Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Un amplificatore si dice stabile se non ha tendenza ad oscillare. Un amplificatore, come quello della figura 1 , può oscillare se una delle due porte,di ingresso o di uscita presenta una impedenza con la parte reale negativa, questo significa che $|\Gamma_{in}|\rangle 1$ oppure $|\Gamma_{out}|\rangle 1$.

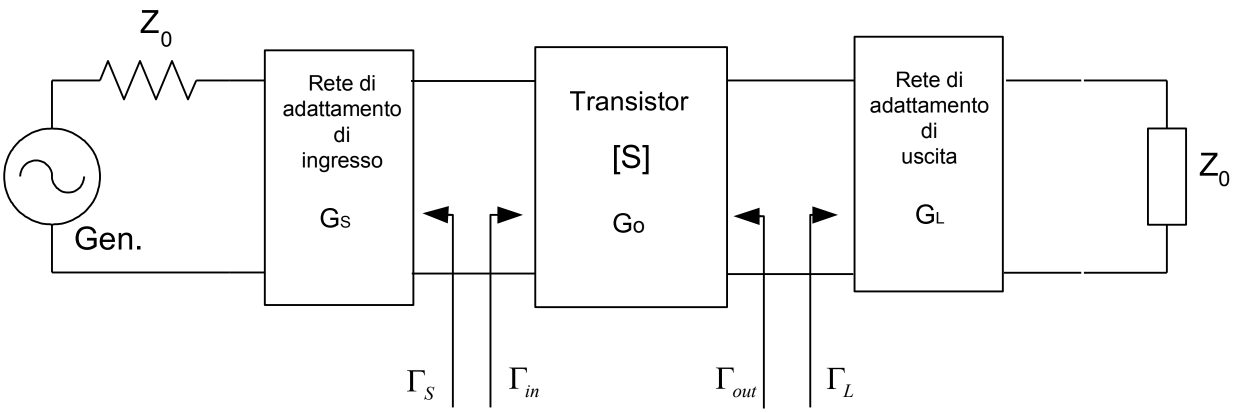


Figura 1

Siccome Γ_{in} e Γ_{out} dipendono dagli adattamenti delle reti di ingresso e di uscita, la stabilità dipenderà da come le reti di adattamento presentano all'amplificatore i coefficienti di riflessione rispettivamente Γ_L del carico e Γ_S della sorgente.

Si definiscono due tipi di stabilità:

1. La stabilità incondizionata: Un amplificatore si dice incondizionatamente stabile se $|\Gamma_{in}|\langle 1$ e $|\Gamma_{out}|\langle 1$ **per tutti i valori di impedenze passive della sorgente e del carico** (cioè che $\Gamma_S \langle 1$ e che $\Gamma_L \langle 1$) . Questo significa che l'amplificatore sarà stabile nell'intero dominio della carta di Smith **alla frequenza** e nelle condizioni di polarizzazione prescelte.
2. La stabilità condizionata: Un amplificatore si dice condizionatamente stabile se $|\Gamma_{in}|\langle 1$ e $|\Gamma_{out}|\langle 1$ **per una gamma di valori di impedenze passive della sorgente e del carico** Questo caso viene definito come potenzialmente instabile.

Da notare che la stabilità condizionata di una rete dipende anche dalla frequenza, così è possibile , per un amplificatore, essere stabile alla frequenza per cui è stato progettato, ma instabile alle altre frequenze.

Applicando le condizioni richieste per la stabilità alle

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad \text{e} \quad \Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

si ottiene

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| \langle 1 \qquad |\Gamma_{out}| = \left| S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right| \langle 1$$

Queste due equazioni affermano che le impedenze di ingresso e di uscita della rete sono passive, cioè non ci sono resistenze negative associate alle loro parti reali. (Anche le $\Gamma_L \langle 1$ e $\Gamma_S \langle 1$ affermano che il carico e la sorgente sono passivi)

Se il dispositivo soddisfa le **condizioni di unilateralità**, **$S_{12} = 0$**, (o così piccolo da potere essere trascurato) queste due relazioni si riducono a

$$|\Gamma_{in}| = |S_{11}| \langle 1$$

$$|\Gamma_{out}| = |S_{22}| \langle 1$$

che sono le condizioni sufficienti per la stabilità incondizionata (unilaterale).

Se non si realizza la condizione di unilateralità saranno i valori di Γ_S e di Γ_L a definire le condizioni in cui l'amplificatore sarà stabile.

La soluzione delle equazioni descritte fissa le condizioni affinché una rete a 2 porte si trovi in condizioni di stabilità incondizionata. La soluzione si ricava attraverso una rappresentazione grafica che fa uso della carta di Smith. Anche quando un circuito a due porte, come quello in figura 1, è potenzialmente instabile ci possono essere dei valori di Γ_S e Γ_L per cui le parti reali di Zin e Zout sono positive, cioè ci possono essere delle condizioni per cui il sistema è stabile. Questi valori di Γ_S e Γ_L, che si riferiscono a delle condizioni di stabilità condizionata, si possono determinare sulla carta di Smith attraverso una procedura grafica. Si dovranno identificare le regioni della carta di Smith dove i valori di Γ_S e Γ_S provocano $|\Gamma_{in}| = 1$ e $|\Gamma_{out}| = 1$, queste regioni saranno definite da dei cerchi, chiamati **cerchi di stabilità**.

Si definiscono **cerchi di stabilità** il luogo dei punti sul piano Γ_L (oppure Γ_S) per il quale $|\Gamma_{in}| = 1$ (oppure $|\Gamma_{out}| = 1$). I cerchi di stabilità definiscono quindi il confine fra la regione di stabilità e la regione di Γ_S e Γ_L di potenziale instabilità.

Per una rete di adattamento passiva, Γ_S e Γ_L si trovano all'interno della carta di Smith ($|\Gamma_{in}| \langle 1$ e $|\Gamma_{out}| \langle 1$).

Si possono derivare le equazioni che definiscono i cerchi di stabilità con il seguente procedimento, si procederà da prima con il cerchio di stabilità di uscita (la procedura per determinare il cerchio di stabilità di ingresso sarà la stessa basterà cambiare S_{11} con S_{22}).

Si parte dalla relazione

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| \langle 1$$

ma condizionata a $|\Gamma_{in}| = 1$

$$\left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| = 1$$

$$|S_{11}(1 - S_{22}\Gamma_L) + S_{12}S_{21}\Gamma_L| = |1 - S_{22}\Gamma_L| \quad |S_{11} - \Gamma_L(S_{22}S_{11} - S_{12}S_{21})| = |1 - S_{22}\Gamma_L|$$

definendo $S_{22}S_{11} - S_{12}S_{21} = \Delta$ si scrive $|S_{11} - \Gamma_L\Delta| = |1 - S_{22}\Gamma_L|$

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

elevando al quadrato i due lati dell'espressione e attraverso dei procedimenti algebrici (*il procedimento per arrivare all'equazione nella forma di un equazione del cerchio è riportato nel file Appendice A del riferimento 2*)

si ottiene questa espressione

$$\left|\Gamma_L - \frac{\left(S_{22} - \Delta S_{11}^{\ *}\right)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}\right| = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}\right|$$

sul piano complesso, quello del coefficiente di riflessione Γ, questa è una equazione della forma

$$|\Gamma - C| = R$$

che è l'equazione di un cerchio sul piano complesso Γ, di centro C (che è un numero complesso) e di raggio R (che è un numero reale). Il cerchio di stabilità di uscita sarà quindi definito da un centro C_L e da un raggio R_L , definiti da

$$C_L = \frac{\left(S_{22} - \Delta S_{11}^{\ *}\right)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \quad \text{(centro)}$$

$$R_L = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}\right| \quad \text{(raggio)}$$

Similmente si arriva a determinare il centro ed il raggio del cerchio di stabilità di ingresso cambiando semplicemente S_{22} con S_{11}.

$$C_S = \frac{\left(S_{11} - \Delta S_{22}^{\ *}\right)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \quad \text{centro}$$

$$R_S = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2}\right| \quad \text{raggio}$$

Usando le espressioni appena scritte e conoscendo i parametri S del dispositivo (ad una data frequenza) si possono calcolare e tracciare sulla carta di Smith i cerchi di stabilità di ingresso e di uscita in modo da definire dove $|\Gamma_{in}| = 1$ e $|\Gamma_{out}| = 1$.

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

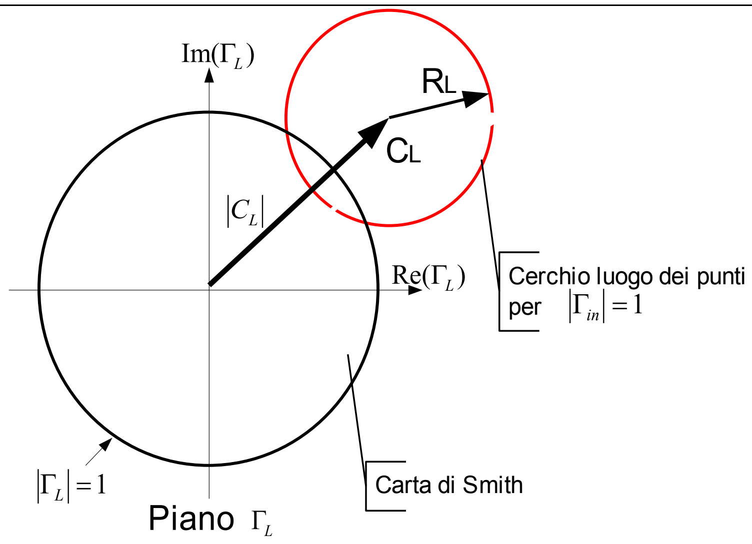


Figura 1 a Cerchio di stabilità di uscita

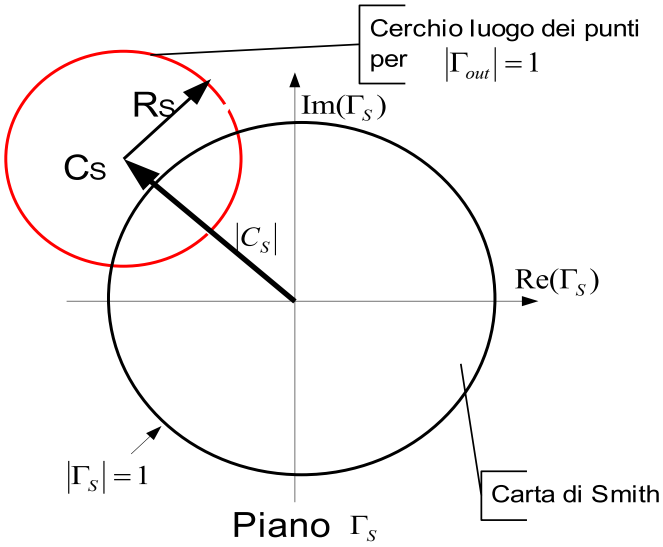


Figura 1b Cerchio di stabilità di ingresso

Da un lato del cerchio di stabilità di ingresso, piano **Γ**s, avremmo $|\Gamma_{out}| < 1$ mentre dall'altro lato avremmo $|\Gamma_{out}| > 1$. Similmente per il cerchio di stabilità di uscita, piano **Γ**L, da un lato del cerchio si avrà $|\Gamma_{in}| < 1$ e dall'altro $|\Gamma_{in}| > 1$. Adesso si tratta di definire quale area, sulla carta di Smith rappresenta la regione stabile, in altre parole la regione dove **Γ**L**,** (dove $|\Gamma_L| < 1$) produce $|\Gamma_{in}| < 1$ e dove **Γ**s, (dove $|\Gamma_S| < 1$) produce $|\Gamma_{out}| < 1$.

