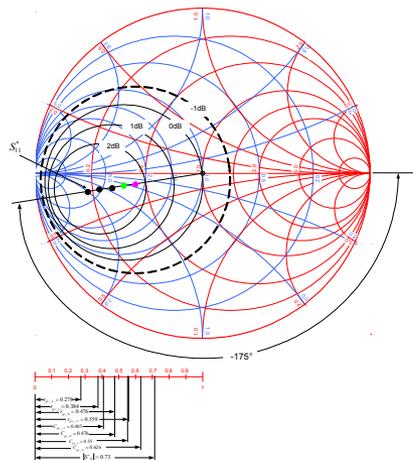
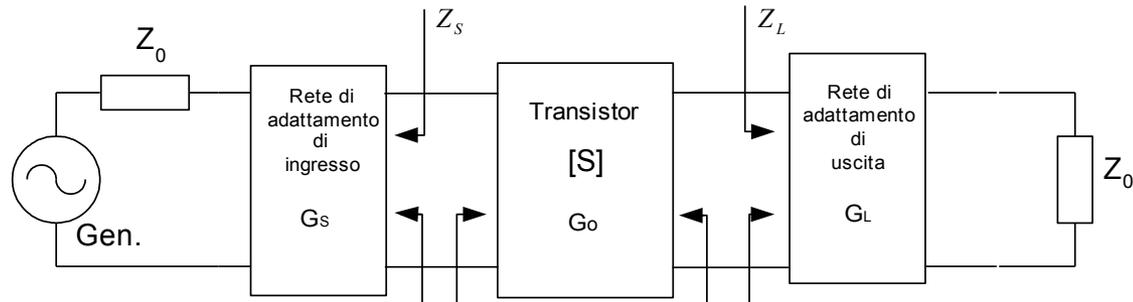


Elettronica per le telecomunicazioni **AA 2014 - 2015**

Il guadagno degli amplificatori a RF e MW **I cerchi a guadagno costante**





$$G_T = \underbrace{G_S}_{\frac{(1-|\Gamma_S|^2)}{|1-\Gamma_S\Gamma_{in}|^2}} \cdot \underbrace{G_0}_{|S_{21}|^2} \cdot \underbrace{G_L}_{\frac{(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}}$$

$$G_T = \frac{(1-|\Gamma_S|^2)}{|1-\Gamma_S S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-\Gamma_{out}\Gamma_L|^2}$$

Una rete a due porte si definisce unilaterale quando

$$S_{12} = 0$$

In un transistor che lavora in **condizioni di unilaterali** si ha

$$\Gamma_{in} = S_{11} \quad \Gamma_{out} = S_{22}$$

In queste condizioni il guadagno di trasduzione diventa,

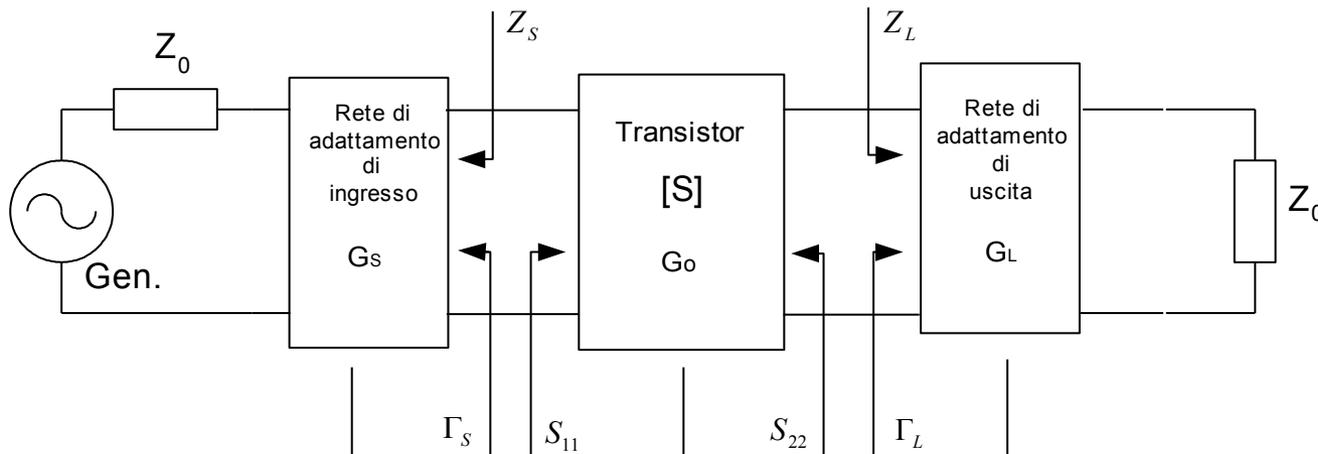
$$G_{TU} = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2}$$

che viene definito come guadagno di trasduzione unilaterale.

