

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Alcuni richiami sulle relazioni del guadagno

Il guadagno di trasduzione G_T

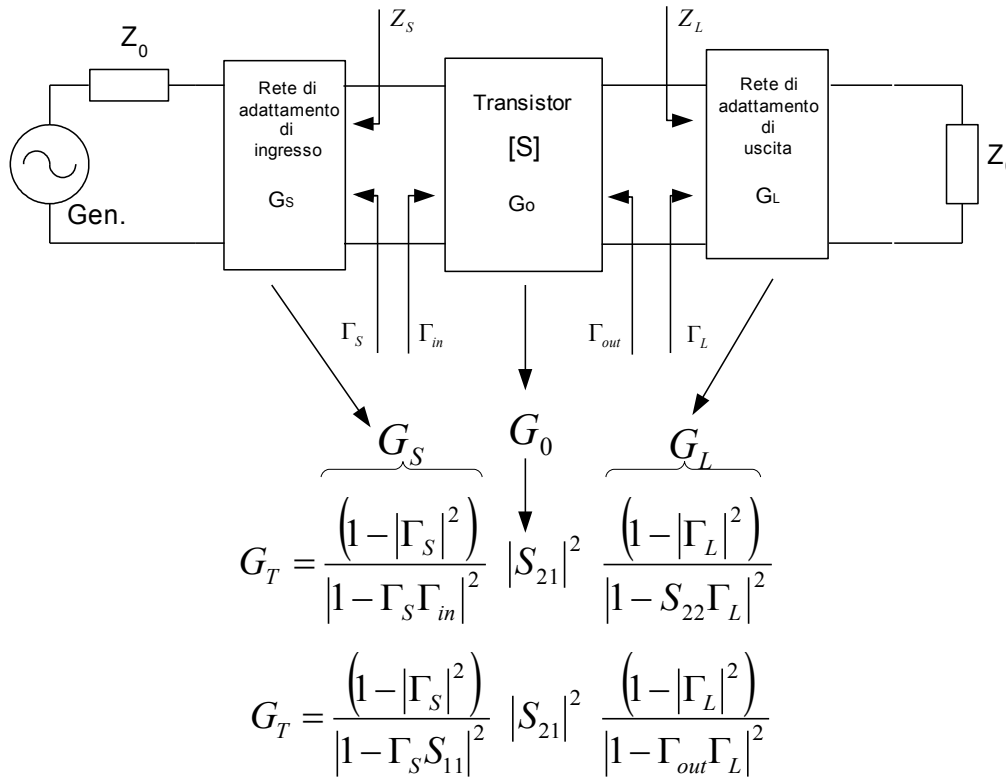


Figura 1

Il guadagno di trasduzione G_T in condizione unilaterale

Una rete a due porte si definisce unilaterale quando $S_{12} = 0$

In un transistor che lavora in condizioni di unilaterialità si ha $\Gamma_{in} = S_{11}$ e $\Gamma_{out} = S_{22}$

In queste condizioni il guadagno di trasduzione diventa,

$$G_{TU} = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2} \quad [1]$$

e viene definito come guadagno di trasduzione unilaterale.

- Il primo termine dipende dal parametro S_{11} del transistor e dal coefficiente di riflessione della sorgente Γ_S ,
- Il secondo termine $|S_{21}|^2$ dipende dal transistor,
- Il terzo termine dipende dal parametro del transistor S_{22} e dal coefficiente di riflessione del carico Γ_L .

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Come abbiamo già visto la [1] può essere vista come composta da tre termini distinti e indipendenti e quindi può essere scritta come

$$G_{TU} = G_S G_0 G_L \quad [2]$$

dove

$$G_S = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} \quad [3]$$

$$G_o = |S_{21}|^2 \quad [4]$$

$$G_L = \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2} \quad [5]$$

In questo modo un amplificatore può essere rappresentato da 3 differenti blocchi, ciascuno dei quali può rappresentare un guadagno oppure una perdita.

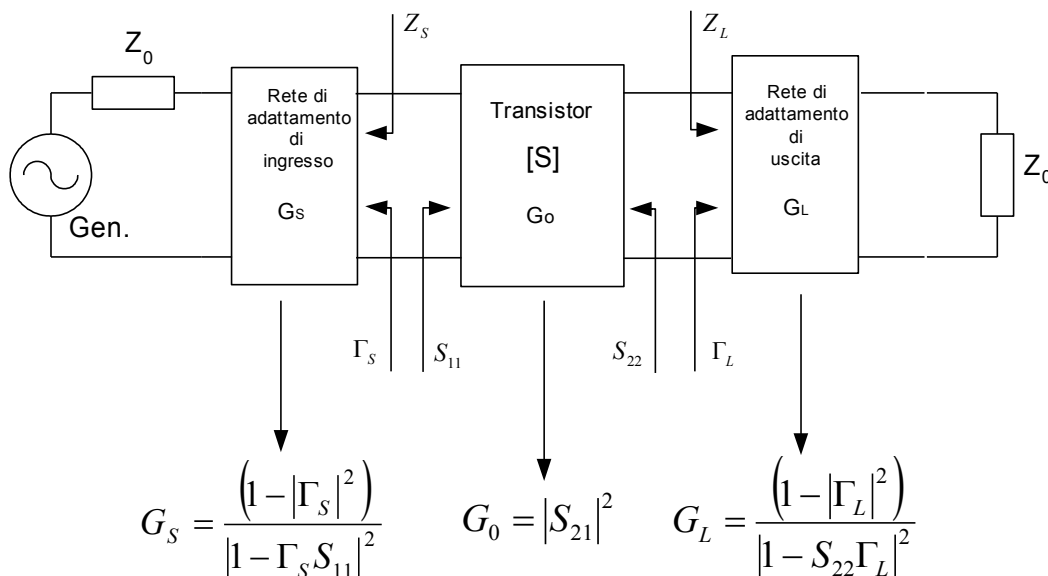


Figura 2

La rete di adattamento di ingresso determina il coefficiente di riflessione della sorgente Γ_S e di conseguenza il valore del guadagno G_S , secondo l'equazione [3]; l'elemento attivo, il transistor, definisce il guadagno $G_o = |S_{21}|^2$ [4]; la rete di adattamento di uscita determina il coefficiente di riflessione del carico Γ_L e quindi il valore del guadagno G_L , secondo l'equazione [5].

I termini G_S e G_L rappresentano il guadagno o la perdita causata dalle reti di adattamento. Il termine G_S indica il grado di adattamento fra Γ_S e S_{11} . Quantunque G_S sia un blocco funzionale composto solamente da componenti passivi esso da comunque un contributo al guadagno che può essere maggiore di uno oppure una perdita.

La ragione di questo guadagno sta nel fatto che esiste un disadattamento intrinseco fra Z_0 e S_{11} (come fra Γ_S e S_{11}). Quindi il fatto di ridurre il grado del disadattamento significa realizzare un guadagno.

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Similmente il termine G_L si riferisce alla rete di adattamento di uscita e può essere considerato come il guadagno di questo blocco funzionale.

Come già detto il termine G_0 è legato al transistor e è uguale a $G_0 = |S_{21}|^2$.

Esprimendo il guadagno in dB possiamo scrivere

$$G_{TU_dB} = G_{S_dB} + G_{0_dB} + G_{L_dB}$$

Il guadagno di trasduzione unilaterale massimo G_{TU_max}

Se si ottimizzano i coefficienti di riflessione Γ_S e Γ_L in modo da avere il massimo guadagno di G_S e di G_L si ottiene la condizione di guadagno unilaterale massimo

$$G_{TU_max}$$

Per un transistor stabile in modo incondizionato (cioè per $|S_{11}| < 1$ e per $|S_{22}| < 1$) si avranno i massimi valori di G_S e G_L quando

$$\begin{aligned}\Gamma_S &= S_{11}^* \\ \Gamma_L &= S_{22}^*\end{aligned}$$

Quindi le relazioni sul guadagno [3] e [5] diventano

$$G_S = \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2} = \frac{1 - |S_{11}^*|^2}{|1 - S_{11}^* S_{11}|^2} = \frac{1 - |S_{11}^*|^2}{|1 - |S_{11}^*|^2|^2} = \frac{1}{1 - |S_{11}^*|^2} \quad \text{e} \quad G_{S_max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2}$$

lo stesso per G_L

$$G_{L_max} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$

il guadagno totale massimo sarà $G_{TU_max} = G_{S_max} G_0 G_{L_max}$

$$G_{TU_max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1 - |S_{22}|^2}$$

[6]

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Lo schema a blocchi diventa come in figura 3

