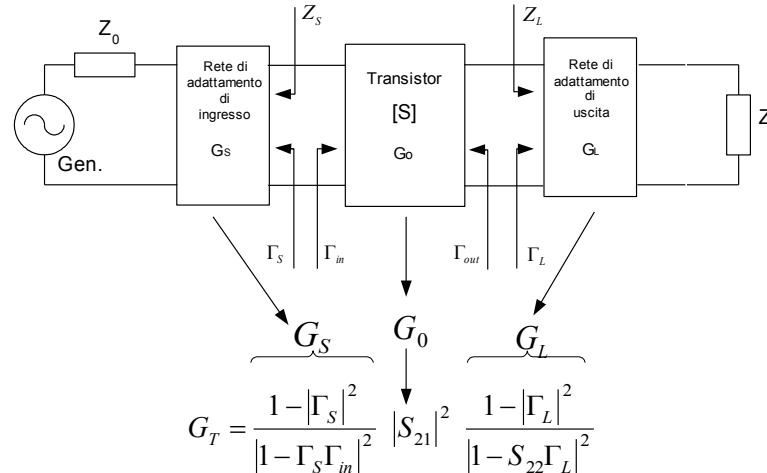


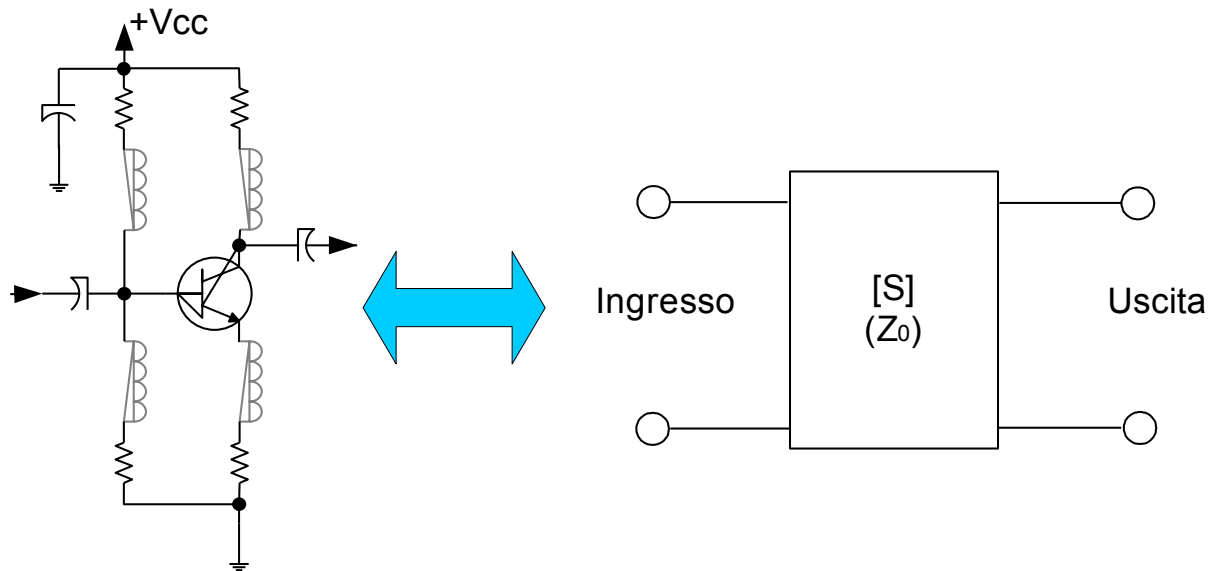
Elettronica per le telecomunicazioni AA 2014 2015

