezzo della carta di Smith l'impedenza totale Z_T e il coefficiente di riflessione, Γ , all'ingresso della rete. La frequenza di lavoro è 0,1GHz e l'impedenza di sistema è 50 Ohm.



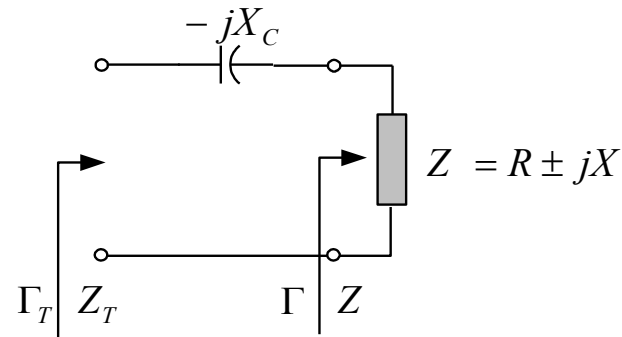
Condensatore in serie – Esempio 2 a

Trattandosi di un elemento circuitale in serie si fa uso della carta di Smith delle impedenze. Se si aggiunge ad una impedenza arbitraria Z un condensatore in serie privo di perdite significa aggiungere in serie una reattanza capacitiva mantenendo costante la parte reale.

$$Z_T = Z - jX_C$$

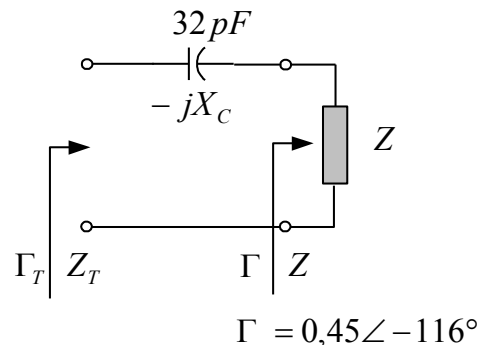
$$Z_T = R \pm jX - jX_C$$

$$Z_T = R + j(\pm X - X_C)$$



Esempio 2

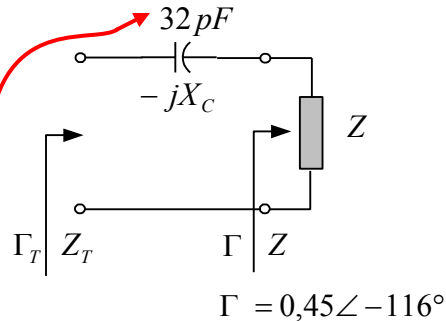
Dato un circuito come quello in figura trovare per mezzo della carta di Smith, il valore dell'impedenza Z ed il valore della impedenza totale Z_T . Il coefficiente di riflessione relativo all'impedenza Z è $\Gamma_T = 0,45 \angle -116^\circ$. La frequenza di lavoro è 100 MHz..