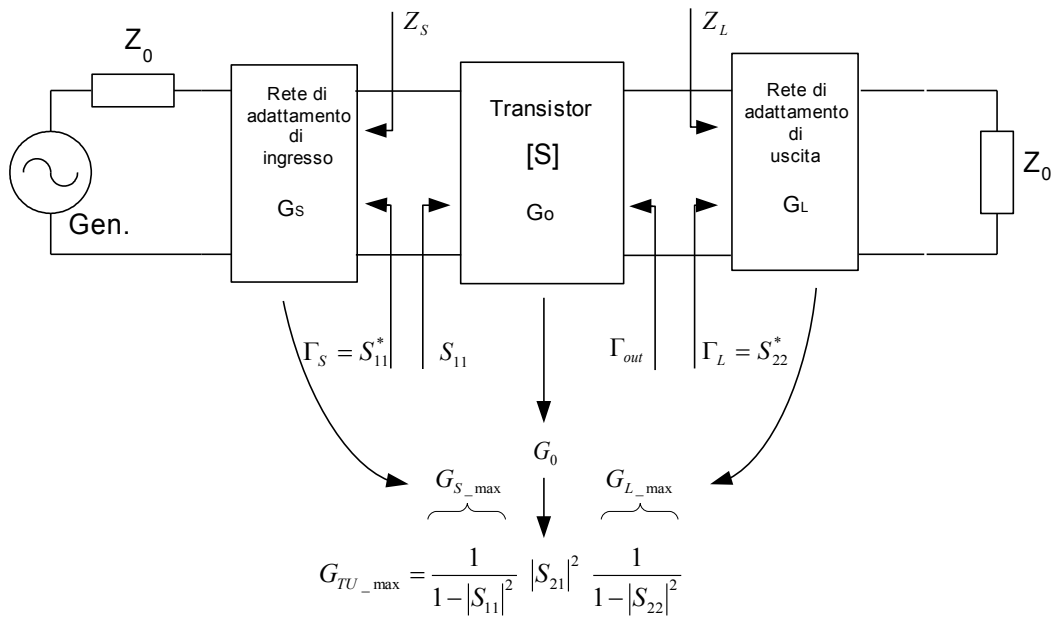


Figura 3

Da notare che nel caso della condizione unilaterale si ha che $\Gamma_{in} = S_{11}$ e $\Gamma_{out} = S_{22}$ quindi al condizione di massimo guadagno G_{TU} si ha con $\Gamma_S = S_{11}^* = \Gamma_{in}^*$ e $\Gamma_L = S_{22}^* = \Gamma_{out}^*$

In queste condizioni si avrà che il guadagno di traduzione sarà uguale al guadagno di potenza ed al guadagno disponibile:

$$G_{TU_max} = G_{PU_max} = G_{AU_max}$$

Per riassumere :

- Il guadagno di trasduzione è espresso dalle [1] e dalla [2] ,
- Il massimo guadagno di trasduzione unilaterale, condizione tale che $\Gamma_S = S_{11}^*$ e $\Gamma_L = S_{22}^*$, è espresso dalla [6].

Una presentazione più generale del guadagno delle reti di adattamento

Considerando che le espressioni di G_S [3] e di G_L [4] sono simili nella forma è possibile riscriverle in una forma più generale del tipo,

$$G_i = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2} \quad [7]$$

dove $i = S$ e $ii = 11$ oppure $i = L$ e $ii = 22$

Partendo da questa relazione generica [7] ci possono essere due condizioni :

- $|S_{ii}| < 1$, caso di stabilità incondizionata
- $|S_{ii}| > 1$, caso di stabilità condizionata o potenzialmente instabile

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Caso di stabilità incondizionata, $|S_{ii}| < 1$

Il massimo valore della [7] (per un dato valore di S_{ii}) si ottiene quando $\Gamma_i = S_{ii}^*$ e si ha

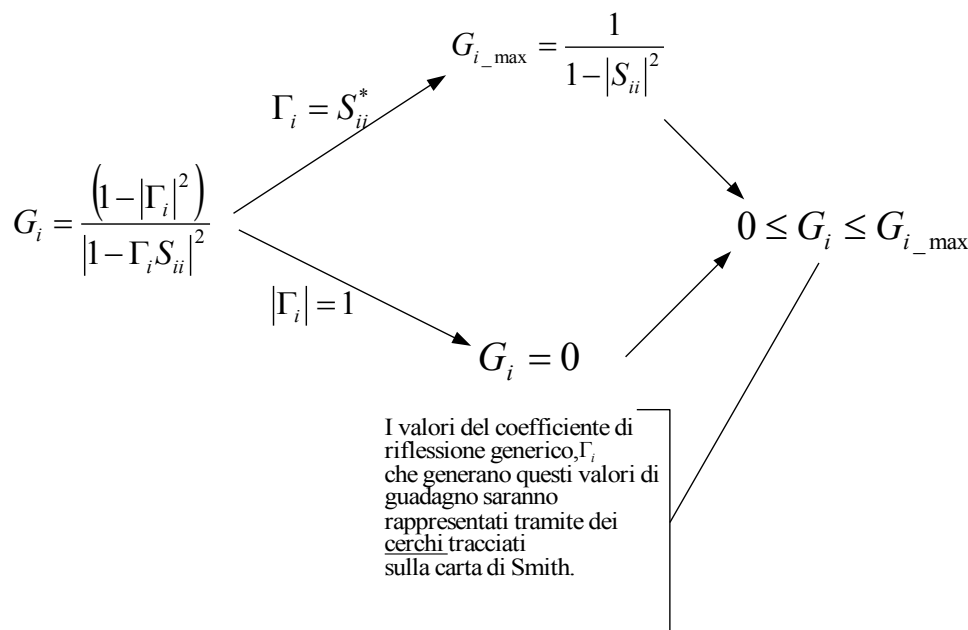
$$G_{i_max} = \frac{1}{1 - |S_{ii}|^2} \quad [8]$$

La terminazione che genera questa condizione si definisce come **terminazione ottima**.

Il guadagno espresso dalla [7] $G_i = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2}$ [7]

ha un valore minimo, che è zero, quando $|\Gamma_i| = 1$, gli altri valori saranno compresi fra zero e G_{i_max}

$$0 \leq G_i \leq G_{i_max}$$



I valori del coefficiente di riflessione generico, Γ_i , che generano questi valori del guadagno saranno rappresentati tramite dei cerchi tracciati sulla carta di Smith.

Questi cerchi tracciati sulla carta di Smith che rappresentano i valori del coefficiente di riflessione generico, Γ_i , sono chiamati **cerchi a guadagno costante** G_i ; ad esempio,

- se $i = S$ il cerchio si chiamerà **cerchio a guadagno costante** $G_{S_}$
- e altrettanto per $i = L$, il cerchio sarà definito come **cerchio a guadagno costante** $G_{L_}$

Si definisce il fattore di guadagno normalizzato $g_i = \frac{G_i}{G_{i_max}}$

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

$$g_i = \frac{G_i}{G_{i_max}} = \frac{G_i}{\frac{1}{1-|S_{ii}|^2}} = G_i(1-|S_{ii}|^2) = \frac{\frac{(1-|\Gamma_i|^2)}{|1-\Gamma_i S_{ii}|^2}}{\frac{1}{1-|S_{ii}|^2}} = \frac{(1-|\Gamma_i|^2)}{|1-\Gamma_i S_{ii}|^2} (1-|S_{ii}|^2) \quad [9]$$

per chiarezza $g_i = G_i(1-|S_{ii}|^2)$ ma anche $g_i = \frac{(1-|\Gamma_i|^2)}{|1-\Gamma_i S_{ii}|^2} (1-|S_{ii}|^2)$

essendo normalizzato il fattore di guadagno g_i avrà una gamma di variazione compresa fra 0 e 1,
 $0 \leq g_i \leq 1$

Si dimostra (vedere *Appendice D del riferimento 2*) che il valore di Γ_i che genera un valore costante di guadagno normalizzato g_i può essere rappresentato con un cerchio tracciato sul piano complesso, l'equazione del cerchio sarà la seguente: $|\Gamma_i - C_{g_i}| = r_{g_i}$ [10]

dove il centro del cerchio è dato da $C_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1-|S_{ii}|^2(1-g_i)}$ [11]

e il raggio da $r_{g_i} = \frac{\sqrt{1-g_i}(1-|S_{ii}|^{*2})}{1-|S_{ii}|^2(1-g_i)}$ [12]

Da tener presente che i cerchi a guadagno costante di ingresso G_S e di uscita G_L sono distinti in quanto si lavora in condizione di unilaterialità.

Ogni valore costante di g_i genererà un nuovo cerchio a guadagno costante G_i , i cerchi a guadagno costante G_S e G_L si possono tracciare usando le equazioni [11] e [12].

La figura che segue, mostra un cerchio a guadagno costante G_i .

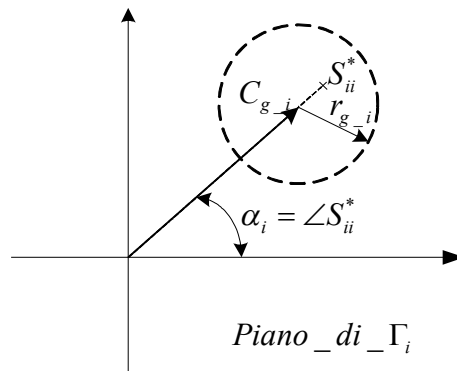


Figura 4

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

La distanza dall'origine del cerchio a G_i costante è data da $|C_{g-i}|$ (modulo della equazione [11]) mentre l'angolo α_i è la fase di C_{g-i} che coincide con la fase di S_{ii}^* .