Il guadagno di trasduzione in condizioni di unilateralità

In condizioni di unilateralità, la relazione del guadagno può essere vista come composta da **tre termini distinti e indipendenti** e quindi può essere scritta come

$$G_{TU} = G_S G_0 G_L$$



$$G_S = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2}$$

$$G_0 = |S_{21}|^2$$

$$G_L = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2}$$

I termini G_S e G_L rappresentano il guadagno o la perdita causata dalle reti di adattamento.

Il termine G_S indica il grado di adattamento fra il coefficienti di riflessione della sorgente Γ_S e il parametro del transistor S_{11}

Quantunque G_S sia un blocco funzionale composto solamente da componenti passivi esso da comunque un contributo al guadagno che può essere maggiore di uno oppure una perdita

La ragione di questo guadagno sta nel fatto che esiste un disadattamento intrinseco fra S_{11} e Z_0 quindi il fatto di ridurre il grado del disadattamento significa realizzare un guadagno.

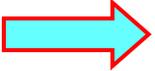
Similmente il termine G_L si riferisce alla rete di adattamento di uscita e può essere considerato come il guadagno di questo blocco funzionale.

$$G_{TU_dB} = G_{S_dB} + G_{0_dB} + G_{L_dB}$$

Il guadagno unilaterale massimo

Se si ottimizzano i coefficienti di riflessione della sorgente e del carico in modo da avere il massimo guadagno di G_S e di G_L si ottiene la condizione di guadagno unilaterale massimo.

$$G_{TU_max}$$

Per un transistor stabile in modo incondizionato  $|S_{11}| < 1 \quad |S_{22}| < 1$

