

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

---

### Introduzione

La trasmissione e la ricezione dei segnali radio che contengono informazione viene alterata o influenzata dalla presenza di disturbi o rumori cioè di segnali con andamento nel tempo di tipo casuale e privo di informazione

Il rumore presente in un ricevitore è la **somma** del rumore proveniente da **sorgenti esterne** e dal **rumore prodotto internamente** dal ricevitore stesso.

Uno dei più importanti fattori per valutare le prestazioni di un ricevitore è la sua capacità di processare segnali di debole ampiezza.

### Sorgenti del disturbo e del rumore

#### Rumori e disturbi esterni

- Rumore naturale
  - **Rumore atmosferico.** Viene chiamato anche *rumore statico* in quanto generato da scariche elettriche statiche dovute ad elettricità atmosferica statica. Si propaga a grande distanza.  
Si presenta come un *burst* di breve durata e di grande intensità . Copre lo spettro di frequenze che va da qualche kHz a 20 – 30 MHz.  
Non si può eliminare, ma si può ridurne l'effetto disabilitando il ricevitore per la durata del *burst* (tecnica del *noise blanker*)
  - **Rumore cosmico.** La principale sorgente è il sole ed il suo effetto si fa notare nelle comunicazioni via satellite. Altri sorgenti di rumore si trovano nello spazio profondo e sono oggetto di studio da parte degli astronomi. Queste radiazioni che noi vediamo come un rumore penetrano la nostra atmosfera (in modo sensibile) solamente per frequenze dalle VHF in su e sono evidenti fino a diverse decine di GHz.
- Rumore artificiale
  - **Motori elettrici, sistemi di accensione per motori a scoppio, apparecchi elettronici.** Si possono ridurre influenzando sulla fonte del rumore con appropriati metodi di filtraggio e schermatura che devono essere inclusi nella progettazione delle macchine.  
Una maggiore sensibilità verso questo tipo di problema si è venuta a creare negli ultimi anni portando il legislatore a formulare delle **norme** per definire i **limiti** dei disturbi e per definire i **metodi** di misura. (disciplina della Compatibilità Elettromagnetica).
- Disturbi artificiali
  - **Diafonie.** da segnali esterni al ricevitore. Si riducono con una attenzione agli aspetti di progettazione del sistema. Ad esempio due ricevitori montati vicino possono disturbarsi in vario modo e per diverse vie.
  - **Segnali interferenti.** Il loro effetto si riduce con una adeguata progettazione del ricevitore, le caratteristiche da curare sono:
    - Selettività,
    - Dinamica,
    - Protezione da intermodulazione.

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

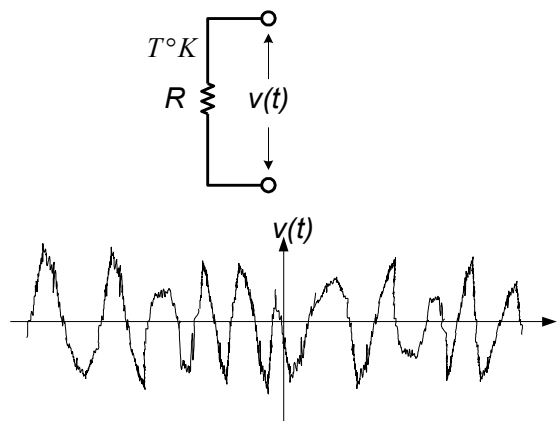
In generale il loro effetto si riduce avendo grande cura nella progettazione del trasmettitore, del suo sistema di antenna e del sito in cui esso viene installato.

### Rumori e disturbi interni

- *Rumore termico o Thermal Noise.* È il principale tipo di rumore, è provocato dall'agitazione delle cariche elettriche elementari. E' conosciuto anche come rumore Johnson o rumore di Nyquist.
- *1/f o Flicker Noise.* Si presenta nei semiconduttori e nei tubi elettronici. Varia inversamente proporzionale con la frequenza.
- *Shot Noise.* E' dovuto alla fluttuazione casuale dei portatori di carica sia nei dispositivi allo stato solido che nei tubi elettronici.

### Rumore Termico

In un conduttore con data resistenza alla temperatura  $T$ , espressa in gradi kelvin, (K) gli elettroni si muovono in modo casuale con una energia cinetica che è proporzionale alla temperatura  $T$ . Questo movimento casuale produce una piccola e fluttuante tensione ai capi della resistenza



Questo fenomeno fu scoperto da J.B Johnson nel 1927, mentre H.Nyquist, nel 1928, fu capace di dimostrare, usando la termodinamica statistica, che la tensione di rumore ai capi di un conduttore con una data resistenza ha **valore medio uguale a zero** e **valore efficace (rms) diverso da zero** dato dalla legge,

$$v_n = \sqrt{\frac{4hfBR}{e^{\frac{hf}{kT}} - 1}} \quad (1)$$

dove

$h = 6,546 \cdot 10^{-34} \text{ J sec}$  è la costante di Plank.

$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J / } ^\circ\text{K}$  è la costante di Boltzmann. *Nota:* viene espressa anche come  $K$

$T$  è la temperatura in gradi kelvin (K).

$B$  è la banda passante del sistema espressa in Hz.

$F$  è la frequenza di centro banda espressa in Hz.

$R$  è il valore della resistenza espresso in Ohm.

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

Questa relazione è valida per qualsiasi frequenza,  $f$ . Nella gamma delle microonde di nostro interesse la relazione (1) appena descritta può essere semplificata considerando che in questa gamma di frequenza si ha  $hf \ll kT$ . Ad esempio nella alla frequenza  $f = 100\text{GHz}$  e  $T = 100\text{K}$  si ha  $hf = 6,5 \cdot 10^{-23} \ll kT = 1,4 \cdot 10^{-21}$  e quindi si possono trascurare i termini superiori al secondo della

espansione in serie di Taylor dell'esponenziale  $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$

in questo caso  $x = \frac{hf}{kT}$  cioè  $e^{\frac{hf}{kT}} = 1 + \frac{\frac{hf}{kT}}{1!}$  quindi  $e^{\frac{hf}{kT}} - 1 \cong \frac{hf}{kT}$

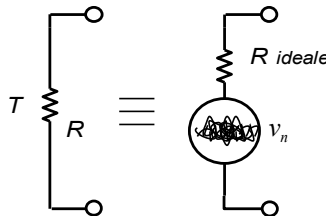
di conseguenza la relazione di Nyquist si semplifica e diventa

$$v_n^2 = 4KTBR \quad (2)$$

Questa può essere usata nella gamma di frequenza delle microonde fino a qualche decina di GHz e alle temperature ordinarie di impiego. La semplificazione non è valida per le frequenze molto alte e/o per le bassissime temperature, dove deve essere usata la (1).

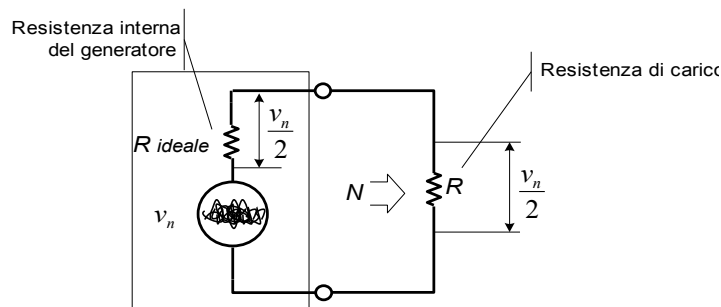
Da notare che la potenza del rumore non dipende dalla frequenza ed ha quindi una **densità spettrale di potenza** che è costante con la frequenza, per analogia con luce bianca questo rumore viene chiamato *rumore bianco*. La **potenza del rumore è proporzionale alla banda passante**, che è limitata nei circuiti per le telecomunicazioni.

Per l'analisi, il conduttore rumoroso di resistenza  $R$  della figura 1 può essere sostituita (applicando il circuito equivalente di Thévenin) da una resistenza priva di rumore con in serie un generatore di rumore  $v_n$ .