Si osserva che se $g_i = 1$ (cioè quando $G_i = G_{i_max}$) si vede che $r_{g-i} = 0$ e che $C_{g-i} = S_{ii}^*$ (dalla [12]). Questo significa che il cerchio di massimo guadagno è rappresentato da un punto che coincide con le coordinate di S_{ii}^* .

La procedura per disegnare il cerchio a guadagno costante sulla carta di Smith delle impedenze è la seguente:

1. Individuare sulla carta di Smith Z il punto S_{ii}^* e tracciare una linea retta che passa per questo punto e per l'origine. Nel punto S_{ii}^* il guadagno è massimo e viene espresso dalla [8].
2. Decidere i valori di G_i ($0 \leq G_i \leq G_{i_max}$) per i quali essere tracciare i cerchi a guadagno costante e calcolare il corrispondente valore del guadagno normalizzato

$$g_i = \frac{G_i}{G_{i_max}}, \quad g_i = G_i (1 - |S_{ii}|^2).$$
3. Per ogni valore di g_i (dalla [11]) calcolare i valori delle coordinate dei cerchi C_{g-i} .
4. Per ogni valore di g_i (dalla [12]) calcolare i valori dei raggi dei cerchi r_{g-i} .

Il cerchio 0 dB, $G_i = 1$, passa sempre per l'origine, questo è dovuto al fatto che se si ha $G_i = 1$ significa che $\Gamma_i = 0$, dalla [9] $g_{i_0_dB} = (1 - |S_{ii}|^2)$

che dalle [11] e [12]

$$C_{g-i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \quad \text{e} \quad r_{g-i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} (1 - |S_{ii}^*|^2)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

ci da $r_{g-i_0_dB} = |C_{g-i_0_dB}| = \frac{|S_{ii}|}{1 - |S_{ii}|^2}$ che ci dice che raggio e distanza dall'origine coincidono.

Vediamo un esempio.

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Esempio 1

Un transistor BJT polarizzato con $V_{ce} = 10\text{ V}$ e $I_c = 30\text{ mA}$ ha i seguenti parametri S alla frequenza $f = 1\text{ GHz}$, i parametri sono stati misurati in un sistema con impedenza di riferimento 50 Ohm .

$$S_{11} = 0,73 \angle 175^\circ$$

$$S_{12} = 0$$

$$S_{21} = 4,45 \angle 65^\circ$$

$$S_{22} = 0,21 \angle -80^\circ$$

Calcolare:

- Calcolare la terminazione ottima.
- Calcolare i guadagni massimi G_{S_max} , G_{L_max} e G_{TU_max} in dB.
- Disegnare i cerchi a guadagno costante per alcuni valori di guadagno.
- Progettare una rete di adattamento di ingresso per $G_S = 2\text{ dB}$.

Soluzione

- a) Calcolo della terminazione ottima. (figura Es 1a)

La terminazione ottima si ottiene quando i coefficienti di riflessione si trovano nella condizione

$$\Gamma_i = S_{ii}^*, \text{ che in questo caso diventa } \Gamma_S = S_{11}^* = 0,73 \angle -175^\circ \text{ e } \Gamma_L = S_{22}^* = 0,21 \angle 80^\circ$$

Il valore dell'impedenza associata si trova con la carta di Smith, Z , in corrispondenza del valore tracciato del coefficiente di riflessione. Al valore $\Gamma_S = S_{11}^* = 0,73 \angle -175^\circ$ corrisponde una impedenza normalizzata $z_{n_S} = 0,16 - j0,045$ da cui si avrà $Z_S = 50(0,16 - j0,045) = 8 - j2,25\Omega$ con $Z_0 = 50\Omega$.

Lo stesso per $\Gamma_L = S_{22}^* = 0,21 \angle 80^\circ$ a cui corrisponde una impedenza normalizzata

$$z_{n_L} = 0,97 + j0,42 \text{ da cui si avrà } Z_L = 50(0,97 + j0,42) = 48,5 + j21\Omega \text{ con } Z_0 = 50\Omega.$$

I valori delle terminazioni ottimali sono: $Z_S = 8 - j2,25\Omega$ e $Z_L = 48,5 + j21\Omega$.

vedi fig. Figura Es 1a

- b) Calcolo di G_{S_max} , G_{L_max} e G_{TU_max} in dB.

$$G_{S_max} = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} = \frac{1}{1 - 0,73^2} = 2,14$$

$$G_{S_max_dB} = 3,3\text{ dB}$$

$$G_{L_max} = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} = \frac{1}{1 - 0,21^2} = 1,046$$

$$G_{L_max_dB} = 0,196\text{ dB}$$

$$G_0 = |S_{21}|^2 = 4,45^2 = 19,8$$

$$G_{0_dB} = 12,96\text{ dB}$$

$$G_{TU_max_dB} = G_{S_max_dB} + G_{0_dB} + G_{L_max_dB} = 3,3 + 12,96 + 0,196 = 16,47\text{ dB}$$

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

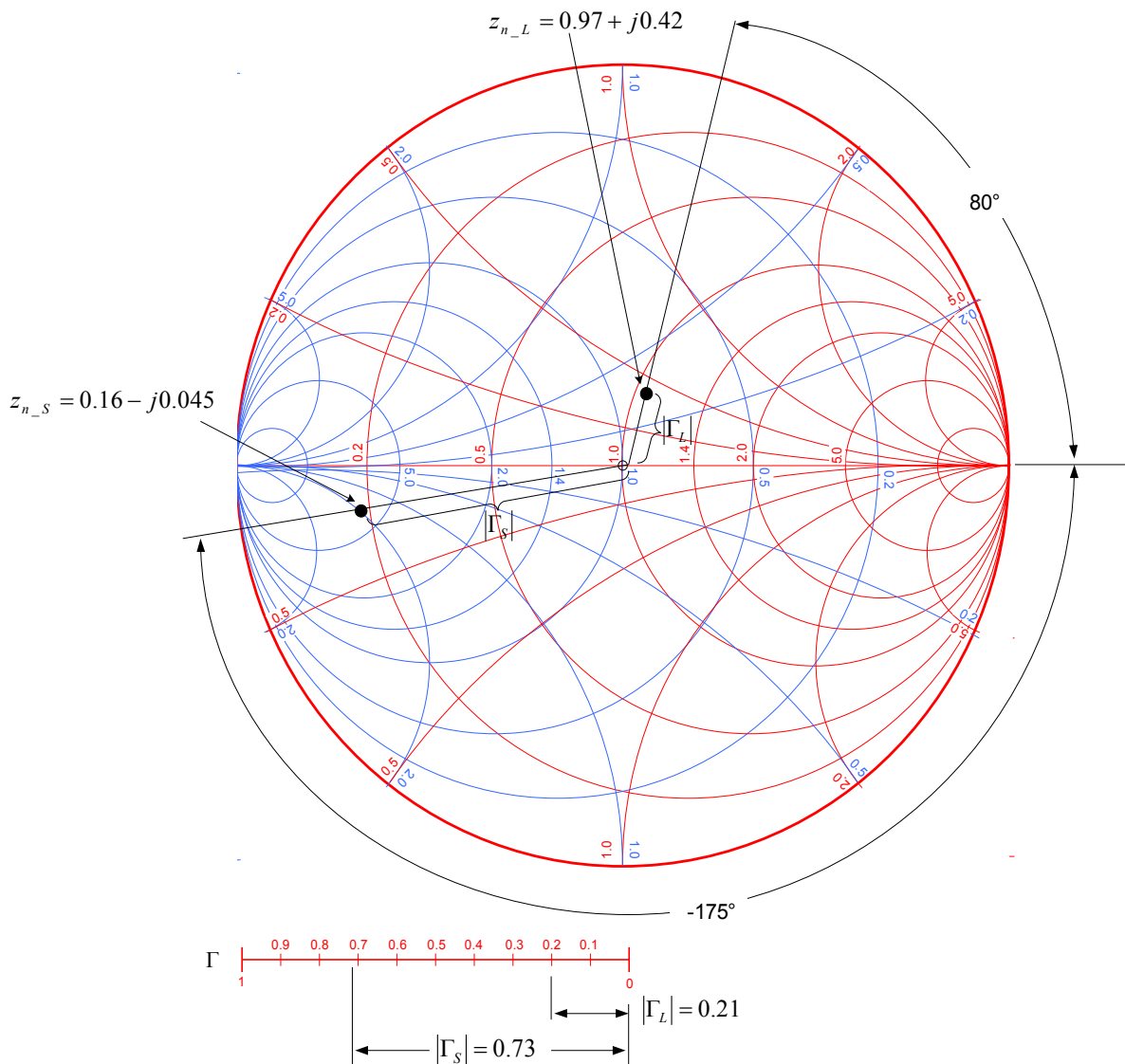


Figura Es 1a

c) Cerchi a G costante

Si devono disegnare i cerchi a guadagno costante per alcuni valori di G_S , considerando che $G_{S_max_dB} = 3,3dB$ (viene rappresentato sulla carta di Smith ZY con un punto) si fissano i valori dei cerchi in 2, 1, 0 e -1 dB.

