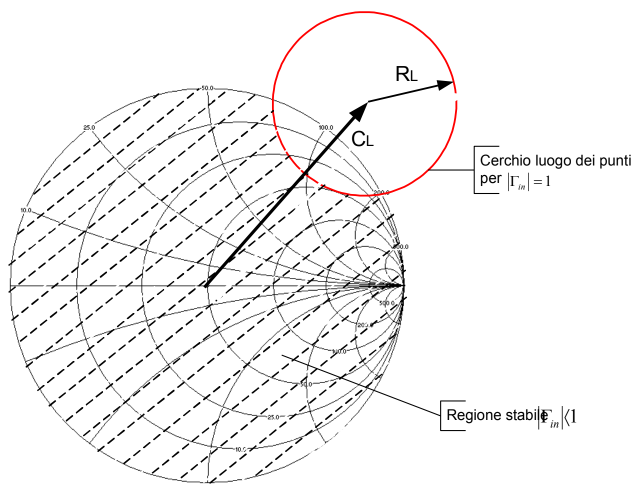
Elettronica per le telecomunicazioni
AA 2014 – 2015

Il guadagno degli amplificatori a RF e MW
La stabilità

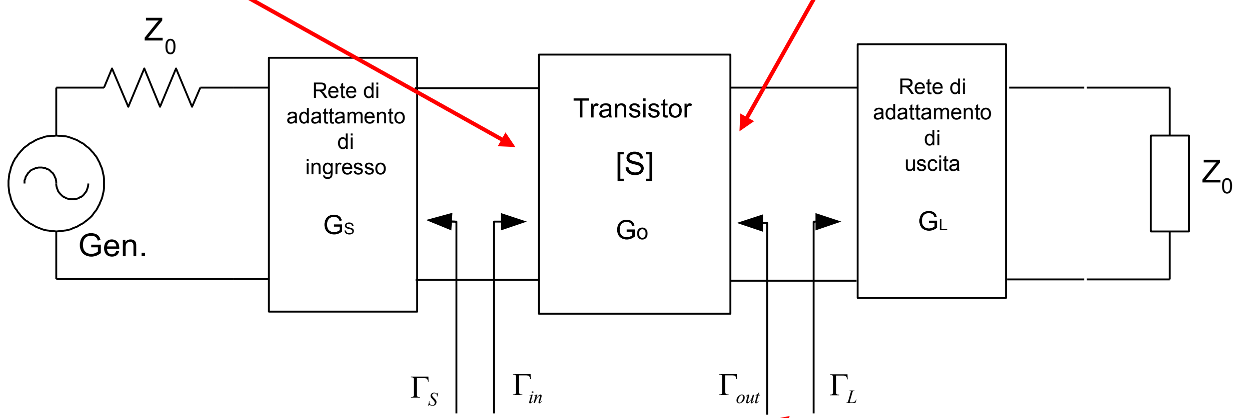


Cerchio di stabilità di uscita (sabilità condizionata)
Condizione $S_{11} < 1$

Stabilità di un amplificatore RF

Un amplificatore si dice **stabile** se non ha la tendenza ad oscillare.

Un amplificatore, come quello in figura può oscillare se una delle due porte, quella di ingresso o quella di uscita presenta una **impedenza con la parte reale negativa**,



se una delle porte presenta una impedenza con la parte reale negativa significa che $\Rightarrow$ $|\Gamma_{in}| > 1$ oppure $|\Gamma_{out}| > 1$

Stabilità di un amplificatore RF
La dipendenza dalle rete di adattamento

Siccome i coefficienti di riflessione di ingresso e di uscita

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \qquad \Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

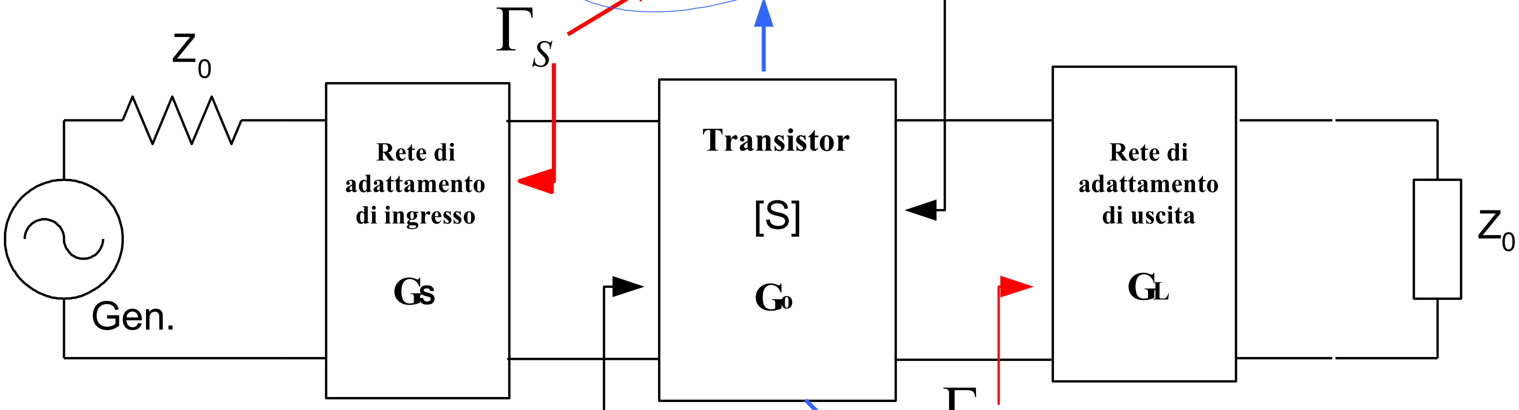
dipendono dagli adattamenti delle reti di uscita e di ingresso , la stabilità dipenderà da come le reti di adattamento presentano all'amplificatore i coefficienti di riflessione rispettivamente del carico e della sorgente

$$\Gamma_L \qquad \Gamma_S$$

Stabilità di un amplificatore RF

La dipendenza dalle rete di adattamento

$$\frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1-S_{11}\Gamma_S}+S_{22}=\Gamma_{out}$$



$$\Gamma_{in}=S_{11}+\frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1-S_{22}\Gamma_L}$$

Un amplificatore sarà stabile se $|\Gamma_{in}| < 1$ e $|\Gamma_{out}| < 1$

Questa condizione può essere verificata per **qualsiasi** valore delle impedenze della sorgente e del carico oppure per **una gamma** delle impedenze della sorgente e del carico

Si definiscono quindi due tipi di stabilità:

1. La **stabilità incondizionata**. Una rete si dice incondizionatamente stabile

   se per qualsiasi valore delle impedenze passive della sorgente e del carico, cioè per tutti i valori contenuti nel cerchio unitario $|\Gamma_S| < 1$ $|\Gamma_L| < 1$

   si verifica la condizione $|\Gamma_{in}| < 1$ e $|\Gamma_{out}| < 1$

2. La **stabilità condizionata**. Una rete si dice condizionatamente stabile se si verifica la condizione

$$\left|\Gamma_{in}\right|\langle 1 \quad \text{e} \quad \left|\Gamma_{out}\right|\langle 1$$

per una gamma limitata di valori delle impedenze passive della sorgente e del carico, gamma di valori entro il cerchio unitario

$$\left|\ \Gamma_S\right|\langle 1 \qquad \left|\ \Gamma_L\right|\langle 1$$

Queste relazioni affermano che le **parti reali delle impedenze** associate ai coefficienti di riflessione della sorgente e del carico sono **positive**

Da tenere in evidenza che la stabilità condizionata di una rete dipende anche dalla **frequenza**, per un amplificatore è possibile essere stabile in una gamma di frequenza ed instabile in un'altra.