Collegando al generatore  $v_n$  con resistenza interna  $R$  un resistenza di carico  $R$

( $R_{gen\_interna} = R_{carico}$ ) si ottiene la condizione del massimo trasferimento di potenza.

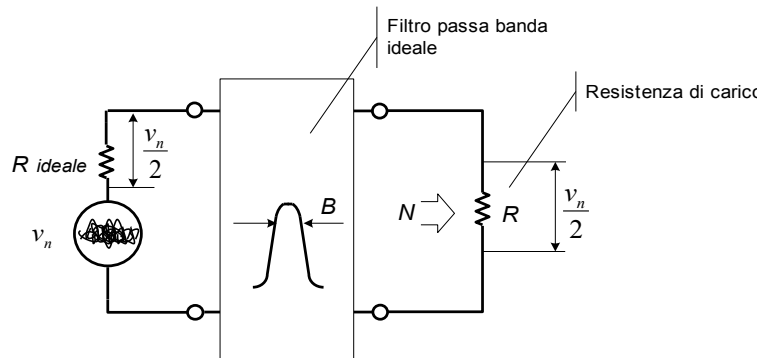


## 02a Appunti di richiamo sul rumore

La potenza che il generatore fornisce al carico in un banda passante  $B$  sarà data dalla

$$N = \left( \frac{v_n}{2} \right)^2 \frac{1}{R} = \frac{v_n^2}{4R} = K \cdot T \cdot B \quad (\text{W}) \quad (3)$$

Questa è la massima potenza ( $N$  espressa in W) che il conduttore rumoroso di resistenza  $R$  fornisce al carico adattato  $R$  in una banda passante  $B$  e alla temperatura  $T$ .



Dalla (3) si osserva che:

- Se  $B \rightarrow 0$  anche  $N \rightarrow 0$ ; il significato è che in sistemi con banda passante piccola la potenza del rumore è minore.
- Se  $T \rightarrow 0$  anche  $N \rightarrow 0$ ; il significato è che i dispositivi più sono freddi meno rumore generano.
- Se  $B \rightarrow \infty$ ,  $N \rightarrow \infty$ ; questo non succede in pratica, la (2) e la (3) non sono valide, è valida la (1).

Il valore medio della tensione di rumore,  $v_n$ , è zero mentre il valore medio della potenza è diverso da zero.

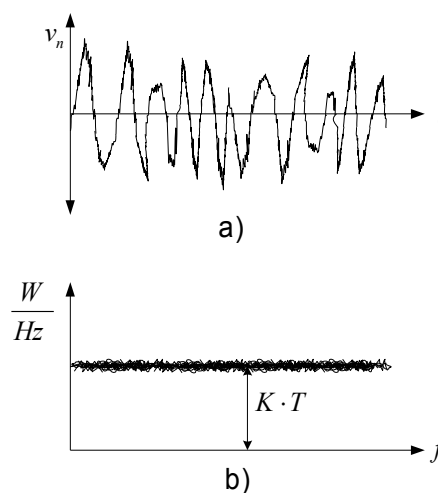


Figura 5

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

La (3) si usa riscritta nel modo che segue

$$N_{T_0} = K \cdot T_0 \cdot B \quad (W) \quad (4)$$

$N_0$

A livello internazionale, come temperatura ambiente di riferimento è stata scelta la  $T_0 = 290K$  che equivale a  $17^\circ C$

Di conseguenza, la **densità di potenza** del rumore in un banda di 1 Hz sarà data dalla

$$N_{T_0} = K \cdot T_0 \quad (W/Hz) \quad (5)$$

$$N_{T_0} = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 = 4 \cdot 10^{-21} \text{ W / Hz} \quad (6)$$

che espressa in dB diventa

$$N_{T_0}(dBm) = 10 \cdot \log \frac{K \cdot T}{10^{-3}} = -174 \text{ dBm} \quad (7)$$

Per una certa **banda passante** diventa

$$N_{T_0}(dBm) = -174 + 10 \cdot \log_{10} B \quad (8)$$

con  $B$  = banda passante espressa in Hz

E' la potenza che un conduttore rumoroso trasferisce su di un carico adattato.

### Rapporto Segnale Rumore

Perché si studia il rumore? Lo si studia per il suo effetto sul segnale che si desidera misurare o ricevere. Nei sistemi analogici esso degrada la qualità del segnale fino a renderlo incomprensibile mentre nei sistemi digitali aumenta il tasso di errore. In tutti e due i casi non si tratta di definire un suo valore massimo, ma di definire un dato che sia comparabile con il segnale che si sta ricevendo. Si definisce cioè un rapporto **segnale – rumore**.

$$\frac{S}{N} \quad (9)$$

che usualmente viene espresso in dB

$$\frac{S}{N}(dB) = 10 \cdot \log \frac{S}{N} = 20 \cdot \log \frac{V_s}{V_n} \quad (10)$$

dove:

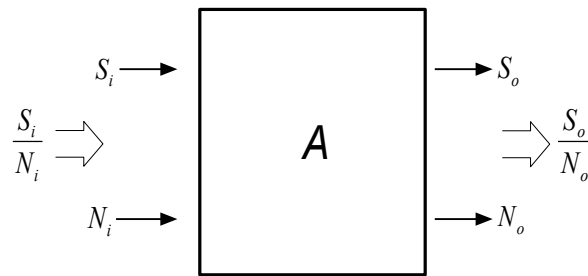
$S$ , la potenza del segnale espressa in W      $N$ , la potenza del rumore espressa in W

$V_s$ , la tensione del segnale espressa in V      $V_n$ , la tensione del rumore espressa in V

In realtà nella misura del segnale per cui si ha  $\frac{S}{N} \rightarrow \frac{S+N}{N}$

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

Un qualsiasi quadripolo degrada il rapporto segnale rumore:



il rapporto segnale - rumore all'uscita di uno stadio che processa il segnale non sarà lo stesso di quello misurato all'ingresso. Per definire la qualità dello stadio che processa il segnale conviene misurare il rapporto fra il rapporto segnale di ingresso e quello di uscita.

Questo rapporto viene chiamato **Cifra di Rumore = F**.

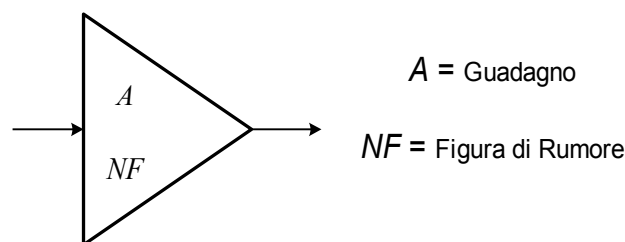
$$F = \frac{\frac{S_i}{N_i}}{\frac{S_o}{N_o}} \quad \text{è sempre } > 1 \quad (11)$$

La Cifra di rumore espressa in dB si chiama **NF (Noise Figure) o Figura di Rumore**.