Manipolazione dell'impedenza complessa

Condensatore in serie – Esempio 2 b

Soluzione



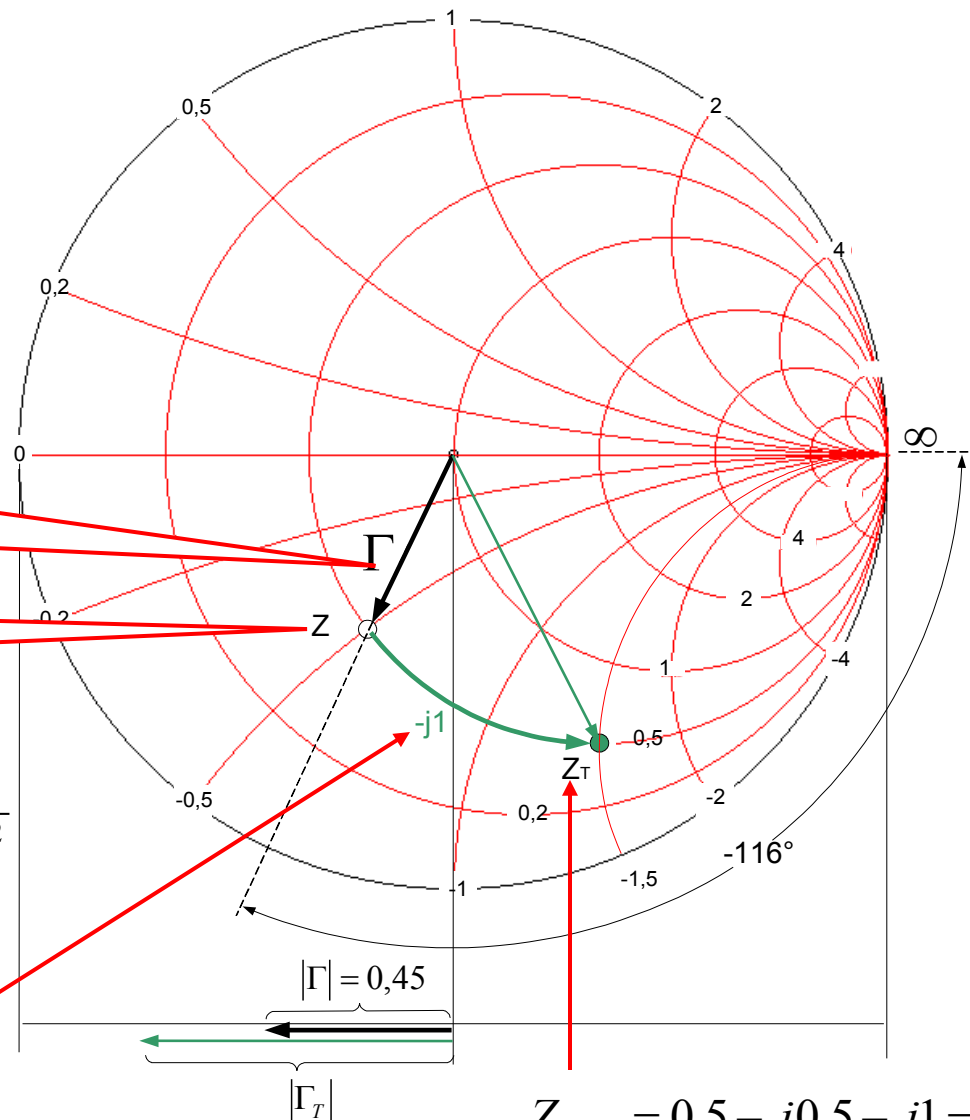
Si traccia il coefficiente di riflessione