Applicando le condizioni necessarie per ottenere la stabilità alle relazioni che legano i coefficienti di riflessione di ingresso e di uscita ai parametri dei transistore ed ai coefficienti di riflessione del carico e della sorgente

si ottengono le seguenti relazioni

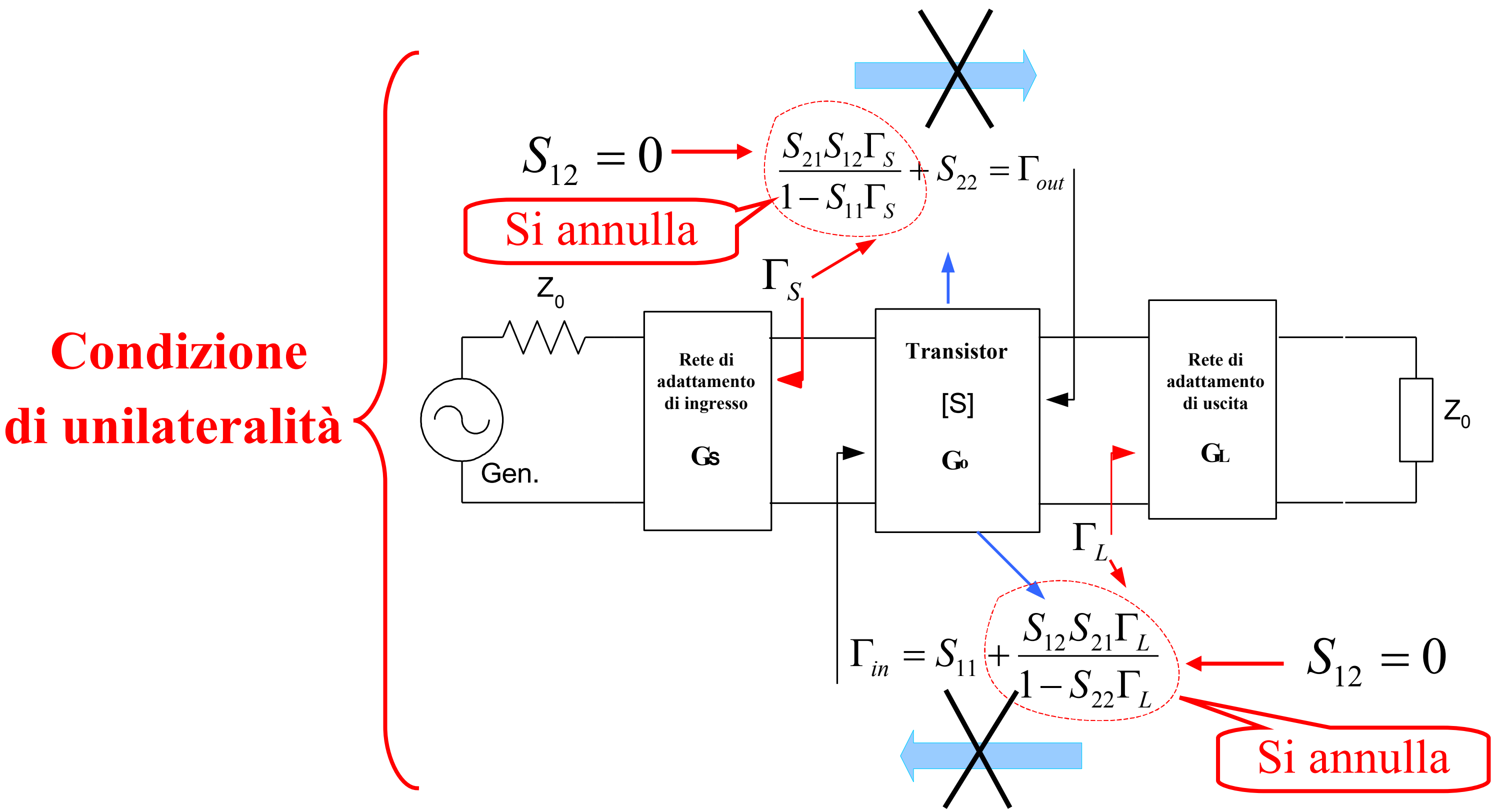
$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad \Rightarrow \quad \left|\Gamma_{in}\right| = \left|S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L}\right| \langle 1$$

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \quad \Rightarrow \quad \left|\Gamma_{out}\right| = \left|S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}\right| \langle 1$$

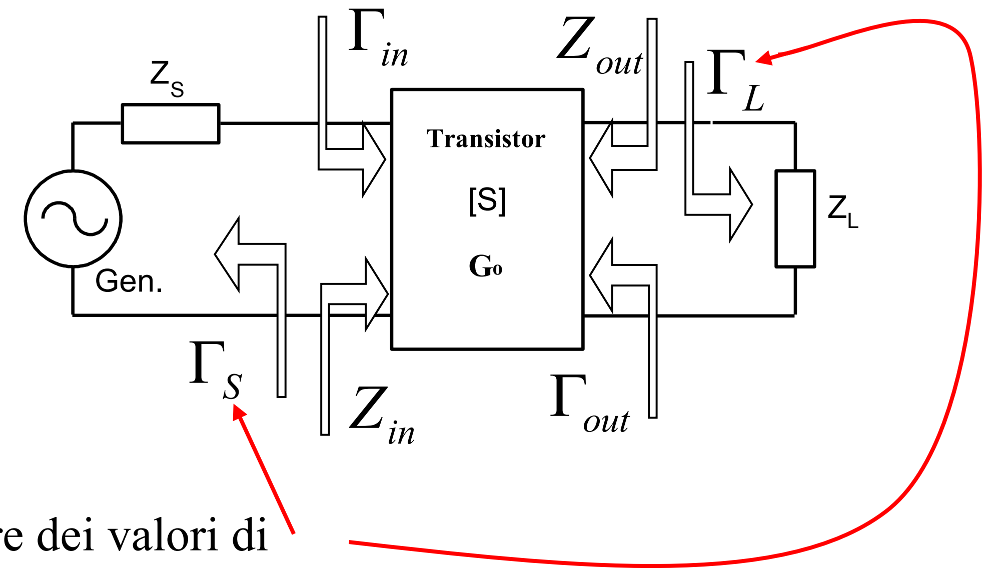
Queste relazioni ci dicono che le impedenze associate ai coefficienti di riflessione di ingresso e di uscita sono **passive**, cioè le **parti reali delle impedenze** sono **positive**.

Se il dispositivo attivo ha un valore del parametro S_{12} così piccolo da poter essere trascurato le relazioni, che definiscono le condizioni di stabilità si riducono a

$$|\Gamma_{in}| = |S_{11}| \langle 1 \qquad\qquad |\Gamma_{out}| = |S_{22}| \langle 1$$



Anche quando un circuito a due porte, è **potenzialmente instabile**



ci possono essere dei valori di

per cui le parti reali di **Zin** e **Zout** sono positive, cioè ci possono essere delle condizioni per cui il **sistema è stabile**.

La soluzione delle equazioni

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| \langle 1 \qquad |\Gamma_{out}| = \left| S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right| \langle 1$$

fissa le condizioni affinché una rete a 2 porte si trovi in condizioni di stabilità incondizionata. La soluzione si ricava attraverso una rappresentazione grafica che fa uso della carta di Smith .

Usando la carta di Smith sarà possibile identificare delle aree dove

$$\Gamma_L \Rightarrow |\Gamma_{in}| \le 1 \qquad \Gamma_S \Rightarrow |\Gamma_{out}| \le 1$$

Queste aree sono **delimitate** da dei cerchi, detti **cerchi di stabilità**.

Si definisce come **cerchio di stabilità** il luogo dei punti sul piano Γ_L ,oppure Γ_S, per il quale

$$|\Gamma_{in}| = 1 \text{ oppure } |\Gamma_{out}| = 1$$

I cerchi di stabilità definiscono quindi i **confini** fra le aree di stabilità e quelle di potenziale instabilità..