Il guadagno degli amplificatori a RF e MW



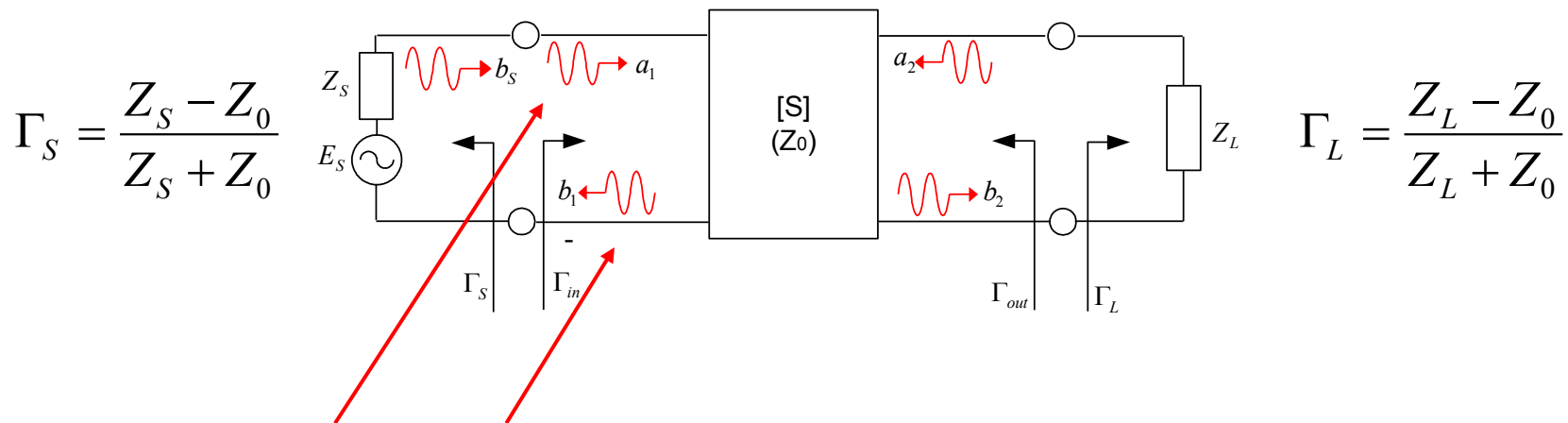
Amplificatore per piccoli segnali

Se un amplificatore a RF o a microonde viene usato per amplificare segnali piccoli, il suo comportamento può essere considerato lineare, esso può essere rappresentato come una rete a due porte caratterizzata tramite i parametri S.



Amplificatore per piccoli segnali

La caratteristica fondamentale di un amplificatore è il **guadagno**.
Per derivare le espressioni del guadagno l'amplificatore viene connesso in un circuito come quello di figura



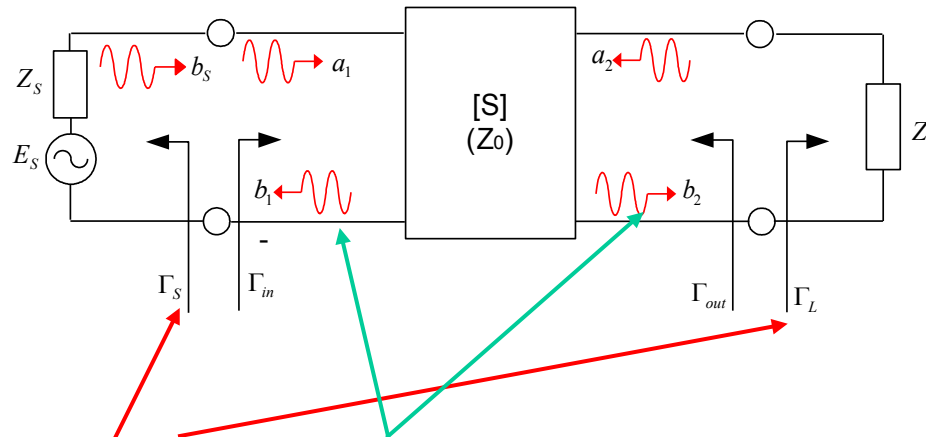
Le onde incidenti e riflesse relative alla porta di ingresso ed alla porta di uscita dell'amplificatore sono quelle di una rete a due porte inserita in una linea di trasmissione di impedenza caratteristica Z_0 e sono espresse dalle

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

Il coefficiente di riflessione e le onde viaggianti

In una rete a due porte come quella in figura i concetti di coefficiente di riflessione e di onda che si sposta lungo la linea di trasmissione possono essere usati **anche se non esiste una linea di trasmissione connessa** alla porta 1 ed alla porta 2 della rete.



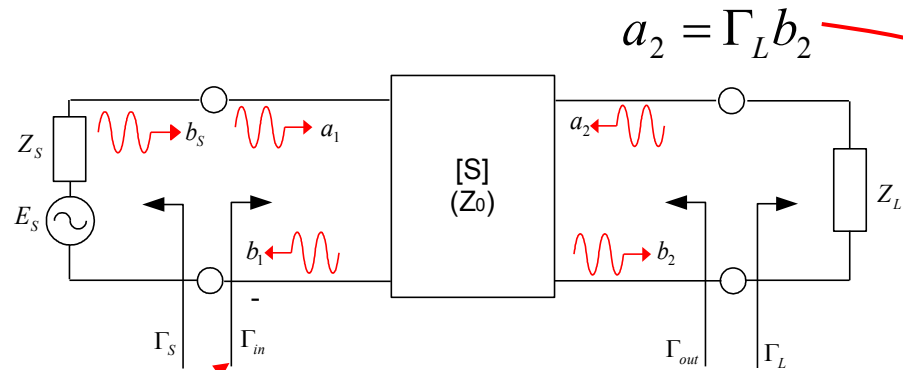
I coefficienti di riflessione e le onde che si spostano lungo la linea, sono rispettivamente i coefficienti di riflessione e le onde che sono presenti quando le porte di ingresso e di uscita sono connesse ad una linea di trasmissione vera e propria.

Si può immaginare che questi coefficienti di riflessione e queste onde viaggianti si riferiscono a delle linee di trasmissione, connesse alle porte di ingresso e di uscita, di impedenza caratteristica Z_0 e di lunghezza nulla.