Si trova $z = 0,5 - j0,5$

$$X_C = -j \frac{1}{2\pi f L \cdot 10^8 \cdot 32 \cdot 10^{-12}}$$

$$X_C = -j49,73 \cong -j50 \Omega$$

$$jX_C = jX_{C_n} = -j1$$

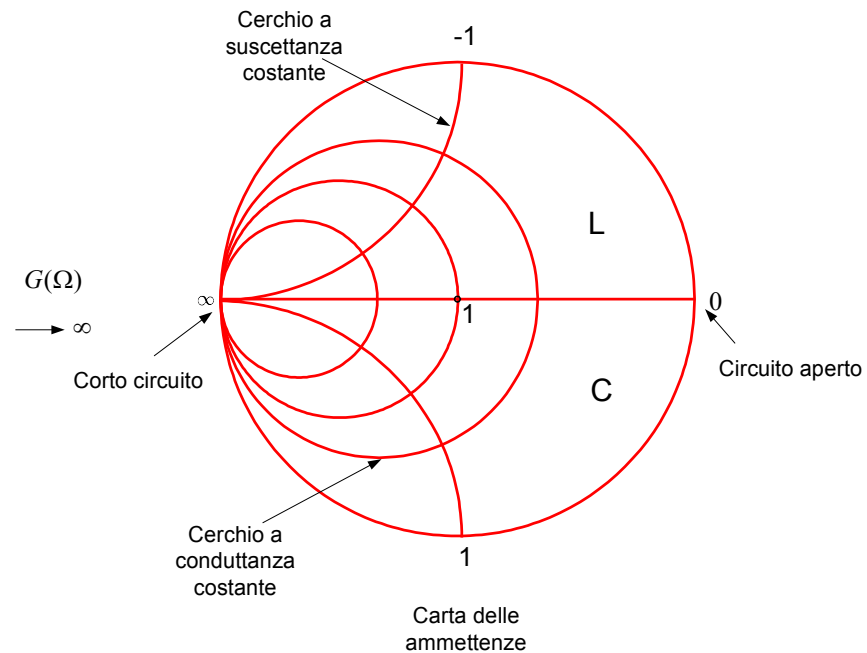
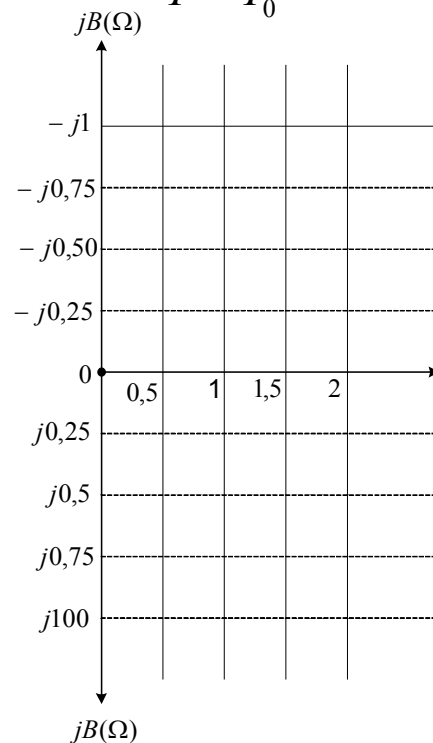


Manipolazione dell'impedenza complessa

Elementi in parallelo

Per le trasformazioni di impedenza in parallelo conviene usare la carta di Smith delle ammettenze, è la rappresentazione dell'ammettenza sul piano complesso.

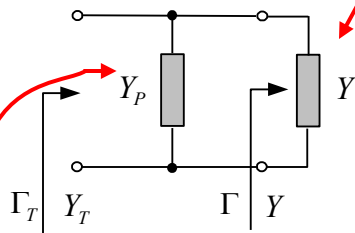
$$\Gamma = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{\frac{1}{Y} - \frac{1}{Y_0}}{\frac{1}{Y} + \frac{1}{Y_0}} \quad \xrightarrow{\text{Normalizzando}} \quad \Gamma = \frac{Y_0 - Y}{Y_0 + Y} \quad \xrightarrow{\text{Normalizzando}} \quad \Gamma = \frac{\frac{Y_0}{Y_0} - \frac{Y}{Y_0}}{\frac{Y_0}{Y_0} + \frac{Y}{Y_0}} = \frac{1 - Y_n}{1 + Y_n}$$



