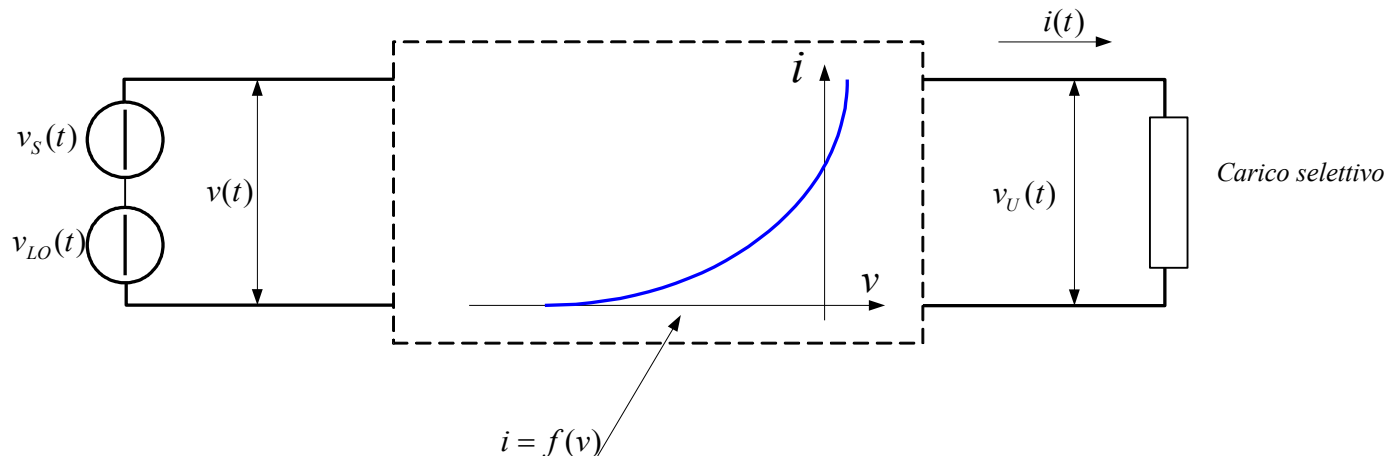


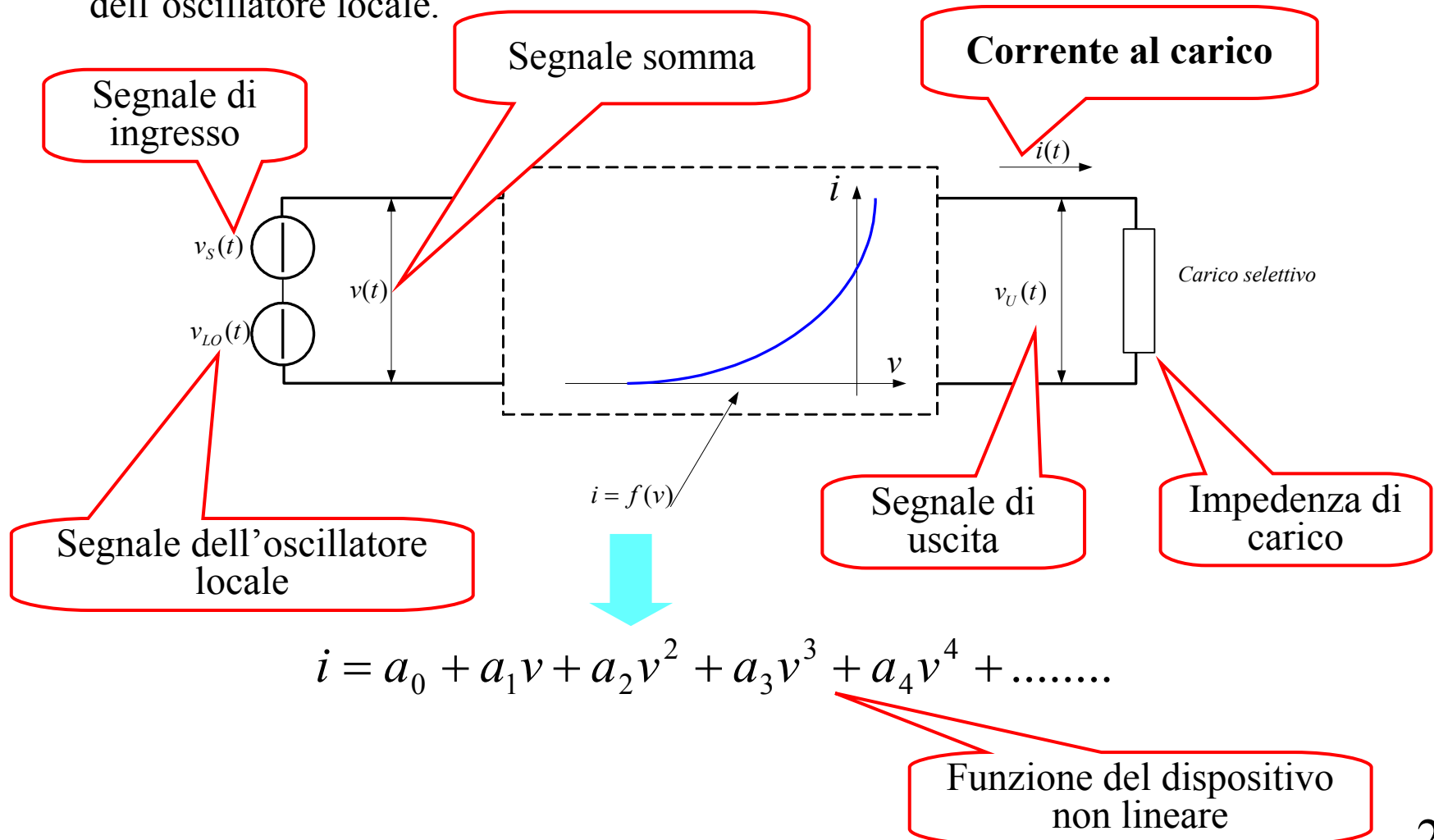
Elettronica per le telecomunicazioni AA 2014 - 2015