La derivazione dei cerchi di stabilità

Per derivare le equazioni che definiscono i cerchi di stabilità si parte dalla

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| \langle 1$$

Si pone la condizione $|\Gamma_{in}| = 1 \quad \Rightarrow \quad \left| S_{11} + \dfrac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| = 1$

$$\left| S_{11}(1 - S_{22}\Gamma_L) + S_{12}S_{21}\Gamma_L \right| = |1 - S_{22}\Gamma_L|$$

$$\left| S_{11} - \Gamma_L \underbrace{(S_{22}S_{11} - S_{12}S_{21})} \right| = |1 - S_{22}\Gamma_L|$$

$$S_{22}S_{11} - S_{12}S_{21} = \Delta$$

$$|S_{11} - \Gamma_L\Delta| = |1 - S_{22}\Gamma_L|$$

Elevando al quadrato e con alcuni passaggi algebrici si ottiene

$$\left| \Gamma_L - \frac{\left(S_{22} - \Delta S_{11}^{\,*}\right)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right| = \left| \frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right|$$

Stabilità di un amplificatore RF

La derivazione dei cerchio di stabilità

$$\left|\Gamma_L - \frac{\left(S_{22} - \Delta S_{11}^{*}\right)^{*}}{\left|S_{22}\right|^2 - \left|\Delta\right|^2}\right| = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{\left|S_{22}\right|^2 - \left|\Delta\right|^2}\right|$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{C_L} \qquad \underbrace{\qquad\qquad}_{R_L}$$

Cerchio di stabilità relativo all' uscita in quanto si è posta la condizione

$$\left|\Gamma_{in}\right| = 1$$

Sul piano complesso questa è l'equazione di un cerchio $\Rightarrow$ $\left|\Gamma - C\right| = R$

L'equazione di un cerchio sul piano Γ, di centro C (che è un numero complesso) e di raggio R (che è un numero reale). Il cerchio di stabilità di uscita sarà quindi definito da un centro C_L e da un raggio R_L :

$$C_L = \frac{\left(S_{22} - \Delta S_{11}^{*}\right)^{*}}{\left|S_{22}\right|^2 - \left|\Delta\right|^2} \qquad R_L = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{\left|S_{22}\right|^2 - \left|\Delta\right|^2}\right|$$

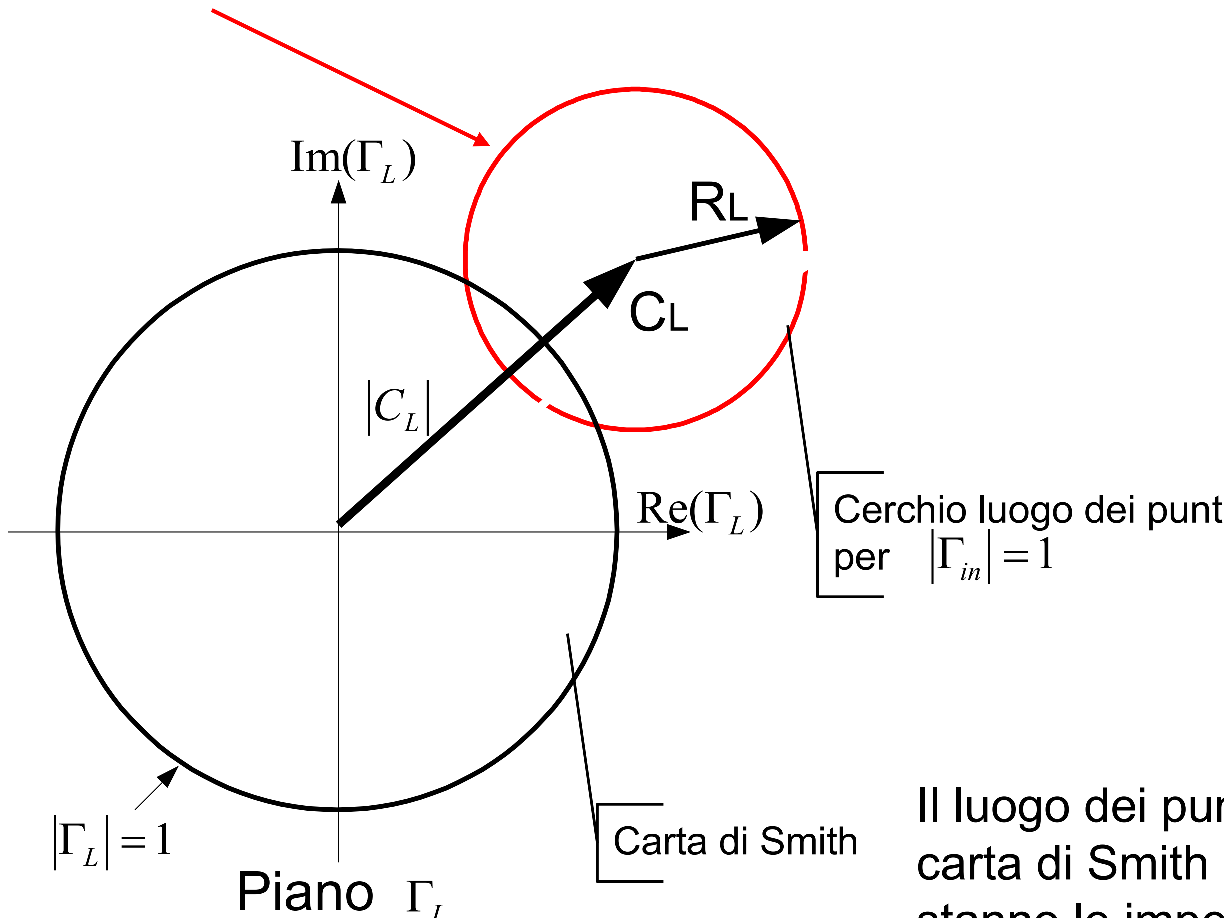
Similmente si arriva a determinare il centro ed il raggio del **cerchio di stabilità di ingresso**

$$C_S = \frac{\left(S_{11} - \Delta S_{22}{}^{*}\right)^{*}}{\left|S_{11}\right|^{2} - \left|\Delta\right|^{2}} \qquad R_S = \left| \frac{S_{12} S_{21}}{\left|S_{11}\right|^{2} - \left|\Delta\right|^{2}} \right|$$

Usando le espressioni appena scritte e conoscendo i parametri S del dispositivo (ad una data frequenza) si possono calcolare e tracciare sulla carta di Smith i cerchi di stabilità di ingresso e di uscita in modo da definire dove valgono le