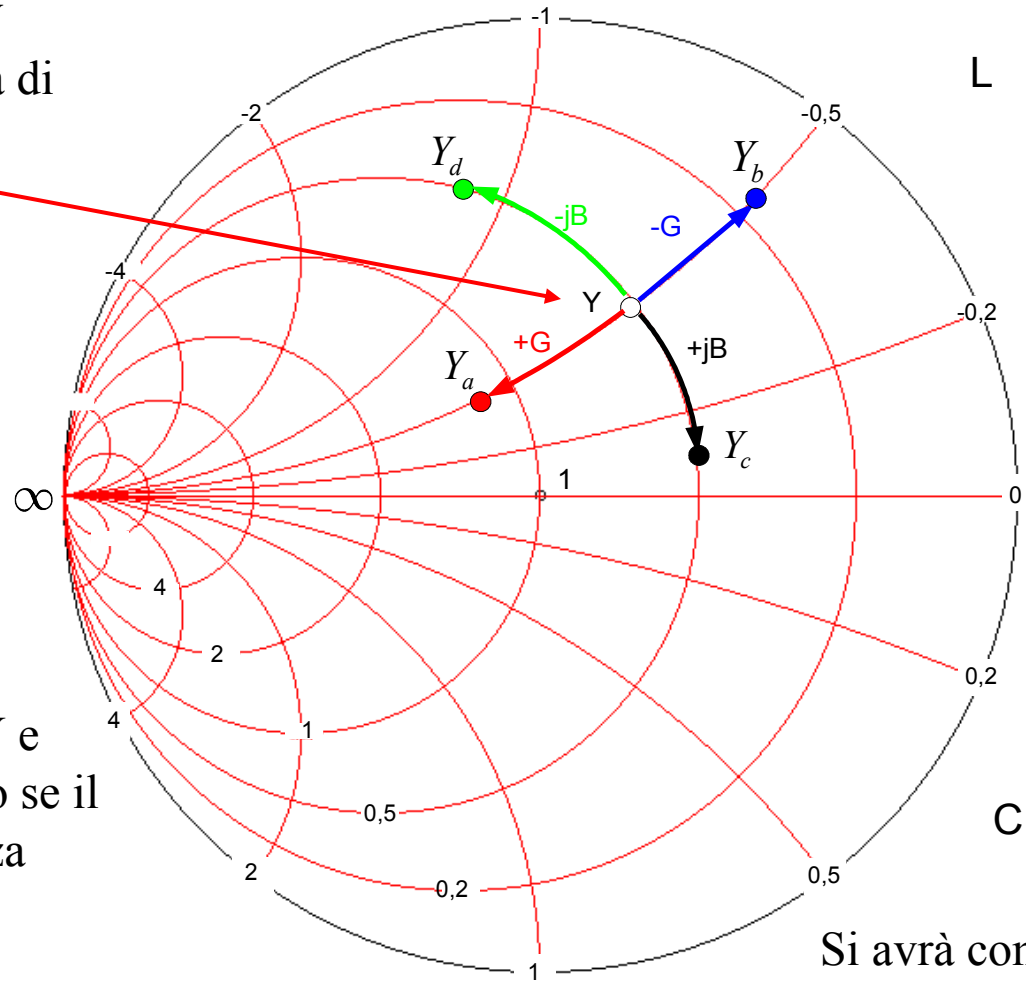
Manipolazione dell'impedenza complessa

Elementi in parallelo

Data una ammettenza Y rappresentata sulla carta di Smith normalizzata dal punto $Y=0,5 + j0,5$



Si analizza come si modifica il valore di Y e come si sposta il punto se il valore della ammettenza viene modificato con l'aggiunta di una ammettenza in $// Y_P$.



Carta di Smith delle ammettenze

Si avrà come risultato una rete con ammettenza di ingresso Y_T . 14

15

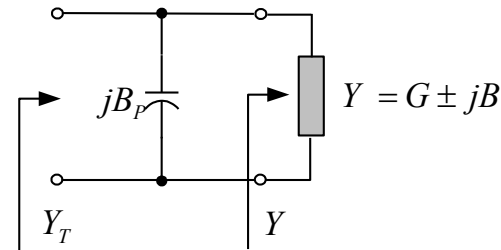
Condensatore in parallelo – Esempio 2a

Trattandosi di un elemento circuitale in parallelo si fa uso della carta di Smith delle ammettenze. Se si aggiunge ad una ammettenza arbitraria Y un condensatore in parallelo, privo di perdite, significa aggiungere in parallelo una suscettanza capacitiva mantenendo costante la parte reale.

$$Y_T = Y + jB_P$$

$$Y_T = G \pm jB + jB_P$$

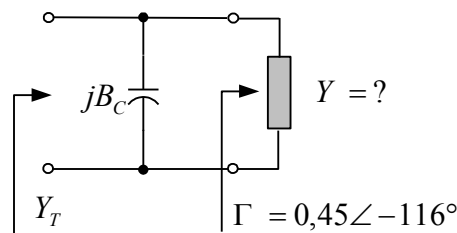
$$Y_T = G + j(\pm B + B_P)$$



Esempio 2

Dato un circuito come quello in figura trovare per mezzo della carta di Smith delle ammettenze, il valore della ammettenza Y ed il valore della ammettenza totale Y_T . Il coefficiente di riflessione relativo alla ammettenza Y è $\Gamma = 0,45 \angle -116^\circ$.

