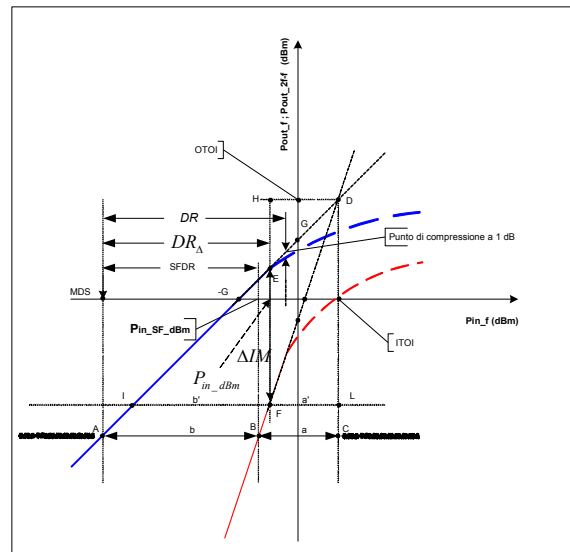


# Elettronica per le telecomunicazioni

## AA 2014 - 2015

### Il grafico di IP3



# I prodotti da intermodulazione di TO

Si è visto che se si applica all'ingresso di un dispositivo non lineare (ad esempio un amplificatore) una coppia di segnali sinusoidali di frequenza  $f_1$  e  $f_2$  e se si stabilisce che  $\Delta f = f_2 - f_1$  si avrà all'uscita, dovuto ai prodotti di intermodulazione, uno spettro di frequenze composto, oltre che da  $f_1$  e  $f_2$  da prodotti di ordine **dispari**

$$2f_2 - f_1 = f_2 + \Delta f$$

$$2f_1 - f_2 = f_1 - \Delta f$$

$$3f_2 - 2f_1 = f_2 + 2\Delta f$$

$$3f_1 - 2f_2 = f_1 - 2\Delta f$$

$$4f_2 - 3f_1 = f_2 + 3\Delta f$$

$$4f_1 - 3f_2 = f_1 - 3\Delta f$$

Questi prodotti indesiderati cadono nelle vicinanze di  $f_1$  e  $f_2$

# La potenza del segnale di ingresso

Quando due segnali di uguale ampiezza sono applicati ad un amplificatore, le tensioni di uscita, dovute alle componenti fondamentali, sono tra loro uguali e proporzionali alle ampiezze dei segnali di ingresso

$$V_1 = V_2 = V$$

Inoltre le tensioni di uscita di ciascuno dei prodotti di terzo ordine sono tra loro uguali e proporzionali al cubo dei segnali di ingresso.

Si trascurano i prodotti di ordine superiore al terzo.

Ogni **segnale di ingresso** fornisce una potenza di ingresso  $P_{in}$  (in Watt) che varia con il quadrato di  $V$ . Se espressa in  $dBm$  tenendo conto di  $R_{in}$  diventa

$$P_{in\_dBm} = 10 \log_{10} \frac{P_{in}}{10^{-3}} = 10 \log_{10} \frac{V^2}{2R_{in} 10^{-3}}$$

$$P_{in\_dBm} = 10 \log_{10} V^2 - (10 \log_{10} R_{in} + 10 \log_{10} 2 + 10 \log_{10} 10^{-3})$$

$$P_{in\_dBm} = 10 \log_{10} V^2 - (10 \log_{10} R_{in} + 3 - 30)$$

$$P_{in\_dBm} = 10 \log_{10} V^2 - 10 \log_{10} R_{in} + 27$$

La **potenza di uscita** di ogni componente fondamentale è data dalla


$$P_{out} = \frac{A^2 V^2}{2R_L} \quad (W)$$

in *dBm* diventa

$$P_{out\_dBm} = 10 \log_{10} \frac{P_{out}}{10^{-3}} = 10 \log_{10} \frac{A^2 V^2}{2R_L 10^{-3}}$$

$$P_{out\_dBm} = 10 \log_{10} V^2 + 10 \log_{10} A^2 - (10 \log_{10} R_L + 10 \log_{10} 2 + 10 \log_{10} 10^{-3})$$





$$P_{out\_dBm} = 10 \log_{10} V^2 + 10 \log_{10} A^2 - 10 \log_{10} R_L + 27$$

Il **guadagno di potenza** delle componenti fondamentali

$$G_P = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

in *dBm* diventa

$$G_{P\_dB} = P_{out\_dBm} - P_{in\_dBm} = 10 \log_{10} G_P = 10 \log_{10} A^2 \frac{R_{in}}{R_L}$$

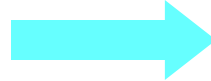


$$G_{P\_dB} = 10 \log_{10} A^2 + 10 \log_{10} R_{in} - 10 \log_{10} R_L$$

# Il guadagno di potenza della fondamentale

Dalla relazione del guadagno

$$G_{P\_dB} = P_{out\_dBm} - P_{in\_dBm}$$



$$P_{out\_dBm} = P_{in\_dBm} + G_{P\_dB}$$

$$P_{out\_dBm} = 10 \log_{10} V^2 + 10 \log_{10} A^2 - 10 \log_{10} R_{in} + 27$$