si avranno i massimi valori di G_S e G_L quando

$$\Gamma_S = S_{11}^* \quad \Gamma_L = S_{22}^*$$

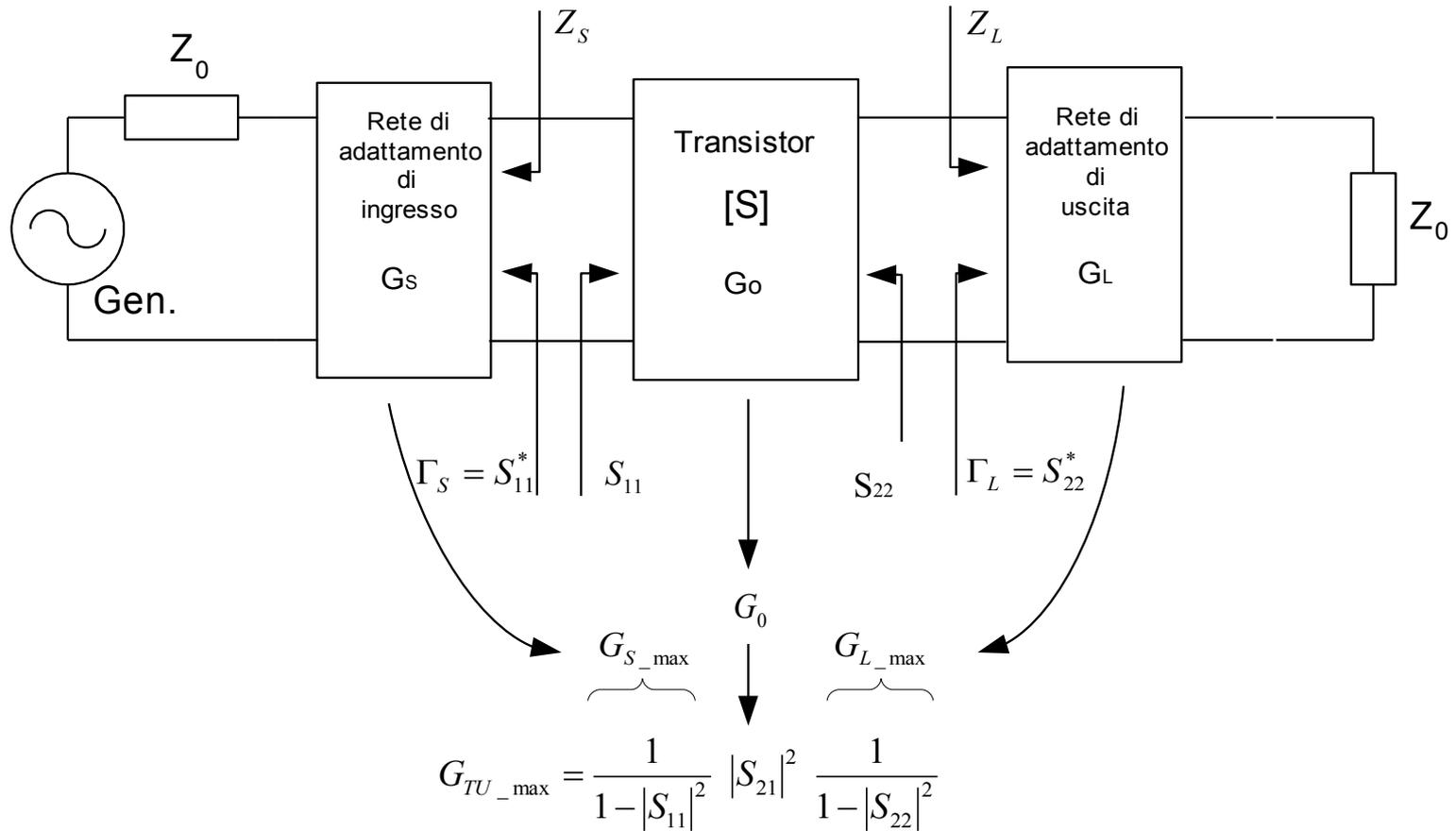
Situazione di **terminazione ottima**

Quindi la relazione sul guadagno diventa

$$G_{TU_max} = G_{S_max} G_0 G_{L_max}$$

$$G_{TU_max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$

Il guadagno unilaterale massimo



Considerando che le espressioni di G_S e di G_L sono simili è possibile riscriverle in una forma più generale, del tipo,

$$G_i = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2}$$

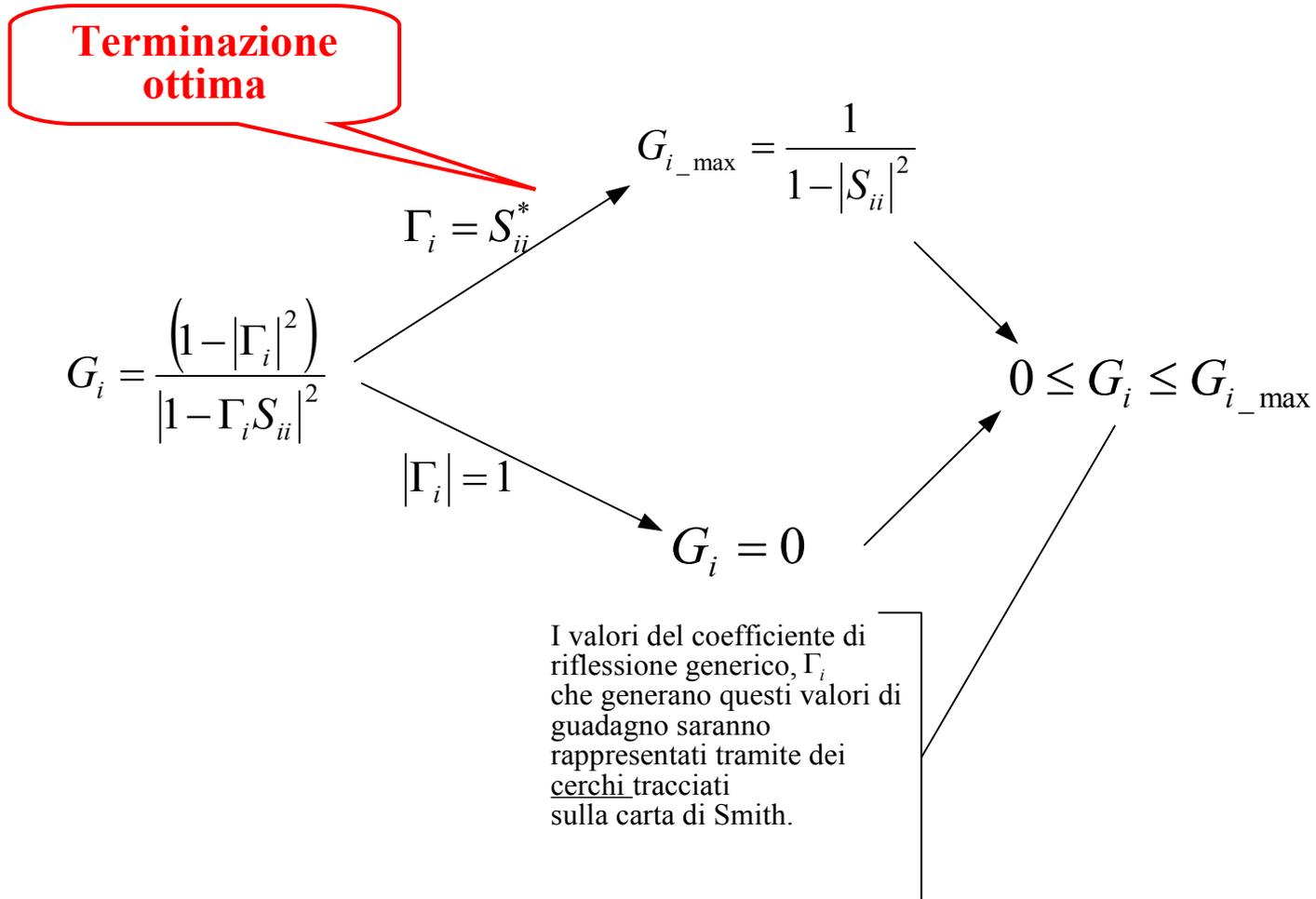
dove $i = S$ e $ii = 11$

oppure $i = L$ e $ii = 22$

Partendo da questa relazione generica ci possono essere due condizioni :

- $|S_{ii}| < 1$, caso di stabilità incondizionata
- $|S_{ii}| > 1$, caso di stabilità condizionata o potenzialmente instabile.