Per comodità conviene preparare una tabella e poi riempirla via via con i valori calcolati di G_S , g_S , $|C_{gS}|$ e r_{gS} .

Si calcola per primo G_S

$$G_{S_2} = 10^{\frac{G_{S_2dB}}{10}} = 10^{\frac{2}{10}} = 1,58;$$

$$G_{S_1} = 10^{\frac{G_{S_1dB}}{10}} = 10^{\frac{1}{10}} = 1,26$$

$$G_{S_0} = 10^{\frac{G_{S_0dB}}{10}} = 10^{\frac{0}{10}} = 1$$

$$G_{S_{-1}} = 10^{\frac{G_{S_{-1}dB}}{10}} = 10^{\frac{-1}{10}} = 0,79$$

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Si calcola g_s con la relazione $g_i = G_i(1 - |S_{ii}|^2)$

$$g_{s_{-2}} = G_{s_{-2}}(1 - |S_{11}|^2) = 1,58(1 - 0,73^2) = 0,738$$

$$g_{s_{-1}} = G_{s_{-1}}(1 - |S_{11}|^2) = 1,26(1 - 0,73^2) = 0,588$$

$$g_{s_{-0}} = G_{s_{-0}}(1 - |S_{11}|^2) = 1(1 - 0,73^2) = 0,467$$

$$g_{s_{-1}} = G_{s_{-1}}(1 - |S_{11}|^2) = 0,79(1 - 0,73^2) = 0,369$$

Si calcola $|C_{gs}|$

$$C_{gs_{-2}} = \frac{g_{s_{-2}} S_{11}^*}{1 - |S_{11}|^2 (1 - g_{s_{-2}})} = \frac{0,738 \bullet 0,73 \angle -175^\circ}{1 - 0,73^2 (1 - 0,738)} = 0,625 \angle -175^\circ$$

$$|C_{gs_{-2}}| = 0,625$$

$$C_{gs_{-1}} = \frac{g_{s_{-1}} S_{11}^*}{1 - |S_{11}|^2 (1 - g_{s_{-1}})} = \frac{0,588 \bullet 0,73 \angle -175^\circ}{1 - 0,73^2 (1 - 0,588)} = 0,55 \angle -175^\circ$$

$$|C_{gs_{-1}}| = 0,55$$

$$C_{gs_{-0}} = \frac{g_{s_{-0}} S_{11}^*}{1 - |S_{11}|^2 (1 - g_{s_{-0}})} = \frac{0,467 \bullet 0,73 \angle -175^\circ}{1 - 0,73^2 (1 - 0,467)} = 0,476 \angle -175^\circ$$

$$|C_{gs_{-0}}| = 0,476$$

$$C_{gs_{-1}} = \frac{g_{s_{-1}} S_{11}^*}{1 - |S_{11}|^2 (1 - g_{s_{-1}})} = \frac{0,369 \bullet 0,73 \angle -175^\circ}{1 - 0,73^2 (1 - 0,369)} = 0,406 \angle -175^\circ$$

$$|C_{gs_{-1}}| = 0,406$$

Si calcola il raggio r_{gs}

$$r_{gs_{-2}} = \frac{\sqrt{1 - g_{s_{-2}}} (1 - |S_{11}^*|^2)}{1 - |S_{11}|^2 (1 - g_{s_{-2}})} = \frac{\sqrt{1 - 0,738} (1 - 0,73^2)}{1 - 0,73^2 (1 - 0,738)} = 0,2779$$

$$r_{gs_{-1}} = \frac{\sqrt{1 - g_{s_{-1}}} (1 - |S_{11}^*|^2)}{1 - |S_{11}|^2 (1 - g_{s_{-1}})} = \frac{\sqrt{1 - 0,588} (1 - 0,73^2)}{1 - 0,73^2 (1 - 0,588)} = 0,384$$

$$r_{gs_{-0}} = \frac{\sqrt{1 - g_{s_{-0}}} (1 - |S_{11}^*|^2)}{1 - |S_{11}|^2 (1 - g_{s_{-0}})} = \frac{\sqrt{1 - 0,467} (1 - 0,73^2)}{1 - 0,73^2 (1 - 0,467)} = 0,476$$

$$r_{gs_{-1}} = \frac{\sqrt{1 - g_{s_{-1}}} (1 - |S_{11}^*|^2)}{1 - |S_{11}|^2 (1 - g_{s_{-1}})} = \frac{\sqrt{1 - 0,369} (1 - 0,73^2)}{1 - 0,73^2 (1 - 0,369)} = 0,559$$

$$G_{S_costante_dB} \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad -1$$

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

G_S	1,58	1,26	1	0,79
g_S	0,738	0,588	0,467	0,369
$ C_{gS} $	0,625	0,55	0,476	0,406
r_{gS}	0,278	0,384	0,476	0,559

Con questi valori si possono tracciare i cerchi di guadagno costante , vedi figura Es 1 c

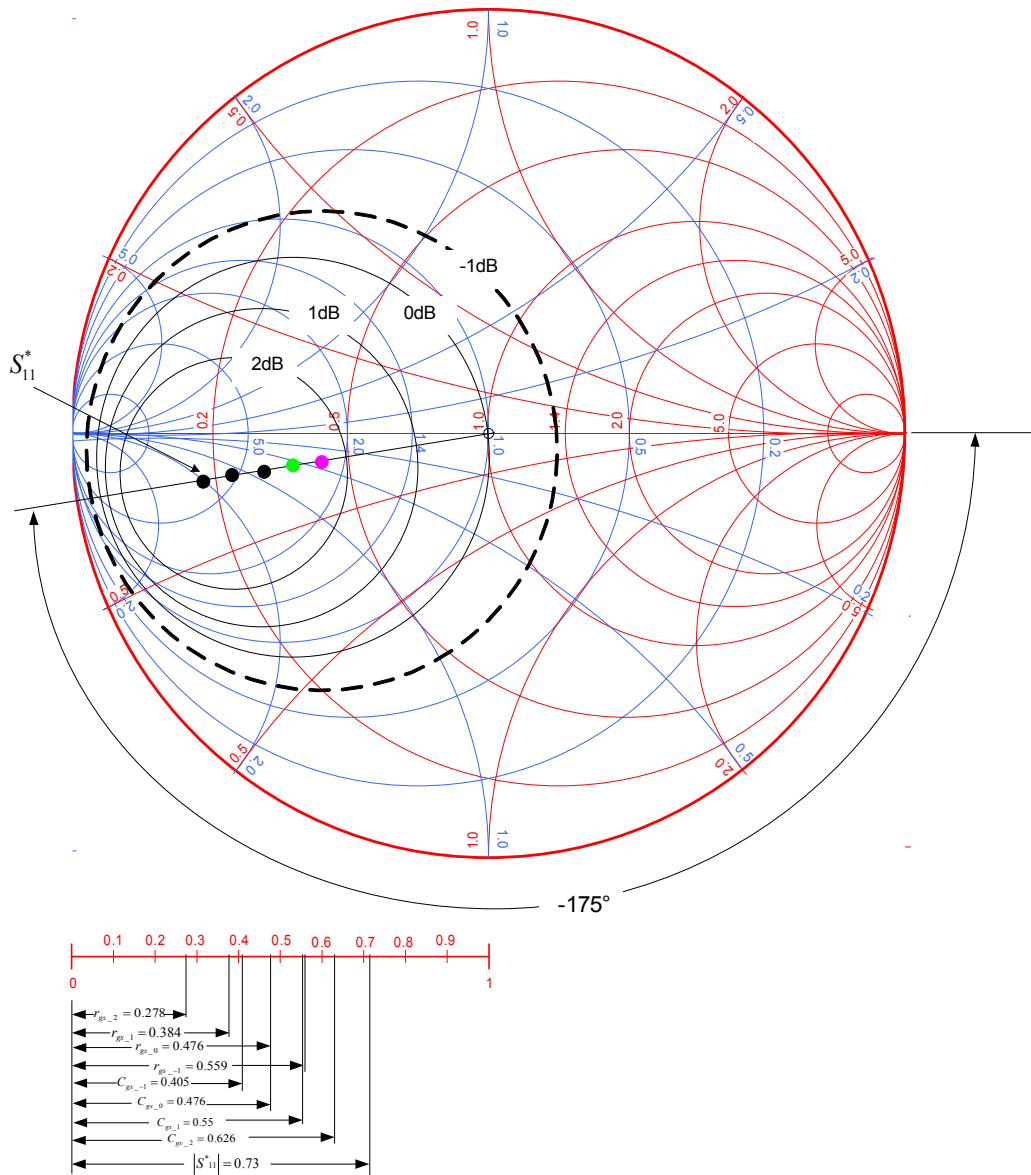


Figura Es 1c

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

d) Progetto della rete di ingresso per $G_S = 2dB$

La rete di adattamento di ingresso deve avere un guadagno, $G_S = 2dB$, il che significa che l'impedenza che la rete deve presentare al transistor, Z_S , deve stare sul cerchio a guadagno costante 2 db. Sarà quindi sufficiente scegliere un punto qualsiasi sul cerchio, si sceglie il punto A che corrisponde ad una impedenza normalizzata $z_{n_S} = 0,42 + j0,1$ e ad un coefficiente di riflessione $\Gamma_S = 0,41\angle 166^\circ$.