$$P_{in\_dBm} = 10 \log_{10} V^2 - 10 \log_{10} R_{in} + 27$$

$$G_{P\_dB} = 10 \log_{10} A^2 + 10 \log_{10} R_{in} - 10 \log_{10} R_L$$

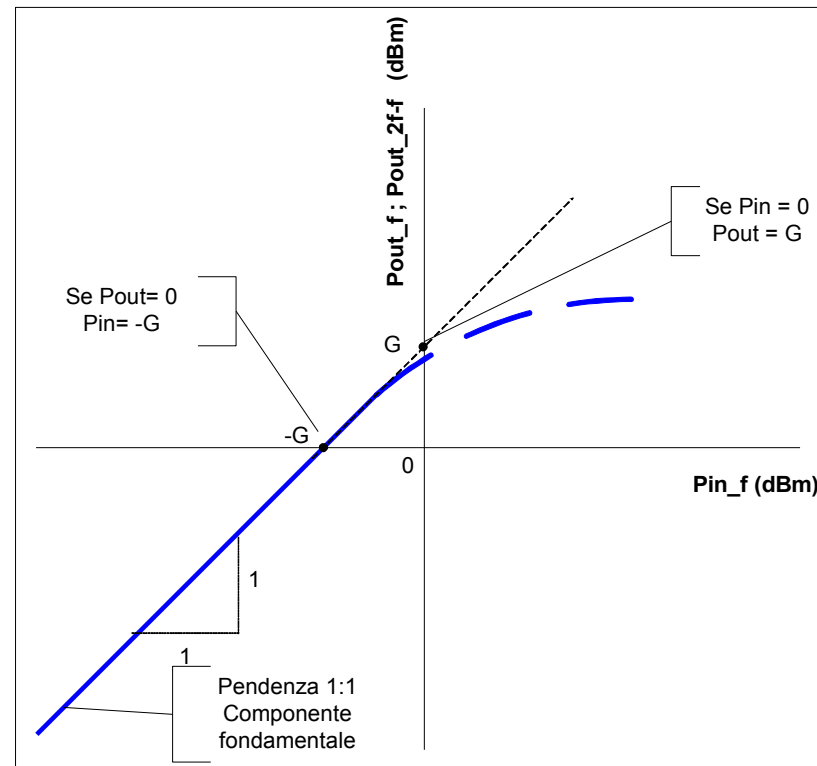
$$10 \log_{10} V^2 + 10 \log_{10} A^2 - 10 \log_{10} R_{in} + 27 =$$

$$= 10 \log_{10} V^2 - 10 \log_{10} R_{in} + 27 + 10 \log_{10} A^2 + 10 \log_{10} R_{in} - 10 \log_{10} R_L$$

semplificando si arriva a  $1 = 1$ .

# Il grafico della potenza della fondamentale

Questo significa che se si traccia su un sistema di coordinate rettangolari, con la scala  $P_{in\_dBm}$  (in  $dBm$ ) come ordinate e con la scala  $P_{out\_dBm}$  (in  $dBm$ ) sull'asse delle ascisse, si ottiene una retta con pendenza unitaria e che intercetta l'asse verticale nel punto G. Il valore di G determina la posizione della retta.



Il valore della tensione di uscita di ciascuno dei prodotti provocati dalla distorsione da intermodulazione di Terzo Ordine sono tra loro uguali e pari a

$$\frac{3}{4} k_3 V^3$$

La potenza di ciascuna delle componenti sarà

$$P_{out\_2f-f} = \frac{\left(\frac{3}{4} k_3 V^3\right)^2}{2R_L}$$

che se espressa in *dBm* diventa

$$P_{out\_2f-f\_dBm} = 10 \log_{10} \frac{\left(\frac{3}{4} k_3 V^3\right)^2}{2R_L \bullet 10^{-3}} = 10 \log_{10} \frac{\left(\frac{3}{4} k_3\right)^2 (V^2)^3}{2R_L \bullet 10^{-3}}$$

Scambio di esponenti

Si riscrive il denominatore

$$P_{out\_2f-f\_dBm} = 10 \log_{10} \frac{\left(\frac{3}{4} k_3\right)^2 (V^2)^3}{R_L \frac{2^3 R_{in}^3 (10^{-3})^3}{2^2 R_{in}^3 (10^{-3})^2}} \leftarrow (P_{in})^3$$

# La potenza della componente di TO del segnale di uscita

$$P_{out\_2f-f\_dBm} = 10 \log_{10} \frac{\left(\frac{3}{4} k_3\right)^2 (V^2)^3}{R_L \frac{2^3 R_{in}^3 (10^{-3})^3}{2^2 R_{in}^3 (10^{-3})^2}} \leftarrow (P_{in})^3$$

$$P_{out\_2f-f\_dBm} = 10 \log_{10} \left(\frac{3}{4} k_3\right)^2 - 10 \log_{10} \frac{R_L}{2^2 R_{in}^3 (10^{-3})^2} + 3P_{in\_dBm}$$

$$P_{out\_2f-f\_dBm} = 3P_{in\_dBm} + 20 \log_{10} \frac{3}{4} + 20 \log_{10} k_3 - 10 \log_{10} R_L + 10 \log_{10} 2^2 + 10 \log_{10} R_{in}^3 + 20 \log_{10} 10^{-3}$$

$$P_{out\_2f-f\_dBm} = 3P_{in\_dBm} + 20 \log_{10} k_3 - 10 \log_{10} R_L + 10 \log_{10} R_{in}^3 + \underbrace{20 \log_{10} \frac{3}{4} + 10 \log_{10} 2^2 + 20 \log_{10} 10^{-3}}_{-56,5}$$