I valori massimi e minimi del guadagno delle rete di adattamento G_i



I valori del coefficiente di riflessione generico, Γ_i , che generano un dato valore del guadagno saranno rappresentati tramite dei cerchi tracciati sulla carta di Smith.

Questi cerchi sono chiamati cerchi a **guadagno costante**.

Se $i = S$ il cerchio si chiamerà **cerchio a guadagno costante della sorgente G_S** .

Se $i = L$ il cerchio si chiamerà **cerchio a guadagno costante del carico G_L** .

Si definisce il fattore di guadagno normalizzato

$$g_i = \frac{G_i}{G_{i_max}}$$

$$g_i = \frac{G_i}{G_{i_max}} = \frac{G_i}{1} = G_i(1 - |S_{ii}|^2) = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2} = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{1 - |S_{ii}|^2} (1 - |S_{ii}|^2)$$

$$g_i = G_i(1 - |S_{ii}|^2) \qquad g_i = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2} (1 - |S_{ii}|^2)$$

Il fattore di guadagno normalizzato potrà assumere dei valori compresi fra 0 e 1.

$$0 \leq g_i \leq 1$$

Si dimostra che anche un valore costante del guadagno normalizzato g_i è dato da un insieme di valori del coefficiente di riflessione, Γ_i , che stanno su un cerchio tracciato sul piano complesso.,

L'equazione del cerchio sarà

$$|\Gamma_i - C_{g_i}| = r_{g_i}$$

Dove il centro del cerchio è dato da

$$C_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

e il raggio da

$$r_{g_i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} \left(1 - |S_{ii}^*|^2\right)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

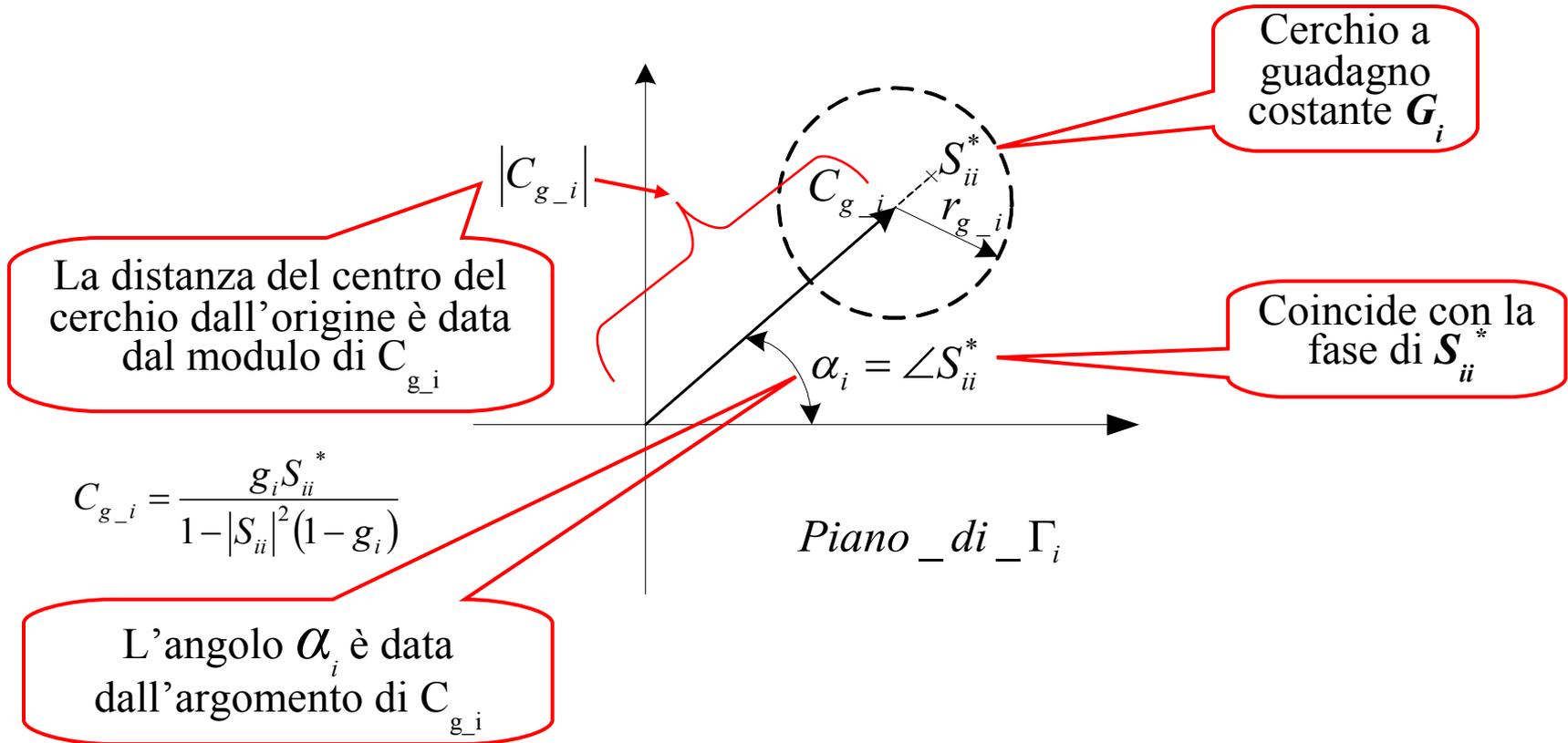
Da tener presente che i cerchi a guadagno costante di ingresso G_S e di uscita G_L sono **distinti e indipendenti** in quanto si lavora in condizione di unilateralità.