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Prendiamo in considerazione il cerchio di stabilità di uscita che viene disegnato sul piano del coefficiente di riflessione Γ_L nelle due condizioni di $|S_{11}|<1$ (figura 2 a) e di $|S_{11}|>1$ (figura 2 b.).

Se mettiamo $Z_L = Z_0$ il coefficiente di riflessione del carico diventa $\Gamma_L = 0$ per cui dalla

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| \langle 1$$

si ha che $|\Gamma_{in}| = |S_{11}|$ da cui se $|S_{11}|<1$ si avrà anche $|\Gamma_{in}|<1$.

Questo significa che il centro della carta di Smith $(\Gamma_L = 0)$ si trova in una regione stabile, di conseguenza tutta l'area racchiusa dalla carta di Smith si troverà in una regione stabile (dove $|\Gamma_L|<1$) esclusa l'area in comune con il cerchio con il cerchio di stabilità.

(Il ragionamento fatto ci ha portato a risolvere l'ambiguità dovuta all'incertezza di dove sta la regione di stabilità all'interno oppure all'esterno del cerchio di stabilità? Sapendo che la circonferenza del cerchio di stabilita è il confine fra un 'area stabile ed una instabile, ma non sapendo se l'area stabile era all'interno oppure all'esterno del cerchio si risolta l'ambiguità definendo se il centro del cerchio della carta di Smith era stabile o meno, avendolo trovato stabile ed essendo il centro al di fuori del cerchio di stabilità si è deciso che l'area di stabilità è esterna al cerchio stesso.)

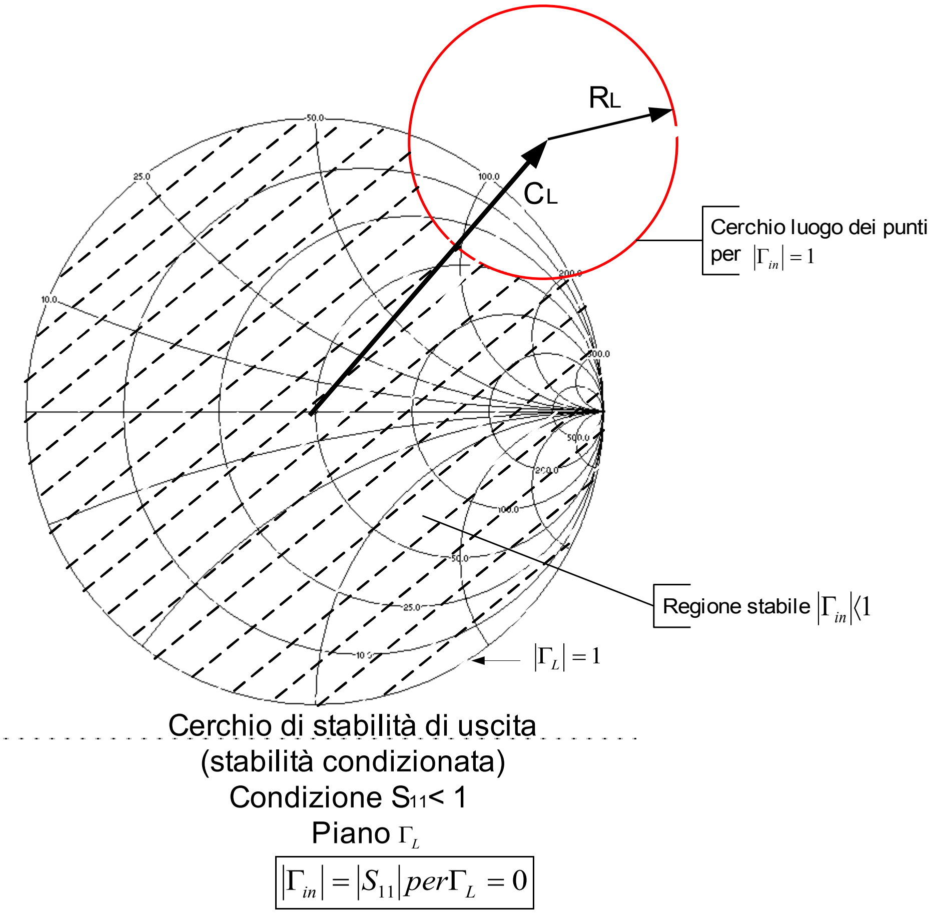
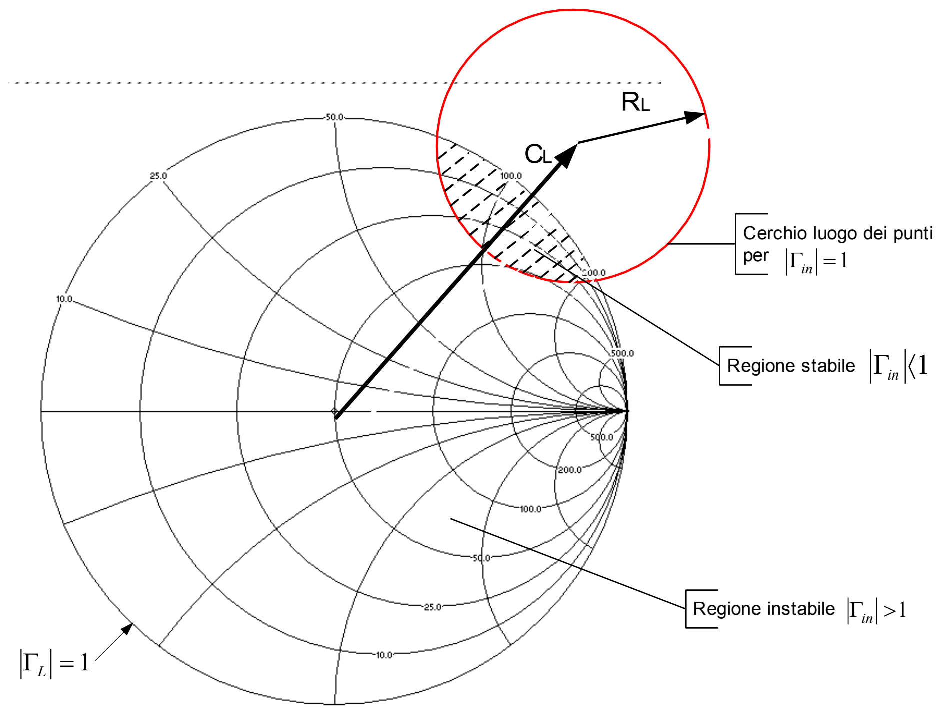


Figura 2 a

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Se invece si pone $Z_L = Z_0$ quindi sempre $\Gamma_L = 0$ e sempre si ha che $|\Gamma_{in}| = |S_{11}|$, ma se si ha che $|S_{11}| > 1$ si avrà anche $|\Gamma_{in}| > 1$ di conseguenza la condizione $\Gamma_L = 0$, che si trova al centro della Carta di Smith ci dirà che questo punto è un punto di **instabilità**. In questo caso la regione di **stabilità** si troverà **all'interno del cerchio di stabilita**, ma anche all'interno della carta di Smith come si vede dalla figura 2 b (La regione all'esterno della carta di Smith è una regione instabile per definizione).



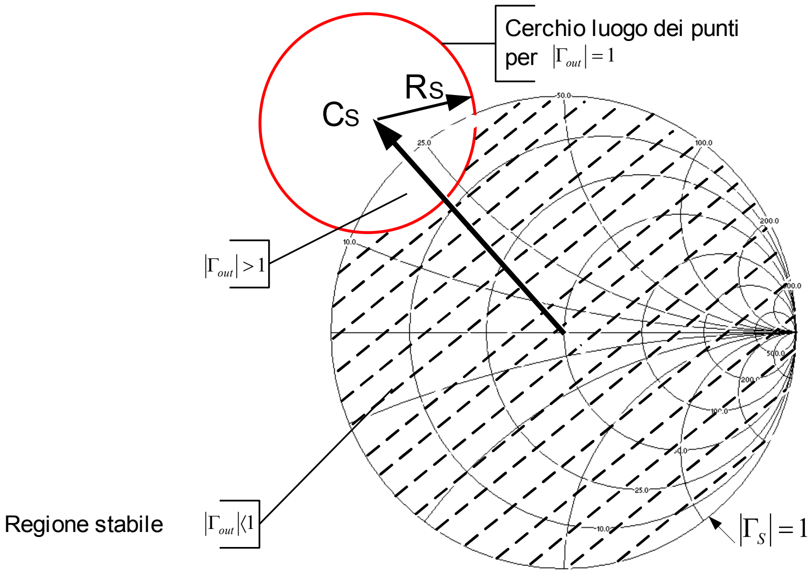
Cerchio di stabilità di uscita
(stabilità condizionata)
Condizione S_{11}> 1
Piano Γ_L

$$\boxed{|\Gamma_{in}| = |S_{11}| per \Gamma_L = 0}$$

Figura 2 b

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

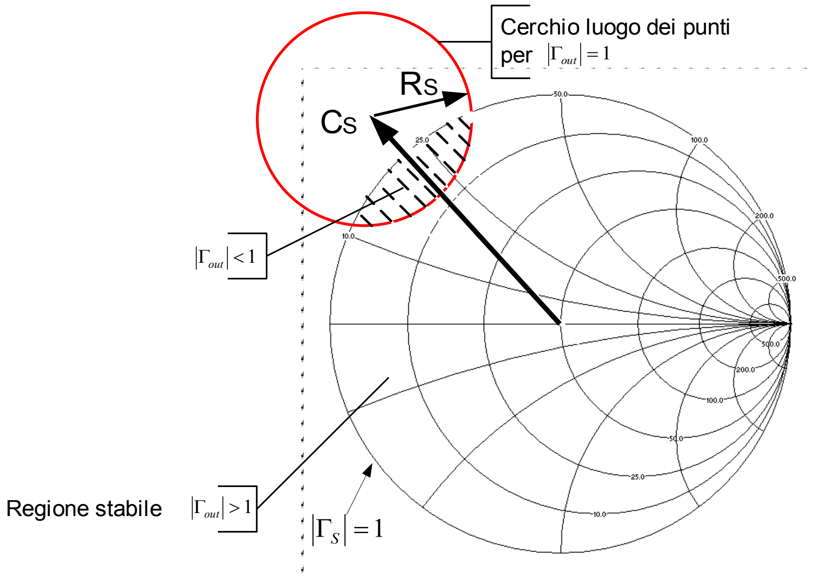
Con lo stesso criterio si tracciano i cerchi e ritrovano le are di stabilità sul piano Γs, figure che seguono