$K$

$$K = -56,4988 + 20 \log_{10} k_3 - 10 \log_{10} R_L + 10 \log_{10} R_{in}^3$$

$$P_{out\_2f-f\_dBm} = 3P_{in\_dBm} + K$$

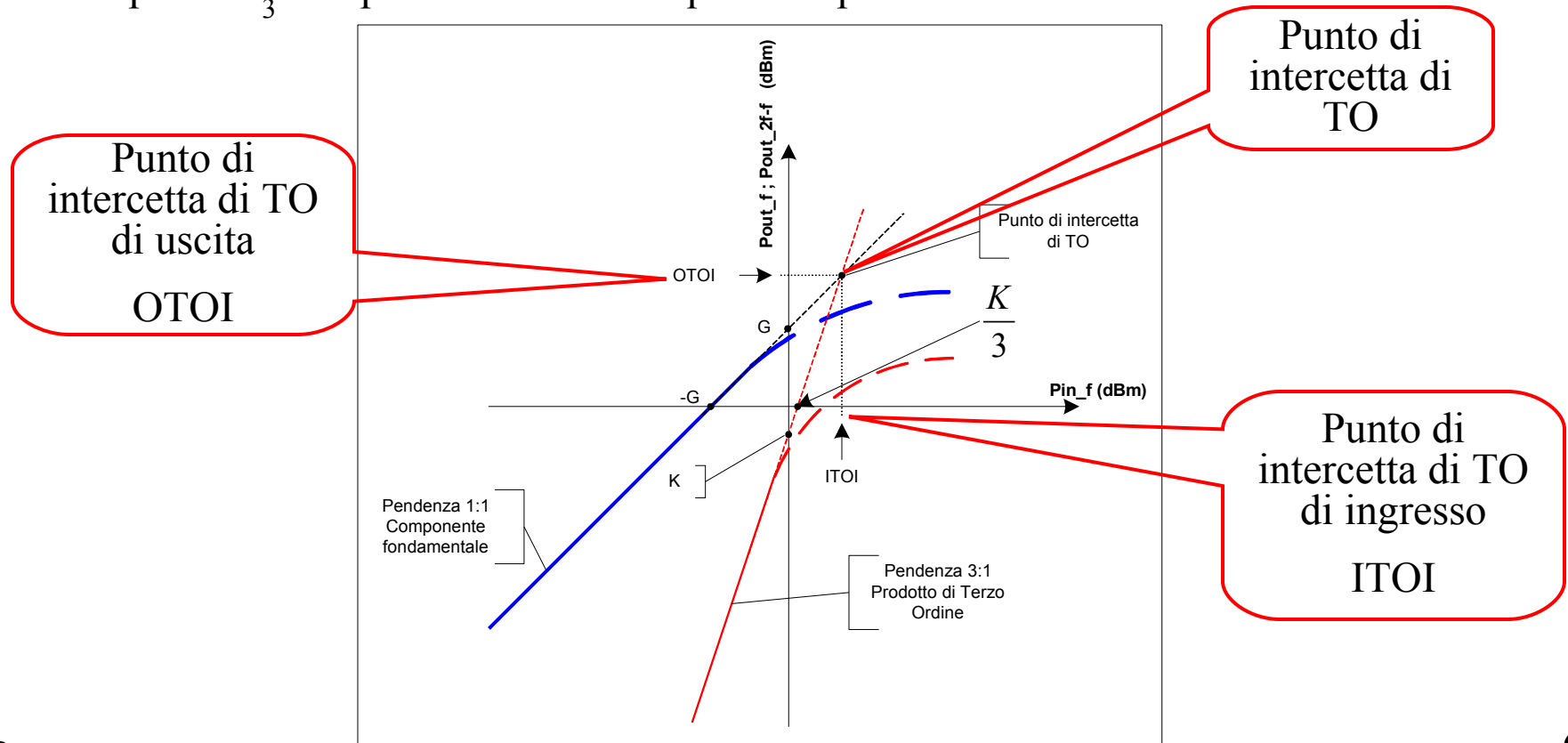
$$K = -56,5 + 20 \log_{10} k_3 + 10 \log_{10} \frac{R_{in}^3}{R_L}$$



# Il punto di intercetta di TO

$$P_{out\_2f-f\_dBm} = 3P_{in\_dBm} + K$$

Se si traccia su di un sistema di coordinate rettangolari (con scala in dBm) l'andamento di  $P_{out\_2f-f\_dBm}$  in funzione di  $P_{in\_dBm}$  si ottiene **una retta con pendenza 3**, che interseca l'asse verticale nel punto K e l'asse orizzontale nel punto  $\frac{K}{3}$ . Il punto K definisce quindi la posizione della retta.



# Il punto di intercetta di TO

Le potenze di uscita sono  $P_{out\_dBm} = P_{in\_dBm} + G_{P\_dB}$   $P_{out\_2f-f\_dBm} = 3P_{in\_dBm} + K$

nel punto di intercetta di TO si ha che  $P_{out\_dBm} = P_{out\_2f-f\_dBm}$

$$P_{in\_dBm} + G_{P\_dB} = 3P_{in\_dBm} + K \quad K = -56,5 + 20 \log_{10} k_3 + 10 \log_{10} \frac{R_{in}^3}{R_L}$$

$$P_{in\_dBm} + G_{P\_dB} = 3P_{in\_dBm} - 56,5 + 20 \log_{10} k_3 + 10 \log_{10} \frac{R_{in}^3}{R_L}$$

$$G_{P\_dB} = 10 \log_{10} A^2 + 10 \log_{10} R_{in} - 10 \log_{10} R_L$$

$$P_{in\_dBm} = 3P_{in\_dBm} - G_{P\_dB} - 56,5 + 20 \log_{10} k_3 + 10 \log_{10} \frac{R_{in}^3}{R_L}$$

$$P_{in\_dBm} = 3P_{in\_dBm} - 56,5 + 20 \log_{10} k_3 + 10 \log_{10} \frac{R_{in}^3}{R_L} - 10 \log_{10} A^2 - 10 \log_{10} R_{in} + 10 \log_{10} R_L$$

$$P_{in\_dBm} - 3P_{in\_dBm} = -56,5 + 20 \log_{10} k_3 + 10 \log_{10} \frac{R_{in}^3}{R_L} - 10 \log_{10} A^2 - 10 \log_{10} R_{in} + 10 \log_{10} R_L$$

$$P_{in\_dBm} = \frac{56,5}{2} - 10 \log_{10} k_3 - 5 \log_{10} R_{in}^3 + 5 \log_{10} R_L + 5 \log_{10} A^2 + 5 \log_{10} R_{in} - 5 \log_{10} R_L$$

$$P_{in\_dBm} = 28,25 - 10 \log_{10} k_3 - 10 \log_{10} R_{in} + 10 \log_{10} A$$

## Il punto di intercetta di TO

Sostituendo ITOI a  $P_{in\_dBm}$  cioè quel particolare valore di potenza di ingresso che corrisponde al punto di intercetta di TO

**ITOI**

$$P_{in\_dBm} = 28,25 - 10 \log_{10} k_3 - 10 \log_{10} R_{in} + 10 \log_{10} A$$

$$ITOI = 10 \log_{10} A - 10 \log_{10} k_3 - 10 \log_{10} R_{in} + 28,24$$



$$ITOI = 10 \log_{10} \frac{666,67 A}{k_3 R_{in}}$$

Questo è quel particolare valore di potenza di ingresso che corrisponde al punto di intercetta di Terzo Ordine di ingresso.