Il coefficiente di riflessione della porta di ingresso

Il coefficiente di riflessione di ingresso è dato dal rapporto

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1}$$



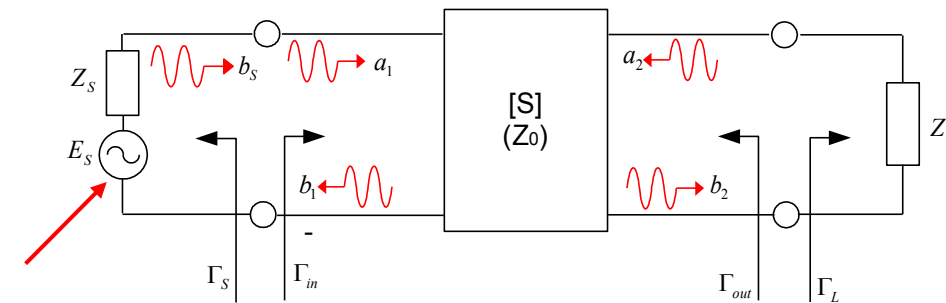
$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad \Rightarrow \quad b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}\Gamma_L b_2 \quad \Rightarrow \quad b_2 = \frac{S_{21}a_1}{1 - S_{22}\Gamma_L}$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad \xrightarrow{a_2 = \Gamma_L b_2} \quad b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}\Gamma_L b_2 = S_{11}a_1 + S_{12}\Gamma_L \frac{S_{21}a_1}{1 - S_{22}\Gamma_L}$$

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1} = S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}$$

Il coefficiente di riflessione d'ingresso dipende dai parametri S e dal coefficiente di riflessione del carico

Il coefficiente di riflessione della porta di uscita



Il coefficiente di riflessione della porta di uscita è dato dal rapporto

$$\Gamma_{out} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{E_S=0}$$

$E_S=0$

$$a_1 = \Gamma_S b_1$$

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}\Gamma_S b_1 + S_{12}a_2 \quad \Rightarrow \quad b_1 = \frac{S_{12}a_2}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

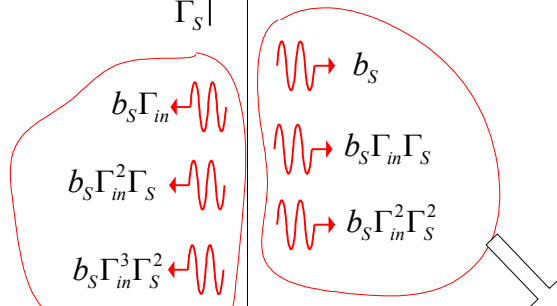
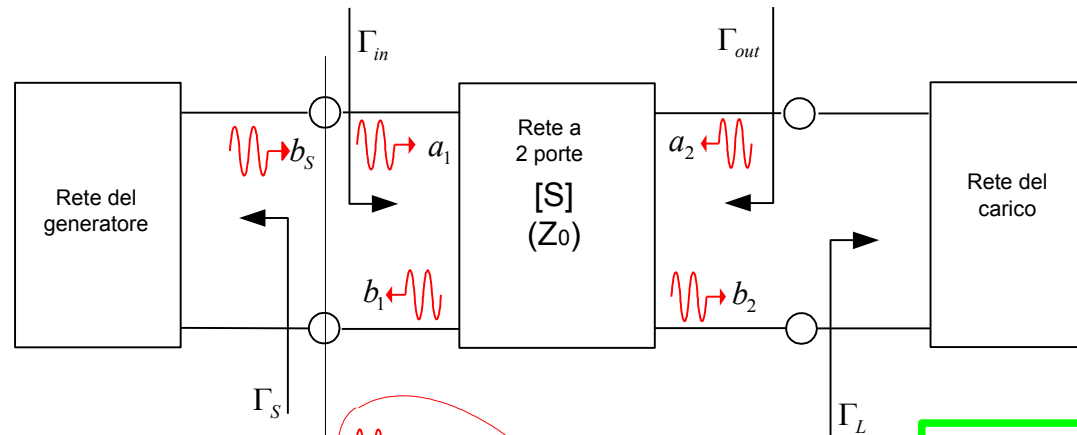
$$a_1 = \Gamma_S b_1$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad \Rightarrow \quad b_2 = S_{21}\Gamma_S \frac{S_{12}a_2}{1 - S_{11}\Gamma_S} + S_{22}a_2 = \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S a_2}{1 - S_{11}\Gamma_S} + S_{22}a_2$$

$$\Gamma_{out} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{E_S=0} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

Situazione 'simmetrica' rispetto all'ingresso

Il circuito del generatore



Lo sviluppo in serie della funzione $\frac{1}{1-x}$ è

$$x = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$$

La somma delle onde dirette verso la porta di ingresso è

$$a_1 = \frac{b_S}{1 - \Gamma_{in} \Gamma_S}$$

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1}$$

$$a_1 = \frac{a_1 b_S}{a_1 - b_1 \Gamma_S}$$

$$a_1 = b_S + b_1 \Gamma_S$$

La potenza fornita alla porta di ingresso

$$a_1 = b_S + b_1 \Gamma_S$$

Il significato di questa relazione è che,
se non c'è riflessione da parte del
generatore (source S)

$$\Gamma_S = 0$$

l'onda incidente sulla porta di ingresso del dispositivo
a due porte è uguale all'onda fornita del generatore

$$a_1 = b_S$$

La **potenza fornita alla porta di ingresso** è data dalla

$$P_{in} = \frac{1}{2} |a_1|^2 - \frac{1}{2} |b_1|^2$$

$$\Gamma_{in} = \frac{b_1}{a_1}$$

$$b_1 = a_1 \Gamma_{in}$$

$$P_{in} = \frac{1}{2} |a_1|^2 - \frac{1}{2} |b_1|^2 = \frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |\Gamma_{in}|^2)$$