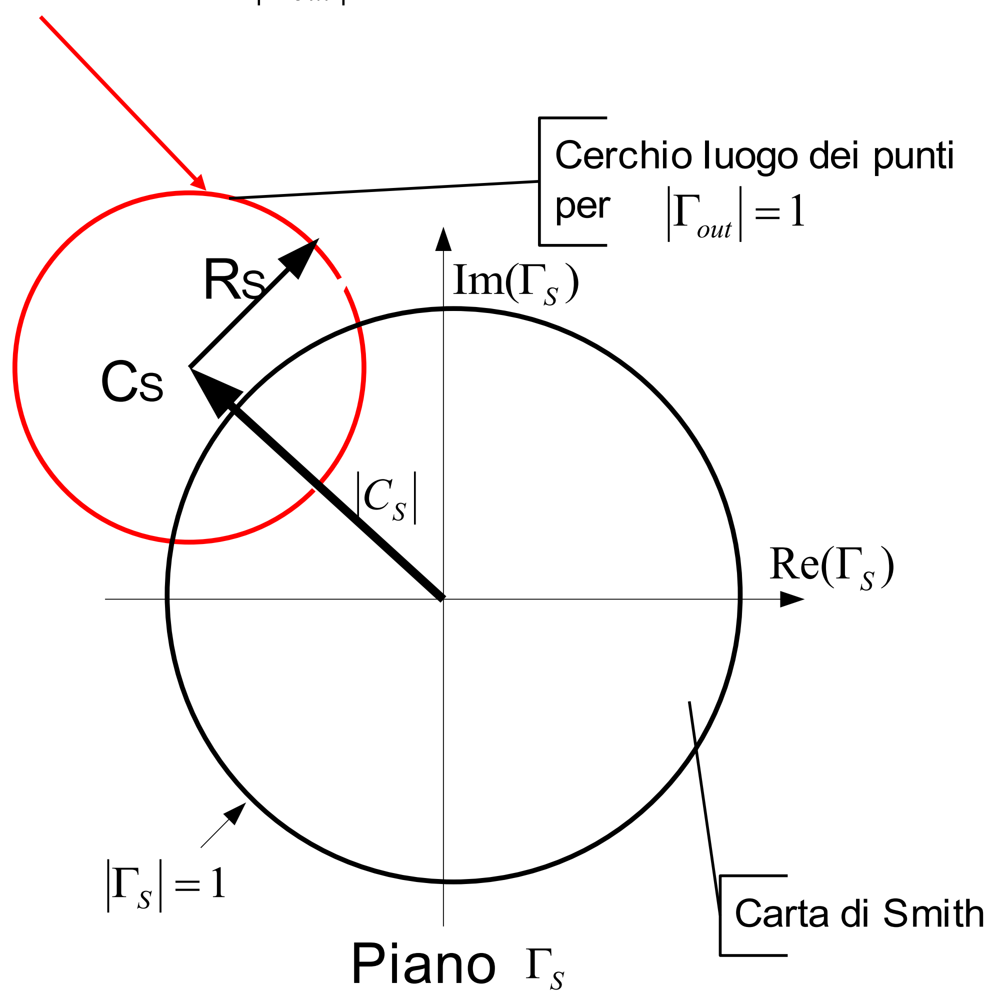
$$\left|\Gamma_{in}\right| = 1 \qquad \left|\Gamma_{out}\right| = 1$$

Da un **lato del cerchio** si avrà $|\Gamma_{in}| < 1$ mentre dall'altro $|\Gamma_{in}| > 1$



Il luogo dei punti entro la carta di Smith è quello dove stanno le impedenze passive, di nostro interesse.

Da un **lato del cerchio** si avrà $\left|\Gamma_{out}\right| < 1$ mentre dall'altro $\left|\Gamma_{out}\right| > 1$



Il cerchio di stabilità di uscita

Ora si tratta di definire **quale sia la regione stabile**, quella all'interno o all'esterno del cerchio, in altre parole la regione

- dove i valori di Z_L tali che $|\Gamma_L| < 1$ producono $|\Gamma_{in}| < 1$
- dove i valori di Z_s tali che $|\Gamma_S| < 1$ producono $|\Gamma_{out}| < 1$

Prendiamo in considerazione il cerchio di **stabilità di uscita** che viene disegnato sul piano del coefficiente di riflessione Γ_L nelle due condizioni

$|S_{11}| < 1$ $\quad\quad$ $|S_{11}| > 1$

$$Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma_L = 0 \Rightarrow |\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| \langle 1 \Rightarrow |\Gamma_{in}| = |S_{11}|$$

Assumendo che

se $|S_{11}| < 1 \Rightarrow |\Gamma_{in}| < 1$

se $|S_{11}| > 1 \Rightarrow |\Gamma_{in}| > 1$

Nelle condizioni

$$Z_L = Z_0 \qquad |S_{11}| < 1$$

significa che il centro della carta di Smith $(\Gamma_L = 0)$ è un punto stabile, e si trova **fuori dal cerchio di stabilità.**

Sono inoltre stabili tutti i punti racchiusi nella carta di Smith (dove $|\Gamma_L| < 1$) ,

<u>**esclusa**</u> l'area in comune con il cerchio di stabilità

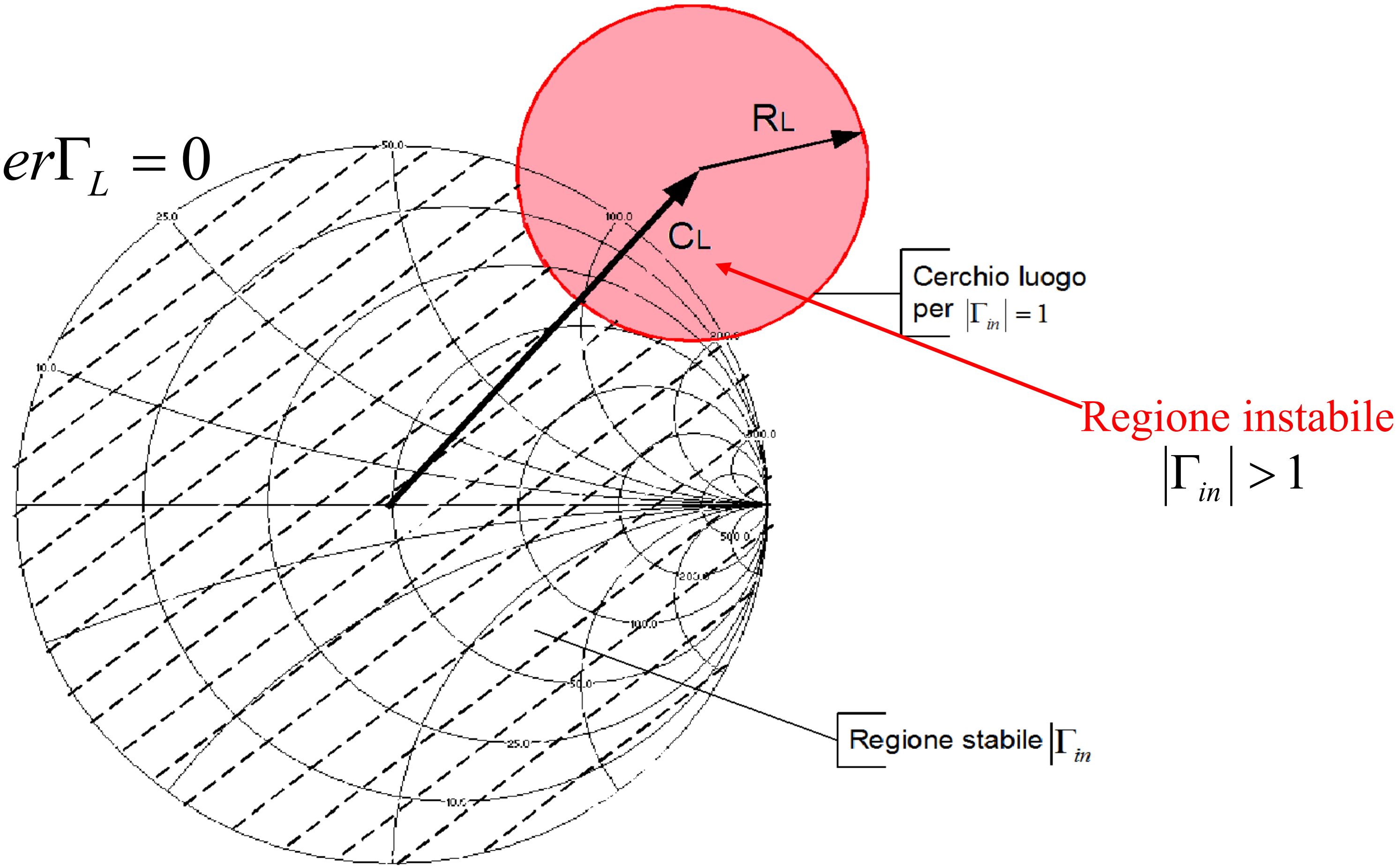
In questo modo si è risolta l'ambiguità relativa alla individuazione della regione di stabilità, all'interno oppure all'esterno del cerchio di stabilità.