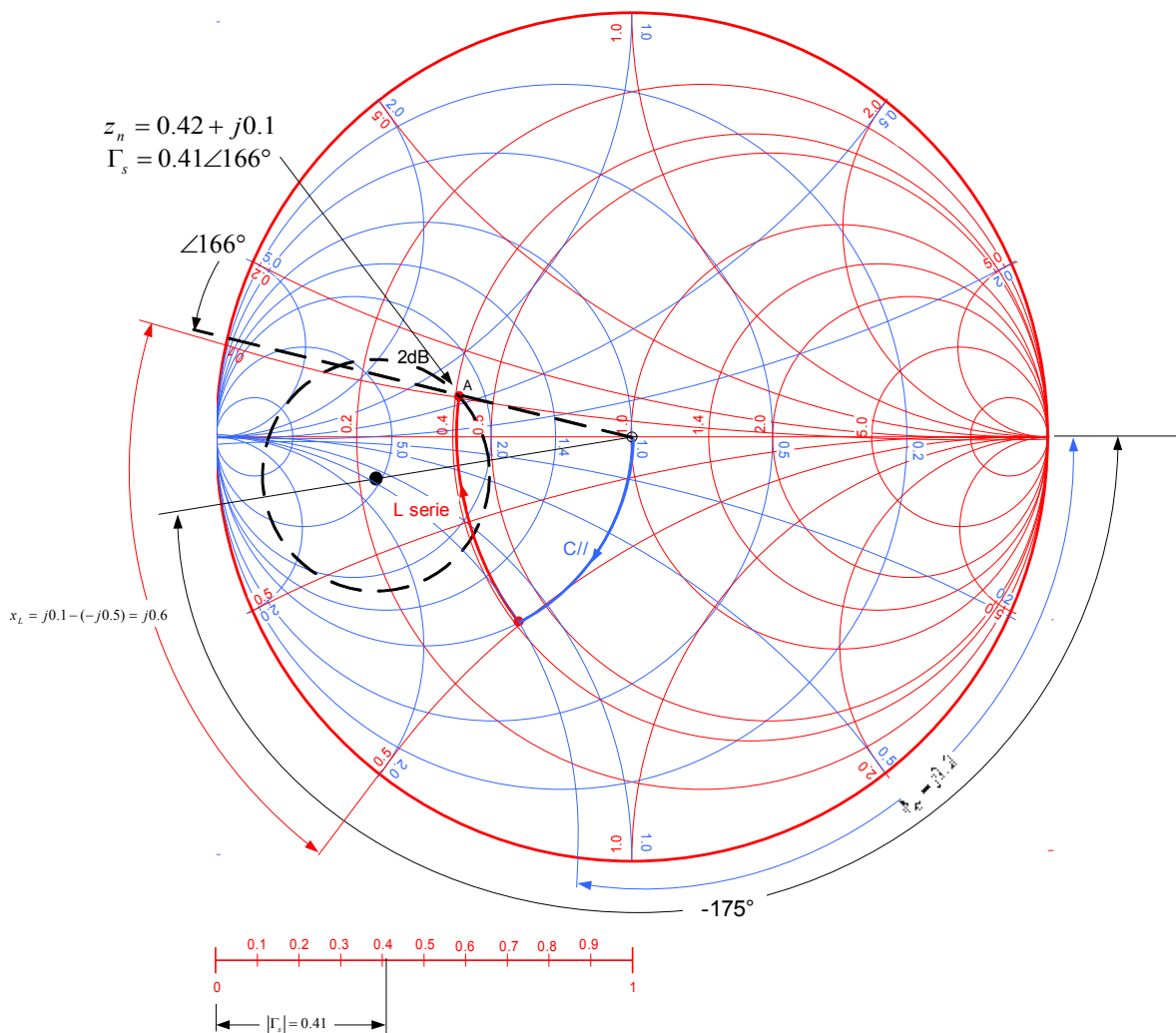


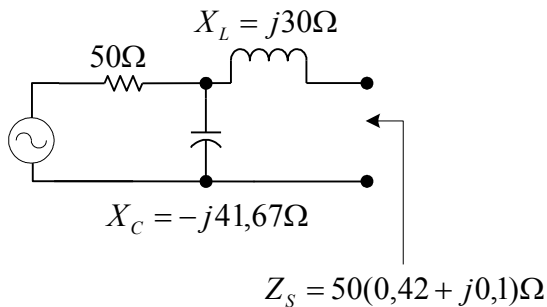
Figura Es 1 d

I valori della rete di adattamento si ricavano in modo grafico, figura Es 1 d. tramite la carta di Smith ZY, si parte dal valore di z_{n_0} e si arriva a $z_{n_S} = 0,42 + j0,1$ in due passaggi aggiungendo una suscettanza normalizzata capacitiva in parallelo al generatore, $b_C = j1,2$, e in serie una reattanza normalizzata induttiva, $x_L = j0,1 - (-j0,5) = j0,6$.

I valori non normalizzati saranno:

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

$$X_C = \frac{1}{jb_C} 50 = -j \frac{1}{1,2} 50 = -j41,67\Omega \quad \text{e} \quad X_L = j0,6 \cdot 50 = j30\Omega$$



In queste condizioni si avrà $G_S = 2dB$ $G_{L_max_dB} = 0,196dB$ e $G_{0_dB} = 12,96dB$

il guadagno totale massimo sarà quindi

$$G_{TU_max_dB} = G_{S_2} + G_{0_dB} + G_{L_max_dB} = 2 + 12,96 + 0,196 = 15,16dB$$

0000

Caso di stabilità condizionata, $|S_{ii}| > 1$

In queste condizioni è possibile, con terminazione passiva, avere delle condizioni di guadagno,

$$G_i, \text{ infinito} \quad G_i = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2}$$

Un guadagno, G_i , infinito potrà essere generato da un particolare valore del coefficiente di riflessione, Γ_i (Nota 1). Questo valore di Γ_i viene chiamato **valore critico** e si indica con Γ_{i_c} ed è dato dalla relazione

$$\Gamma_{i_c} = \frac{1}{S_{ii}} \quad [13]$$

Questa relazione ci dice che la parte reale dell'impedenza associata a Γ_{i_c} è uguale al valore della resistenza negativa (parte reale) associata a S_{ii} (Nota 2). In queste condizioni l'amplificatore può oscillare, si ha $G_i = \infty$.

Vediamo il guadagno normalizzato dato dalla relazione [9]

$$g_i = \frac{G_i}{G_{1_max}} = G_i (1 - |S_{ii}|^2) = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2} (1 - |S_{ii}|^2)$$

con $|S_{ii}| > 1$ si potranno raggiungere valori di g_i negativi.

La costruzione dei cerchi a guadagno costante si farà come nel caso precedente di stabilità incondizionata, $|S_{ii}| < 1$.

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

$$C_{g-i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)} \quad \text{e} \quad r_{g-i} = \frac{\sqrt{1 - g_i} (1 - |S_{ii}^*|^2)}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$$

La condizione di guadagno $G_i = \infty$ si verifica se $\Gamma_i = \Gamma_{i-c} = \frac{1}{S_{ii}}$.

Poiché l'argomento delle coordinate del centro del cerchio, C_{g-i} , $C_{g-i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1 - |S_{ii}|^2 (1 - g_i)}$ è dato da $\angle S_{ii}^*$ ed è uguale all'argomento di $\frac{1}{S_{ii}}$ si ha che il centro del cerchio si trova sulla linea che va dall'origine a $\frac{1}{S_{ii}}$.

(Nota 3. Se $S_{ii} = R \angle \Theta$ il suo complesso coniugato sarà $S_{ii}^* = R \angle -\Theta$. Il reciproco di $S_{ii} = R \angle \Theta$ è $\frac{1}{S_{ii}} = \frac{1}{R \angle \Theta} = \frac{1}{R} \angle -\Theta$.

Quindi il complesso coniugato di S_{ii} ed il suo reciproco hanno lo stesso argomento).

Il valore della resistenza negativa associata a S_{ii} , dove $|S_{ii}| > 1$, può essere calcolato tracciando il punto $\frac{1}{S_{ii}^*}$ sulla carta di Smith e interpretando il cerchio su cui giace (questo punto) come un cerchio a resistenza costante negativa. La reattanza va letta come è scritta sulla carta. (Appendice A)

Per prevenire l'oscillazione sulle porte di ingresso e di uscita si deve scegliere il coefficiente di riflessione Γ_i in modo che la parte reale delle impedenze di terminazione sia maggiore della parte reale negativa associata al punto $\frac{1}{S_{ii}^*}$.