La potenza fornita alla porta di ingresso

Riportando
dalla slide
precedente:

$$P_{in} = \frac{1}{2}|a_1|^2 - \frac{1}{2}|b_1|^2 = \frac{1}{2}|a_1|^2(1 - |\Gamma_{in}|^2)$$

$$a_1 = \frac{b_s}{1 - \Gamma_{in}\Gamma_s}$$

$$P_{in} = \frac{1}{2}|a_1|^2(1 - |\Gamma_{in}|^2) = \frac{1}{2} \left| \frac{b_s}{1 - \Gamma_s\Gamma_{in}} \right|^2 (1 - |\Gamma_{in}|^2)$$



$$P_{in} = \frac{1}{2}|b_s|^2 \frac{1 - |\Gamma_{in}|^2}{|1 - \Gamma_s\Gamma_{in}|^2}$$

La potenza fornibile dal generatore

La **potenza disponibile** dal generatore è la potenza il generatore che può fornire quando si verifica la condizione

$$\Gamma_{in} = \Gamma_S^*$$

In queste condizioni la relazione $P_{in} = \frac{1}{2} |b_s|^2 \frac{1 - |\Gamma_{in}|^2}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2}$ diventa

$$P_{AVS} = P_{in}|_{\Gamma_{in}=\Gamma_S^*} = \frac{1}{2} |b_s|^2 \frac{1 - |\Gamma_S^*|^2}{|1 - \Gamma_S \Gamma_S^*|^2} \quad \Rightarrow \quad P_{AVS} = P_{in}|_{\Gamma_{in}=\Gamma_S^*} = \frac{1}{2} |b_s|^2 \frac{1}{1 - |\Gamma_S|^2}$$

$$P_{in} = \frac{1}{2} |b_s|^2 \frac{1 - |\Gamma_{in}|^2}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2} = \frac{1}{2} |b_s|^2 \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{1 - |\Gamma_S|^2} \frac{1 - |\Gamma_{in}|^2}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2}$$

$$P_{in} = P_{AVS} \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{in}|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2}$$

L'equazione $P_{in} = P_{AVS} \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{in}|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2}$ si può riscrivere

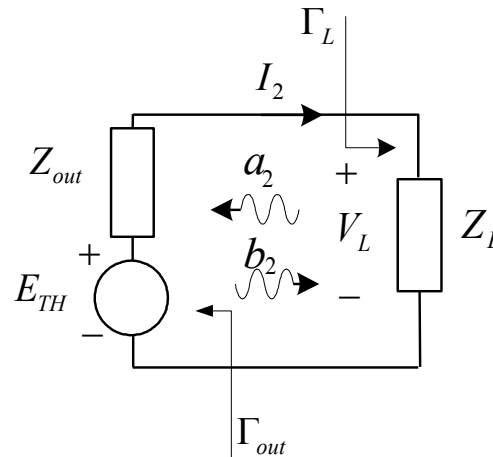
$$P_{in} = P_{AVS} M_S$$

definendo $M_S = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{in}|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2}$

M_S viene definito come **fattore di disadattamento della sorgente**, è utile per quantizzare la porzione di potenza disponibile dal generatore, P_{AVS} che viene fornita alla all'ingresso della rete a due porte.

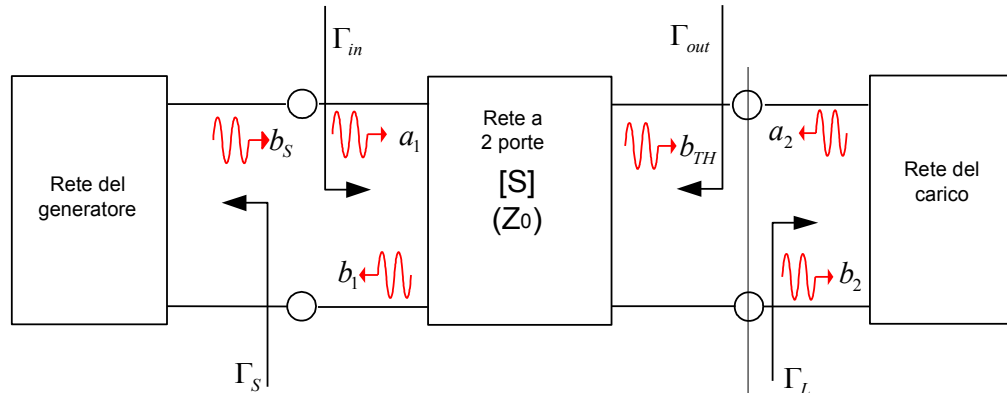
Se $\Gamma_{in} = \Gamma_S^*$  $M_S = 1$  $P_{in} = P_{AVS}$

La porta di uscita della rete a due porte può essere considerato come un generatore equivalente di Thevenin



Il circuito del carico e le potenze relative

Si possono fare tutte le considerazioni già fatte per il circuito di ingresso.