Per ogni valore di guadagno g_i si genererà un nuovo cerchio a guadagno costante G_i , con un suo centro e un suo raggio.

I cerchi a guadagno costante G_S e G_L si possono tracciare usando le equazioni della diapositiva precedente

$$C_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \quad r_{g_i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} \left(1 - |S_{ii}^*|^2\right)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

La rappresentazione del cerchio a guadagno costante



Da notare che se $g_i = 1$ ($G_i = G_{i_{max}}$) il raggio $r_{g_i} = 0$ e $C_{g_i} = S_{ii}^*$.

Questo significa che il cerchio di massimo guadagno degenera in un punto che coincide con le coordinate di S_{ii}^*

$$|S_{ii}| < 1$$



Procedura per disegnare dei cerchi a guadagno costante sulla carta di Smith:

- 1) Si individua sulla carta di Smith il punto S_{ii}^* e si traccia una linea retta che passa per questo punto e per l'origine.

Nel punto il guadagno è massimo e viene espresso dalla

$$G_{i_max} = \frac{1}{1 - |S_{ii}|^2}$$

- 2) Si determinano i valori di G_i ($0 \leq G_i \leq G_{i_max}$) per i quali devono essere tracciati cerchi a guadagno costante e si calcolano i corrispondenti valori del guadagno normalizzato.

$$g_i = \frac{G_i}{G_{i_max}} \quad g_i = G_i (1 - |S_{ii}|^2)$$

- 3) Per ogni valore del guadagno normalizzato g_i si calcolano i valori delle coordinate del centro del cerchio, C_{g_i}

$$C_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

- 4) Per ogni valore del guadagno normalizzato g_i si calcolano i valori del raggio del cerchio, r_{g_i}

$$r_{g_i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} (1 - |S_{ii}^*|^2)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

Il cerchio a 0 dB ($G_i = 1$), passa sempre per l'origine,

questo è dovuto al fatto che quando $\Gamma_i = 0$ significa che $G_i = 1$

si ha $g_i = G_i(1 - |S_{ii}|^2) \implies g_{i_0_dB} = (1 - |S_{ii}|^2)$

$$C_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \quad r_{g_i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} (1 - |S_{ii}^*|^2)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

$$r_{g_i_0_dB} = |C_{g_1_0_dB}| = \frac{|S_{ii}|}{1 - |S_{ii}|^2}$$

Vedi
esempio 1

In queste condizioni è possibile, con terminazione passiva, avere delle condizioni di guadagno, G_i , infinito

$$G_i = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2}$$

Un guadagno, G_i , infinito potrà essere generato da un particolare valore del del coefficiente di riflessione, Γ_i . Questo particolare valore di Γ_i viene chiamato

valore critico e si indica con Γ_{i_c}

ed è dato dalla relazione

$$\Gamma_{i_c} = \frac{1}{S_{ii}}$$

Dalla $G_i = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2}$ si vede che $G_i = \infty$ quando il denominatore è uguale a 0, cioè se $1 - \Gamma_i S_{ii} = 0$ quindi se $\Gamma_{i_c} = \frac{1}{S_{ii}}$.

Questa relazione ci dice che la parte reale dell'impedenza associata a Γ_{i_c} è uguale al valore della resistenza negativa (parte reale) associata a S_{ii}

In queste condizioni, con $G_i = \infty$, l'amplificatore può oscillare.