Quando si ha una resistenza negativa all'ingresso la regione stabile sarà quella dove il valore del coefficiente di riflessione della sorgente Γ_s provoca una impedenza della sorgente tale che $\text{Re}(Z_s) > |\text{Re}(Z_{in})|$. Similmente, quando si avrà una resistenza negativa all'uscita, si dovrà scegliere il coefficiente di riflessione del carico Γ_L in modo da avere $\text{Re}(Z_L) > |\text{Re}(Z_{out})|$

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Esempio 2

I parametri S di un transistor a 1 GHz e misurati in un sistema a 50 Ohm sono:

$$S_{11} = 2,27 \angle -120^\circ$$

$$S_{12} = 0$$

$$S_{21} = 4 \angle 50^\circ$$

$$S_{22} = 0,6 \angle -80^\circ$$

- α) Calcolare l'impedenza di ingresso e la terminazione ottima di uscita
- β) Determinare sulla carta di Smith la regione di instabilità e costruire il cerchio guadagno costante per $G_s = 5dB$ e $G_s = 3dB$.
- χ) Fissare il punto sulla carta di Smith, per poter progettare la rete di adattamento di ingresso, per un guadagno di 3 dB, tenendo conto di lavorare nelle massime condizioni di stabilità.
- δ) Calcolare il G_{TU} in dB.

Soluzione

a) Calcolo dell'impedenza di ingresso

Il punto corrispondente a $S_{11} = 2,27 \angle -120^\circ$ non può essere tracciato sulla carta di Smith in quanto $|S_{11}| = 2,27 > 1$. Potrebbe essere tracciato sulla carta di Smith compressa, ma dovendo usare la carta di Smith normale è necessario tracciare il punto $\frac{1}{S_{11}^*}$ al quale corrisponde il coefficiente di riflessione

di ingresso $\Gamma_{in} = \frac{1}{S_{11}^*}$ essendo $S_{11}^* = 2,27 \angle 120^\circ$ si avrà $\Gamma_{in} = \frac{1}{2,27 \angle 120^\circ} = 0,44 \angle -120^\circ$

In corrispondenza del punto tracciato si legge il valore della impedenza di ingresso associata $z_{n_in} = 0,49 - j0,46$ valore che si può anche calcolare tramite la

$$z_{n_in} = \frac{1 + \Gamma_{in}}{1 - \Gamma_{in}} = \frac{1 + 0,44 \angle -120^\circ}{1 - 0,44 \angle -120^\circ} = 0,6793 \angle -43,38^\circ = 0,4937 - j0,4666$$

Considerando che il S_{11} in modulo è >1 il valore della parte reale dell'impedenza normalizzata

corrispondente al $\Gamma_{in} = \frac{1}{S_{11}^*}$ va letto come un valore negativo, per cui si avrà

$$z_{n_in} = -0,4937 - j0,4666 \text{ da cui}$$

$$Z_{in} = 50 \bullet z_{n_in} = 50(-0,4937 - j0,4666) \cong (-25 - j23) \Omega$$

La terminazione ottima di uscita si avrà quando $\Gamma_L = S_{22}^*$ quindi per $\Gamma_L = 0,6 \angle 80^\circ$.

b) Determinare sulla carta di Smith la regione instabile e si costruiscono i cerchi a guadagno costante per $G_{s_dB} = 5dB$ e $G_{s_dB} = 3dB$.

Dipenderà dal circuito di ingresso in quanto è $|S_{11}| > 1$. Sarà stabile la regione dove il coefficiente di riflessione della sorgente, Γ_s , provoca una impedenza di ingresso della sorgente tale che

$$\text{Re}(Z_s) > |\text{Re}(Z_{in})|$$

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

viceversa sarà instabile la regione dove al coefficiente di riflessione della sorgente, Γ_s , corrisponde

$$\operatorname{Re}(Z_s) < |\operatorname{Re}(Z_{in})|$$

L'area di instabilità corrisponderà a quella parte della carta di smith dove i valori della parte reale della impedenza della sorgente

$$\operatorname{Re}(Z_s)$$

sono inferiori al valore assoluto della parte reale della impedenza di ingresso Z_s

$$z_{n_in} = -0,4937 - j0,4666 \quad \text{cioè} \quad \operatorname{Re}(Z_s) < |-0,4937|$$

Vedi le: Figura 1 Es 2 b, Figura 2 Es 2 b e (in Nota 4) Figura 3 Es 2b .

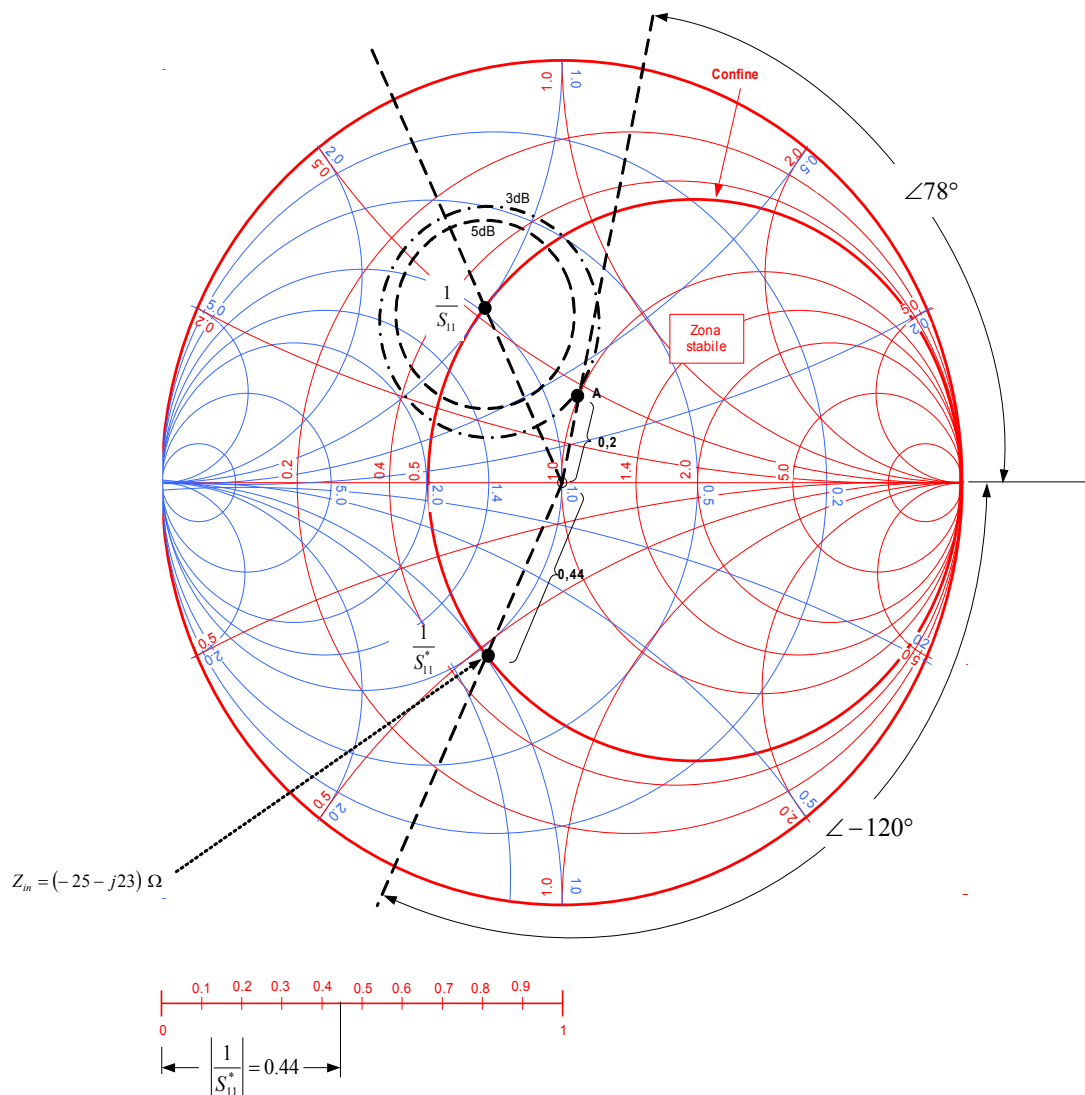


Figura 1 Es 2 b

Il cerchio a resistenza costante normalizzata 0,49 definisce il confine fra l'area di instabilità e quella di stabilità.

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Al punto A, figura Es 2 b, corrisponde un coefficiente di riflessione di $\Gamma_s = 0,2 \angle 78^\circ$ che equivale ad una impedenza normalizzata $z_{n_a} = 1 + j0,4$ ovvero $Z_A = 50(1 + j0,4) = (50 + j20)\Omega$

essendo $Z_{in} = (-25 - j23)\Omega$ si vede che si avrà che $R_e(Z_s) = 50$ e che $R_e(Z_{in}) = -25$

si verifica la condizione che $\text{Re}(Z_s) > |\text{Re}(Z_{in})|$ quindi il circuito sarà stabile.