La frequenza di lavoro è 100 MHz, il condensatore ha un valore di $C = 32$ pF ed il sistema è normalizzato a $Z_0 = 50$ Ohm.



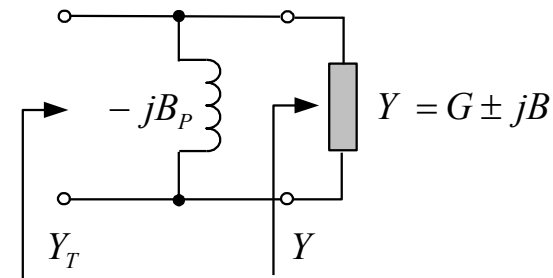
Induttanza in parallelo – Esempio 3a

Anche in questo caso si userà la carta delle ammettenze. Partendo da una ammettenza arbitraria Y si aggiunge in parallelo una induttanza, priva di perdite $-jB_P$, significa aggiungere in parallelo una suscettanza induttiva mantenendo costante la parte reale.

$$Y_T = Y - jB_P$$

$$Y_T = G \pm JB - jB_P$$

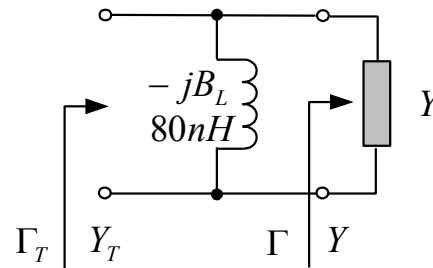
$$Y_T = G + J(\pm B - B_P)$$



Esempio 3

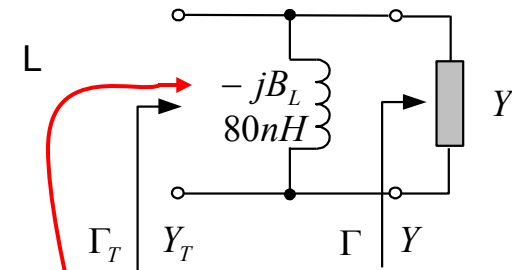
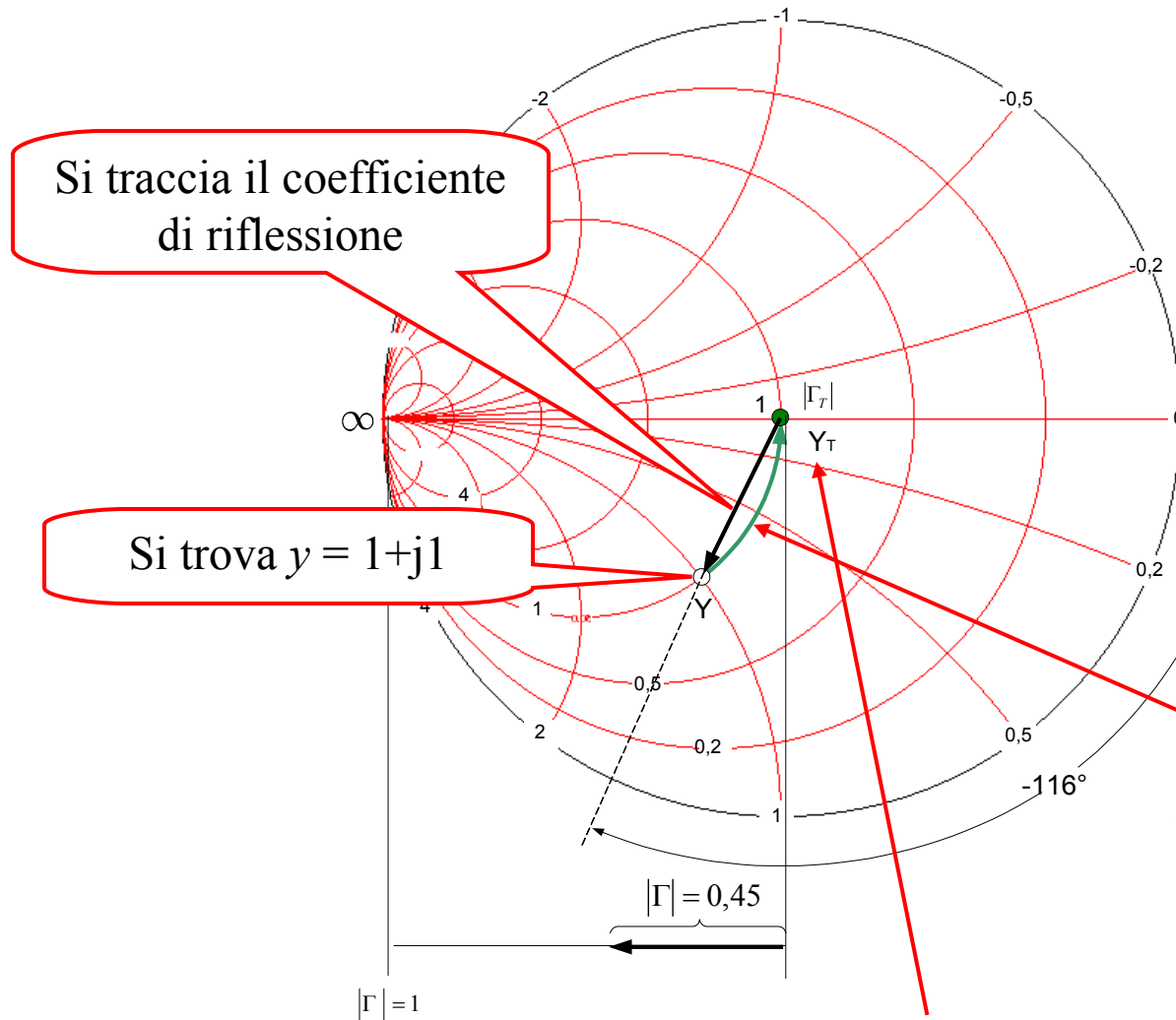
Dato un circuito come quello in figura trovare per mezzo della carta di Smith delle ammettenze, il valore della ammettenza Y ed il valore della ammettenza totale Y_T . Il coefficiente di riflessione relativo alla ammettenza Y è $\Gamma = 0,45 \angle -116^\circ$.