Vediamo il guadagno normalizzato

$$g_i = \frac{G_i}{G_{1_max}} = G_i (1 - |S_{ii}|^2) = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2} (1 - |S_{ii}|^2)$$

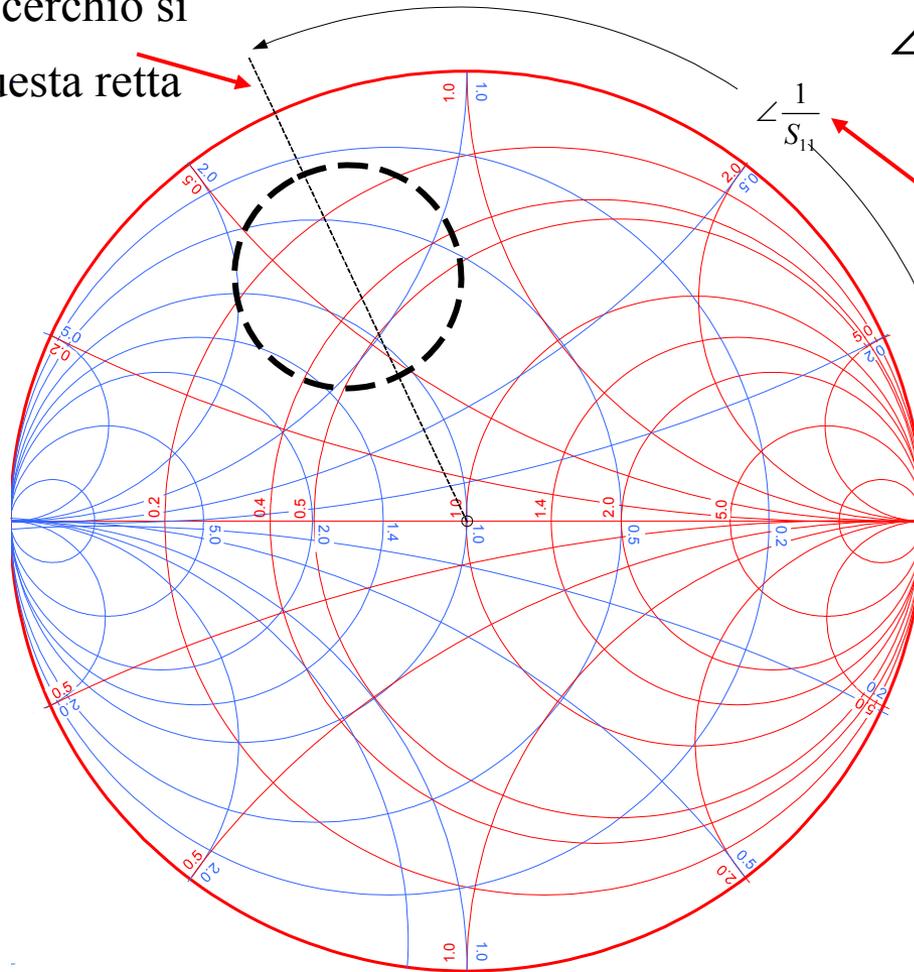
con $|S_{ii}| > 1$ si potranno raggiungere valori di g_i negativi.

La costruzione dei cerchi a guadagno costante si potrà fare usando le stesse relazioni $|S_{ii}| < 1$ e le stesse procedure del caso precedente di stabilità incondizionata

$$C_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \quad r_{g_i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} (1 - |S_{ii}^*|^2)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

Poiché l'argomento delle coordinate del centro del cerchio è $\angle S_{ii}^*$ e questo è uguale all'argomento di $\frac{1}{S_{ii}}$, si ha che il centro del cerchio si trova sulla linea che va dall'origine al punto $\frac{1}{S_{ii}}$.

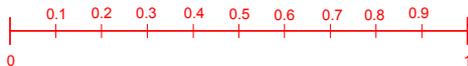
Il centro del cerchio si troverà su questa retta



$\angle S_{ii}^*$ è l'argomento di

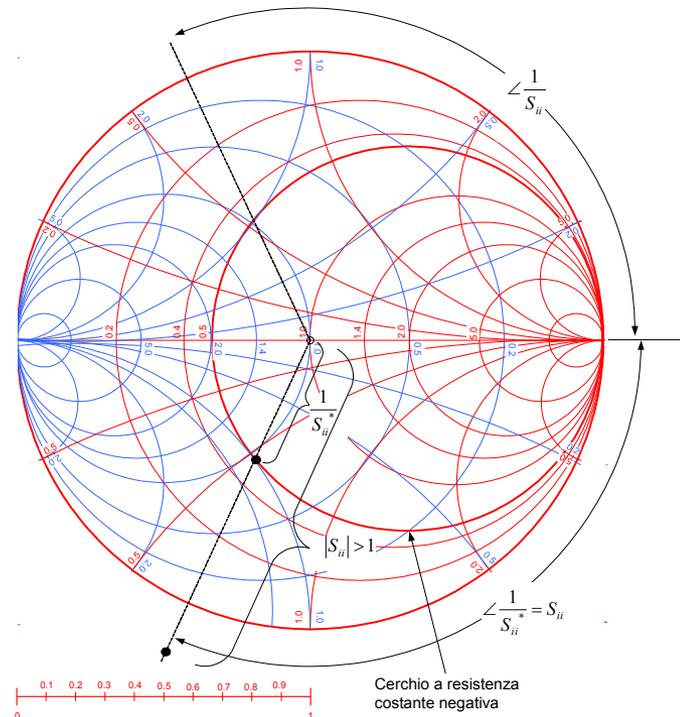
$$C_{g_{-i}} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