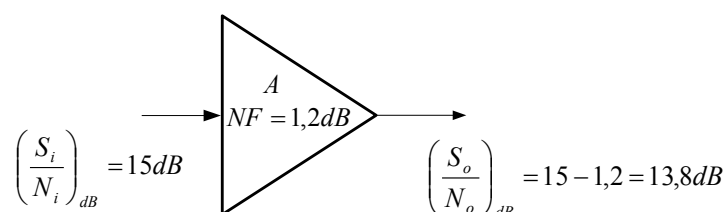
$$NF_{(dB)} = 10 \cdot \lg F \quad (12)$$

$$NF_{(dB)} = \left( \frac{S_i}{N_i} \right)_{dB} - \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} \quad (13)$$

Un amplificatore è caratterizzato dal suo guadagno,  $A$ , e dalla sua figura di rumore,  $NF$ :



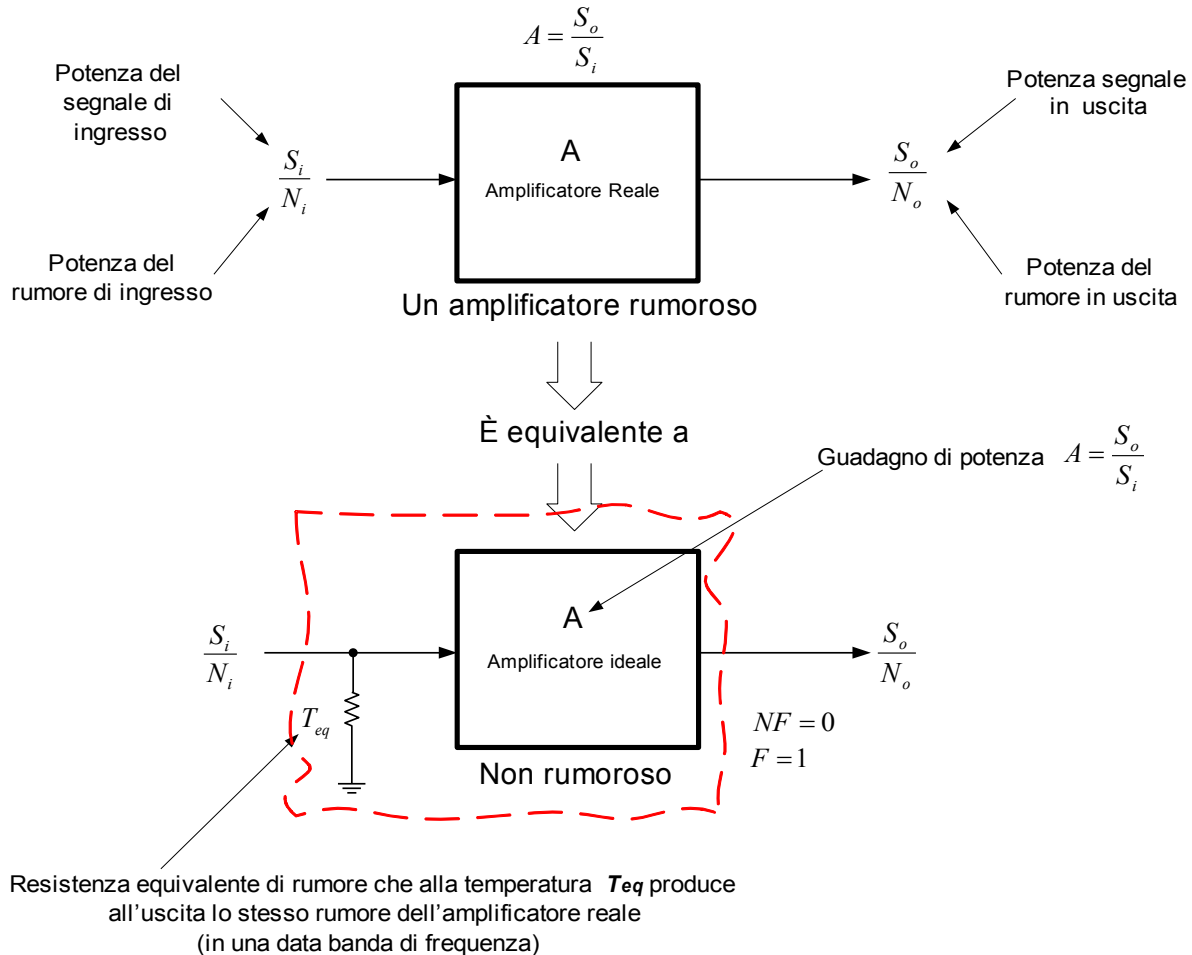
Ad esempio vediamo il peggioramento della NF tra ingresso e uscita :



## 02a Appunti di richiamo sul rumore

### Temperatura equivalente di rumore

Un altro modo per specificare le prestazioni relative al rumore è la *Temperatura Equivalente di Rumore*:



La **Temperatura Equivalente di Rumore**,  $T_{eq}$ , è la temperatura assoluta di una resistenza  $R$  che connesso all'ingresso di un amplificatore ideale dello stesso guadagno di quello reale (rumoroso) produce all'uscita lo stesso rumore dell'amplificatore reale.

$$F = \frac{\frac{S_i}{N_i}}{\frac{S_o}{N_o}} = \frac{S_i}{S_o} \cdot \frac{N_o}{N_i} = \frac{N_o}{N_i} \cdot \frac{1}{A} \quad \text{essendo} \quad \frac{1}{A} = \frac{S_i}{S_o}$$

si ha

$$N_o = F \cdot N_i \cdot A \quad (14)$$

Rumore totale di ingresso

$N_i = \text{potenza del rumore della sorgente}$      $N_o = \text{potenza del rumore di uscita}$

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

Il rumore totale di ingresso è  $F \cdot N_i$

Considerando che il rumore di ingresso dovuto alla sorgente che si suppone termica è

$$N_i = K \cdot T \cdot B$$

il rumore di ingresso equivalente generato dall'amplificatore sarà dato dal rumore totale di ingresso,  $F \cdot N_i$ , meno il rumore della sorgente  $N_i$

$$N_{eq} = F \cdot N_i - N_i$$

$$N_{eq} = F \cdot K \cdot T \cdot B - K \cdot T \cdot B = N_{eq} = K \cdot T \cdot B(F - 1)$$

Se si suppone che questo rumore,  $N_{eq}$ , viene generato in una resistenza a temperatura,  $T_{eq}$  e se si suppone che la sorgente reale si trova alla temperatura di riferimento  $T_0 = 290K$  (temperatura ambiente) si può scrivere

$$K \cdot T_{eq} \cdot B = K \cdot T_0 \cdot B(F - 1)$$

$$T_{eq} = T_0(F - 1) \text{ oppure } T_{eq} = 290(F - 1) \quad (15)$$

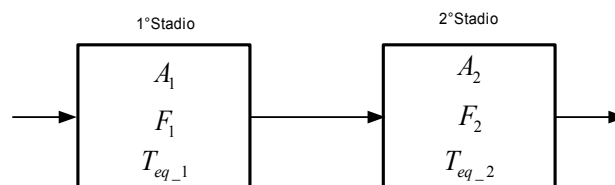
La cifra di rumore sarà  $F = \frac{T_{eq}}{T_0} + 1 \quad (16)$

### Cifra di rumore, Figura di Rumore, Temperatura Equivalente di Rumore degli amplificatori in cascata

Quando due o più stadi amplificatori sono connessi in cascata, come succede nei ricevitori, sarà la cifra di rumore del primo stadio a determinare le prestazioni dell'intero sistema. Questo perché il rumore generato dal primo stadio viene amplificato da tutti gli stadi successivi.

Il rumore generato dall'ultimo stadio sarà il meno amplificato e quindi influirà meno di quello degli stadi precedenti. In ogni caso gli stadi successivi al primo non possono essere trascurati. Si può ricavare una equazione che mette in relazione il rumore ed il guadagno di ogni stadio.

Per prima cosa consideriamo solamente due stadi in cascata



La potenza del rumore all'ingresso del primo stadio è  $N_{i-1} = K \cdot T \cdot B \quad (17)$

tenendo conto della  $N_0 = F \cdot N_i \cdot A$  il rumore di uscita del primo stadio sarà

$$N_{o-1} = F_1 \cdot N_{i-1} \cdot A_1 \quad (18) \quad \text{oppure} \quad N_{o-1} = F_1 \cdot K \cdot T \cdot B \cdot A_1 \quad (19)$$



## 02a Appunti di richiamo sul rumore

Questo rumore sarà applicato all'ingresso del secondo stadio e da questo amplificato. All'uscita del secondo stadio sarà presente moltiplicato per  $A_2$ . Anche il secondo stadio darà un contributo al rumore

$$N_{eq\_2} = K \cdot T \cdot B(F_2 - 1) \quad (20)$$

che sarà presente all'uscita amplificato per  $A_2$ .