# Il minimo segnale rivelabile

La **cifra di rumore F** rappresenta il rapporto fra il rapporto segnale –rumore di ingresso ed il rapporto fra il segnale e il rumore di uscita


$$F = \frac{\frac{S_{in}}{N_{in}}}{\frac{S_{out}}{N_{out}}}$$

Rapporto segnale rumore di ingresso

Rapporto segnale rumore di uscita

Il **minimo rapporto segnale rumore di uscita accettabile** viene definito come,

$$\frac{S_{out}}{N_{out}} = 1$$

la **cifra di rumore** diventa  $F = \frac{S_{in}}{N_{in}}$    $S_{in} = FN_{in}$

Un segnale di ingresso, di potenza tale che si abbia  $\frac{S_{out}}{N_{out}} = 1$  provocherà un rapporto segnale + rumore su rumore

$$\frac{S_{out} + N_{out}}{N_{out}} = 2 \quad \text{img alt="blue arrow" data-bbox="495 750 540 815"} \quad \left( \frac{S_{out} + N_{out}}{N_{out}} \right)_{dB} = 3dB$$

# Il minimo segnale rivelabile

$$\left( \frac{S_{out} + N_{out}}{N_{out}} \right)_{dB} = 3dB$$

Il livello del segnale di ingresso, espresso in  $dBm$ , che provoca questo rapporto è, per definizione, il Minimo Segnale Rivelabile (MDS)

$$S_{in} = FN_{in}$$

$$N_{in} = N_0 \cdot B$$

$$N_0 = k \cdot T_0$$

$$N_{in} = k \cdot T_0 \cdot B$$

$$S_{in} = F k T_0 B$$

In dB

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

$$T_0 = 290^\circ K$$

$$S_{in\_dBm} = NF_{dB} + 10 \log k T_0 + 10 \log B$$

Per definizione

$$MDS = NF_{dB} + 10 \log k T_0 + 10 \log B$$

$$MDS = NF_{dB} + 10 \log (1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290) + 10 \log B$$

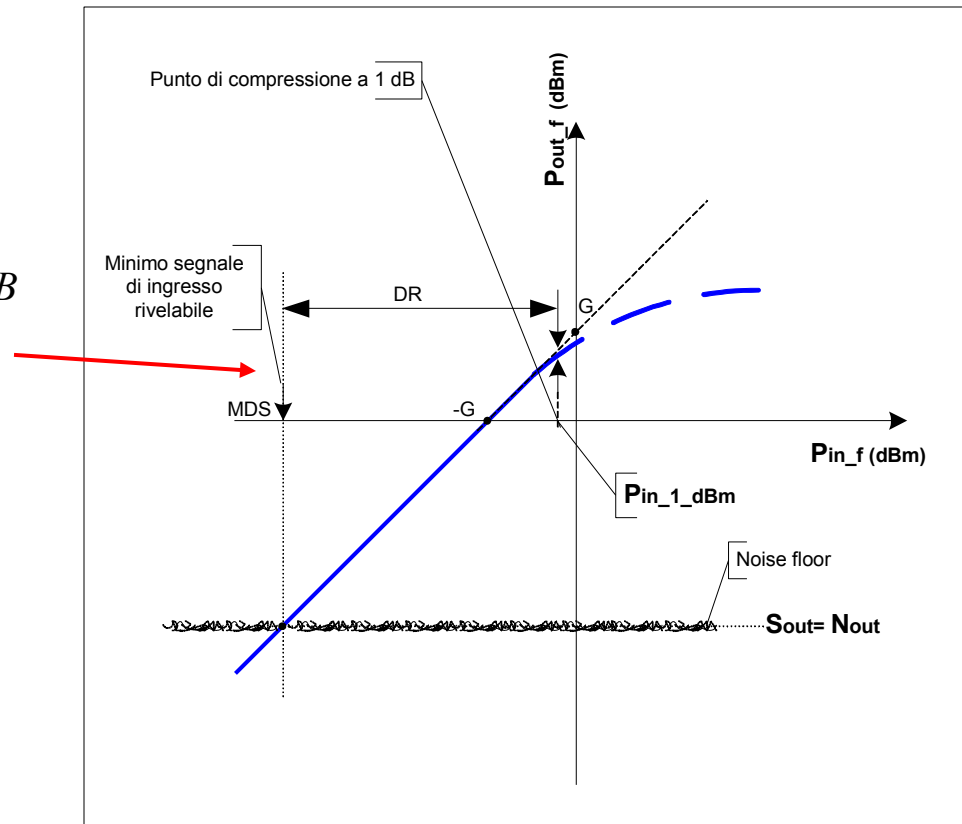
$$MDS = NF_{dB} - 174 + 10 \log B$$

# Il minimo segnale rivelabile

Il MDS misura la sensibilità di un sistema e definisce il livello del rumore all'uscita (*noise floor*) con  $S_{out} = N_{out}$ .

Qualsiasi segnale con un livello di potenza inferiore a questo livello richiederà molti sforzi per essere rivelato

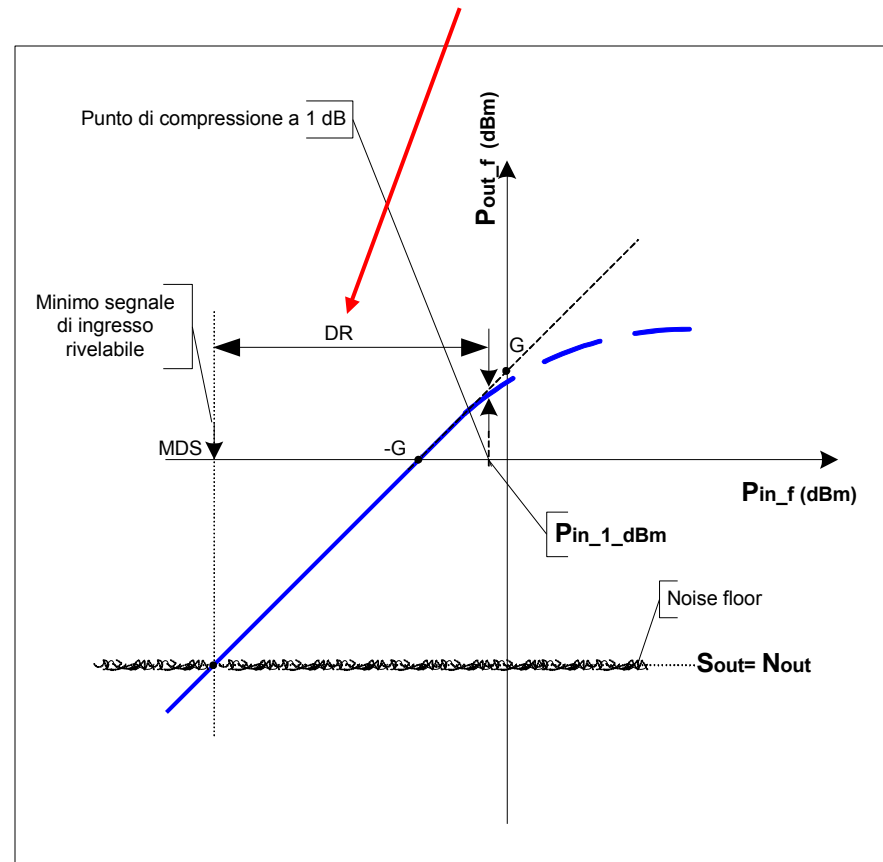
$$MDS = NF_{dB} - 174 + 10 \log B$$



# La gamma dinamica del segnale (Dynamic Range)

Si definisce come *gamma della dinamica del segnale*,  $DR$ , la differenza, in dB, fra il livello di potenza di ingresso corrispondente al punto di compressione a 1 dB e il livello del MDS.