Stabilità di un amplificatore RF

Il cerchio di stabilità di uscita, caso con $|S_{11}| < 1$

Piano Γ_L

$$|\Gamma_{in}| = |S_{11}| \, per \, \Gamma_L = 0$$



Cerchio di stabilità di
uscita (stabilità
condizionata)
Condizione $S_{11} < 1$

Nella situazione

$$Z_L = Z_0 \qquad\qquad |S_{11}| > 1$$

significa che il centro della carta di Smith $\left(\Gamma_L = 0\right)$ è un punto **instabile**, che si trova in una regione **instabile.**

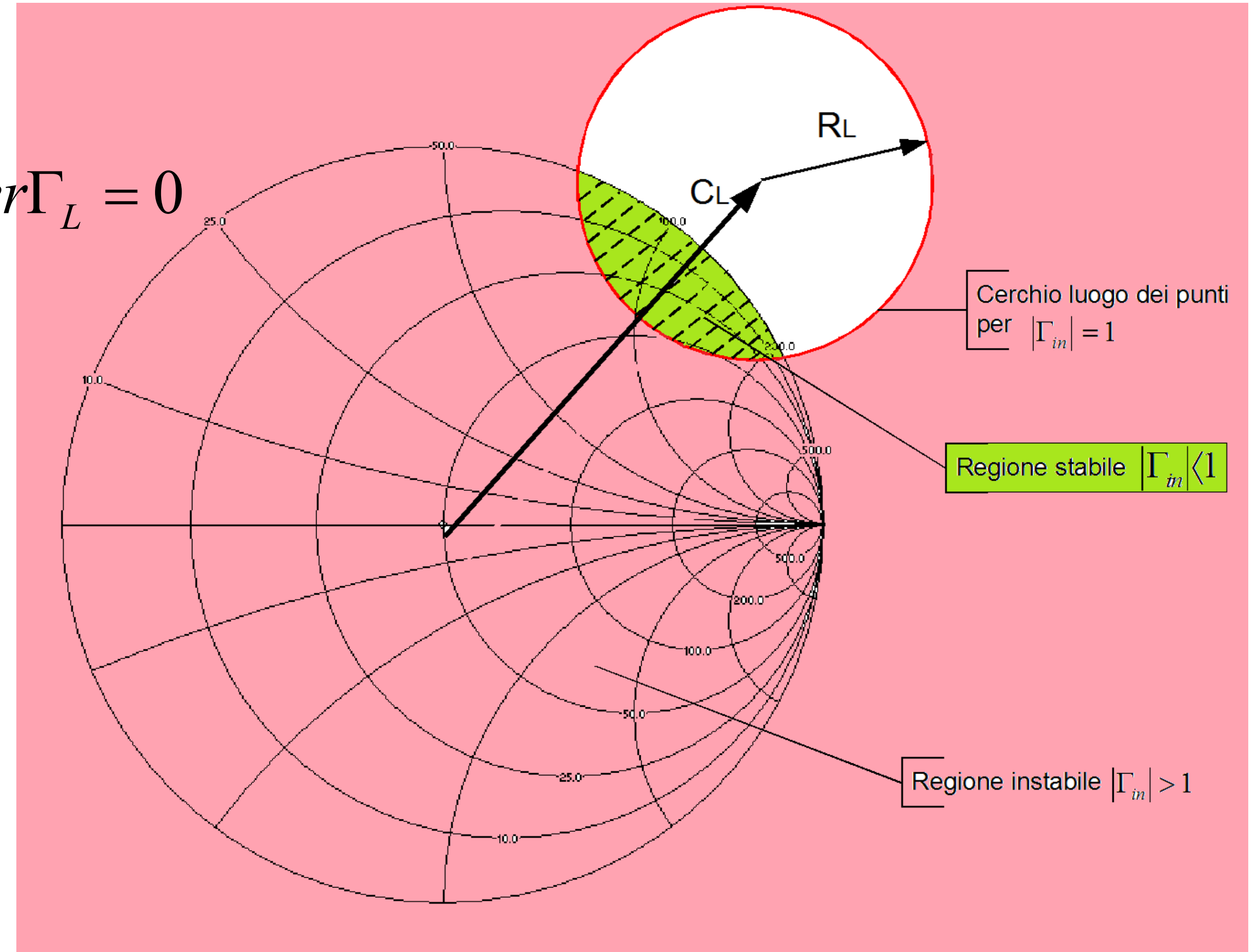
La regione stabile si trova all'interno del cerchio di stabilità, quindi la sola parte stabile della carta di Smith (dove $|\Gamma_L| < 1$) è l'area **in comune** con il cerchio di stabilità.

Stabilità di un amplificatore RF

Il cerchio di stabilità di uscita, caso con $|S_{11}| > 1$

Piano Γ_L

$|\Gamma_{in}| = |S_{11}| per \Gamma_L = 0$

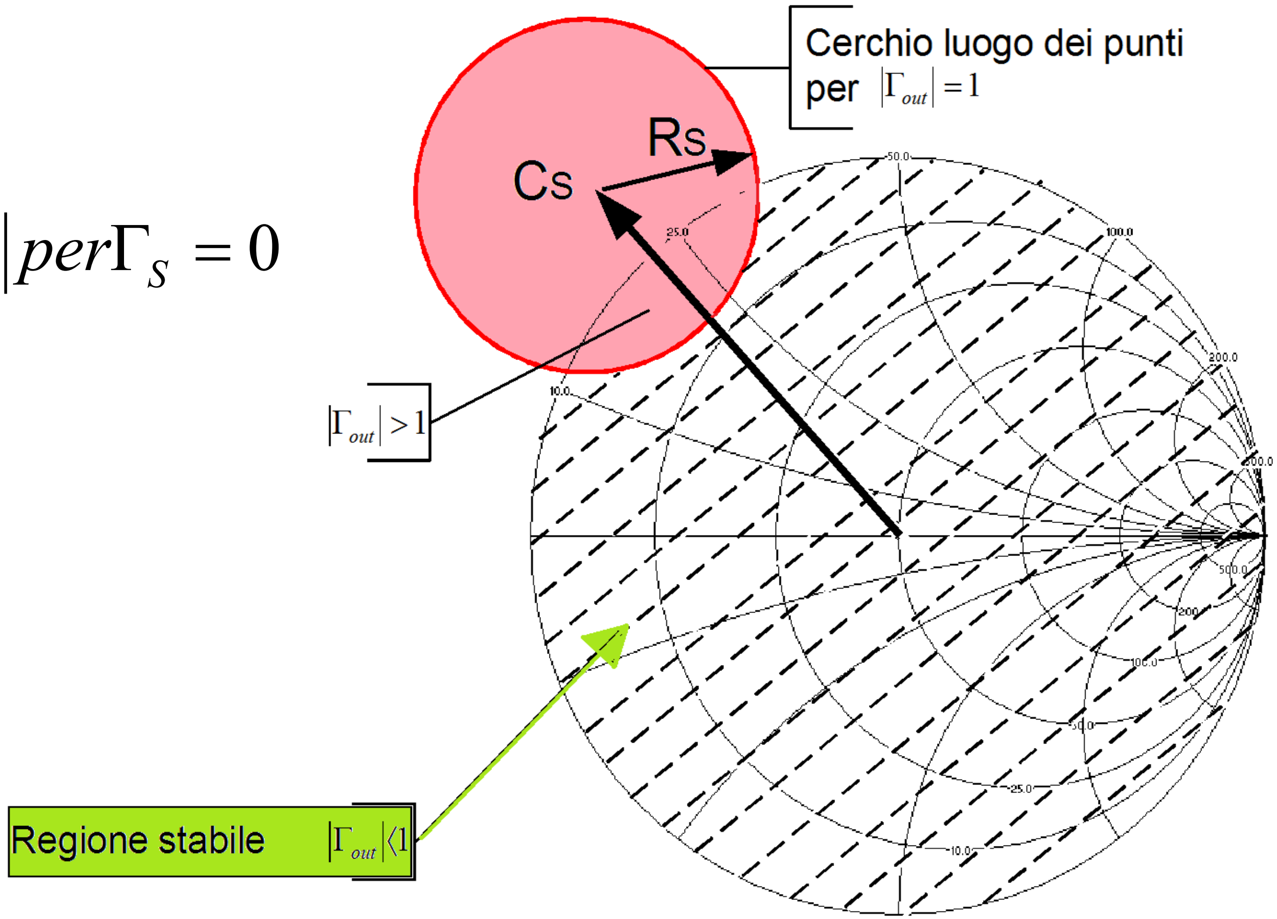


Cerchio di stabilità di uscita
(stabilità condizionata)
Condizione $S_{11} > 1$

Lo stesso criterio usato per tracciare i cerchi di stabilità di uscita viene usato per tracciare i cerci di stabilità di ingresso.