La somma delle onde dirette verso il carico.

$$a_2 = b_{TH} \Gamma_L + b_{TH} \Gamma_L^2 \Gamma_{out} + b_{TH} \Gamma_L^3 \Gamma_{out}^2 + \dots$$

$$b_2 = b_{TH} + b_{TH} \Gamma_{out} \Gamma_L + b_{TH} \Gamma_{out}^2 \Gamma_L^2 + \dots$$

$$\Gamma_L = \frac{a_2}{b_2} \rightarrow b_2 = \frac{b_{TH}}{1 - \Gamma_{out} \Gamma_L} \rightarrow b_2 = \frac{b_2 b_{TH}}{b_2 - a_2 \Gamma_{out}} \rightarrow b_2 = b_{TH} + a_2 \Gamma_{out}$$

La potenza disponibile dalla rete a due porte

La potenza fornita al carico Z_L è

$$P_L = \frac{1}{2}|b_2|^2 - \frac{1}{2}|a_2|^2 = \frac{1}{2}|b_2|^2 - \frac{1}{2}|\Gamma_L b_2|^2 \quad \longrightarrow \quad P_L = \frac{1}{2}|b_2|^2(1 - |\Gamma_L|^2)$$

La **potenza fornibile** dalla rete a due porte al carico, P_{AVN} , è uguale alla potenza che può essere fornita al carico quando si verifica la condizione

$$\Gamma_L = \Gamma_{out}^* \quad \longrightarrow \quad P_{AVN} = P_L|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*}$$

$$P_{AVN} = P_L|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*} = \frac{1}{2}|b_{TH}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{out}\Gamma_L|^2} = \frac{1}{2}|b_{TH}|^2 \frac{1 - |\Gamma_{out}^*|^2}{|1 - \Gamma_{out}\Gamma_{out}^*|^2} = \frac{1}{2}|b_{TH}|^2 \frac{1 - |\Gamma_{out}^*|^2}{|1 - |\Gamma_{out}|^2|^2}$$

$$P_{AVN} = \frac{1}{2}|b_{TH}|^2 \frac{1}{1 - |\Gamma_{out}|^2}$$

La potenza fornibile al carico

$$P_L = \frac{1}{2} |b_{TH}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2} = \frac{1}{2} |b_{TH}|^2 \frac{1 - |\Gamma_{out}|^2}{|1 - \Gamma_{out}|^2} \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2}$$



$$P_{AVN} = \frac{1}{2} |b_{TH}|^2 \frac{1}{1 - |\Gamma_{out}|^2}$$

$$P_L = P_{AVN} \frac{(1 - |\Gamma_{out}|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2}$$

L'equazione può essere riscritta nella forma



$$P_L = P_{AVN} M_L$$

$$M_L = \frac{(1 - |\Gamma_{out}|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2}$$

Il fattore viene definito come **fattore di disadattamento del carico** e serve per quantizzare la porzione di P_{AVN} che viene fornita al carico.

Se $\Gamma_L = \Gamma_{out}^*$  $M_L = 1$  $P_L = P_{AVN}$

$$P_L = P_{AVN} \Big|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*}$$

Le definizioni del guadagno

$$G_P = \frac{P_L}{P_{in}}$$

Il **guadagno di potenza** è il rapporto fra la potenza assorbita dal carico Z_L e la potenza fornita alla porta di ingresso della rete a due porte .