$$DR = P_{in\_1\_dBm} - MDS$$



# La gamma dinamica del segnale senza spurie (Spurious Free Dynamic Range)

Non appena il segnale di ingresso aumenta e supera il livello di MDS così aumenta, in modo lineare, la potenza del segnale di uscita.

I prodotti di intermodulazione di TO,  $P_{out\_2f-f\_dBm}$  aumentano anche loro, ma con un tasso di crescita di 3 volte più veloce di  $P_{out\_dBm}$ .  
Inizialmente sono immersi nel rumore e la loro presenza non è rivelabile.

Quando la potenza di ingresso supera un certo valore i prodotti di TO superano il livello di potenza del noise floor e diventano rivelabili, questo livello di potenza del segnale di uscita viene definito come *livello di potenza senza spurie* (spurious free)  $P_{out\_SF\_dBm}$ .

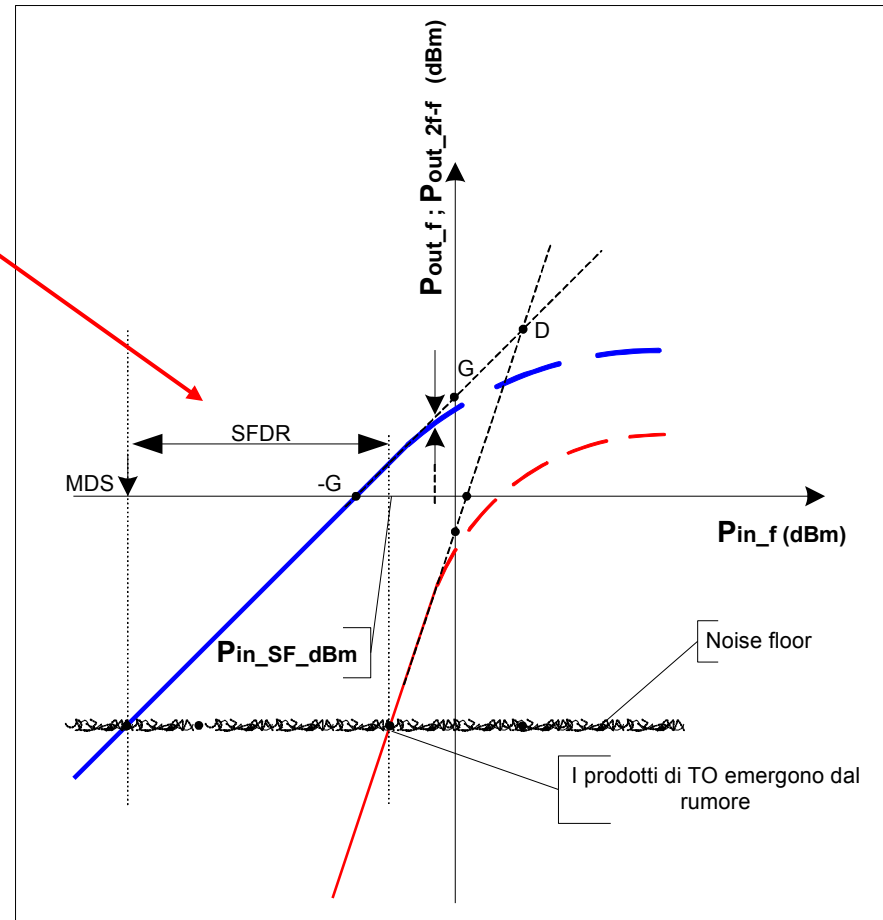
Viene chiamata ***gamma della dinamica del segnale senza spurie*** (Spurious Free Dynamic Range, SFDR)