Piano Γ_S

$$\left|\Gamma_{out}\right| = \left|S_{22}\right| per \Gamma_S = 0$$



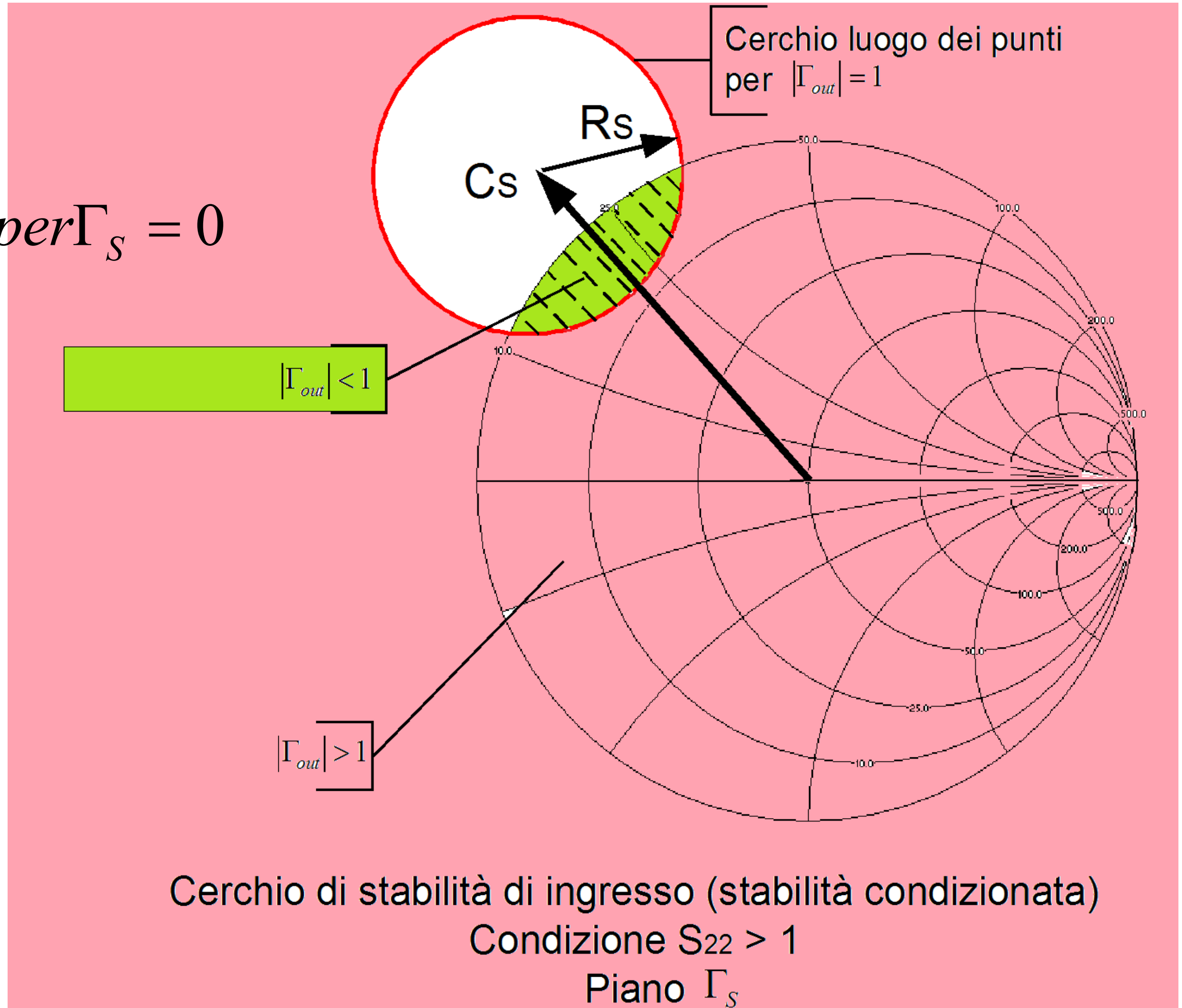
Cerchio di stabilità di ingresso (stabilità condizionata)
Condizione $S_{22} < 1$
Piano Γ_S

Stabilità di un amplificatore RF

Il cerchio di stabilità di ingresso, caso con $|S_{22}| > 1$

Piano Γ_S

$$|\Gamma_{out}| = |S_{22}| \, per \, \Gamma_S = 0$$



Se il dispositivo è stabile in modo incondizionato il **cerchio di stabilità deve trovarsi completamente all'esterno della carta di Smith**,
oppure è la **carta di Smith stessa ad essere contenuta nella cerchio di stabilità**, come mettono in evidenza le relazioni

$$|S_{11}| < 1 \qquad \left||C_S| - R_S\right| > 1 \qquad\qquad |S_{22}| < 1 \qquad \left||C_L| - R_L\right| > 1$$