Cerchio di stabilità di ingresso (stabilità condizionata)
Condizione S_{22} < 1
Piano Γ_S

$$\boxed{|\Gamma_{out}| = |S_{22}| per\Gamma_S = 0}$$

Figure 3a



Cerchio di stabilità di ingresso (stabilità condizionata)
Condizione S_{22} > 1
Piano Γ_S

$$\boxed{|\Gamma_{out}| = |S_{22}| per\Gamma_S = 0}$$

Figura 3b

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Se il dispositivo è stabile in modo incondizionato il cerchio di stabilità deve trovarsi completamente all'esterno della carta di Smith o completamente all'interno, come mettono in evidenza le relazione che seguono

$$\left| |C_L| - R_L \right| > 1 \quad \text{per} \quad |S_{11}| < 1$$
$$\left| |C_S| - R_S \right| > 1 \quad \text{per} \quad |S_{22}| < 1$$

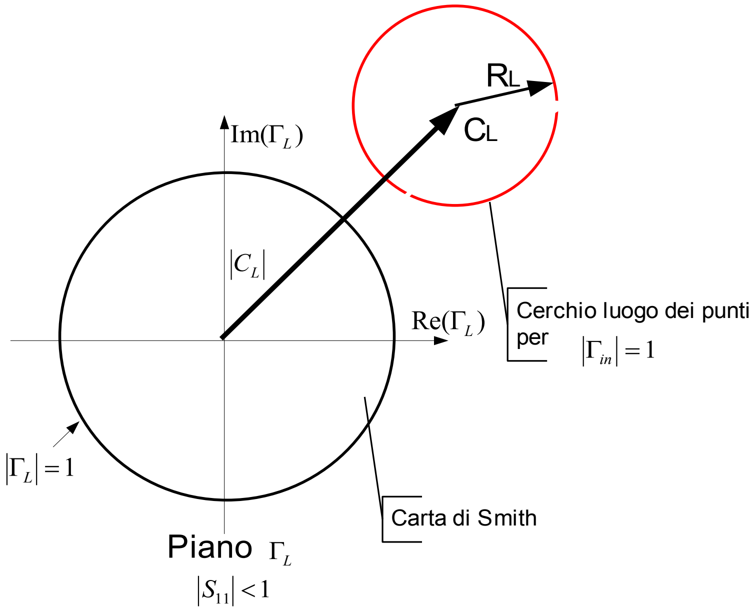


Figura 4 a

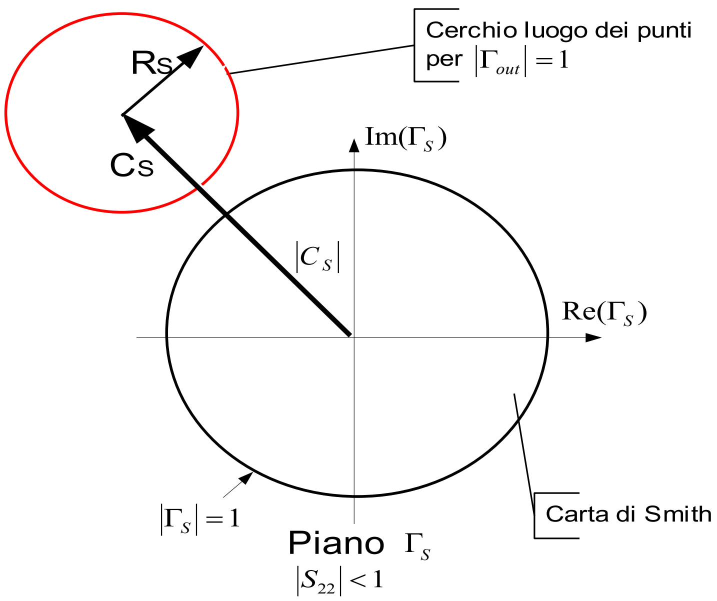


Figura 4 b

Il dispositivo sarà stabile in modo incondizionato anche se il cerchio di stabilità incorpora completamente la carta il diagramma di Smith. Le condizioni

$$\left||C_L| - R_L\right| > 1 \quad \text{per} \quad |S_{11}| < 1$$
$$\left||C_S| - R_S\right| > 1 \quad \text{per} \quad |S_{22}| < 1$$

sono soddisfate anche se $|C| > R$ oppure $|C| < R$, infatti le relazioni di cui sopra si possono riscrivere così,

$$\begin{cases} |C_L| - R_L > 1 \\ R_L - |C_L| > 1 \end{cases} \quad \text{per} \quad |S_{11}| < 1$$

$$\begin{cases} |C_S| - R_S > 1 \\ R_S - |C_S| > 1 \end{cases} \quad \text{per} \quad |S_{22}| < 1$$

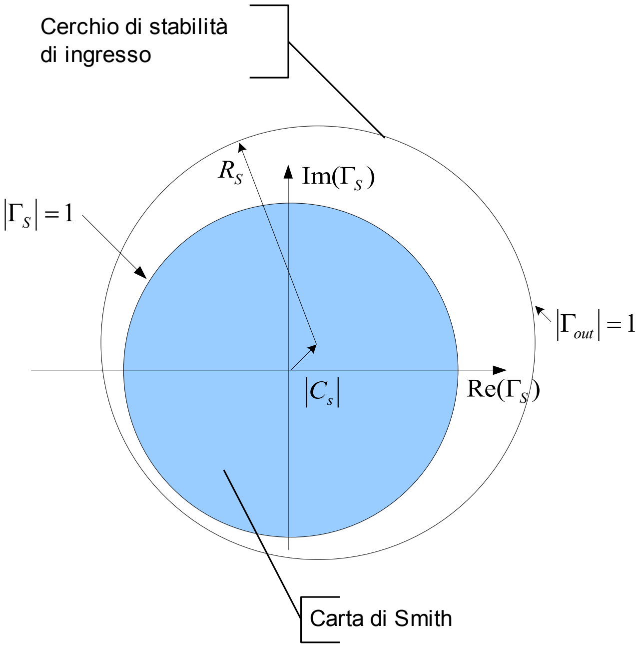


Figura 5

Nell'esempio di figura 5 l'amplificatore si troverà nelle condizioni di stabilità incondizionata in quanto per un qualsiasi valore del coefficiente di riflessione della sorgente, compreso nel dominio della carta di Smith, non verrà generato un coefficiente di riflessione della porta di uscita maggiore di 1.

Se $|S_{11}| > 1$ oppure $|S_{22}| > 1$ l'amplificatore non potrà essere stabile in modo incondizionato in quanto ci saranno sempre delle condizioni in cui i coefficienti di riflessione di ingresso e di uscita saranno maggiori di 1, $|\Gamma_{in}| > 1$ e $|\Gamma_{out}| > 1$, anche con impedenze di sorgente o di carico normalizzate che danno $\Gamma_S = 0$ e $\Gamma_L = 0$.

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Il fattore K

Un modo diverso di indicare le condizioni di stabilità di un amplificatore è il seguente. Un amplificatore si definisce stabile in modo incondizionato quando soddisfa le seguenti condizioni:

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} > 1 \quad \text{e} \quad |\Delta| < 1$$

dove Δ è il determinante della matrice S $\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$.

Se il dispositivo è solamente stabile in modo condizionato, i punti di lavoro di Γ_S e Γ_L devono essere scelti nella regione di stabilità (Carta di Smith), ma è conveniente verificare la stabilità anche sulle frequenze vicine a quella di lavoro.

Se le condizioni $k > 1$ e $|\Delta| < 1$ stabiliscono un metodo rigoroso per definire la stabilità del circuito, non possono essere usate per paragonare fra loro dei dispositivi diversi.

(La derivazione completa di questo fattore si trova nell'Appendice B del riferimento 2)

Il fattore μ

Recentemente è stato definito un nuovo criterio che combina k e Δ in una unica relazione, è stato chiamato μ,

$$\mu = \frac{1 - |S_{11}|^2}{|S_{22} - S_{11}^*\Delta| + |S_{12}S_{21}|} > 1$$

se μ > 1 il dispositivo è stabile in modo incondizionato , più grande è μ maggiore è la stabilità.

Riferimenti

1. David M. Pozar, *Microwave Engineering*, Second Edition, Wiley (capitolo 11)
2. Guillermo Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifier*, *Analysis & Design*. Second Edition, Prentice Hall.

Esercizio 1

I parametri S, misurati in un sistema a Zo = 50 Ohm, per un GasFet a 2 GHz con Vgs = 0 sono:

$S_{11} = 0.894\angle -60°$

$S_{21} = 3.122\angle 123.6°$

$S_{12} = 0.020\angle 62.4°$

$S_{22} = 0.781\angle -27.6°$

Determinare Δ e k e disegnare il cerchio di stabilità.

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Soluzione

- *Si calcola il determinante*

$$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} = (0.894\angle -60°)(0.781\angle -27.6°) - (3.122\angle 123.6°)(0.020\angle 62.4°) =$$
$$= (0.6982\angle -87.6°) - (0.0624\angle 186°) = 0.084 - j0.6914 = 0.6965\angle -83.073°$$

$\boxed{|\Delta| = 0.6965}$ ed è minore di 1, quindi il dispositivo sarà potenzialmente instabile

- *Si calcola il fattore k*

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} = \frac{1 - 0.894^2 - 0.781^2 + 0.6965^2}{2|(3.122\angle 123.6°)(0.020\angle 62.4°)|} = \frac{0.0759}{0.1248} = 0.6082$$

$\boxed{k = 0.6082}$

Essendo che K<1 e $\Delta < 1$ il dispositivo sarà **potenzialmente instabile**.

- *Si traccia il cerchio di stabilità*

Vediamo di ricavare il cerchio di stabilità di uscita e di ingresso

Il cerchio di stabilita di uscita è determinato da un centro, C_L e da un raggio R_L:

$$C_L = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} = \frac{\left[0.781\angle -27.6° - (0.6965\angle -83.073)(0.894\angle -60.6°)^*\right]^*}{0.781^2 - 0.6965^2} =$$

$$C_L = \frac{0.1732\angle 47.64°}{0.1249} = 1.3867\angle 47.64° \qquad \boxed{C_L = 1.3867\angle 47.64°}$$

$$R_L = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2}\right| = \frac{(0.020\angle 62.4°)(3.122\angle -123.6°)}{0.781^2 - 0.6965^2} = 0.4996 \qquad \boxed{R_L = 0.4996}$$

vediamo adesso il cerchio di stabilità di ingresso

$$C_S = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} = \frac{\left[(0.894\angle -60.6°) - (0.6965\angle -83.07°)(0.781\angle -27.6°)^*\right]^*}{0.894^2 - 0.6965^2} =$$

$$C_S = \frac{0.3545\angle 67.457°}{0.3141} = 1.128\angle 67.457° \qquad \boxed{C_S = 1.128\angle 67.457°}$$

$$R_S = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2}\right| = \left|\frac{(0.020\angle 62.4°)(3.122\angle 123.6°)}{0.3141}\right| = 0.1988 \qquad \boxed{R_S = 0.1988}$$

Con i dati di C_S, R_S e C_L, R_L, vengono tracciati sulla carta di Smith i due cerchi di stabilità di uscita e di ingresso.