$$SFDR = P_{in\_SF\_dBm} - MDS$$



# La gamma dinamica del segnale senza spurie (Spurious Free Dynamic Range)

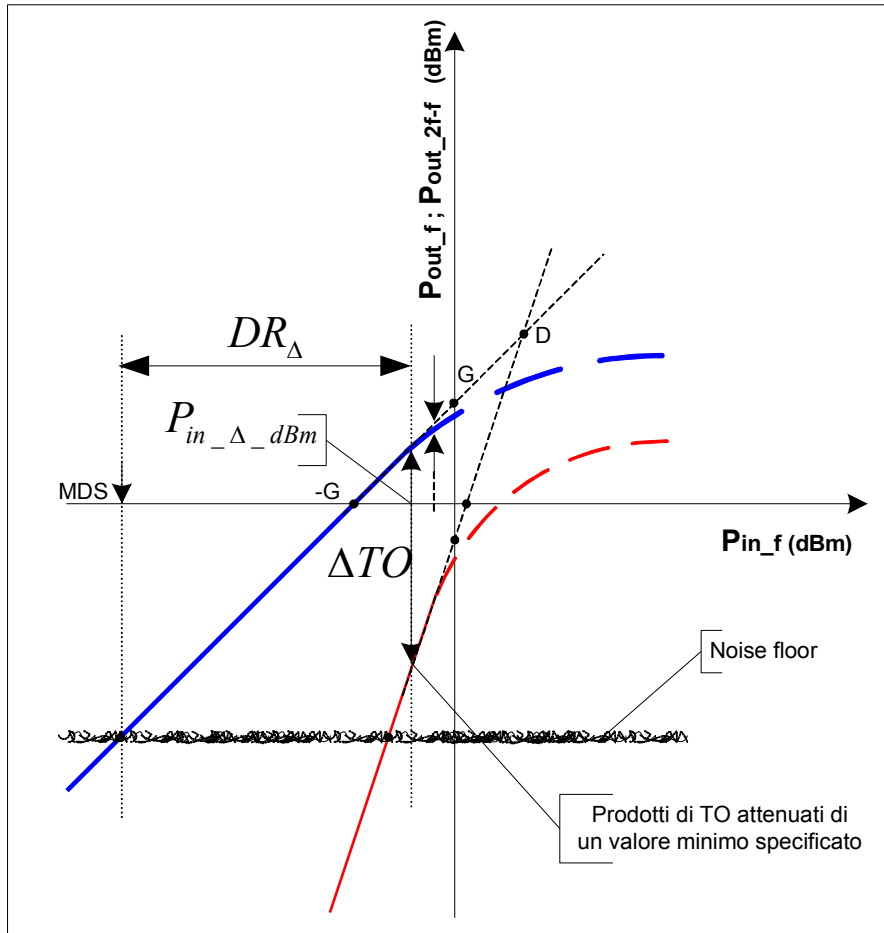
$$SFDR = P_{in\_SF\_dBm} - MDS$$



# La gamma dinamica del segnale per dato valore di distorsione

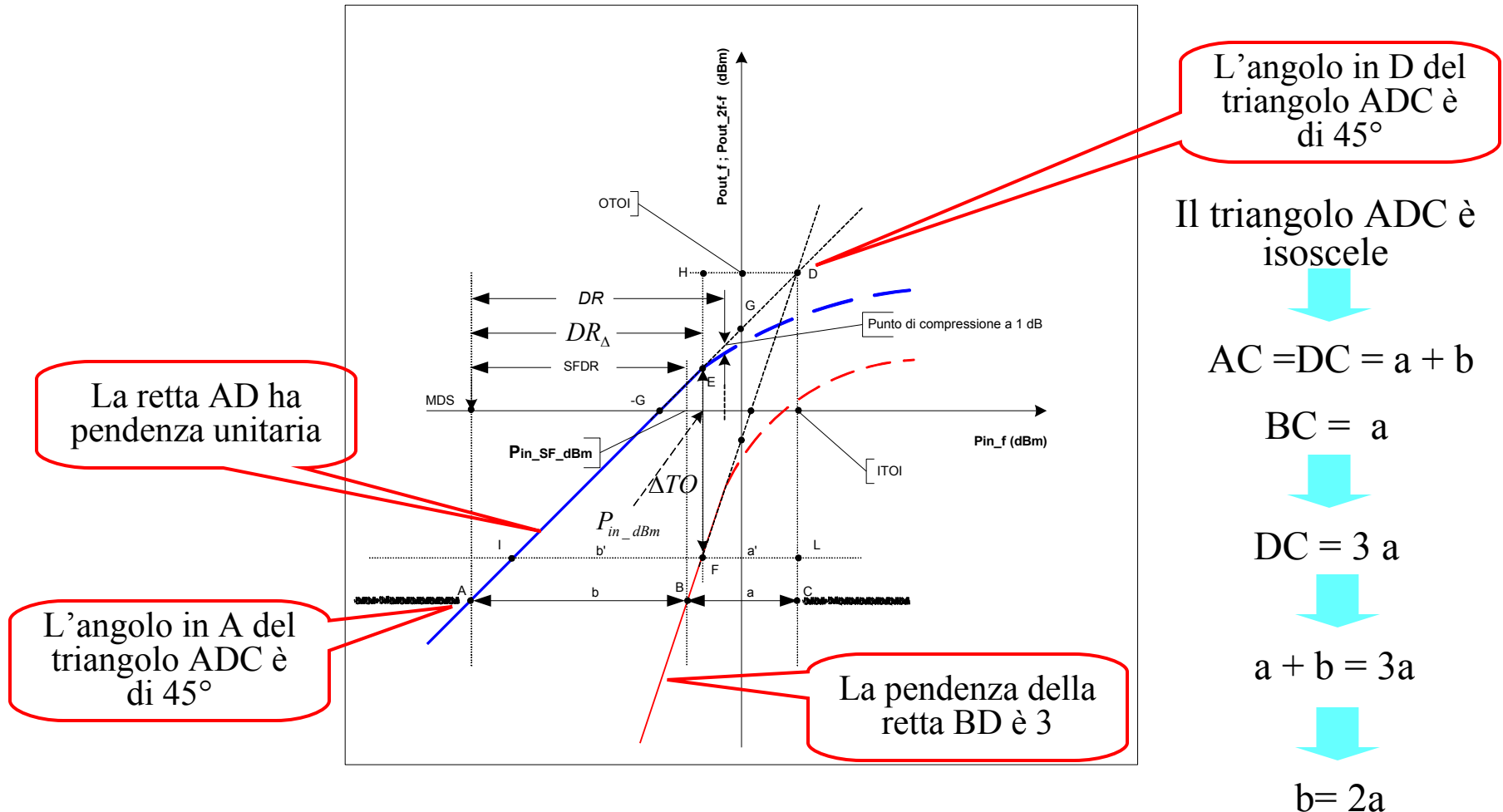
Viene definita anche un'altra *gamma dinamica del segnale*,

$$DR_{\Delta} = P_{in\_ \Delta\_ dBm} - MDS$$



E' il livello di potenza di ingresso per il quale i prodotti di intermodulazione di TO sono attenuati (rispetto alla fondamentale) **di un valore minimo specificato** (in dB)