Per realizzare l'adattamento sarà sufficiente inserire una induttanza in serie, tale che graficamente colleghi il centro della carta di Smith al punto A, il valore della reattanza normalizzata sarà $x_{L_n} = 0,4$

d) Si calcola il G_{TU} in dB.

$$G_{S_dB} = 3dB$$

$$G_L = \frac{1}{1 - |S_{22}|^2} = \frac{1}{1 - 0,6^2} = 1,56 \Rightarrow G_{L_dB} = 1,93dB$$

$$G_0 = |S_{21}|^2 = 4^2 = 16 \Rightarrow G_{0_dB} = 12,04dB$$

$$G_{TU_dB} = 3 + 12,04 + 1,93 = 16,97dB$$

Nota 1

$$\text{Dalla } G_i = \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)}{|1 - \Gamma_i S_{ii}|^2}$$

si vede che $G_i = \infty$ se il denominatore è uguale a 0, cioè se $1 - \Gamma_i S_{ii} = 0$ quindi se $\Gamma_{i_c} = \frac{1}{S_{ii}}$.

Nota 2

Rappresentazione sulla carta di Smith di coefficienti di riflessioni con modulo maggiore di 1. Ad esempio se un coefficiente di riflessione $\Gamma = 2,236 \angle 26,56^\circ$ si traccia sulla carta di Smith il reciproco del suo complesso coniugato

$$\frac{1}{\Gamma^*} = \frac{1}{2,236 \angle -26,56^\circ} = 0,447 \angle 26,56^\circ$$

la cui corrispondente impedenza normalizzata letta sulla carta di Smith sarà $z_n = 2 + j1$

ma che dovrà essere letta con la parte reale negativa, cioè $z_n = -2 + j1$

infatti se da questa impedenza ricaviamo il coefficiente di riflessione si ottiene

$$\Gamma = \frac{z_n - 1}{z_n + 1} = \frac{(-2 + j1) - 1}{(-2 + j1) + 1} = 2,236 \angle 26,56^\circ \quad \text{che è il valore di partenza.}$$

Nota 3.

Se $S_{ii} = R \angle \Theta$ il suo complesso coniugato sarà $S_{ii}^* = R \angle -\Theta$. Il reciproco di $S_{ii} = R \angle \Theta$ è

$\frac{1}{S_{ii}} = \frac{1}{R \angle \Theta} = \frac{1}{R} \angle -\Theta$. Quindi il complesso coniugato di S_{ii} ed il suo reciproco hanno lo stesso argomento.

Appunti sul guadagno di un amplificatore a RF Cerchi a guadagno costante

Nota 4

NAME	TITLE	DWG. NO.
SMITH CHART FORM ZY-01-N	Cerchi a guadagno costante	Esempio 2
	COLOR BY J. COLVIN, UNIVERSITY OF FLORIDA, 1997	DATE
		figura 36 cost

NORMALIZED IMPEDANCE AND ADMITTANCE COORDINATES

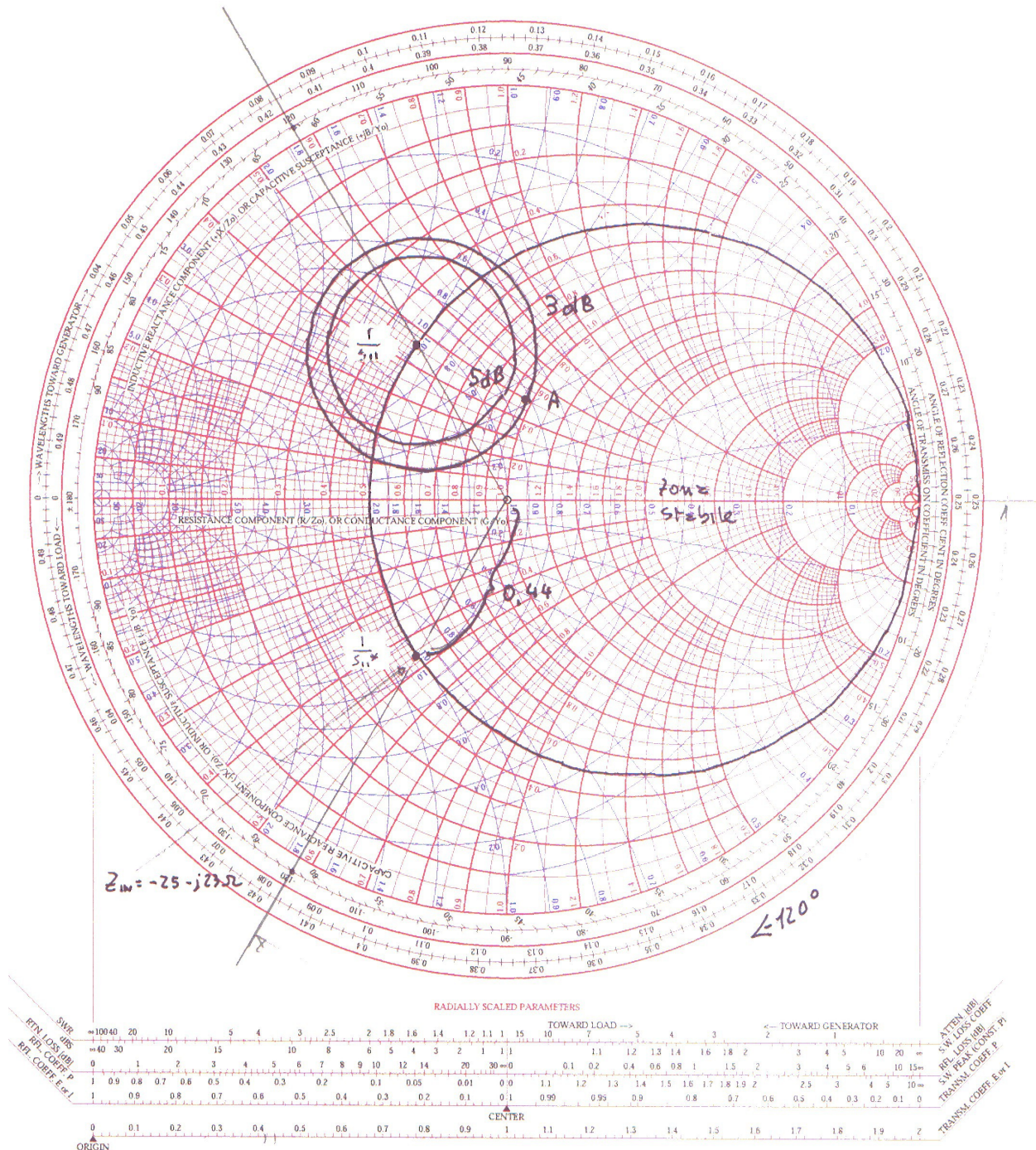
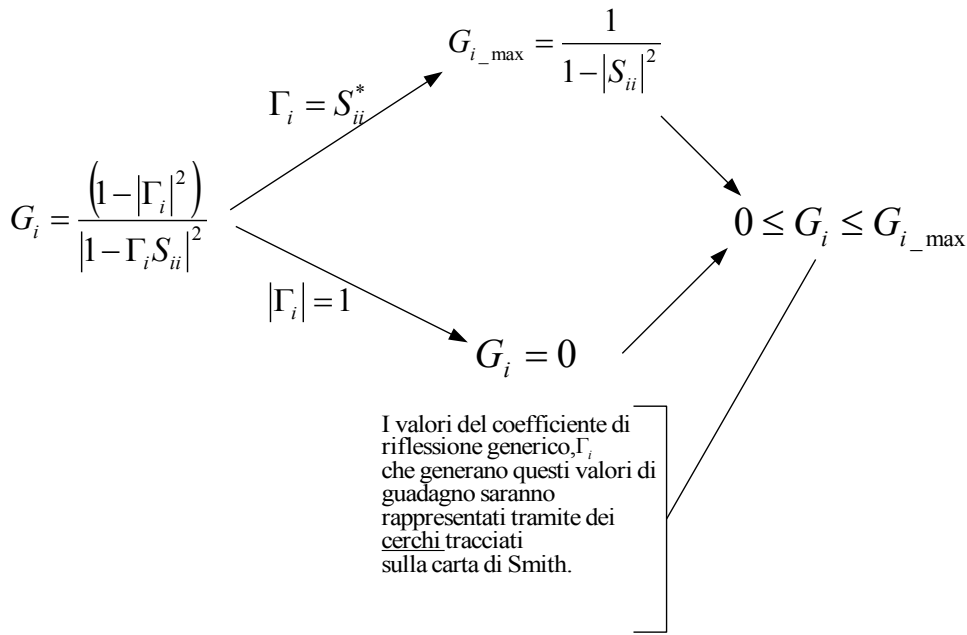


