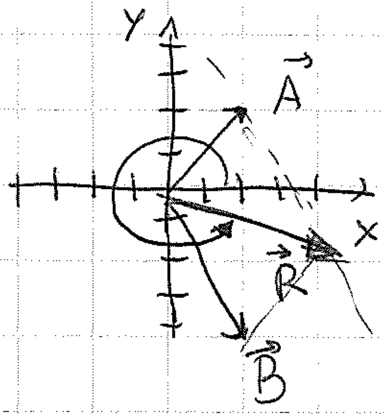
ES. VETTORI

• Trovare la somma di due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ giacenti nel piano xy e dati da

$$\vec{A} = 2\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} \qquad \vec{B} = 2\hat{\imath} - 4\hat{\jmath}$$



$A_x = 2, \; A_y = 2, \; B_x = 2, \; B_y = -4$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (2+2)\,\hat{\imath} + (2-4)\,\hat{\jmath} = 4\hat{\imath} - 2\hat{\jmath}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 4,47$$

• Det. l'angolo θ che $\vec{R}$ forma con l'asse x positivo

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{R_y}{R_x} \qquad \theta = -27^\circ\ldots = 333^\circ$$

• Una particella effettua 3 spostamenti, determinare lo spostamento risultante e il suo modulo

$$\vec{d}_1 = (\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - \hat{k})\ \text{cm} \qquad \vec{d}_2 = (2\hat{\imath} - \hat{\jmath} - 3\hat{k})\ \text{cm}$$

2,00 −1,00 −3,00

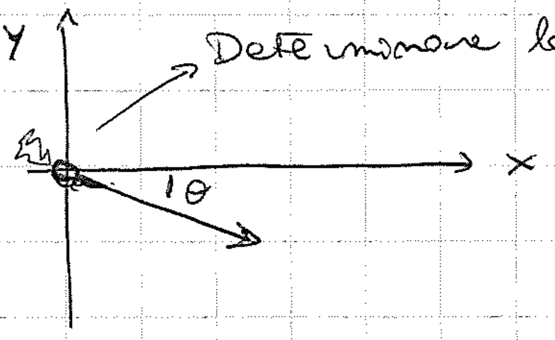
$$\vec{d}_3 = (-\hat{\imath} + \hat{\jmath})\ \text{cm}$$

$$\vec{R} = (\vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3) = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 4\hat{k})\ \text{cm}$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \underbrace{5,39\ \text{cm}}_{= 5\ \text{cm}}$$

(+ corretto se era etc.)

ES. VETTORI

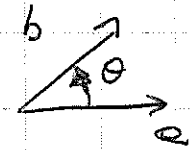


Determinare la componente orizzontale e verticale della velocità di Superman sapendo che $\theta = 30°$ e $v = 100\ m/s$

$V_x = v \cos 30 = v \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 86{,}6\ m \rightarrow (87\ m)$

$v_y = -v\ \mathrm{sen}\ 30 = -v \cdot \frac{1}{2} = -50\ m/s$

Prodotto scalare $\quad v = \vec{a} \cdot \vec{b} = a\, b \cos\theta$



$\vec{A} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}$

$\vec{B} = -\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$

Det. $\vec{A} \cdot \vec{B}$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y = -2 + 6 = 4$

Posso farlo per esteso

$\vec{A} \cdot \vec{B} = (2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}) \cdot (-\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}) = -2\underbrace{\hat{\imath}\cdot\hat{\imath}}_{=1} + \underbrace{2\hat{\imath}\cdot 2\hat{\jmath}}_{=0} \underbrace{-3\hat{\jmath}\,\hat{\imath}}_{=0} + \underbrace{3\hat{\jmath}\, 2\hat{\jmath}}_{=1}$

$= -2 + 6 = 4$

$\theta = 90°$

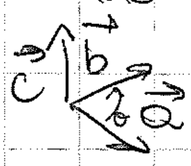
Quanto vale θ ?

$A = |\vec{A}| = \sqrt{13} \qquad B = |\vec{B}| = \sqrt{5}$

$AB\cos\theta = \vec{A} \cdot \vec{B}$ $\quad$ uso le 2 definizioni

$\sqrt{13} \cdot \sqrt{5} \cos\theta = 4 \qquad \cos\theta = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}} \qquad \theta = 60{,}3°$

Prodotto vettoriale



$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \quad (\text{o } \vec{a} \wedge \vec{b})$$

$$C = ab \,\text{sen}\,\theta$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} \quad \text{sviluppo} \ldots$$

$$\hat{\imath} \times \hat{\imath} = \hat{\jmath} \times \hat{\jmath} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

es.

$$\vec{A} = 2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} \qquad \vec{B} = -\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$$

piano xy

$\vec{A} \times \vec{B}$ starà su asse z !