Siccome $|S_{11}| < 1$ e $|S_{22}| < 1$ vorrà dire che il centro della carta di Smith è una regione stabile per ΓL e ΓS, questo risolverà l'ambiguità di dove si trova la regione di stabilità se dentro o fuori il cerchio di stabilità, sarà fuori. La regione instabile della carta di Smith è quella intersecata dai cerchi di stabilità di ingresso e di uscita. I valori di ΓL e ΓS dovranno cadere all'interno della Carta

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

di Smith ma non all'interno dei cerchi di stabilità. La regione di stabilità, in questo caso è esterna ai cerchi.

Vedere la Figura 6.

Si può calcolare anche μ

$$\mu = \frac{1-|S_{11}|^2}{|S_{22}-S_{11}^*\Delta|+|S_{12}S_{21}|} = \frac{1-0.894^2}{|0.781\angle -27.6^0-(0.894\angle 60.6°)(0.6965\angle -83.7°)|+|(0.020\angle 62.4°)(3.122\angle 123.6°)|}$$

$$\boxed{\mu = 0.8555}$$

è minore di 1 quindi il dispositivo è stabile in modo condizionato (una conferma) se era maggiore di 1 il dispositivo sarebbe stato stabile in modo incondizionato.

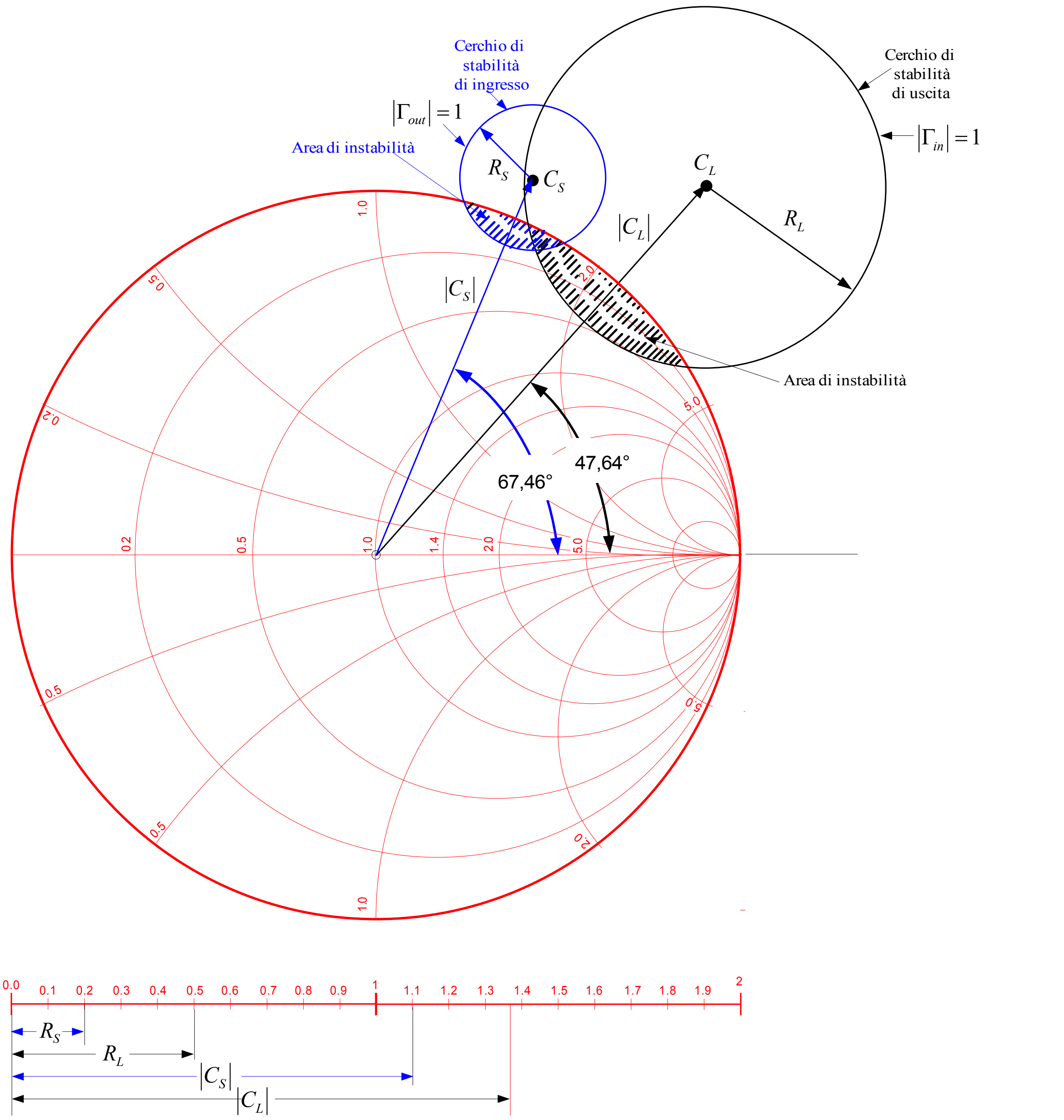


Figura 6

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Formulario degli appunti relativi alla stabilità degli amplificatori RF

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \qquad \Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S}$$

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| \langle 1 \qquad |\Gamma_{out}| = \left| S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right| \langle 1$$

$$C_L = \frac{\left(S_{22} - \Delta S_{11}^{\ *}\right)^*}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \qquad R_L = \left| \frac{S_{12}S_{21}}{|S_{22}|^2 - |\Delta|^2} \right|$$

$$C_S = \frac{\left(S_{11} - \Delta S_{22}^{\ *}\right)^*}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \qquad R_S = \left| \frac{S_{12}S_{21}}{|S_{11}|^2 - |\Delta|^2} \right|$$

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} > 1 \qquad |\Delta| < 1 \qquad \Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$$

$$\mu = \frac{1 - |S_{11}|^2}{|S_{22} - S_{11}^*\Delta| + |S_{12}S_{21}|} > 1$$

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Un metodo per migliorare la stabilità

Gli appunti che seguono indicano un metodo per migliorare la stabilità di un amplificatore. Vediamo come.

Riscriviamo le relazioni che definiscono le condizioni di instabilità

$$|\Gamma_{in}| > 1 \qquad |\Gamma_{out}| > 1$$

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right| > 1 \qquad |\Gamma_{out}| = \left| S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \right| > 1$$

queste relazione implicano che

$$\mathrm{Re}(Z_{in}) < 0 \quad \text{e che} \quad \mathrm{Re}(Z_{out}) < 0$$

Per migliorare la stabilità è sufficiente aggiungere una resistenza in serie a Z_{in} (oppure a Z_{out}) oppure una conduttanza in parallelo nel circuito della porta di ingresso. L'aggiunta di un carico resistivo, $R_{in}^{'}$ oppure $G_{in}^{'}$ in connessione con $\mathrm{Re}(Z_S)$ compenserà il contributo alla resistenza negativa fornito da $\mathrm{Re}(Z_{in})$.

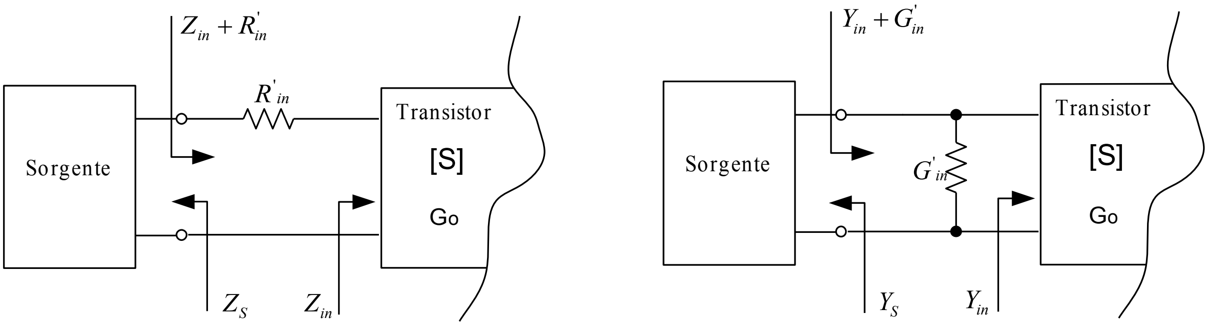


Figura 1 a , 1 b

La condizione da raggiungere è

$$\mathrm{Re}(Z_{in} + Z_S) > 0 \quad \text{oppure} \quad \mathrm{Re}(Y_{in} + Y_S) > 0$$

L'aggiunta di $R_{in}^{'}$ oppure $G_{in}^{'}$ modifica la condizione

$$\boxed{\mathrm{Re}(Z_{in} + R_{in}^{'} + Z_S) > 0} \quad \text{oppure} \quad \boxed{\mathrm{Re}(Y_{in} + G_{in}^{'} + Y_S) > 0}$$

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

La stesso intervento può essere fatto nel circuito della porta di uscita

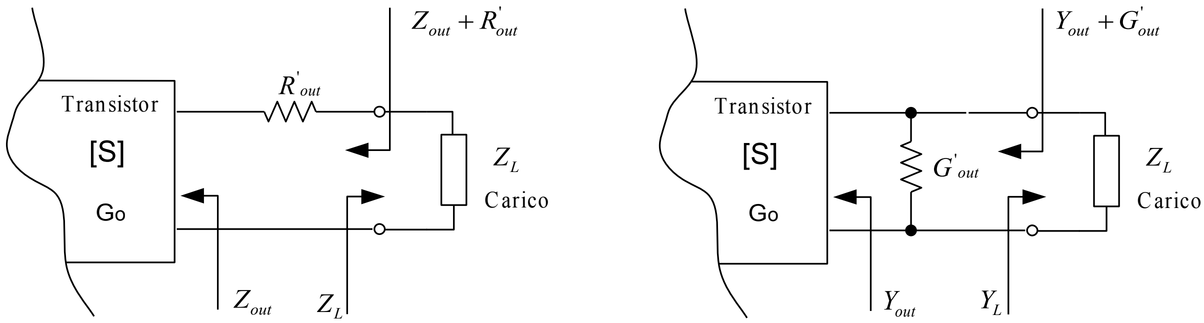


Figura 2 a, 2 b

Anche in questo caso la condizione da raggiungere e che la somma delle parte reali delle impedenze presenti nel circuito (loop) di uscita sia maggiore di zero,

$$\mathrm{Re}(Z_{out} + R'_{out}) > 0 \qquad \text{oppure} \qquad \mathrm{Re}(Y_{out} + G'_{out}) > 0$$

condizione che può essere raggiunta inserendo una resistenza in serie oppure una conduttanza in parallelo

$$\boxed{\mathrm{Re}(Z_{out} + R'_{out} + Z_L) > 0} \qquad \text{oppure} \qquad \boxed{\mathrm{Re}(Y_{out} + G'_{out} + Y_L) > 0}.$$

Esempio

I parametri S, misurati in un sistema a 50 Ohm, di un transistore a 800 MHz sono,

$S_{11} = 0{,}65\angle -95°$

$S_{12} = 0{,}035\angle 40°$

$S_{21} = 5\angle 115°$

$S_{22} = 0{,}8\angle -35°$

Determinare le condizioni di stabilità e indicare come si possono migliorare le condizioni di stabilità del transistore.