Il rumore totale (potenza) all'uscita dei due stadi sarà

$$\begin{aligned} N_{o\_2} &= N_{o\_1} \cdot A_2 + N_{eq\_2} \cdot A_2 \\ N_{o\_2} &= F_1 \cdot K \cdot T \cdot B \cdot A_1 \cdot A_2 + (F_2 - 1) \cdot K \cdot T \cdot B \cdot A_2 \\ N_{o\_2} &= K \cdot T \cdot B \cdot A_2 (F_1 \cdot A_1 + F_2 - 1) \end{aligned} \quad (21)$$

Dalla definizione di cifra di rumore di un singolo stadio possiamo scrivere quella di due stadi in cascata.

La *Cifra di Rumore* di più stadi in cascata viene chiamata ***Cifra di Rumore di Sistema*** ed indicata con  $F_S$ .

$$F_S = \frac{\frac{S_{i\_1}}{N_{o\_2}}}{\frac{S_{o\_2}}{N_{i\_1}}} = \frac{S_{i\_1}}{S_{o\_2}} \cdot \frac{N_{o\_2}}{N_{i\_1}} = \frac{N_{o\_2}}{N_{i\_1}} \cdot \frac{1}{A_T} \quad \text{dove } A_T = A_1 \cdot A_2$$

$$F_S = \frac{N_{o\_2}}{N_{i\_1}} \cdot \frac{1}{A_T} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} F_S &= \frac{K \cdot T \cdot B \cdot A_2 (F_1 \cdot A_1 + F_2 - 1)}{K \cdot T \cdot B \cdot A_1 \cdot A_2} = \frac{F_1 \cdot A_1 + F_2 - 1}{A_1} \\ F_S &= F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_1} \end{aligned} \quad (23)$$

Che generalizzata a  $n$  stadi diventa

$$F_S = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_1} + \frac{F_3 - 1}{A_1 \cdot A_2} + \frac{F_4 - 1}{A_1 \cdot A_2 \cdot A_3} \dots + \frac{F_n - 1}{A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \dots A_{n-1}} \quad (24)$$

*Nota:* la relazione valida per definizione  $F > 1$  può essere vista come  $F - 1 > 0$  !

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

Alla *Cifra di Rumore di Sistema*,  $F_S$ , corrisponde la ***Figura di Rumore di Sistema***  $NF_{S\_dB}$ .

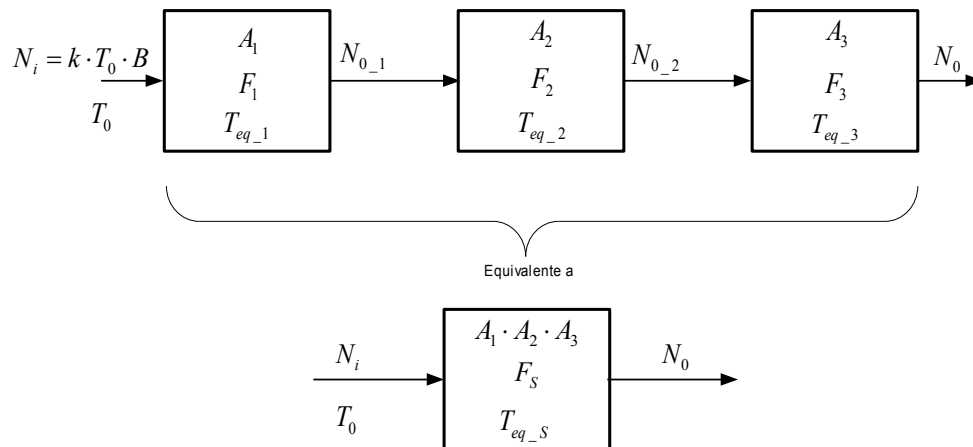
La *Temperatura Equivalente di Rumore* di più stadi in cascata, viene chiamata ***Temperatura Equivalente di Sistema***,  $T_S$ .

Per il sistema la (16)  $F = \frac{T_{eq}}{T_0} + 1$  può essere riscritta  $F_S = \frac{T_{eq\_S}}{T_0} + 1$

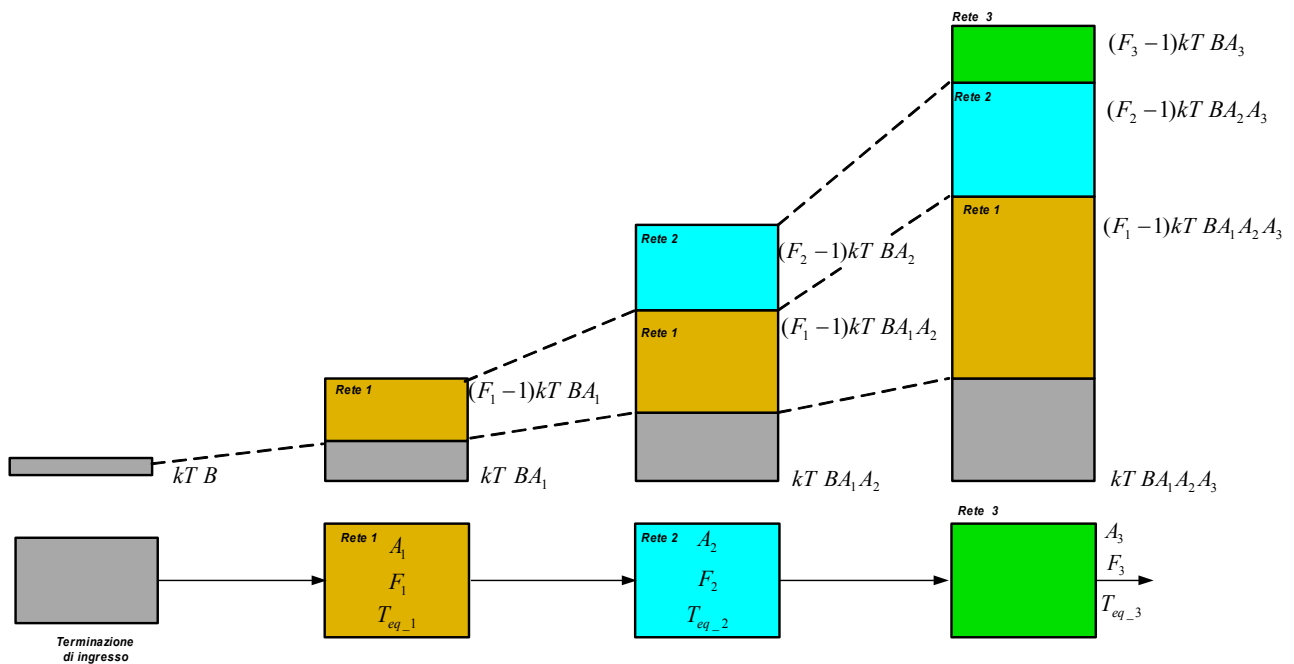
Tenendo conto che  $F_1 = \frac{T_{eq\_1}}{T_0} + 1$ ,  $F_2 = \frac{T_{eq\_2}}{T_0} + 1$  la  $F_T = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_1}$

$$\text{diventa } \frac{T_{eq\_S}}{T_0} + 1 = \frac{T_{eq\_1}}{T_0} + 1 + \frac{\left( \frac{T_{eq\_2}}{T_0} + 1 \right) - 1}{A_1}$$

$$\text{semplificando } T_{eq\_S} = T_{eq\_1} + \frac{T_{eq\_2}}{A_1} \quad (25)$$