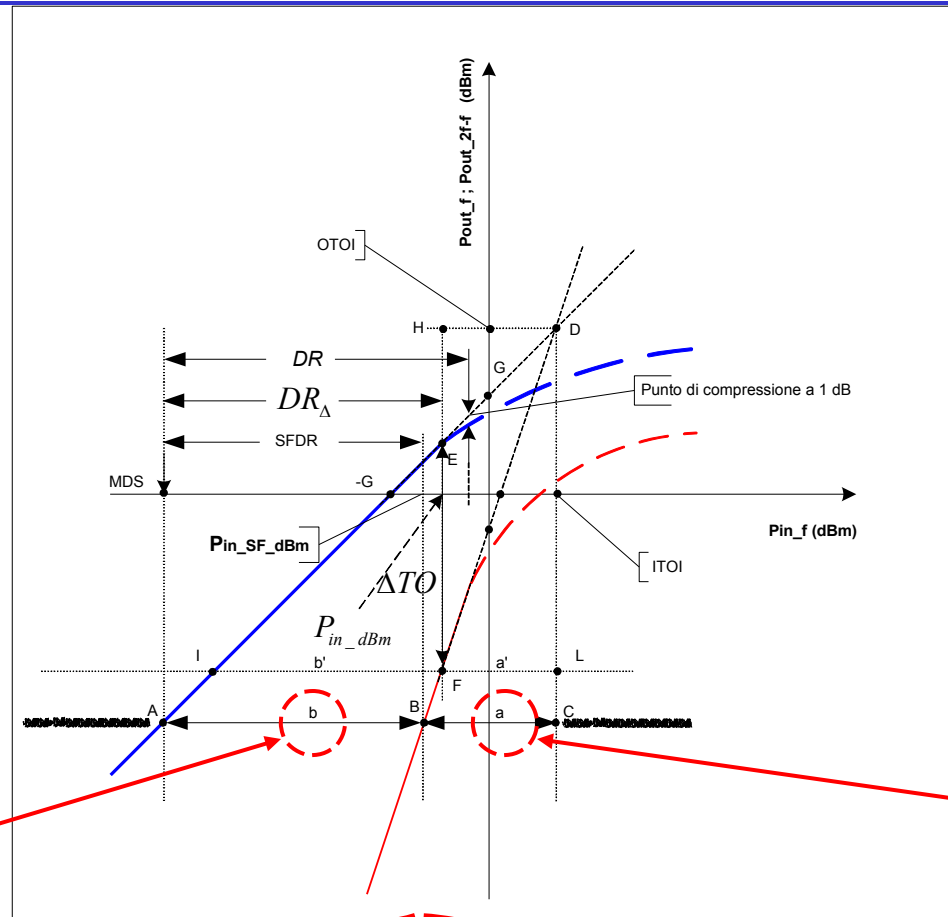
$$\Delta TO = P_{out\_ \Delta\_ dBm} - P_{out\_ 2f-f\_ dBm}$$



Queste relazioni sono vere per qualsiasi valore di potenza di ingresso.

Le rette , AD e BD possono essere tracciate avendo noto solamente un punto di una delle due curve.

# Il grafico



$$b = SFDR$$

$$a = \frac{SFDR}{2}$$

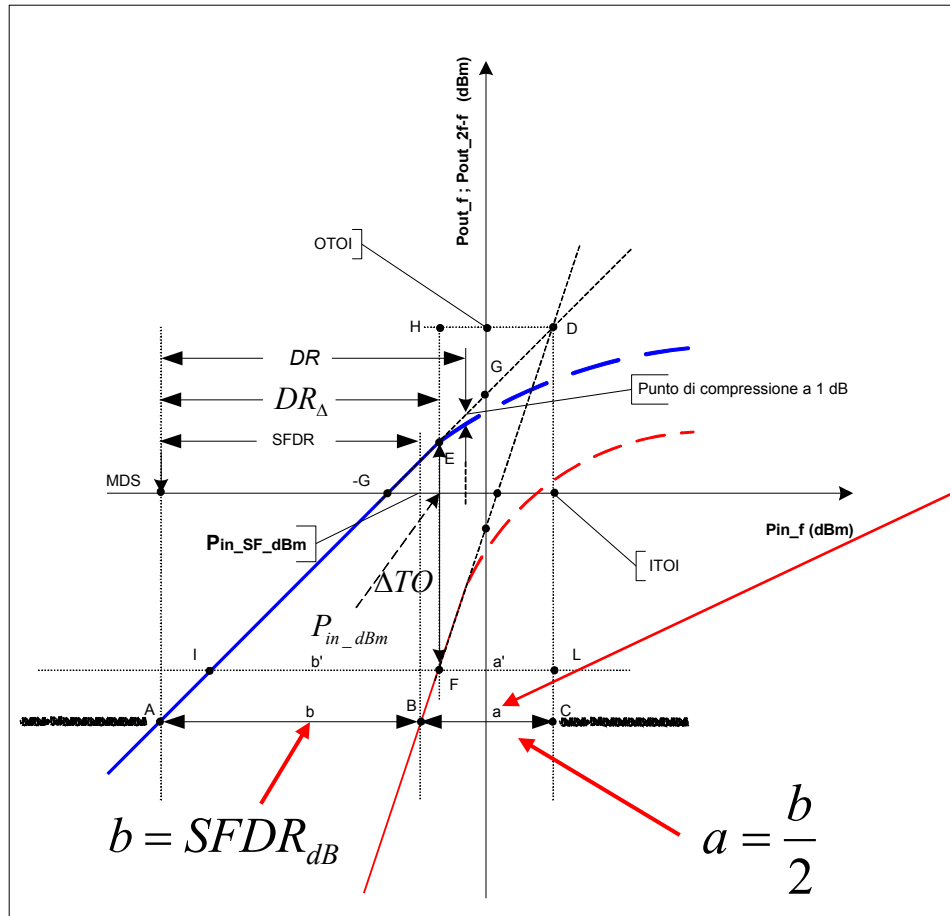
$$AC = b + a = SFDR_{dB} + \frac{SFDR_{dB}}{2} = \frac{3 SFDR_{dB}}{2} \rightarrow b + a = ITOI_{dBm} - MDS_{dBm}$$