Soluzione

Per prima cosa si calcolano Δ e k.

$\Delta = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$

$\Delta = 0{,}65\angle -95° \bullet 0{,}8\angle -35° \; - \; 0{,}035\angle 40° \bullet 5\angle 115°$

$\Delta = 0{,}52\angle -130° \; - \; 0{,}175\angle 155°$

$\Delta = -0{,}3342 - j0{,}3983 \; - \; (-0{,}1586 - j0{,}074)$

$\Delta = -0{,}1756 - j0{,}4723 \qquad \Delta = 0{,}5039\angle -110.395°$

$\boxed{|\Delta| = 0{,}5039}$

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|}$$

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

$$k = \frac{1-0{,}65^2-0{,}8^2+0{,}5039^2}{2\left|0{,}035\angle 40° \bullet 5\angle 115°\right|} \qquad k = \frac{1-0{,}4225-0{,}64+0{,}2539}{2\left|0{,}175\angle 155°\right|} = \frac{0{,}1914}{0{,}35}$$

$$\boxed{k = 0{,}5469}$$

Si ha che $|\Delta| < 1$ e $k < 1$ quindi il transistore è potenzialmente instabile.

Si definiscono i cerchi di stabilità di ingresso e di uscita calcolando il centro ed il raggio.
Cerchio di stabilità di ingresso, calcolo del centro del cerchio,

$$C_S = \frac{\left(S_{11}-\Delta S_{22}^*\right)^*}{|S_{11}|^2-|\Delta|^2} \qquad C_S = \frac{\left(0{,}65\angle -95° - 0{,}5039\angle -110{,}335° \bullet 0{,}8\angle 35°\right)^*}{0{,}65^2-0{,}5039^2}$$

$$C_S = \frac{\left(0{,}65\angle -95° - 0{,}4031\angle -75{,}335°\right)^*}{0{,}4225-0{,}2539} \qquad C_S = \frac{\left(0{,}65\angle -95° - 0{,}4031\angle -75{,}335°\right)^*}{0{,}1686}$$

$$C_S = \frac{\left(-0{,}0567-j0{,}6475-0{,}1021+j0{,}39\right)^*}{0{,}1686} \qquad C_S = \frac{\left(-0{,}158-j0{,}2575\right)^*}{0{,}1686}$$

$$C_S = \frac{\left(0{,}3025\angle -121{,}66°\right)^*}{0{,}1686}$$

$$\boxed{C_S = 1{,}7944\angle 121{,}66°}$$

calcolo del raggio,

$$R_S = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{|S_{11}|^2-|\Delta|^2}\right| \qquad R_S = \left|\frac{0{,}035\angle 40° \bullet 5\angle 115°}{0{,}1686}\right|$$

$$\boxed{|R_S| = 1{,}038}$$

Si traccia il cerchio di stabilità di ingresso sulla carta di Smith (normalizzata a 50 Ohm), che in questo caso rappresenta il piano complesso Γ_S . (Figura 3) . L'area di instabilità è determinata dall'intersezione del cerchio di ingresso con la carta di Smith.
Per soddisfare la condizione

$$\mathrm{Re}(Z_{in}+Z_S) > 0$$

si vede che il coefficiente di riflessione della sorgente, Γ_S , non deve mai cadere nell'area di instabilità.
Per garantire questa condizione e sufficiente inserire nel circuito di ingresso una resistenza del valore normalizzato di $r = 0{,}18$, in quanto il cerchio a resistenza costante $r = 0{,}18$ è tangente al cerchio di stabilità di ingresso.

$$\mathrm{Re}(Z_{in}+R_{in}^{'}+Z_S) > 0$$

dove

$$R_{in}^{'} = 50r = 50 \bullet 0{,}18 = 9 \ \ Ohm$$

In queste condizioni i valori reali negativi che la parte reale di Z_{in}, $\mathrm{Re}(Z_{in})$ presenta, saranno neutralizzati dalla $\boxed{R_{in}^{'} = 9 \ \ Ohm}$. Che sarà il valore minimo di resistenza serie per garantire la stabilità.

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

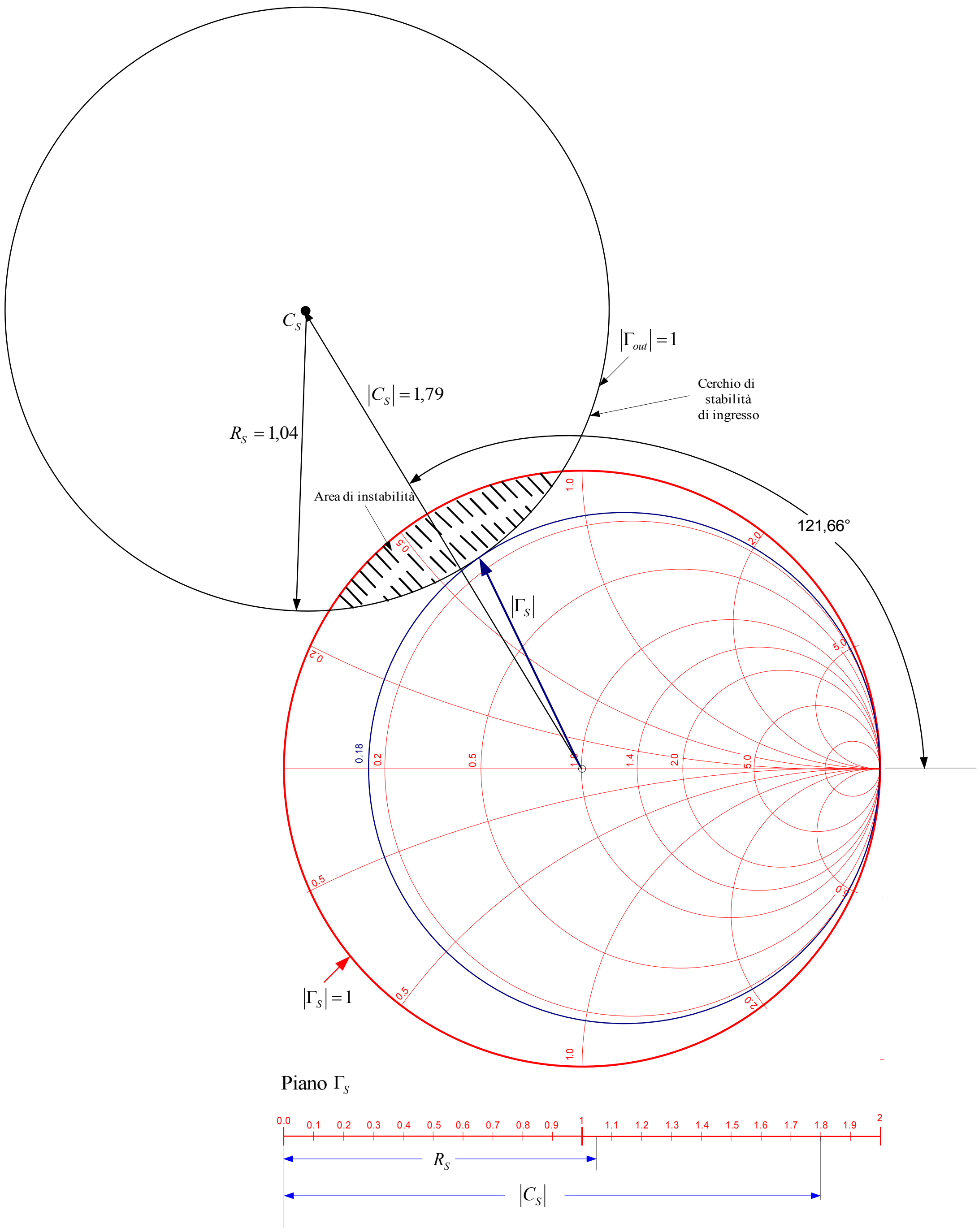


Figura 3

Si può anche inserire una conduttanza in parallelo (come in Figura 1 b), in questo caso si deve usare la carta di Smith delle ammettenze.

Si calcolano il centro ed il raggio del cerchio di <u>stabilità di uscita</u>

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

$$C_L = \frac{\left(S_{22} - \Delta S_{11}^*\right)^*}{\left|S_{22}\right|^2 - \left|\Delta\right|^2} \quad C_L = \frac{\left(0{,}8\angle -35° - 0{,}5039\angle -110{,}335° \bullet 0{,}65\angle 95°\right)^*}{0{,}8^2 - 0{,}5039^2}$$

$$C_L = \frac{\left(0{,}8\angle -35° - 0{,}3275\angle -15{,}335°\right)^*}{0{,}64 - 0{,}2539} \quad C_L = \frac{\left(0{,}65\angle -95° - 0{,}4031\angle -75{,}335°\right)^*}{0{,}3861}$$

$$C_L = \frac{\left(0{,}6553 - j0{,}4589 - 0{,}3158 + j0{,}0866\right)^*}{0{,}3861} \quad C_L = \frac{\left(0{,}3395 - j0{,}3723\right)^*}{0{,}3861}$$

$$C_L = \frac{\left(0{,}5039\angle -47{,}638°\right)^*}{0{,}3861}$$

$$\boxed{C_L = 1{,}305\angle 47.638°}$$

$$R_L = \left|\frac{S_{12}S_{21}}{\left|S_{22}\right|^2 - \left|\Delta\right|^2}\right| \quad R_L = \left|\frac{0{,}035\angle 40° \bullet 5\angle 115°}{0{,}3861}\right|$$

$$\boxed{\left|R_L\right| = 0{,}45}$$

Si traccia il cerchio di <u>stabilità di uscita</u> sulla carta di Smith (normalizzata a 50 Ohm), che in questo caso rappresenta il <u>piano complesso</u> Γ_L. (Figura 4) . L'area di instabilità è determinata dall'intersezione del cerchio di ingresso con la carta di Smith.

Per soddisfare la condizione

$$\mathrm{Re}(Z_{out} + Z_L) > 0$$

si vede che il coefficiente di riflessione del carico, Γ_L, non deve mai cadere nell'area di instabilità. Per garantire questa condizione e sufficiente inserire nel circuito di uscita una resistenza del valore normalizzato di $r = 0{,}58$, in quanto il cerchio a resistenza costante $r = 0{,}18$ è tangente al cerchio di stabilità di ingresso.

$$\mathrm{Re}(Z_{out} + R_{out}^{'} + Z_L) > 0$$

dove

$R_{out}^{'} = 50r = 50 \bullet 0{,}58 = 29\ Ohm$

In queste condizioni i valori reali che la parte reale di Z_{out}, $\mathrm{Re}(Z_{out})$, saranno neutralizzati dalla $\boxed{R_{out}^{'} = 29\ Ohm}$. Che sarà il valore minimo di resistenza serie per garantire la stabilità.