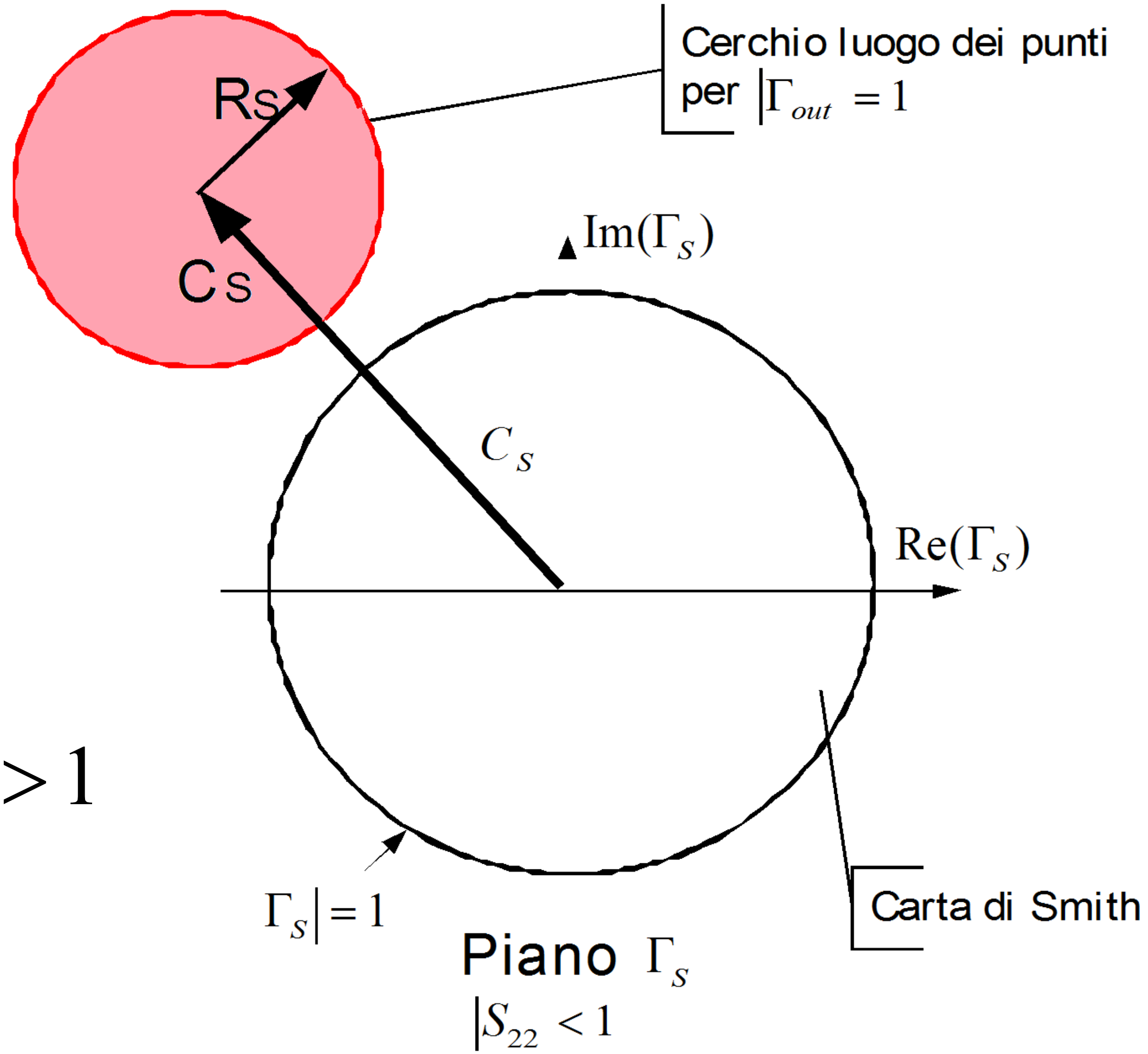
Oppure

$$|S_{11}| < 1 \qquad \begin{cases} |C_S| - R_S > 1 \\ R_S - |C_S| > 1 \end{cases} \qquad\qquad |S_{22}| < 1 \qquad \begin{cases} |C_L| - R_L > 1 \\ R_L - |C_L| > 1 \end{cases}$$

Per $|C| - R > 1$ $\Rightarrow$ Il cerchio di stabilità si troverà all'esterno della carta di Smith

Per $R - |C| > 1$ $\Rightarrow$ La carta di Smith sarà all'interno del cerchio di stabilità.

Cerchio di stabilità all'esterno della carta di Smith



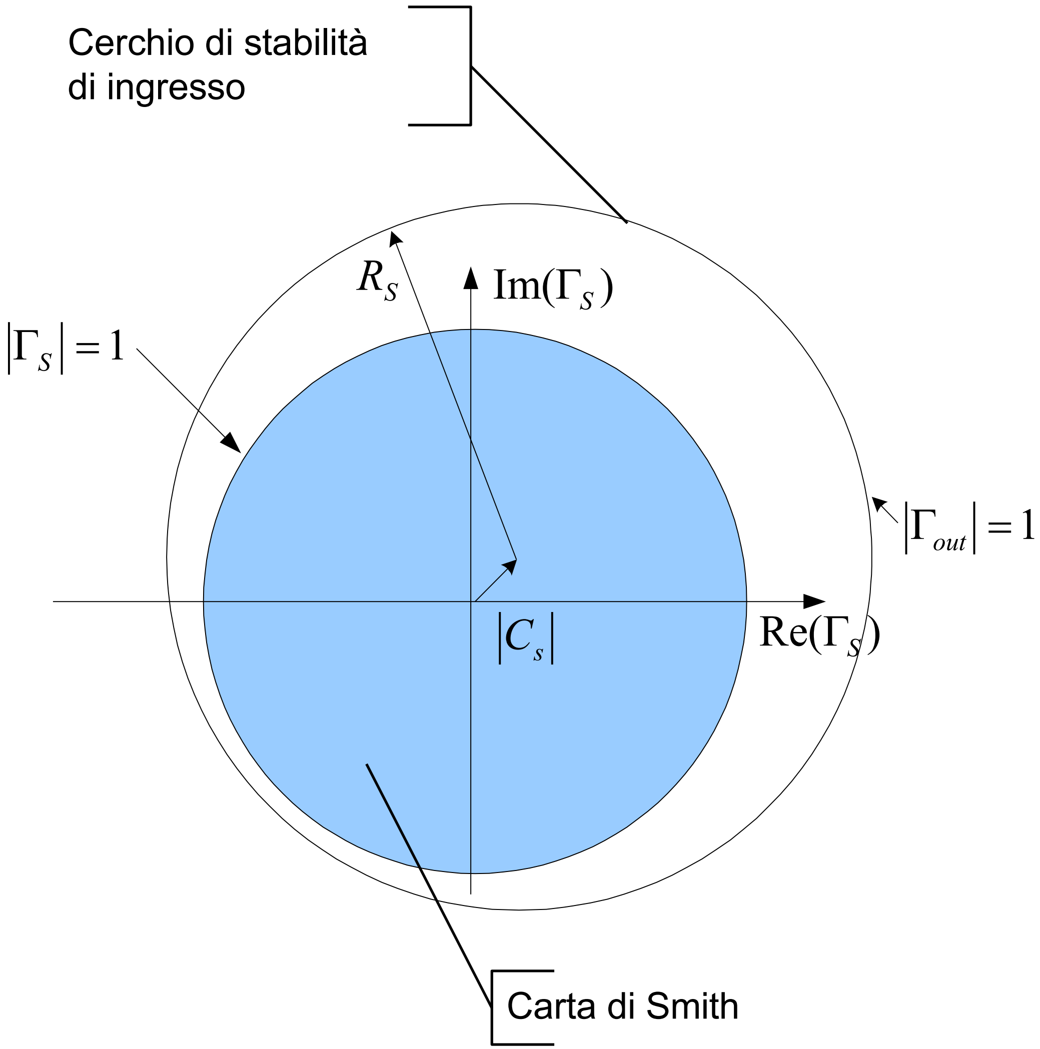
$$|S_{22}| < 1$$

$$|C_S| - R_S > 1$$

Stabilità incondizionata, la carta di Smith è contenuta nel cerchio di stabilità

$$|S_{22}| < 1$$

$$R_S - |C_S| > 1$$



Se

$$|S_{11}| > 1 \quad \text{oppure} \quad |S_{22}| > 1$$

l'amplificatore **non potrà essere stabile in modo incondizionato** in quanto essendoci instabilità con impedenze di sorgente o di carico normalizzate

$$\Gamma_S = 0 \qquad\qquad \Gamma_L = 0$$

ci saranno sempre anche altre condizioni in cui i coefficienti di riflessione di ingresso e/o di uscita saranno maggiori di 1,

$$|\Gamma_{out}| > 1 \qquad\qquad |\Gamma_{in}| > 1$$

Le condizioni di stabilità possono anche essere definite dal seguente fattore. cioè
Un amplificatore risulta **stabile in modo incondizionato**
quando soddisfa le seguenti condizioni:

$$|\Delta| < 1 \qquad \text{e} \qquad k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} > 1$$

dove $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$ è il determinante della matrice S

Sebbene le condizioni $|\Delta| < 1$ e $k > 1$

stabiliscono un metodo matematico rigoroso per definire la stabilità del circuito, non possono essere usate per paragonare fra loro dispositivi diversi.

Un criterio che combina k e Δ in una unica relazione, chiamato μ, è il seguente

$$\mu = \frac{1-|S_{11}|^2}{|S_{22}-S_{11}^*\Delta|+|S_{12}S_{21}|} > 1$$

se μ > 1 il dispositivo è stabile in modo incondizionato ,
più grande è μ maggiore è la stabilità.