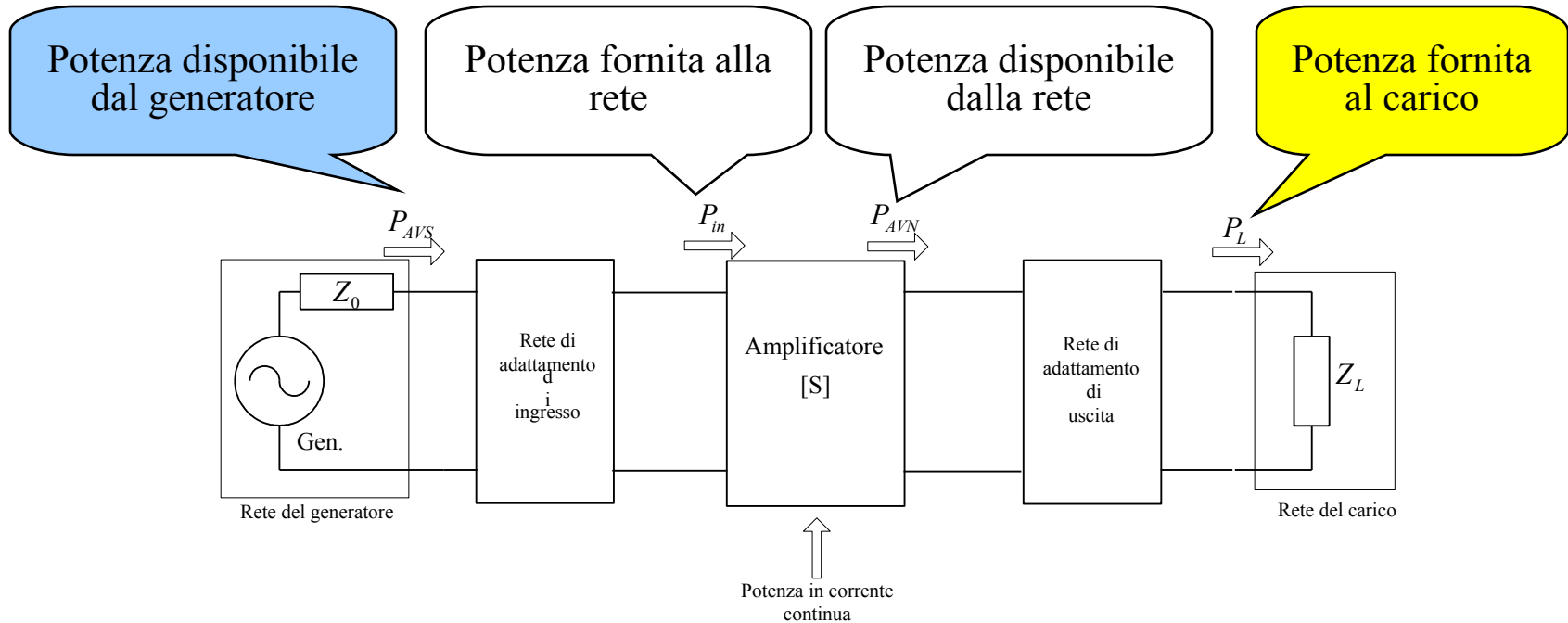
$$G_A = \frac{P_{AVN}}{P_{AVS}}$$

Il **guadagno disponibile** è il rapporto fra la potenza disponibile all'uscita della rete a due porte e la potenza fornibile dal generatore.

$$G_T = \frac{P_L}{P_{AVS}}$$

Il **guadagno di trasduzione** è il rapporto fra la potenza assorbita dal carico Z_L e la potenza fornibile dal generatore.

Le definizioni del guadagno



$$G_P = \frac{P_L}{P_{in}}$$

$$G_T = \frac{P_L}{P_{AVS}}$$

$$G_A = \frac{P_{AVN}}{P_{AVS}}$$

Il guadagno di potenza

$$\begin{aligned}
 P_L &= \frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |\Gamma_L|^2) \\
 G_P &= \frac{P_L}{P_{in}} \\
 P_{in} &= \frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |\Gamma_{in}|^2) \\
 G_P &= \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{\frac{1}{2} |b_2|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{\frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |\Gamma_{in}|^2)} \quad b_2 = \frac{S_{21} a_1}{1 - S_{22} \Gamma_L} \\
 G_P &= \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{\frac{1}{2} \left| \frac{S_{21} a_1}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{\frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |\Gamma_{in}|^2)} \Rightarrow G_P = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{\frac{1}{2} |a_1|^2 |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2} \frac{1}{\frac{1}{2} |a_1|^2 (1 - |\Gamma_{in}|^2)} \\
 G_P &= \left(\frac{1}{1 - |\Gamma_{in}|^2} \right) |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2}
 \end{aligned}$$

Il guadagno di trasduzione

$$G_T = \frac{P_L}{P_{AVS}} = \frac{P_L}{P_{in}} \frac{P_{in}}{P_{AVS}} = G_P \frac{P_{in}}{P_{AVS}} \quad P_{in} = P_{AVS} M_S$$

$$G_P = \frac{P_L}{P_{in}} \quad M_S = \frac{P_{in}}{P_{AVS}}$$

$$G_T = G_P M_S$$

$$G_P = \left(\frac{1}{1 - |\Gamma_{in}|^2} \right) |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

$$M_S = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{in}|^2)}{|1 - \Gamma_S\Gamma_{in}|^2}$$

$$G_T = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{in}|^2)}{|1 - \Gamma_S\Gamma_{in}|^2} \left(\frac{1}{1 - |\Gamma_{in}|^2} \right) |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

semplificando

$$G_T = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_S\Gamma_{in}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

L'espressione generica del guadagno di trasduzione può essere riscritta così

$$G_T = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2}$$

oppure

$$G_T = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2) |S_{21}|^2 (1 - |\Gamma_L|^2)}{|(1 - S_{22} \Gamma_L)(1 - S_{11} \Gamma_S) - S_{12} S_{21} \Gamma_L \Gamma_S|^2}$$

L'equazione esprime il guadagno in funzione **di tutti e quattro** i parametri S.

Il guadagno di trasduzione

Un caso **speciale del guadagno di trasduzione** si ha quando
sia la porta di uscita che
quella di ingresso sono terminate con l'impedenza di sistema Z_0

$$\Gamma_S = 0$$

$$\Gamma_L = 0$$

e quindi il guadagno di trasduzione diventa

$$G_{T_Z_0} = |S_{21}|^2 \Big|_{\Gamma_L = \Gamma_S = 0}$$

Il guadagno di trasduzione unilaterale

Guadagno di trasduzione unilaterale

Condizione di unilateralità



$$S_{12} = 0$$



$$\Gamma_{in} = S_{11}$$

$$\Gamma_{out} = S_{22}$$

$$G_{TU} = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \underbrace{S_{11}\Gamma_S}_{\text{red dashed circle}}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