Si può anche inserire una conduttanza in parallelo (come in Figura 2 b), in questo caso si deve usare la carta di Smith delle ammettenze.

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

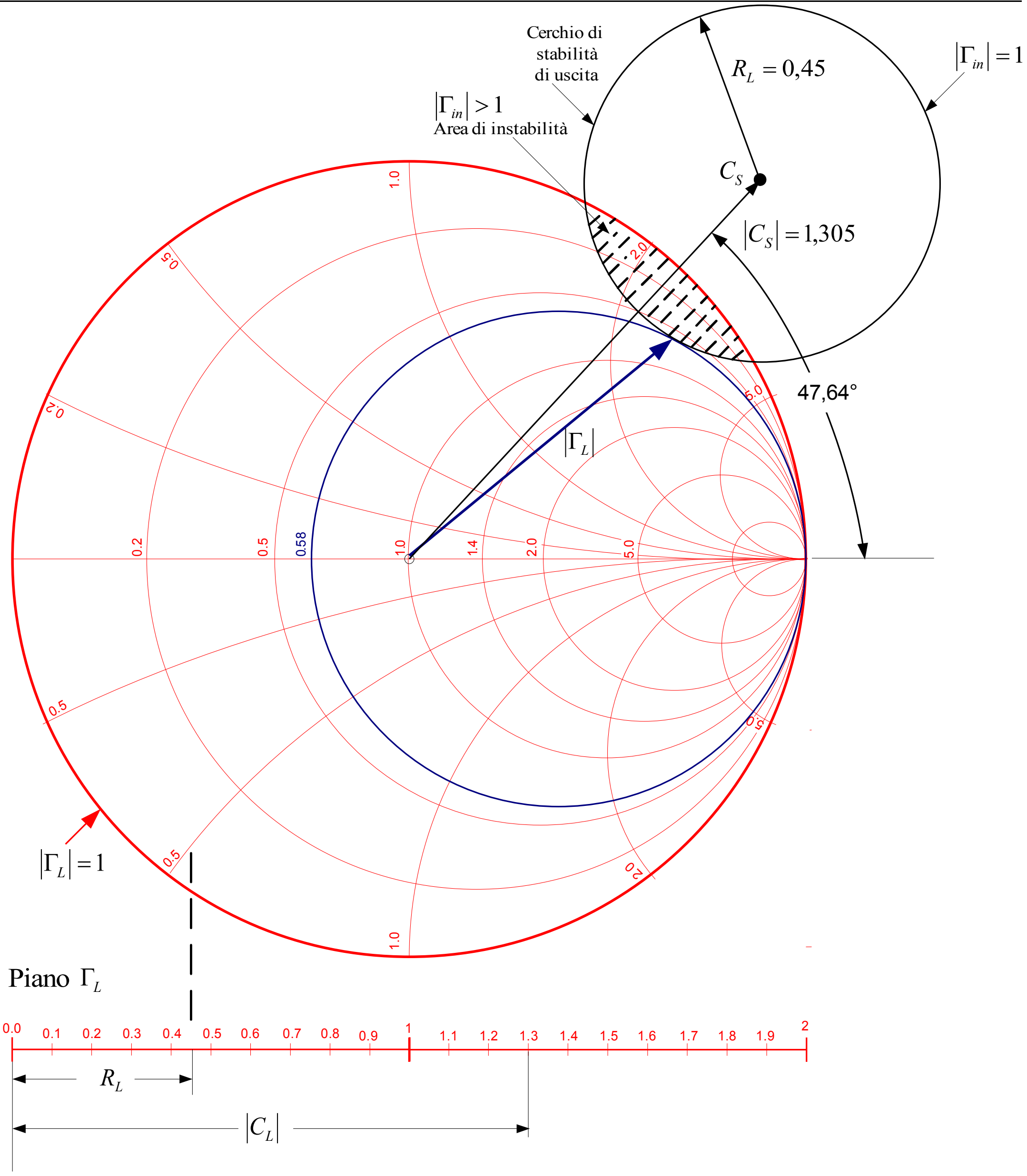


Figura 4

La stabilizzazione a mezzo di resistenze inserite nei circuiti di ingresso o di uscita ha un prezzo:

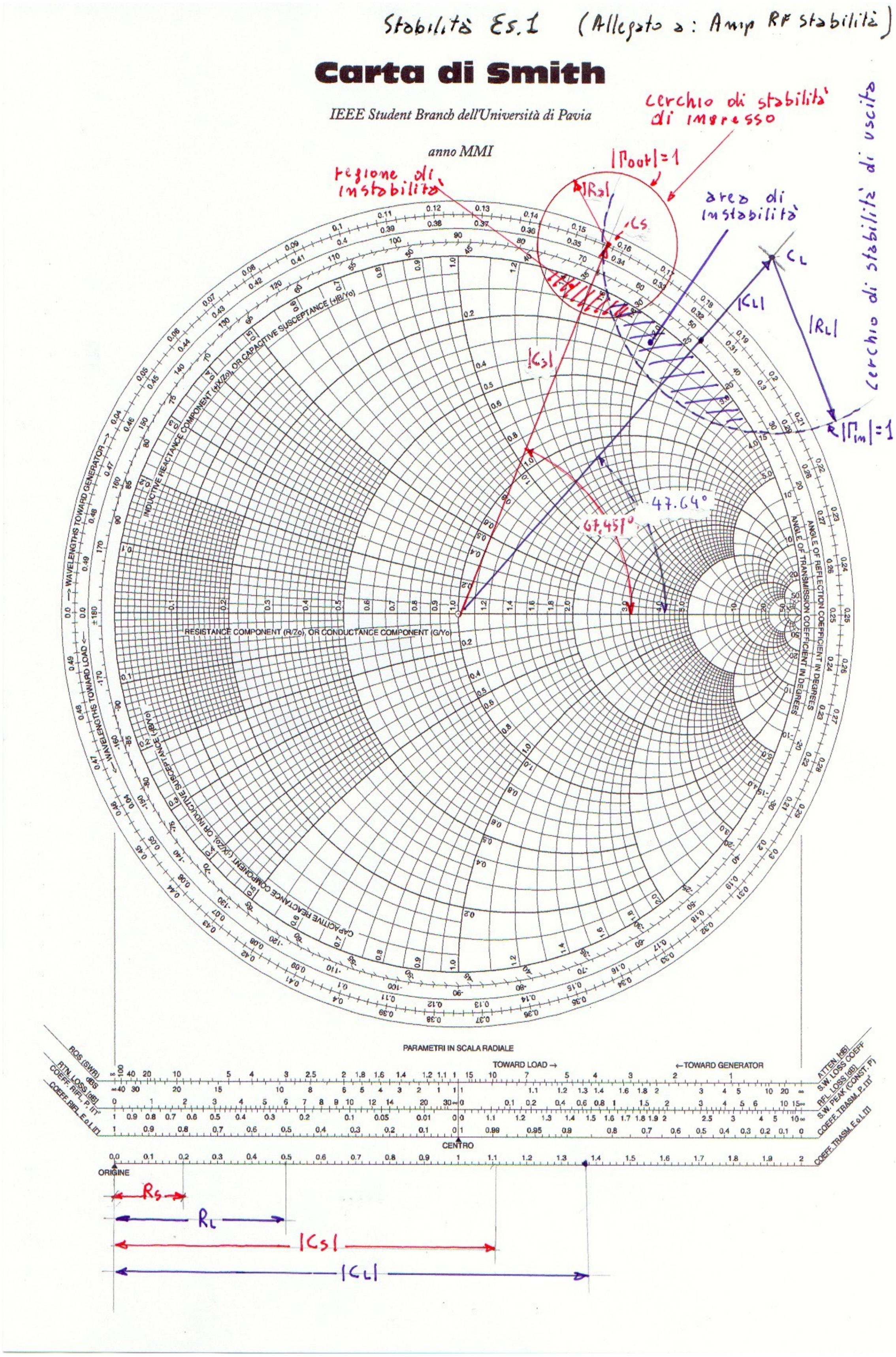
1. Viene influenzato l'adattamento di impedenza,
2. Le resistenze assorbono potenza, l'amplificazione diminuisce,
3. Le resistenze all'ingresso introducono rumore.

In genere non è necessario stabilizzare sia il circuito di ingresso che quello di uscita, ma è sufficiente stabilizzare uno dei due.

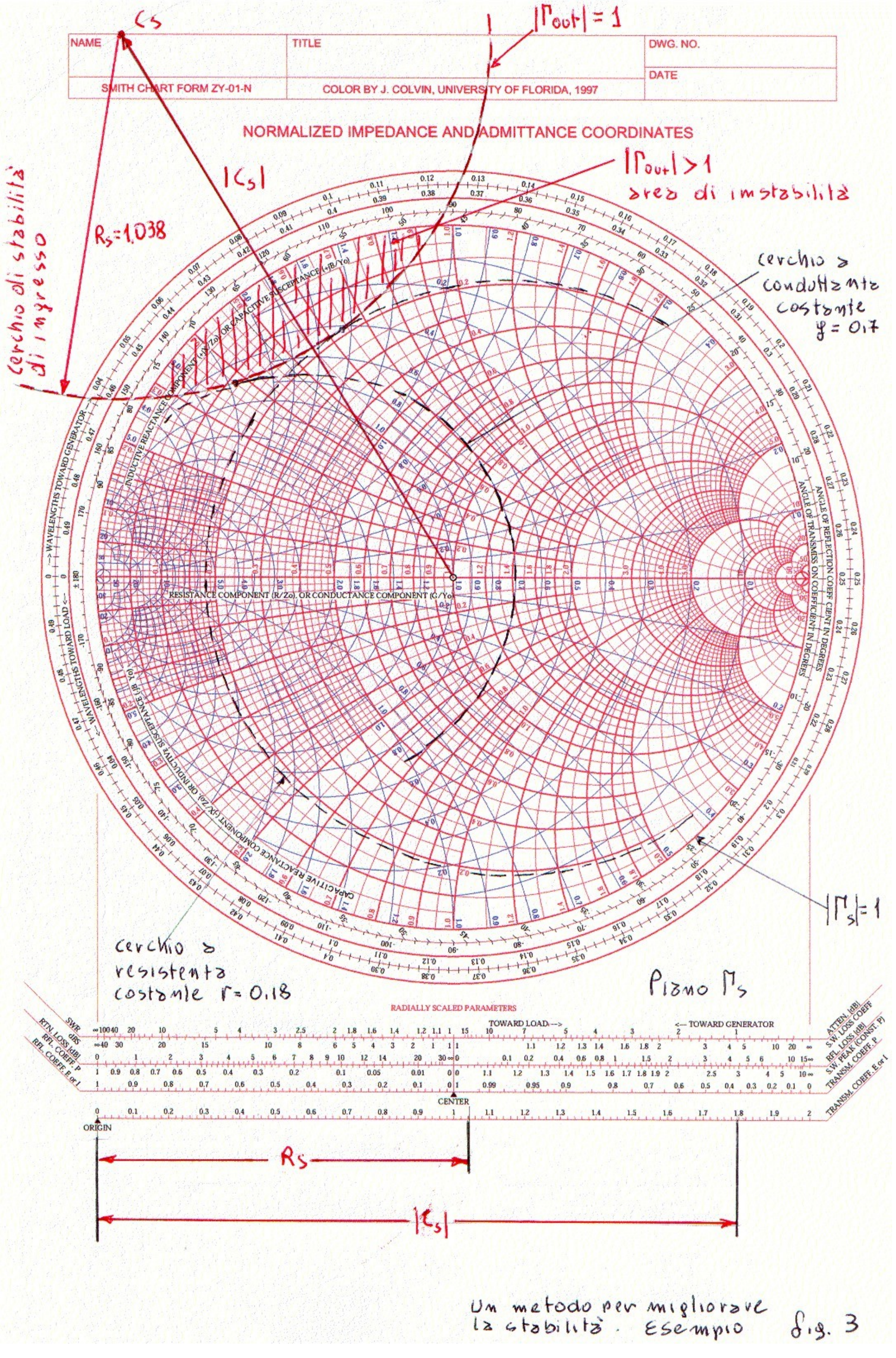
Le figure sucessive riportano in modo più preciso quanto illustrato nelle figure 3 e 4, vi sono anche tracciate le soluzioni con le conduttanze in parallelo ai circuiti di ingresso e di uscita.