Figura 3 Es 2b

Formulario degli appunti relativi ai cerchi a guadagno costante

$$G_{TU} = \frac{(1-|\Gamma_S|^2)}{|1-\Gamma_S S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{(1-|\Gamma_L|^2)}{|1-S_{22}\Gamma_L|^2}$$

$$G_{TU_max} = \frac{1}{1-|S_{11}|^2} |S_{21}|^2 \frac{1}{1-|S_{22}|^2}$$



$$g_i = \frac{G_i}{G_{i_max}} = \frac{G_i}{\frac{1}{1-|S_{ii}|^2}} = G_i (1-|S_{ii}|^2) = \frac{(1-|\Gamma_i|^2)}{\frac{1}{1-|S_{ii}|^2}} = \frac{(1-|\Gamma_i|^2)}{|1-\Gamma_i S_{ii}|^2} (1-|S_{ii}|^2)$$

$$C_{g_i} = \frac{g_i S_{ii}^*}{1-|S_{ii}|^2 (1-g_i)} \quad r_{g_i} = \frac{\sqrt{1-g_i} (1-|S_{ii}^*|^2)}{1-|S_{ii}|^2 (1-g_i)}$$

Appendice A

Alcuni richiami sulle carta di Smith ($|\Gamma| > 1$)

Le impedenze che hanno la parte reale negativa sono associate ad un coefficiente di riflessione maggiore di 1

$$Z = -R \pm jX \rightarrow |\Gamma| > 1$$

e quindi si possono rappresentare solamente all'esterno della carta di Smith.

In questi casi si può usare la carta di Smith compressa (Figura 1) che include una regione in cui è possibile rappresentare le impedenze con valore reale negativo.

Il raggio della carta di Smith compressa è di 3,16.

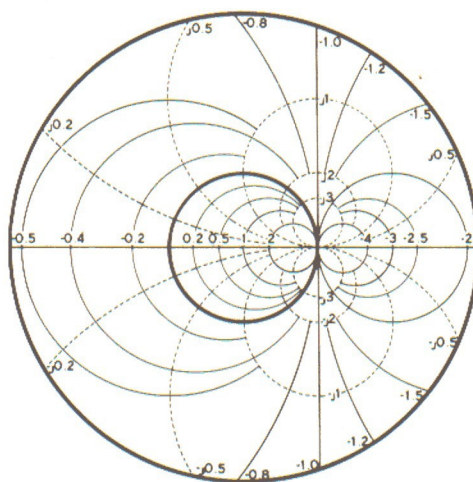


Figura 1

Un'alternativa a questo tipo di rappresentazione delle impedenze con parte reale negativa e quindi con associato un coefficiente di riflessione $|\Gamma| > 1$, è quella di tracciare sulla carta di Smith il punto corrispondente al reciproco del coefficiente di riflessione $\frac{1}{\Gamma}$

Questa rappresentazione ha l'inconveniente di non conservare il valore dell'angolo (figura 2); ad esempio se si traccia un punto corrispondente ad un'impedenza induttiva questa viene rappresentata come capacitiva.

Se invece si traccia il punto corrispondente al reciproco del complesso coniugato del coefficiente di riflessione $\frac{1}{\Gamma^*}$ il valore dell'angolo viene mantenuto (figura 2). Si deve considerare il cerchio delle resistenze, sui cui giace il punto, come un cerchio a resistenza negativa.

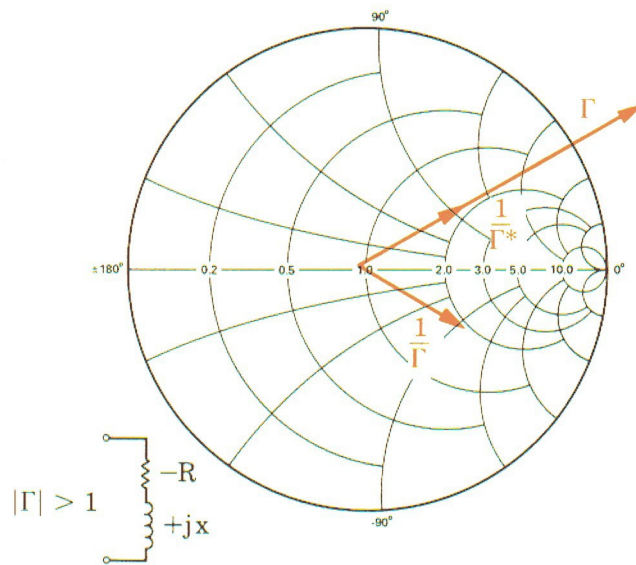


Figura 2

Vediamo un esempio.

Trovare l'impedenza il cui coefficiente di riflessione è $\Gamma = 2,236 \angle 26,56^\circ$.

Soluzione

Si traccia sulla carta di Smith il punto $\frac{1}{\Gamma^*}$

$$\frac{1}{\Gamma^*} = \frac{1}{2,236 \angle -26,56^\circ} = 0,4472 \angle 26,56^\circ$$

in corrispondenza del punto appena tracciato si legge il valore normalizzato dell'impedenza, che sarà $z_n = -2 + j1$ (si riporta la parte reale con il segno meno in quanto $|\Gamma| > 1$).

Per una verifica si ricalcola il coefficiente di riflessione Γ

$$\Gamma = \frac{z_n - 1}{z_n + 1}$$

$$\Gamma = \frac{(-2 + j1) - 1}{(-2 + j1) + 1} = \frac{-3 + j1}{-1 + j1} = \frac{3,1623 \angle 161,56^\circ}{1,4142 \angle 135^\circ} = 2,236 \angle 26,56^\circ$$

$$\frac{1}{\Gamma^*} = \Gamma_1 = \frac{(2 + j1) - 1}{(2 + j1) + 1} = \frac{1 + j1}{3 + j1} = \frac{1,4142 \angle 45^\circ}{3,1623 \angle 18,43^\circ} = 0,4472 \angle 26,56^\circ$$

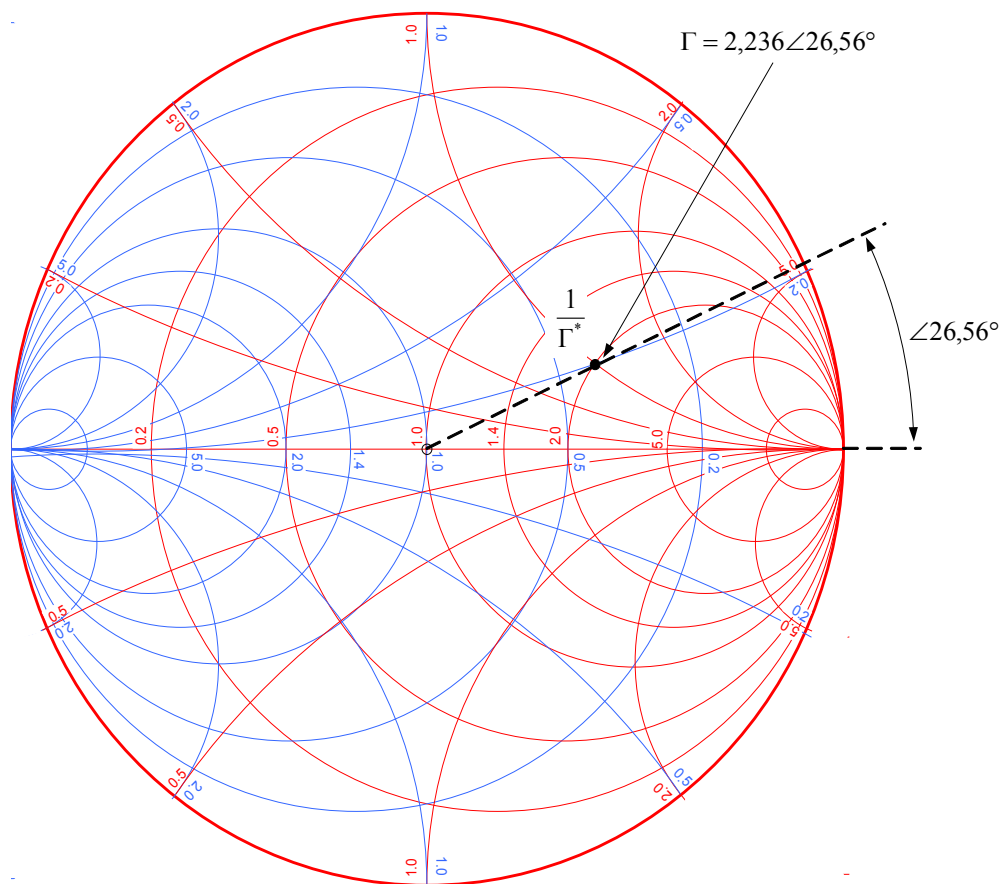


Figura Es 1

Il valore dell'impedenza sarà $Z = 50(-2 + j1) = -100 + j50$.

Riferimenti

1. David M. Pozar, *Microwave Engineering*, Second Edition, Wiley (capitolo 11)
2. Guillermo Gonzalez, *Microwave Transistor Amplifier, Analysis & Design*. Second Edition, Prentice Hall.