La frequenza di lavoro è 100 MHz, l'induttanza in parallelo ha un valore di $L = 80 \text{ nH}$. Il sistema è normalizzato a $Z_0 = 50 \text{ Ohm}$.



Induttanza in parallelo – Esempio 3b

Soluzione



$$X_L = 2\pi fL \quad B_L = \frac{1}{2\pi fL}$$

$$B_L = \frac{1}{2\pi 10^8 \bullet 80 \bullet 10^{-9}}$$

$$B_L = -j0,02 \text{ } \Omega^{-1}$$

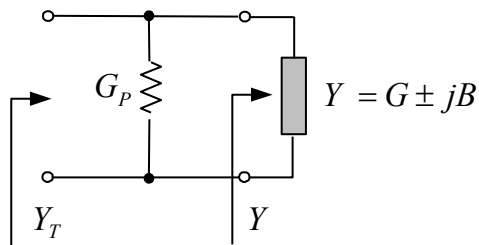
$$B_{L_n} = \frac{B_L}{Y_0} = \frac{-j0,02}{0,02} = -j1$$

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{50} = 0,02 \text{ } \Omega^{-1}$$

$$Y_{T_n} = 1 + j1 - j1 = 1 + j0 \quad Y_{T_n} = Y_{0_n} = 1 \quad \Gamma_T = 0$$

Resistenza in parallelo

L'aggiunta di una resistenza in parallelo comporta uno spostamento sui cerchi a suscettanza costante.



$$Y_T = Y + G_P$$

$$Y_T = G \pm jB + G_P$$

$$Y_T = (G + G_P) \pm jB$$