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

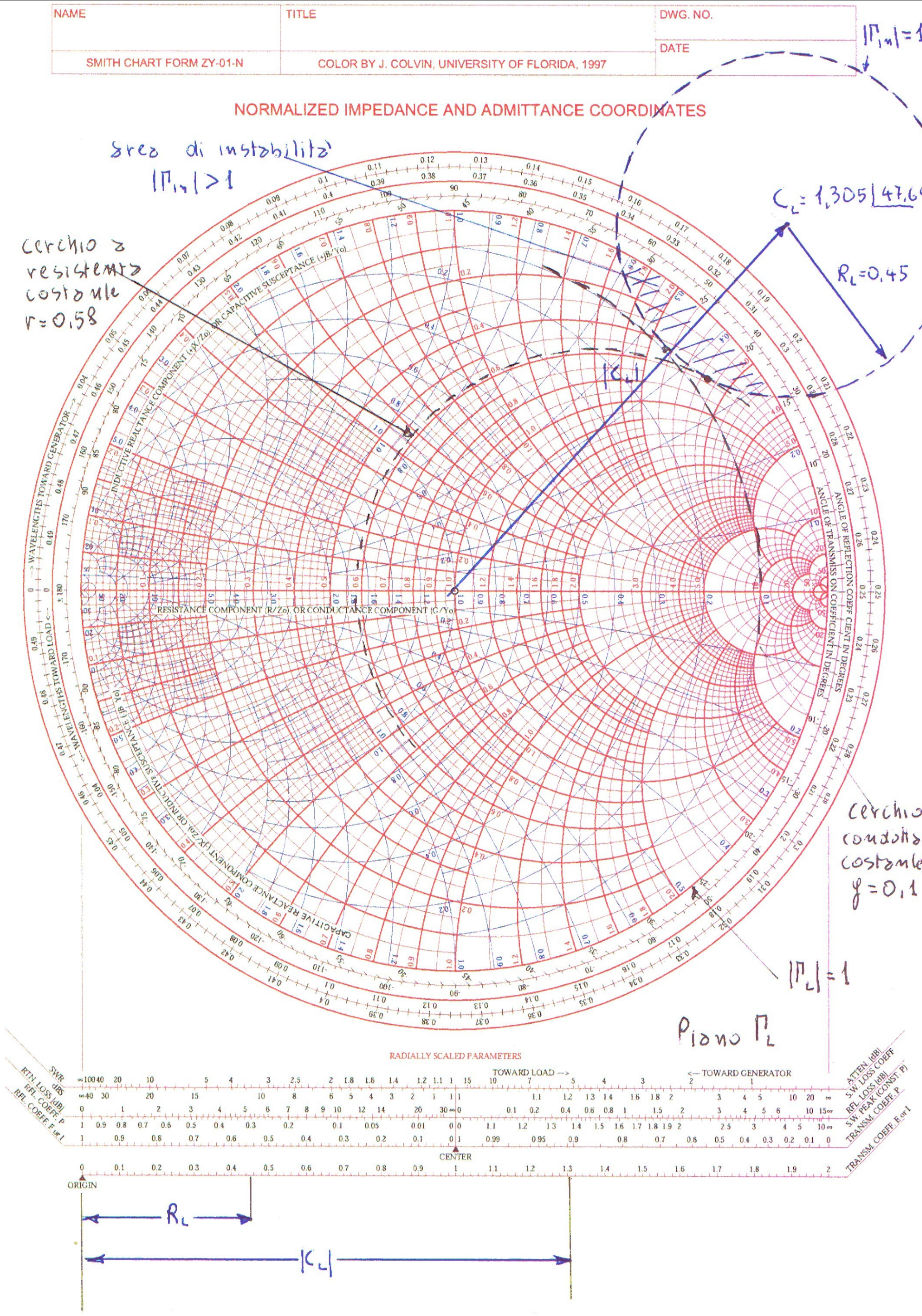
Figure relative alla lezione sulla stabilità



Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF



Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF



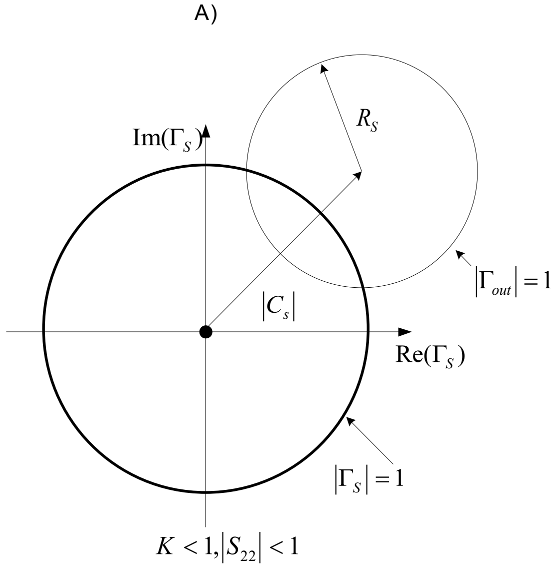
Un metodo per migliorare la stabilità

figura 4

Alcuni esempi sui cerchi di stabilità

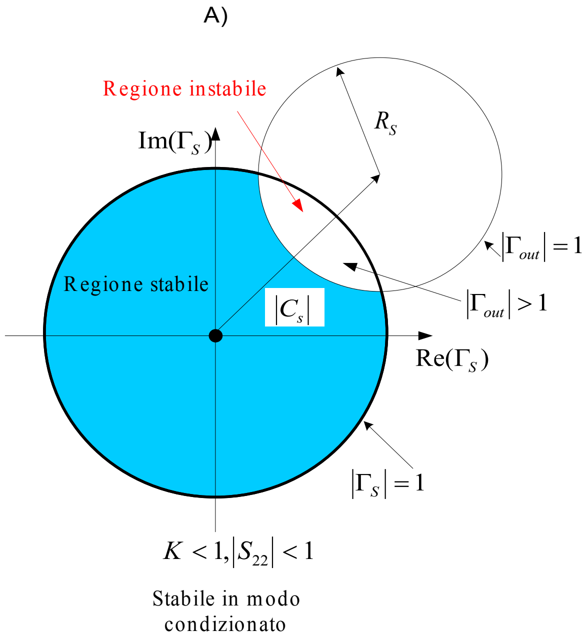
Esempio A

Indicare l'area dove deve trovarsi il coefficiente di riflessione della sorgente per ottenere la condizione di stabilità.



Soluzione

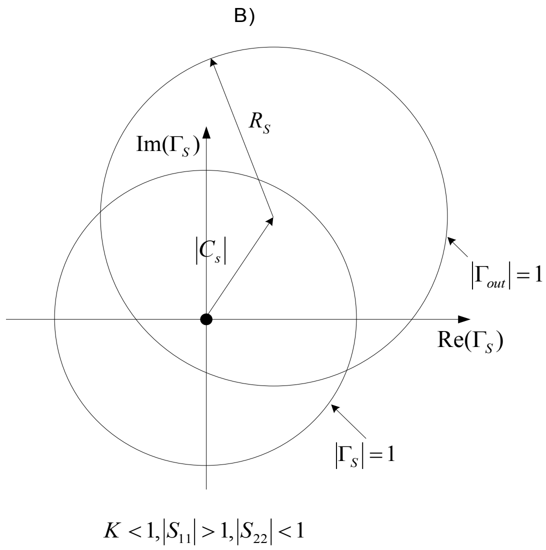
Il cerchio è il cerchio di stabilità di ingresso, piano Γ_S. Il fattore di Rollet è $k < 1$ quindi l'amplificatore si trova nelle condizioni di **stabilità condizionata**. Per individuare la regione stabile si fa il seguente ragionamento: Se $|\Gamma_S| = 0$ si avrà $|\Gamma_{out}| = |S_{22}|$, quindi se $|S_{22}| < 1$ si avrà anche che $|\Gamma_{out}| < 1$, cioè la regione con il centro del cerchio sarà una regione stabile. Cioè Γ_S potrà assumere tutti valori compresi nella regione colorata.



Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

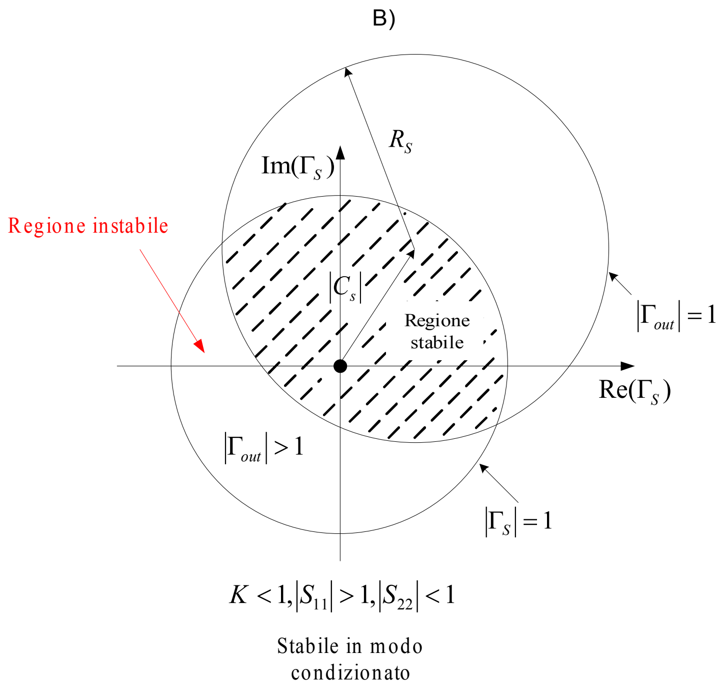
Esempio B

Indicare l'area dove deve trovarsi il coefficiente di riflessione della sorgente per ottenere la condizione di stabilità.