$$\angle S_{ii}^* = \angle \frac{1}{S_{ii}}$$



La resistenza negativa associata a S_{ii} ($|S_{ii}| > 1$) può essere calcolata tracciando sulla carta di Smith il punto $\frac{1}{S_{ii}^*}$ e interpretando il cerchio su cui questo punto come un cerchio a resistenza costante negativa.

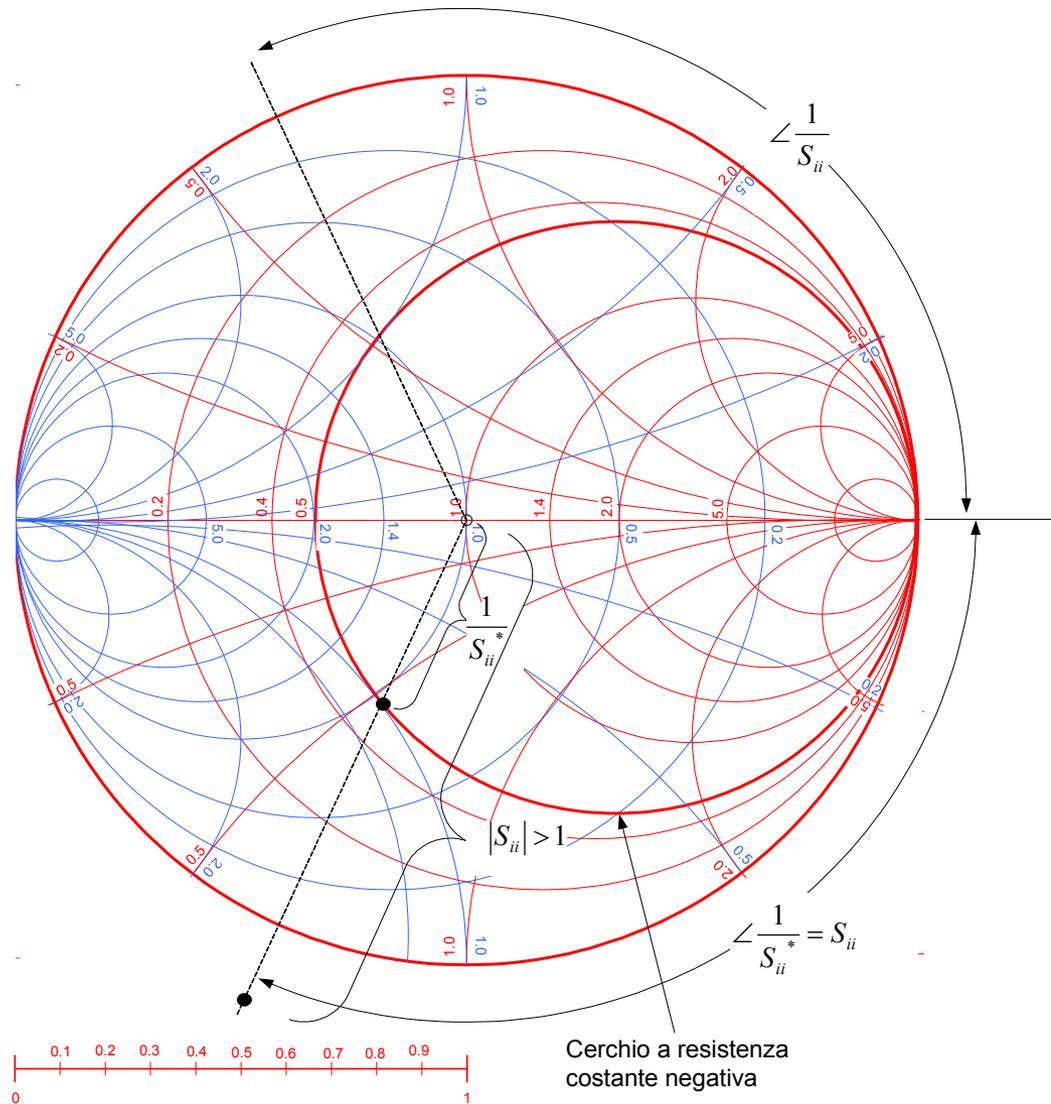
Il valore della reattanza va letto come è riportato sulla carta.