Guadagno di trasduzione unilaterale massimo

$$\Gamma_S = S_{11}^*$$

$$\Gamma_L = S_{22}^*$$

$$G_{TU} = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_S|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$



$$G_{TU_max} = \frac{1 - |S_{11}^*|^2}{|1 - S_{11}S_{11}^*|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |S_{22}^*|^2}{|1 - S_{22}S_{22}^*|^2}$$

$$G_{TU_max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$

$$G_A = \frac{P_{AVN}}{P_{AVS}} = \frac{P_L}{P_{AVS}} \frac{P_{AVN}}{P_L} = \frac{G_T}{M_L}$$

$$G_T = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2}$$

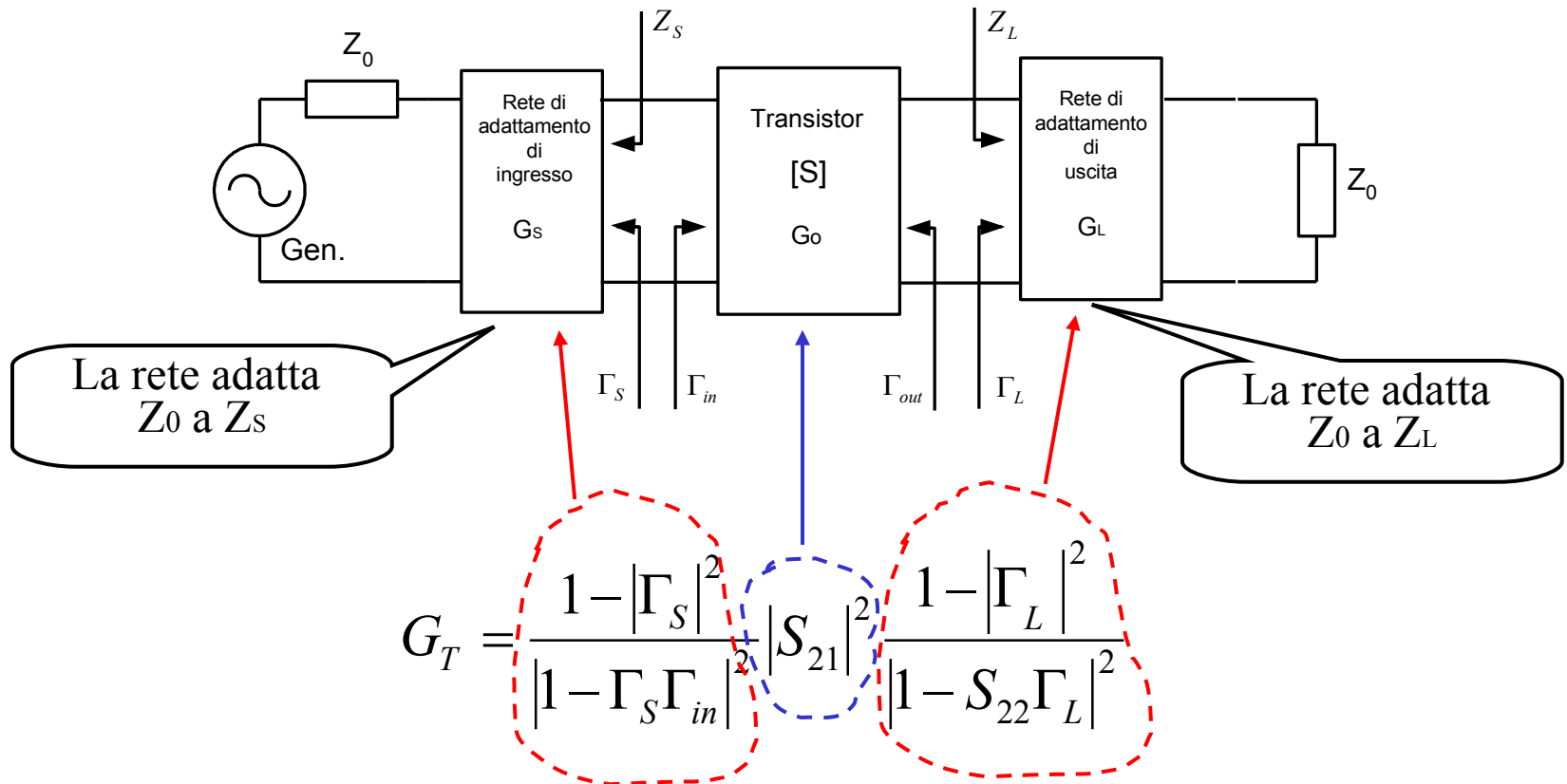
$$M_L = \frac{(1 - |\Gamma_{out}|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2}$$

$$G_A = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2} \frac{|1 - \Gamma_{out} \Gamma_L|^2}{(1 - |\Gamma_{out}|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}$$

semplificando

$$G_A = \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |\Gamma_{out}|^2}$$

Uno stadio amplificatore può essere rappresentato da uno schema a blocchi come questo



Partendo dalla espressione del guadagno di trasduzione (il più usato) si possono definire i guadagni delle reti di adattamento.