Soluzione

Il cerchio è il cerchio di stabilità di ingresso, piano Γ_S. Il fattore di Rollet è $k < 1$ quindi l'amplificatore si trova nelle condizioni di **stabilità condizionata**. Per individuare la regione stabile si fa il seguente ragionamento: Se $|\Gamma_S| = 0$ si avrà $|\Gamma_{out}| = |S_{22}|$, quindi se $|S_{22}| < 1$ si avrà anche che $|\Gamma_{out}| < 1$, cioè la regione con il centro del cerchio sarà una regione stabile. Cioè Γ_S potrà assumere tutti valori compresi nella regione tratteggiata. Il fatto che $|S_{11}| > 1$ non influenza la condizione di stabilità in quanto viene posta la condizione $|\Gamma_S| = 0$.

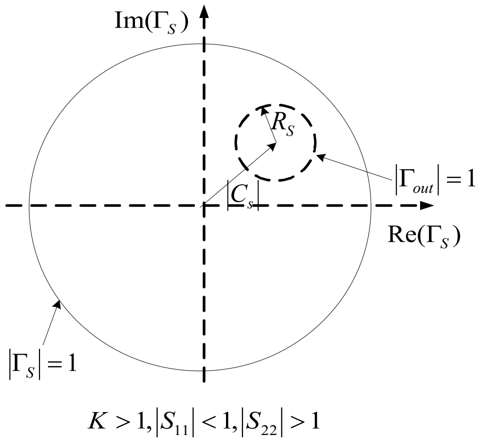


Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Esempio C

Indicare l'area dove deve trovarsi il coefficiente di riflessione della sorgente per ottenere la condizione di stabilità. Le condizioni sono $k > 1$ e $\Delta > 1$.

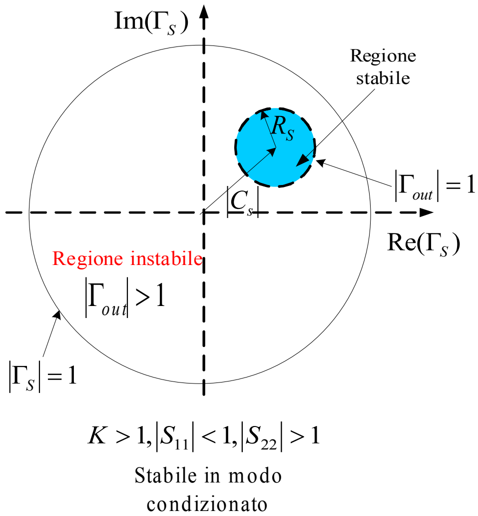
C)



Soluzione

Il cerchio è il cerchio di stabilità di ingresso, piano Γ_S. Si ha $k > 1$, ma $\Delta > 1$ quindi l'amplificatore si trova nelle condizioni di **stabilità condizionata**.
Per individuare la regione stabile si fa il sempre lo stesso ragionamento: Se $|\Gamma_S| = 0$ si avrà $|\Gamma_{out}| = |S_{22}|$, quindi se $|S_{22}| > 1$ si avrà anche che $|\Gamma_{out}| > 1$, cioè la regione con il centro del cerchio sarà una **regione instabile**. Cioè Γ_S potrà assumere solamente i valori compresi nella regione colorata.

C)

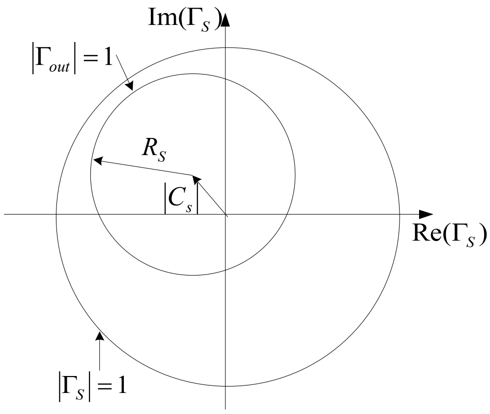


Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Esempio D

Indicare l'area dove deve trovarsi il coefficiente di riflessione della sorgente per ottenere la condizione di stabilità. Le condizioni sono $k > 1$, $\Delta > 1$ e $S_{22} > 1$.

D)



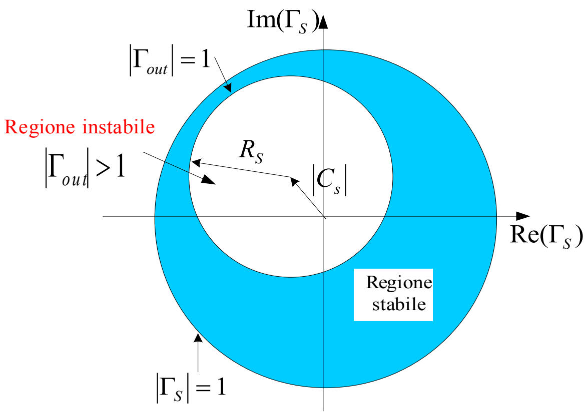
$K > 1, |S_{11}| > 1, |S_{22}| > 1$

Stabile in modo condizionato

Soluzione

Il cerchio è il cerchio di stabilità di ingresso, piano Γ_S. Si ha $k > 1$, ma $\Delta > 1$ quindi l'amplificatore si trova nelle condizioni di **stabilità condizionata**.
Per individuare la regione stabile si fa il sempre lo stesso ragionamento: Se $|\Gamma_S| = 0$ si avrà $|\Gamma_{out}| = |S_{22}|$, quindi se $|S_{22}| > 1$ si avrà anche che $|\Gamma_{out}| > 1$, cioè la regione con il centro del cerchio sarà una **regione instabile**. Cioè Γ_S potrà assumere solamente i valori compresi nella regione colorata e non quelli compresi nel cerchio di stabilità.

D)



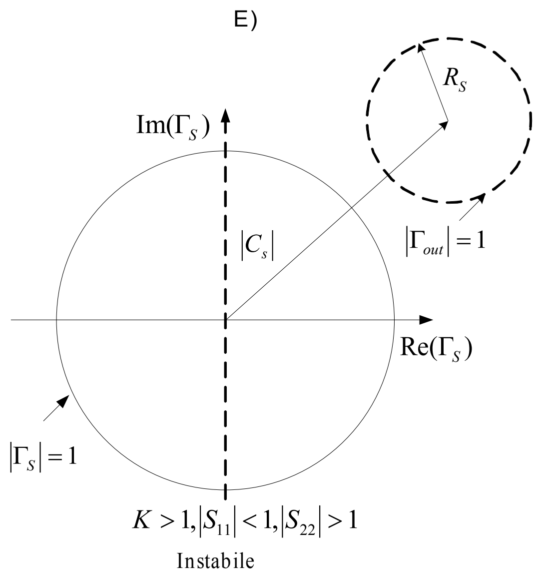
$K > 1, |S_{11}| > 1, |S_{22}| > 1$

Stabile in modo condizionato

Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Esempio E

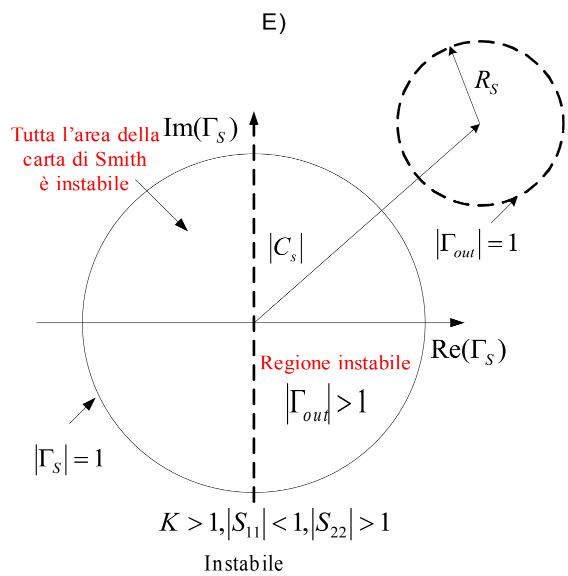
Indicare l'area dove deve trovarsi il coefficiente di riflessione della sorgente per ottenere la condizione di stabilità. Le condizioni sono $k > 1$ e $S_{22} > 1$.



Soluzione

Il cerchio è il cerchio di stabilità di ingresso, piano Γ_S. Si ha $k > 1$, $S_{22} > 1$ quindi l'amplificatore si trova nelle condizioni di **instabilità**.

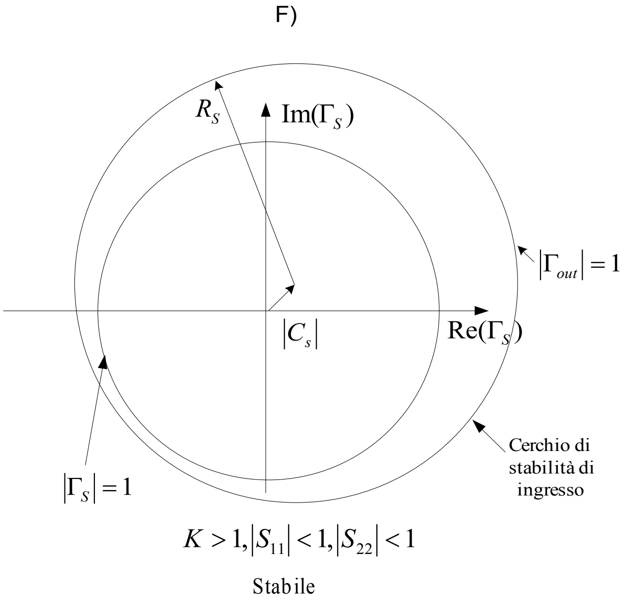
Il ragionamento è sempre lo stesso : se $|\Gamma_S| = 0$ si avrà $|\Gamma_{out}| = |S_{22}|$, quindi se $|S_{22}| > 1$ si avrà anche che $|\Gamma_{out}| > 1$, cioè la regione con il centro del cerchio è una regione instabile. Siccome non c'è intersezione fra il cerchio di stabilità e la carta di Smith, tutta l'area della carta di smith è instabile. Qualsiasi valore che Γ_S potrà assumere condurrà ad una condizione di instabilità.



Appunti sulla stabilità di un amplificatore a RF

Esempio F

Indicare l'area dove deve trovarsi il coefficiente di riflessione della sorgente per ottenere la condizione di stabilità. Le condizioni sono $k > 1$, $\Delta < 1$ e $S_{22} < 1$.



Soluzione

Il cerchio è il cerchio di stabilità di ingresso, piano Γ_S. Si ha $k > 1$, $\Delta < 1$ e $S_{22} < 1$ quindi l'amplificatore si trova in una condizione di lavoro **stabile**. Per verificare la condizione si ripete il ragionamento già fatto: se $|\Gamma_S| = 0$ si avrà $|\Gamma_{out}| = |S_{22}|$, quindi se $|S_{22}| < 1$ si avrà anche che $|\Gamma_{out}| < 1$, cioè la regione con il centro del **cerchio è una regione stabile.**
Siccome non c'è intersezione fra il cerchio di stabilità e la carta di Smith e questa ultima è contenuta interamente nel cerchio di stabilità, tutta la regione nella carta di Smith è **stabile**.
Qualsiasi valore di $|\Gamma_S|$ rende il sistema comunque stabile.