Caso di stabilità condizionata

Il cerchio a resistenza negativa costante

$$|S_{ii}| > 1$$



$$|S_{ii}| > 1$$

Per prevenire l'oscillazione sulle porte di ingresso e di uscita si deve scegliere il coefficiente di riflessione

$$\Gamma_i$$

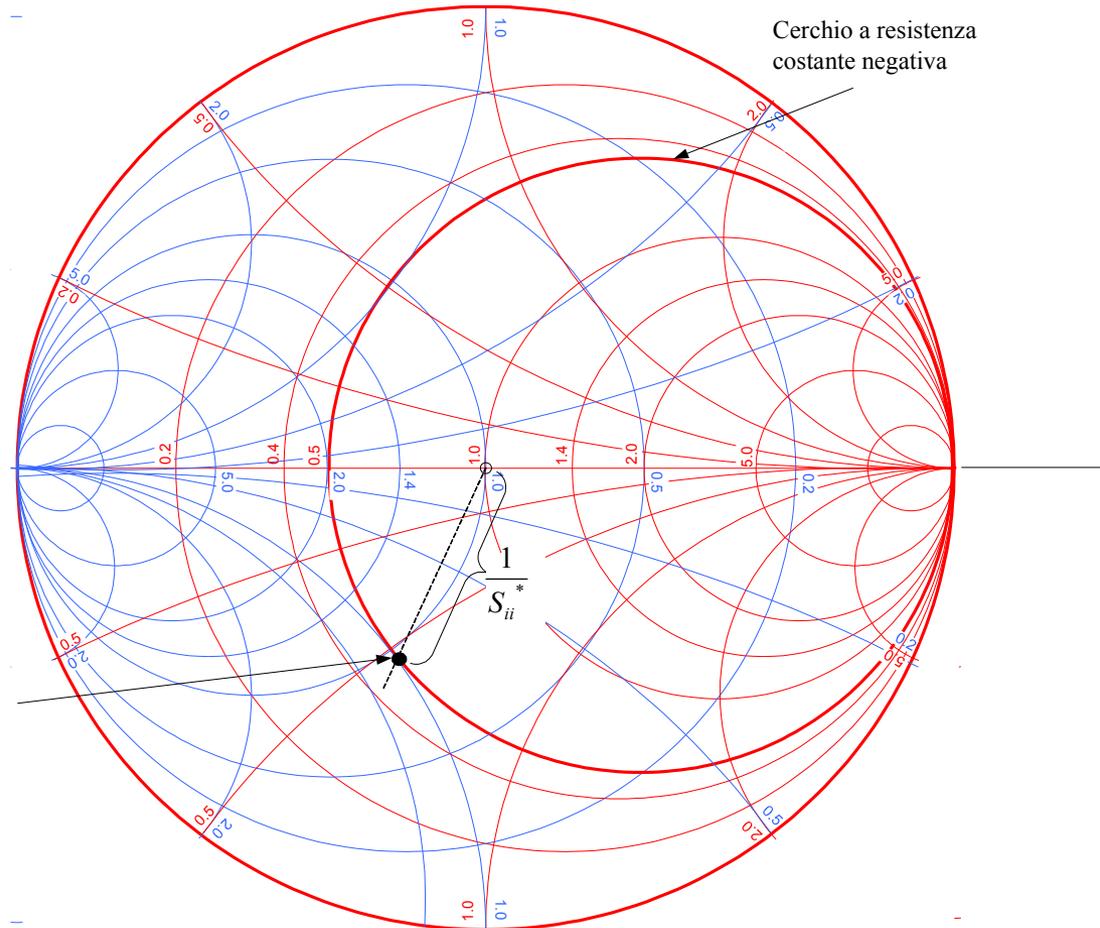
in modo che la **parte reale** delle impedenze di terminazione

$$Z_i = -R_i \pm jX_i$$

sia maggiore della **parte reale negativa** associata al punto

$$\frac{1}{S_{ii}^*}$$

$$Z_{in} = -R_{in} \pm jX_{in}$$



$$|S_{ii}| > 1$$



Quando si ha una resistenza negativa all'ingresso **la regione stabile** sarà quella dove il valore del coefficiente di riflessione della sorgente

$$\Gamma_S$$

provoca una impedenza della sorgente tale che

$$\operatorname{Re}(Z_S) > |\operatorname{Re}(Z_{in})|$$

similmente si dovrà scegliere il coefficiente di riflessione del carico

$$\Gamma_L$$

in modo da avere

$$\operatorname{Re}(Z_L) > |\operatorname{Re}(Z_{out})|$$