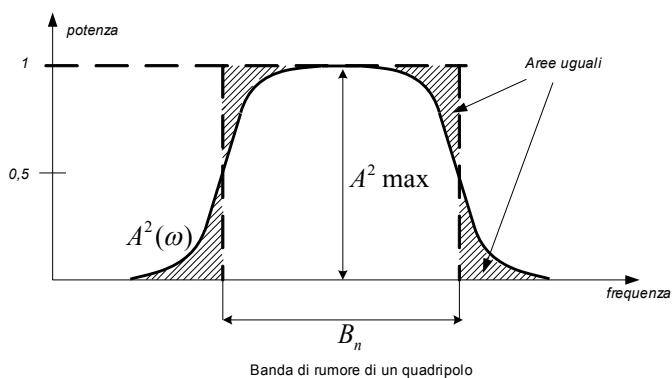


## 02a Appunti di richiamo sul rumore



### Note

#### Nota 1: Definizione di **Banda passante effettiva**



## 02a Appunti di richiamo sul rumore

### Il rumore e la dinamica

Nelle considerazioni sul rumore sono stati fatti alcuni richiami sul rumore termico e sugli effetti che esso produce sul rapporto segnale – rumore di un segnale che viene processato da una rete reale. La rete può essere una rete passiva, un amplificatore, un sistema complesso come quello di un ricevitore e così via. Il rumore oltre a peggiorare il rapporto segnale – rumore introduce anche un limite al livello dei segnali che la rete reale può processare. Questo limite è un limite di livello inferiore ed è fissato dal livello di **Rumore di Fondo**, in inglese **Noise Floor**, cioè i segnali di livello inferiore a quello del rumore di fondo non sono distinguibili dal rumore stesso. A causa della non linearità dei dispositivi esiste anche un limite superiore, che è fissato dalla saturazione. Limite che convenzionalmente si fissa in un punto sotto il limite della saturazione, questo punto è il *punto di compressione a 1 dB*. L'intervallo fra i livelli del *Noise Floor* ed il *Punto di Compressione a 1 dB* viene chiamata **Dinamica**, in inglese **Dynamic Range**.

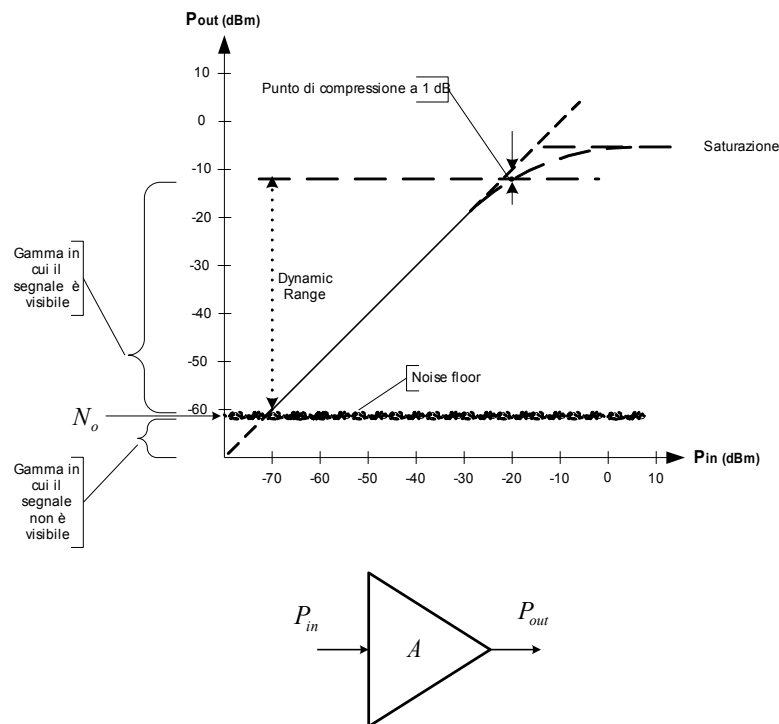


Figura 1

Ad esempio consideriamo un amplificatore con un guadagno di  $A_{dB} = 10dB$  ( $A=10$ ) (Figura 1). Se l'amplificatore è ideale la potenza di uscita sarà funzione di quella di ingresso secondo la relazione  $P_{out} = 10P_{in}$ , questa relazione sarà valida per qualsiasi valore di  $P_{in}$ . In questo modo se  $P_{in} = 0$  si avrà  $P_{out} = 0$  e se  $P_{in} = 10^6 W$  si avrà  $P_{out} = 10^7 W$ . Ovviamente queste condizioni non possono essere vere in pratica; in quanto il rumore generato all'interno dell'amplificatore farà sì che ci sia una certa potenza di rumore diversa da zero all'uscita dell'amplificatore anche in assenza di segnale al suo ingresso. D'altra parte con valori molto grandi di potenza l'amplificatore si distruggerà. La figura mostra le regioni di livello di potenza in cui i segnali di ingresso e di uscita possono, in pratica, esistere.

A livelli di potenza di ingresso molto bassi domina il rumore generato dall'amplificatore stesso, il livello di *Noise Floor*, mentre il livello superiore utile è *Punto di Compressione a 1 dB*. Nella regione intermedia è valida con notevole approssimazione la relazione  $P_{out} = 10P_{in}$ .

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

Il livello **minimo del segnale distinguibile** sarà quel livello del segnale **in ingresso che produce in uscita lo stesso livello di potenza** del *Noise Floor*, (in altri termini  $S_o = N_o$ ) questo livello viene chiamato **Minimum Discernible Signal** MDS.

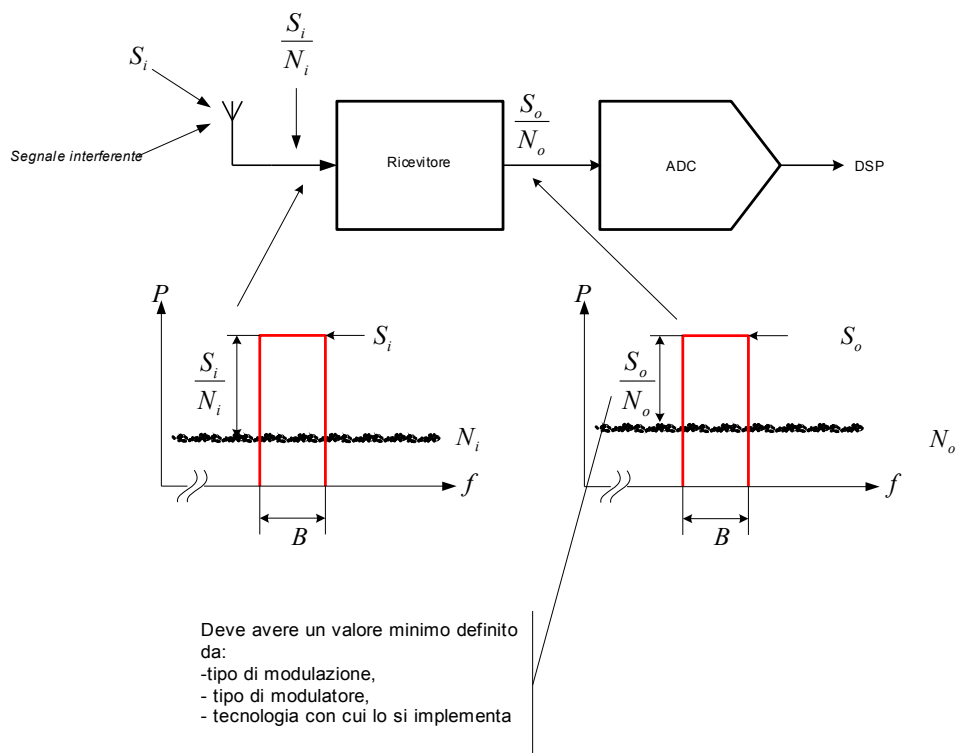
La formula per calcolare il rumore di fondo  $N_o$  è la seguente (con  $NF_s$  Noise Figure del sistema):

$$N_{o\_dBm} = A_{S\_dB} + NF_{S\_dB} - 174 \left( \frac{dBm}{Hz} \right) + 10 \lg B(Hz) \quad (25)$$

### La figura di rumore limite

Esiste un valore minimo di *Noise Figure* per cui un ricevitore lavora ancora in modo corretto.

Questo valore dipende dal minimo rapporto segnale – rumore  $\frac{S_o}{N_o}$  con cui il demodulatore riesce a funzionare oppure, nel caso dei ricevitori digitali, a prendere una decisione.