L'espressione del guadagno di trasduzione può essere vista come composta da tre termini distinti

$$G_T = \underbrace{\frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-\Gamma_S\Gamma_{in}|^2}}_{G_S} |S_{21}|^2 \underbrace{\frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}}_{G_L}$$

$$G_0 = |S_{21}|^2$$

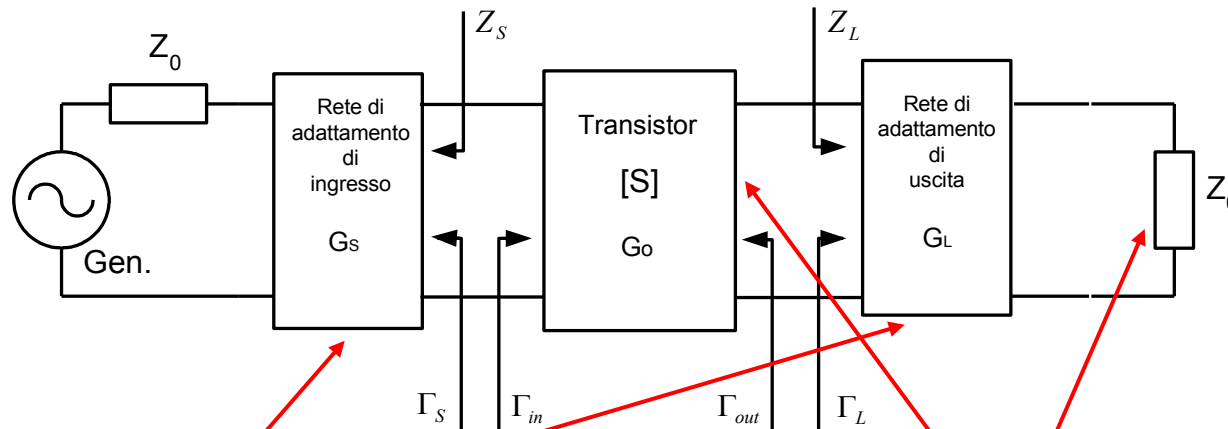
$$G_S = \frac{1-|\Gamma_S|^2}{|1-\Gamma_S\Gamma_{in}|^2} \quad G_L = \frac{1-|\Gamma_L|^2}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}$$

$$G_T = G_S G_0 G_L$$

$$G_{T_dB} = G_{S_dB} + G_{0_dB} + G_{L_dB}$$

Il guadagno delle reti di adattamento

L'amplificatore può essere quindi rappresentato da **tre differenti blocchi** ciascuno dei quali può rappresentare un guadagno oppure una perdita.

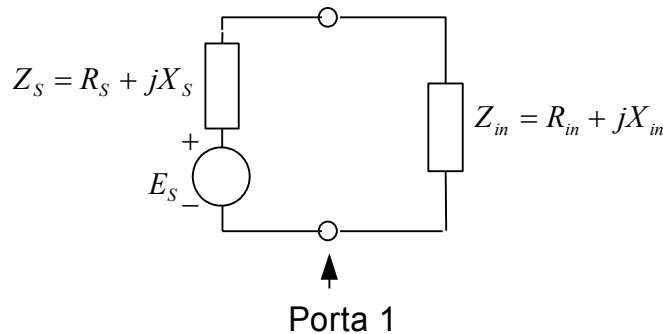


I termini G_S e G_L rappresentano il guadagno o la perdita provocate dalle reti di adattamento.

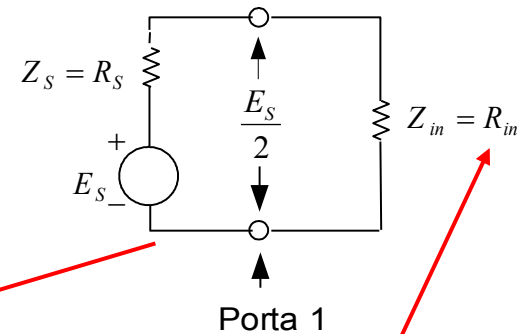
Esiste un disadattamento intrinseco fra Z_0 e S_{ii} .

Ridurre il disadattamento equivale a realizzare un guadagno.

Il circuito di ingresso, si può disegnare così



In condizioni
di adattamento
 $R_S = R_{in}$



$$P_{AVS} = \frac{\left| \frac{E_S}{2\sqrt{2}} \right|^2}{R_S}$$

$$P_{AVS} = \frac{1}{8} \frac{|E_S|^2}{R_S}$$

$$P_{in} = \frac{1}{2} \left| \frac{E_S}{Z_S + Z_{in}} \right|^2 R_{in}$$

$$P_{in} = \frac{1}{2} \left| \frac{E_S}{Z_S + Z_{in}} \right|^2 R_{in} = \frac{1}{8} \frac{|E_S|^2}{R_S} \left(\frac{4 R_S R_{in}}{|Z_S + Z_{in}|^2} \right) = P_{AVS} \underbrace{\left(\frac{4 R_S R_{in}}{|Z_S + Z_{in}|^2} \right)}_{M_S}$$

$$P_{in} = P_{AVS} M_S$$

$$R_S = \frac{1}{2}(Z_S + Z_S^*) = \frac{Z_0}{2} \left[\frac{1 + \Gamma_S}{1 - \Gamma_S} + \frac{1 + \Gamma_S^*}{1 - \Gamma_S^*} \right] = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_S|^2}{1 - |\Gamma_S|^2}$$

Dalla relazione precedente

$$M_S = \frac{4 R_S R_{in}}{|Z_S + Z_{in}|^2}$$

$$R_{in} = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_{in}|^2}{1 - |\Gamma_{in}|^2}$$

$$Z_S = Z_0 \frac{1 + \Gamma_S}{1 - \Gamma_S}$$

$$Z_{in} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}}$$

$$M_S = \frac{4 R_S R_{in}}{|Z_S + Z_{in}|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_{in}|^2)}{|1 - \Gamma_S \Gamma_{in}|^2}$$