$$SFDR_{dB} = 2 \frac{(ITOI_{dbm} - MDS_{dbm})}{3}$$

# Il grafico

$$SFDR_{dB} = 2 \frac{(ITOI_{dbm} - MDS_{dBm})}{3}$$

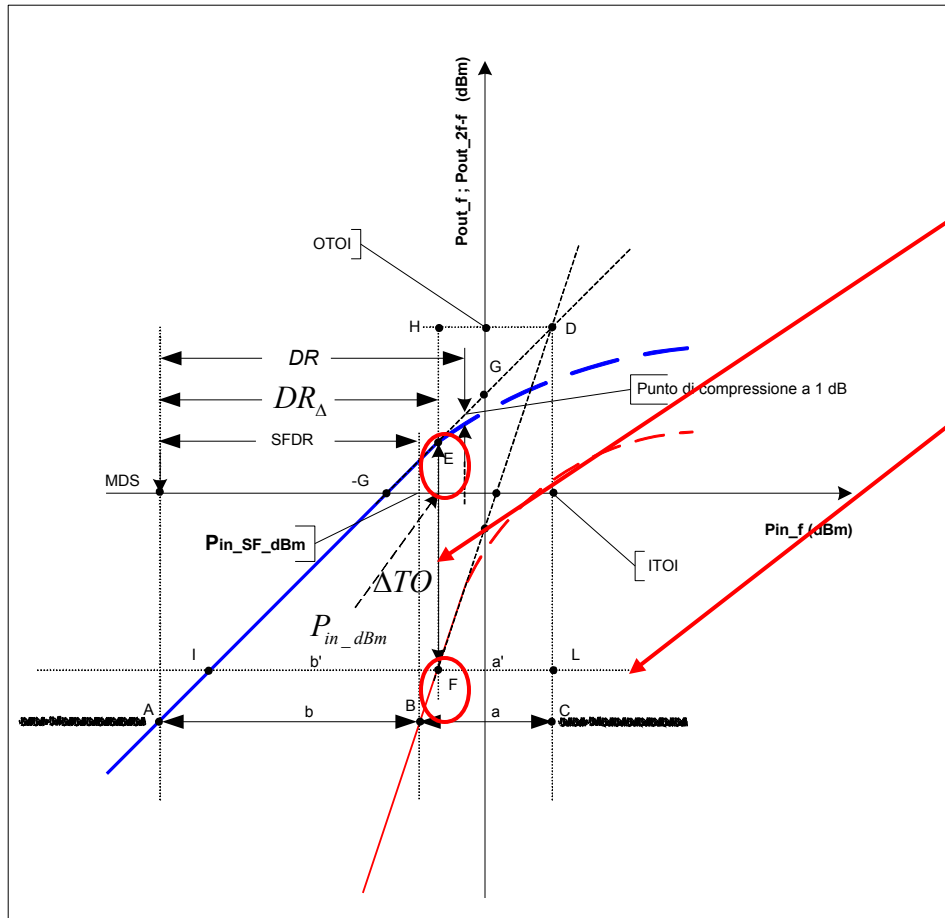
La gamma dinamica del segnale senza spurie, **SFDR**, (*Spurious Free Dynamic Range*) si può aumentare o abbassando il valore di **MDS** (quindi abbassare il **Noise Floor**) oppure alzando il valore del punto di intercetta di TO (**ITOI**).



$$BC = ITOI - P_{in\_SF\_dBm} = \frac{SFDR_{dB}}{2}$$



$$P_{in\_SF\_dBm} = \frac{2ITOI + MDS}{3}$$



Se è noto un valore di attenuazione di TO.

Si individuano i punti E ed F.

Si traccia una retta che passa per F.

Il triangolo IFE è isoscele

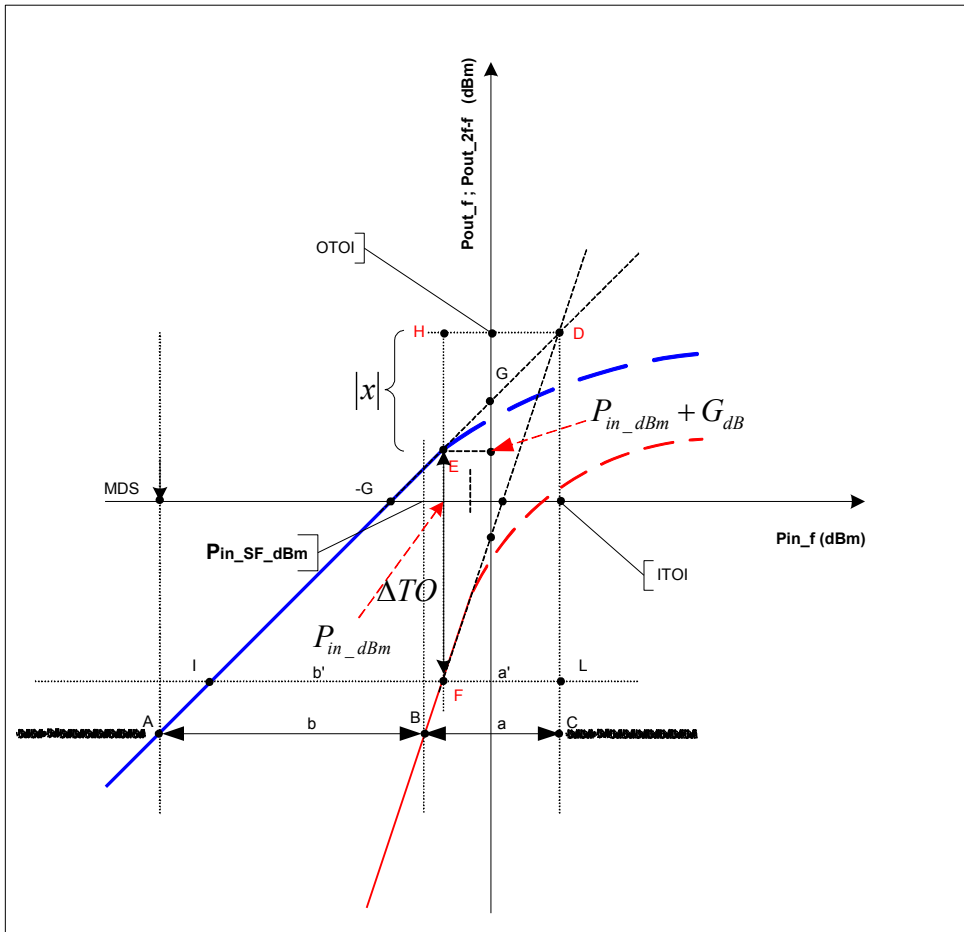
$$IF = FE = b'$$

$$b' = \Delta TO$$

$$a' = \frac{b'}{2} \Rightarrow a' = \frac{b'}{2} = \frac{\Delta TO}{2}$$

$$a' = ITOI - P_{in\_dBm} \quad \frac{\Delta TO}{2} = ITOI - P_{in\_dBm} \Rightarrow ITOI_{dBm} = \frac{\Delta TO}{2} + P_{in\_dBm}$$

$$IL = DL = a' + b' \quad DL = 3a' \quad a' + b' = 3a'$$



Fissata la distanza

$$EH = HD = |x|$$

si avrà  $FH = |x| + \Delta TO$

Siccome la pendenza della retta FD è 3 si avrà

$$3|x| = |x| + \Delta TO$$



$$|x| = \frac{\Delta TO}{2}$$

Dal grafico

$$OTOI = \frac{\Delta TO}{2} + P_{in\_dBm} + G$$