Si è visto che 
$$\left( \frac{S_i}{N_i} \right)_{dB} = \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} + NF_{dB} \quad (26)$$

vediamo di ricavare la  $NF_{dB}$  per il minimo rapporto segnale/rumore  $\left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB}$  richiesto dal sistema

Riscrivendo la (26) come  $S_{i\_dBm} - N_{i\_dBm} = \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} + NF_{dB}$  o  $S_{i\_dBm} = \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} + N_{i\_dBm} + NF_{dB}$

tenendo conto di  $N_{i\_dBm} = 10 \lg KT + 10 \lg B(Hz)$  abbiamo

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

$$S_{i\_dBm} = \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} + 10 \lg KT + 10 \lg B + NF_{dB} \quad \text{o} \quad S_{i\_dBm} = \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} - 174 + 10 \lg B + NF_{dB}$$

Da questa si ricava la *Figura di Rumore Limite*,  $NF_{dB\_lim}$ , ponendo il rapporto:

- $\left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB\_min}$  al valore minimo richiesto dal sistema,
- $S_{i\_dBm}$ , al valore minimo richiesto dal sistema,  $S_{i\_dBm\_min}$ ,
- $B$ , al valore fissato dal sistema.

$$NF_{dB\_lim} = S_{i\_dBm\_min} + 174 - 10 \lg B - \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB\_min} \quad (27)$$

Un esempio nel caso del GSM

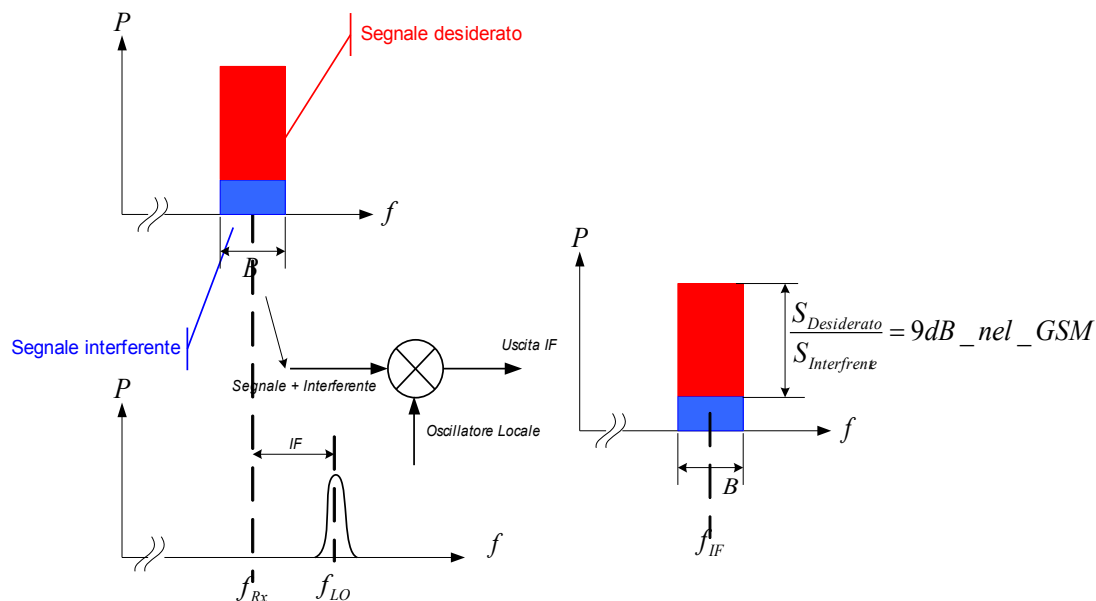
$$\left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB\_min} = 9dB, \quad B = 200 \text{ kHz}, \quad S_{i\_dBm\_min} = -102dBm \rightarrow 10^{-3} BER$$

$$NF_{dB\_lim} = -102 + 174 - 10 \lg 200 \cdot 10^3 - 9 = 10dB$$

Quindi un ricevitore GSM dovrà avere una Figura di Rumore minima di 10 dB. In pratica la sensibilità dei ricevitori è tipicamente compresa fra -107 dBm e -109 dBm, per cui la  $NF_{dB\_lim}$  è più bassa e varia da 5 dB a 7 dB.

### Reiezione Cocanale

Il rapporto  $\frac{S_o}{N_o}$  minimo, all'uscita del ricevitore, dovrà essere mantenuto anche nei confronti dei segnali interferenti. Un caso particolare di segnale interferente è il caso dell'interferenza cocanale

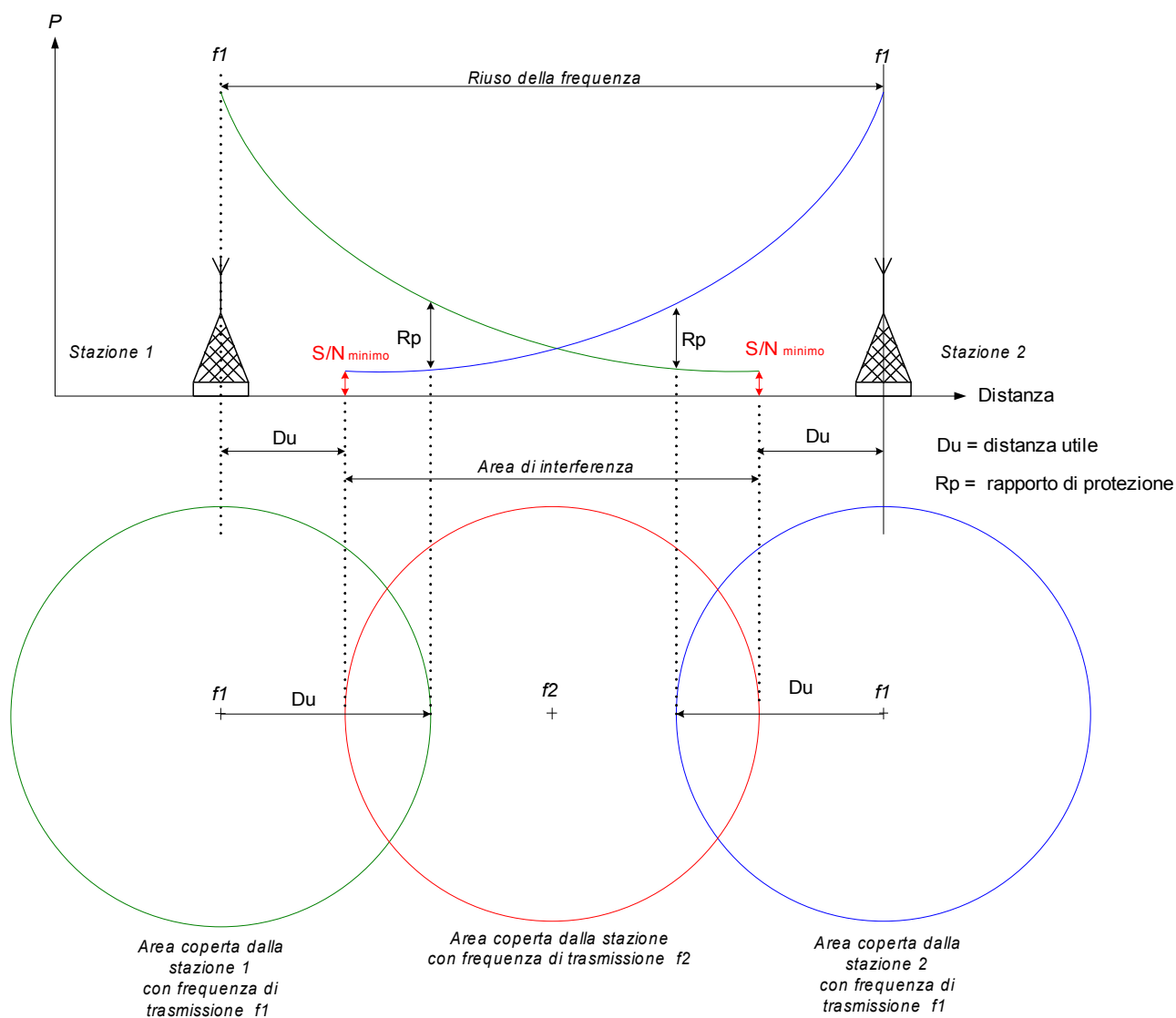


Si misura come rapporto fra segnale desiderato e segnale interferente,  $\frac{S_{Desiderato}}{N_{Intrefrente}}$  e viene denominata **reiezione all'interferenza cocanale** ed è la capacità di un ricevitore di ricevere il segnale desiderato

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

anche in presenza di un segnale interferente presente sullo stesso canale. E' una caratteristica che impatta su tutto il sistema radiomobile cellulare sia sul progetto del terminale che su quello della rete, in particolare sul riuso della frequenza.