Trovare $\vec{A} \times \vec{B}$ e
verificare che $\vec{B} \times \vec{A} = -\vec{A} \times \vec{B}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = 7\hat{k}$$

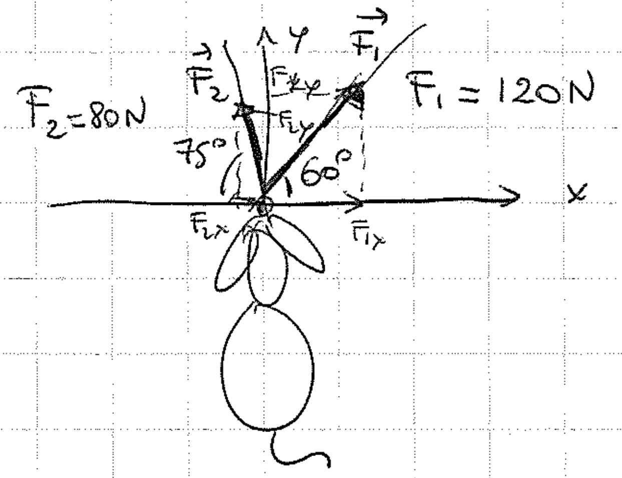
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \cancel{(A_y B_z - B_y A_z)}\,\hat{\imath} + $$
$$- \cancel{(A_x B_z - A_z B_x)}\,\hat{\jmath} +$$
$$+ (A_x B_y - B_x A_y)\,\hat{k}$$
$$= (A_x B_y - B_x A_y)\,\hat{k}$$

$$\vec{B} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ B_x & B_y & B_z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \cancel{(B_y A_z - A_y B_z)}\,\hat{\imath} +$$
$$- \cancel{(B_x A_z - B_z A_x)}\,\hat{\jmath} +$$
$$+ (B_x A_y - A_y B_x)\,\hat{k}$$
$$= (B_x A_y - A_y B_x)\,\hat{k}$$

c.v.d.

ES. VETTORI (4)

Due persone tirano un mulo. Det. la forza



equivalente cioè la forza ~~che~~ applicata dal mulo in modo che la risultante delle forze = 0 (equilibrio!)

$F_{1x} = F_1 \cos 60 = F_1 \cdot \overset{0,5}{\text{sen}\, 30} = 60\ N$

$F_{1y} = F_1\, \text{sen}\, 60 = 104\ N$

OPPURE $F_2 \cos(180 - 75)$

$F_{2x} = -F_2 \cos 75 = -21\ N$

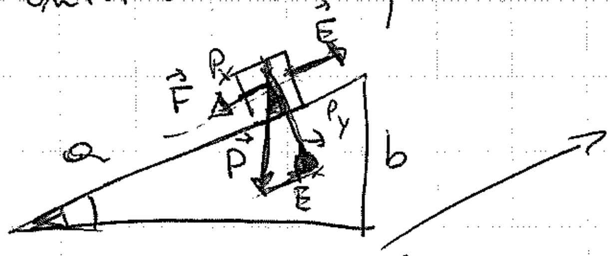
$F_{2y} = F_2\, \text{sen}\, 75 = 77\ N$

NEGATIVE OK SONO COMPONENTI

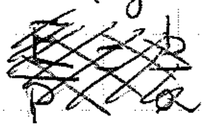
$R_x = F_{1x} + F_{2x} = 39\ N \longrightarrow E_x = -39\ N$

$R_y = F_{1y} + F_{2y} = 181\ N \longrightarrow E_y = -181\ N$

Sopra un piano inclinato di lunghezza $a = 4m$ e di altezza $b = 2m$ si trova un ~~peso~~ oggetto con peso $P = 50\ N$. Calcolare la forza, diretta secondo il piano inclinato per mantenere in equilibrio l'oggetto.



triangoli simili



$\frac{F}{P} = \frac{b}{a}$ $F = P \cdot \frac{b}{a} = 25N$

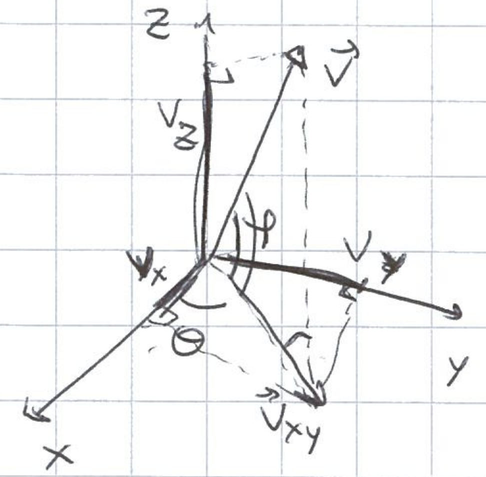
angoli simili (le 2 semirette sono $\perp$)

E = modulo quindi POSITIVO in verso opposto $\vec{E} = 25N$

ES. VETTORI

(5)

3D



$V = 100$

$\varphi = 70°$ angolo di cui è è inclinato rispetto al piano xy

$\theta = 60°$ angolo fra la sua proiezione su xy ($\vec{V}_{xy}$) e ~~asse~~ asse x

Det. V_x, V_y, V_z e pensare su come fare una verifica

$V_{xy} = V \cos 70 = 34,2$

$V_z = V \operatorname{sen} 70 = 93,97$

$V_x = V_{xy} \cos 60 = 17,1$

$V_y = V_{xy} \operatorname{sen} 60 = 29,6$

Verifica $\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \longrightarrow = V$

COORDINATE POLARI

$x = r \cos\theta$
$y = r \operatorname{sen}\theta$
$\operatorname{tg}\theta = y/x$
$r = \sqrt{x^2+y^2}$

Coordinate cartesiane sono date da $(x,y) = (-3,5, -2,5)$

Trovare le coordinate polari

$r = \sqrt{x^2+y^2} = 4,3$ $\quad \operatorname{tg}\theta = y/x = 0,714$ $\quad$ ~~$\theta = 216°$~~

$\theta = 36°$

$\alpha = 36 + 180 = 216°$