Se il dispositivo è stabile in modo **condizionato**, i valori di Γ_S e Γ_L devono essere scelti nella **nella sola regione di stabilità** interna alla Carta di Smith.

.

E'conveniente verificare la stabilità anche a frequenze vicine a quella di lavoro.

Stabilità di un amplificatore RF
Alcuni esempi

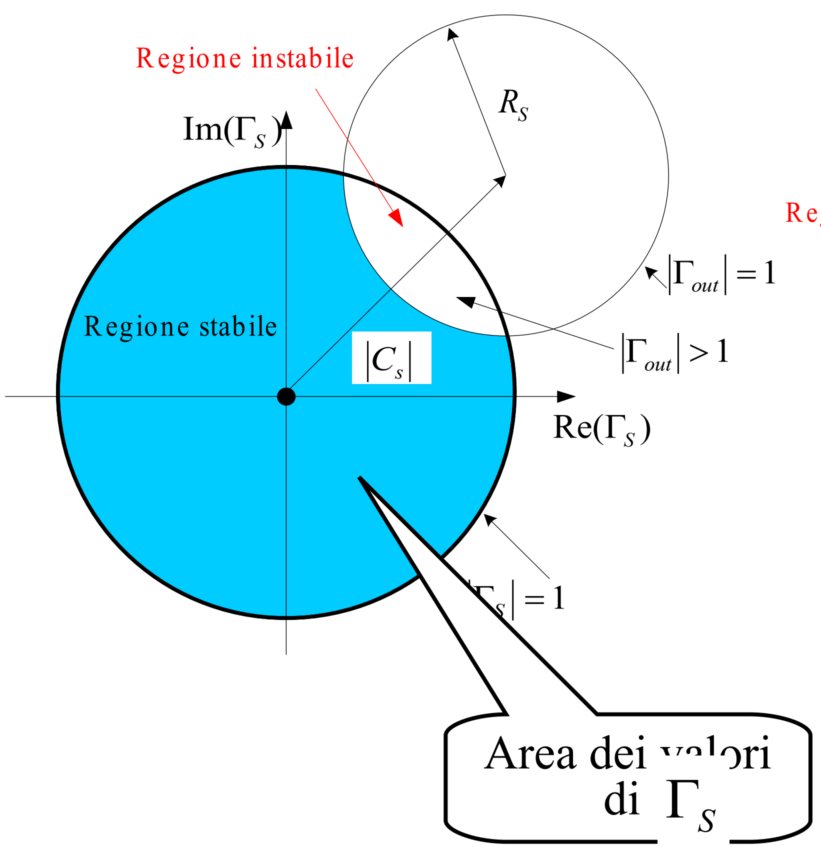
$k < 1 \Rightarrow$ Stabilità condizionata

$|S_{22}| < 1$

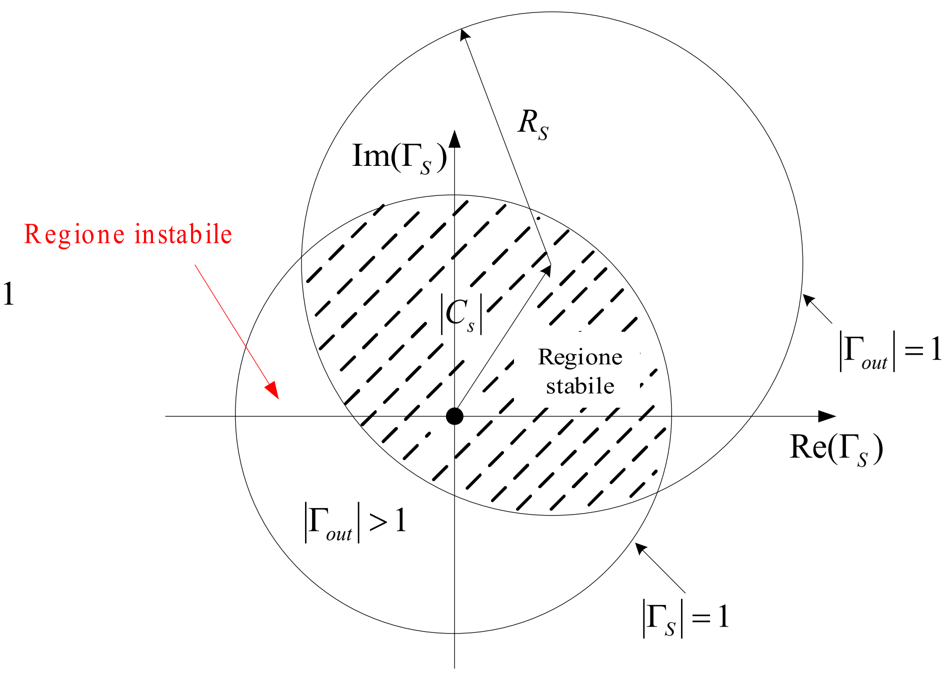
$k < 1 \Rightarrow$ Stabilità condizionata

$|S_{22}| < 1$

A)



B)



Stabilità di un amplificatore RF

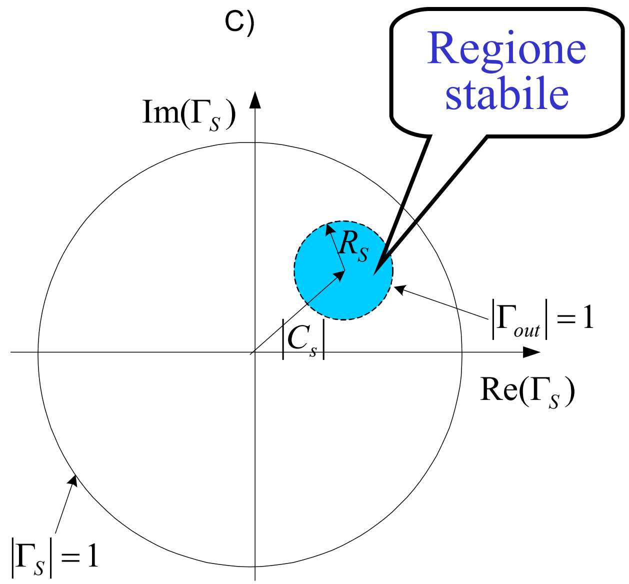
Alcuni esempi

$$k > 1$$

$$\Delta > 1 \Rightarrow \text{Stabilità condizionata}$$

$$|S_{22}| > 1$$

C)

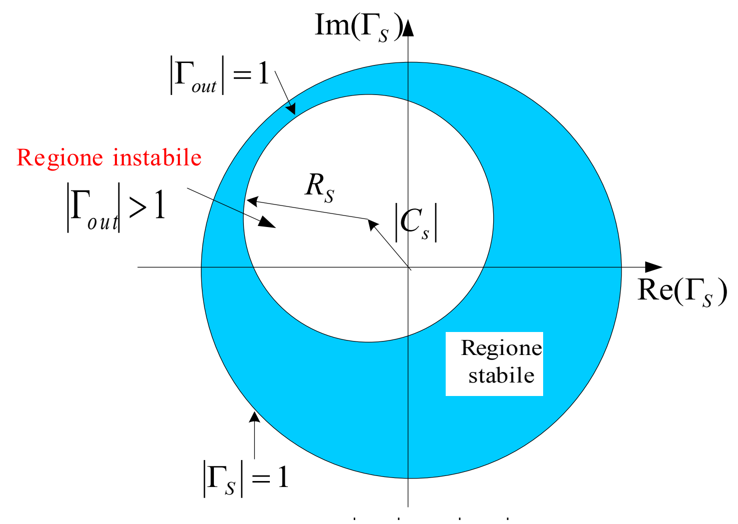


$$k > 1$$

$$\Delta > 1 \Rightarrow \text{Stabilità condizionata}$$

$$|S_{22}| > 1$$

D)



30