Il sistema GSM prevede una reiezione di almeno 9 dB. Un ricevitore con una reiezione di 7 dB è migliore di uno con soli 10 dB, questa caratteristica dipende da come è stato costruito il demodulatore.



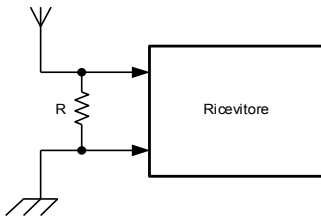
La figura mostra la zona interessata dall'interferenza cocanale in una rete cellulare.

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

### Esercizi

#### Es 1

In un ricevitore con banda passante  $B = 10 \text{ kHz}$  e con l'antenna perfettamente adattata allo stadio di ingresso del ricevitore (= massimo trasferimento di potenza), trovare la potenza del rumore alla temperatura di  $T_a(^{\circ}\text{C}) = 27^{\circ}\text{C}$ .



*Soluzione*

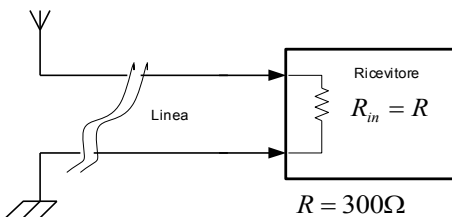
$$T_a = 27^{\circ}\text{C} + 273 = 300\text{K}$$

$$N = K \cdot T_a B$$

$$N = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10 \cdot 10^3 = 4.14 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

#### Es 2

In un ricevitore con banda passante  $B = 6 \text{ MHz}$  e con l'antenna ( $R_a = 300\Omega$ ) connessa al ricevitore con un a linea senza perdite e perfettamente adattata allo stadio di ingresso del ricevitore la cui impedenza (resistiva) di ingresso è di  $300 \text{ Ohm}$ . Trovare la potenza del rumore,  $N$ , e la tensione,  $v_n$ , e la tensione all'ingresso del ricevitore alla temperatura di  $T_a(^{\circ}\text{C}) = 20^{\circ}\text{C}$ .

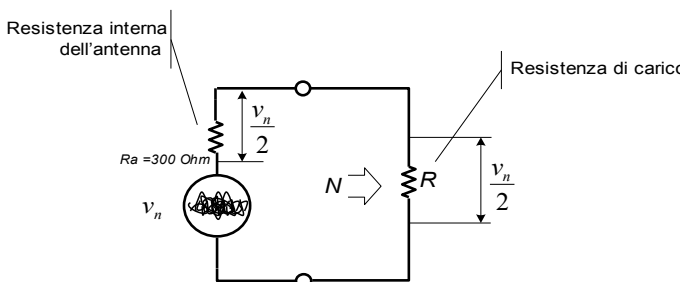


*Soluzione*

$$T_a = 20^{\circ}\text{C} + 273 = 293\text{K}$$

$$N = K \cdot T_a B = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 293 \cdot 6 \cdot 10^6 = 2.42 \cdot 10^{-17} \text{ W}$$

$$v_n = \sqrt{4KTBR} \quad v_n = \sqrt{4 \cdot 1.39 \cdot 10^{-23} \cdot 293 \cdot 6 \cdot 10^6 \cdot 300} = 5.4 \mu\text{V}$$



La tensione all'ingresso del ricevitore sarà  $\frac{v_n}{2} = \frac{5.4}{2} = 2.7 \mu\text{V}$ .

#### Es 3



## 02a Appunti di richiamo sul rumore

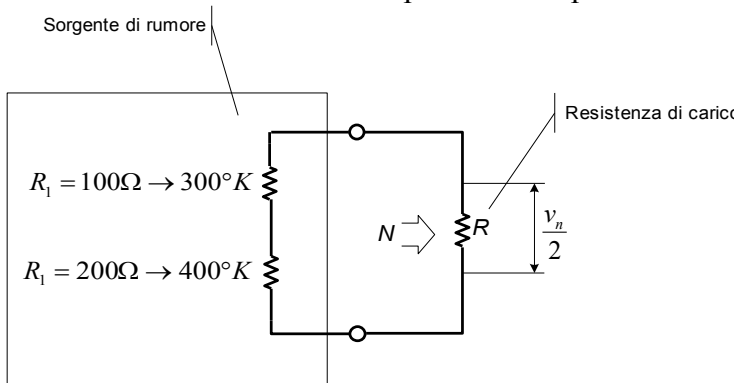
Un ricevitore produce alla sua uscita, in assenza di segnale, una potenza di 200 mW che diventa di 5 W con il segnale. Calcolare il rapporto segnale – rumore.

*Soluzione*

Si considera che  $\frac{S}{N} \cong \frac{S+N}{N}$  Quindi  $\frac{S}{N} \cong \frac{S+N}{N} = \frac{5}{0,2} = 25$  In dB  $\frac{S}{N}(dB) \cong 10 \log 25 = 14dB$

### Es 4

Una sorgente di rumore formata da due resistenze reali che si trovano a due temperature differenti alimenta una resistenza di carico  $R = 300 \text{ Ohm}$ . Calcolare la potenza del rumore fornita al carico e la tensione di rumore ai suoi capi. La banda passante  $B$  è di 100 kHz.



*Soluzione*

La tensione a vuoto sarà data da

$$v_{nR1\_nR2} = \sqrt{v_{n\_R1}^2 + v_{n\_R2}^2}$$

$$v_{nR1} = 4 \cdot K \cdot T_1 \cdot B \cdot R_1 \quad \text{e} \quad v_{nR2} = 4 \cdot K \cdot T_2 \cdot B \cdot R_2$$

$$v_{nR1\_nR2} = \sqrt{4 \cdot K \cdot B \cdot (T_1 \cdot R_1 + T_2 \cdot R_2)}$$

$$v_{nR1\_nR2} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 10^5 \cdot (300 \cdot 100 + 400 \cdot 200)}$$

$$v_{nR1\_nR2} = 779 \text{ nV}$$

Il che equivale ad avere una resistenza ideale di 300 Ohm con in serie una sorgente di rumore di 779 nV.

La tensione ai capi del carico  $R = 300 \text{ Ohm}$  sarà

$$\frac{v_{nR1\_nR2}}{2} = \frac{779}{2} = 389,5 \text{ nV}$$

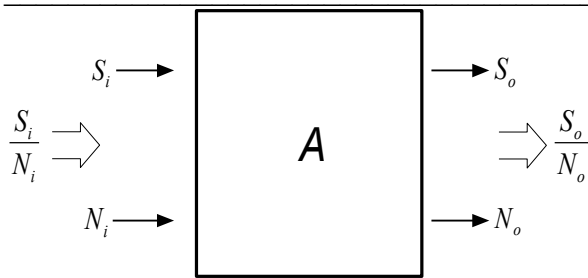
La potenza di rumore dissipata dal carico sarà

$$N = \frac{\left(\frac{v_{nR1\_nR2}}{2}\right)^2}{R} = \frac{\left(\frac{779}{2}\right)^2}{300} = 0,506 \text{ fW}$$

### Es 5

Nello stadio amplificatore

## 02a Appunti di richiamo sul rumore



sono dati:

La potenza del segnale di ingresso  $P_i = 100 \mu W$

La potenza del rumore in ingresso  $N_i = 1 \mu W$

La potenza del segnale in uscita  $P_o = 1 W$

La potenza del rumore all'uscita  $N_o = 30 mW$

Calcolare la *Cifra di Rumore* F e la *Figura di Rumore* NF.

*Soluzione*

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{100}{1} = 100 \quad \frac{S_o}{N_o} = \frac{1000}{30} = 33,3$$

Oppure

$$\left( \frac{S_i}{N_i} \right)_{dB} = 10 \lg 100 = 20$$

$$F = \frac{\frac{S_i}{N_i}}{\frac{S_o}{N_o}} = \frac{100}{33,3} = 3$$

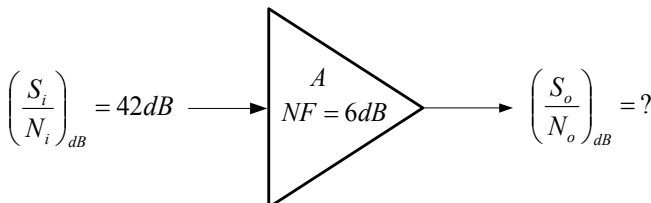
$$\left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} = 10 \lg 33,3 = 15,22$$

$$NF_{(dB)} = 10 \cdot \lg F = 10 \cdot \lg 3 = 4,77 dB$$

$$NF_{(dB)} = \left( \frac{S_i}{N_i} \right)_{dB} - \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} = 20 - 15,22 = 4,77 dB$$

### Es 6

Uno stadio amplificatore con una *Figura di Rumore*  $NF = 6 dB$  ha applicato al suo ingresso un segnale con un rapporto segnale rumore di  $42 dB$ . Calcolare il rapporto segnale rumore alla sua uscita.



*Soluzione*

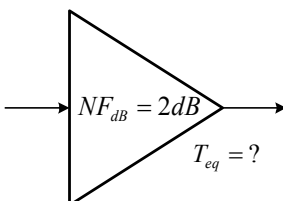
$$NF_{(dB)} = \left( \frac{S_i}{N_i} \right)_{dB} - \left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} \quad \text{da cui}$$

$$\left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} = \left( \frac{S_i}{N_i} \right)_{dB} - NF_{(dB)}$$

$$\left( \frac{S_o}{N_o} \right)_{dB} = 42 - 6 = 36 dB$$

### Es 7

Uno stadio amplificatore ha una *Figura di Rumore*  $NF = 2 dB$ . Calcolare la *Temperatura Equivalente di Rumore*  $T_{eq}$ .



*Soluzione*

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

$$NF_{(dB)} = 10 \cdot \lg F \quad \text{da cui} \quad F = 10^{\frac{NF_{dB}}{10}} \quad F = 10^{\frac{2}{10}} = 1,585$$

$$T_{eq} = T_0(F - 1) \quad T_{eq} = 290(1,585 - 1) = 169,61K$$

$$\text{Con } NF_{(dB)} = 3dB \text{ si avrà } F = 10^{\frac{3}{10}} \quad T_{eq} = 290(10^{\frac{3}{10}} - 1) = 288,62K$$

$$\text{Con } NF_{(dB)} = 4dB \text{ si avrà } F = 10^{\frac{4}{10}} \quad T_{eq} = 290(10^{\frac{4}{10}} - 1) = 438K$$

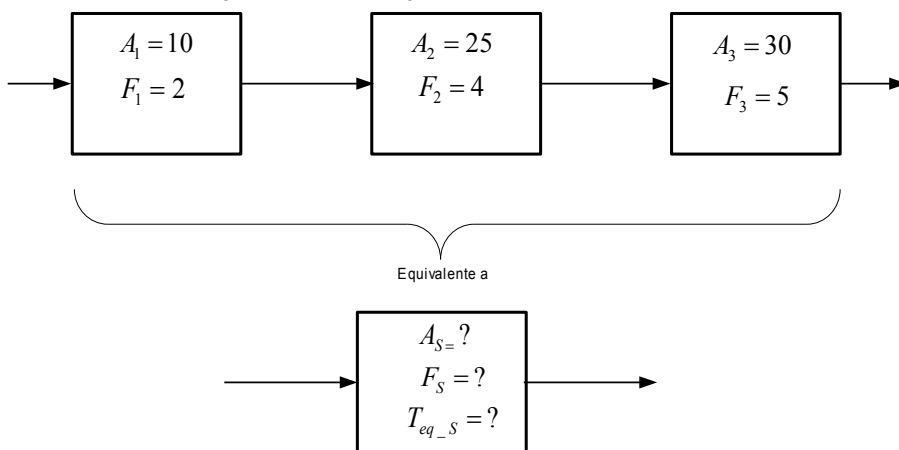
### Es 8

Un sistema è costituito da tre amplificatori in cascata con i seguenti guadagni di potenza e cifra di rumore .

$$\text{Amp 1:} \quad A_1 = 10, \quad F_1 = 2$$

$$\text{Amp 2:} \quad A_2 = 25, \quad F_2 = 4$$

$$\text{Amp 3:} \quad A_3 = 30, \quad F_3 = 5$$



### Soluzione

$$A_S = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 = 10 \cdot 25 \cdot 30 = 7500$$

$$F_S = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_1} + \frac{F_3 - 1}{A_1 \cdot A_2} \quad F_S = 2 + \frac{4 - 1}{10} + \frac{5 - 1}{10 \cdot 25} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{250} = 2,316$$

In dB

$$A_{S\_dB} = 10 \lg A_S = 10 \cdot \lg 7500 = 38,75dB$$

$$NF_{S\_dB} = 10 \cdot \lg F_S = 10 \cdot \lg 2,316 = 3,65dB$$

$$T_{eq\_S} = T_0(F_S - 1) \quad T_{eq\_S} = 290(2,316 - 1) = 382K$$

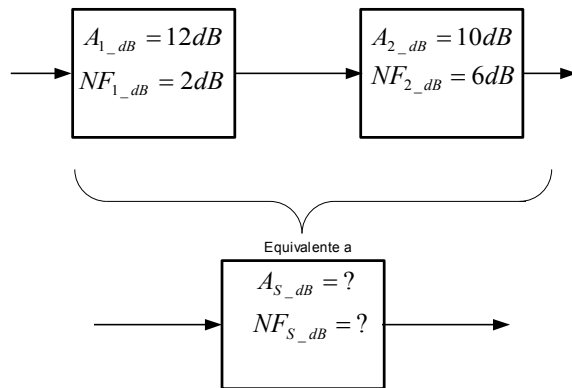
### Es 9

## 02a Appunti di richiamo sul rumore

Un sistema è costituito da due reti in cascata con i seguenti guadagni di potenza,  $A$ , e *Figura di Rumore*,  $NF$ . Calcolare la *Figura di Rumore* di sistema.

Amp 1:  $A_{1\_dB} = 12dB$ ,  $NF_{1\_dB} = 2dB$

Amp 2:  $A_{2\_dB} = 10dB$ ,  $NF_{2\_dB} = 6dB$



### Soluzione

Si devono convertire i valori della *Figura di Rumore* espressi in dB in quelli della *Cifra di Rumore*.

$$F = 10^{\frac{NF_{dB}}{10}} \text{ da cui } F_1 = 10^{\frac{2}{10}} = 1,585 \text{ e } F_2 = 10^{\frac{6}{10}} = 4$$

Lo stesso per i guadagni

$$A = 10^{\frac{A_{dB}}{10}} \text{ ad cui } A_1 = 10^{\frac{12}{10}} = 15,9 \text{ e } A_2 = 10^{\frac{10}{10}} = 10$$

La *Cifra di Rumore* di sistema sarà

$$F_S = F_1 + \frac{F_2 - 1}{A_1} \quad F_S = 1,585 + \frac{4 - 1}{15,9} = 1,779$$

La *Figura di Rumore* di sistema

$$NF_{S\_dB} = 10 \cdot \lg F_S = 10 \cdot \lg 1,779 = 2,5dB$$