Il mixer a legge quadratica



Il mixer a legge quadratica

Un metodo per realizzare un mixer consiste nell'applicare ad un dispositivo **non lineare** un segnale ottenuto dalla **somma** del segnale originario e dell'oscillatore locale.



Il mixer a legge quadratica

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + a_3 v^3 + a_4 v^4 + \dots$$

Prendendo in considerazione solamente i termini fino al secondo ordine



$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2$$

La mescolazione può essere considerata a “**legge quadratica**”

Se la tensione di ingresso è la somma delle due tensioni sinusoidali dovute al segnale ed all'oscillatore locale,

$$v(t) = V_S \cos(\omega_S t) + V_{LO} \cos(\omega_{LO} t)$$

la corrente di uscita sarà data dalla

$$i(t) \cong a_0 + a_1 (V_S \cos \omega_S t + V_{LO} \cos \omega_{LO} t) + a_2 (V_S \cos \omega_S t + V_{LO} \cos \omega_{LO} t)^2$$

Il mixer a legge quadratica

$$i(t) \cong a_0 + a_1(V_S \cos \omega_S t + V_{LO} \cos \omega_{LO} t) + a_2(V_S \cos \omega_S t + V_{LO} \cos \omega_{LO} t)^2$$

$$i(t) \cong a_0 + a_1(V_S \cos \omega_S t + V_{LO} \cos \omega_{LO} t) + a_2(V_S^2 \cos^2 \omega_S t + V_{LO}^2 \cos^2 \omega_{LO} t + 2V_S V_{LO} \cos \omega_S t \cos \omega_{LO} t)$$

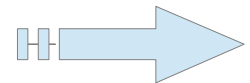
$$i(t) \cong a_0 + a_1 V_S \cos \omega_S t + a_1 V_{LO} \cos \omega_{LO} t + a_2 \left[V_S^2 \left(\frac{\cos 2\omega_S t + 1}{2} \right) + V_{LO}^2 \left(\frac{\cos 2\omega_{LO} t + 1}{2} \right) + 2V_S V_{LO} \cos \omega_S t \cos \omega_{LO} t \right]$$

$$i(t) \cong a_0 + a_1 V_S \cos \omega_S t + a_1 V_{LO} \cos \omega_{LO} t + \frac{a_2 V_S^2 \cos 2\omega_S t}{2} + \frac{a_2 V_S^2}{2} + \frac{a_2 V_{LO}^2 \cos 2\omega_{LO} t}{2} + \frac{a_2 V_{LO}^2}{2} + a_2 V_S V_{LO} \cos \omega_S t \cos \omega_{LO} t$$

Raccogliendo i termini e applicando formule trigonometriche di Werner

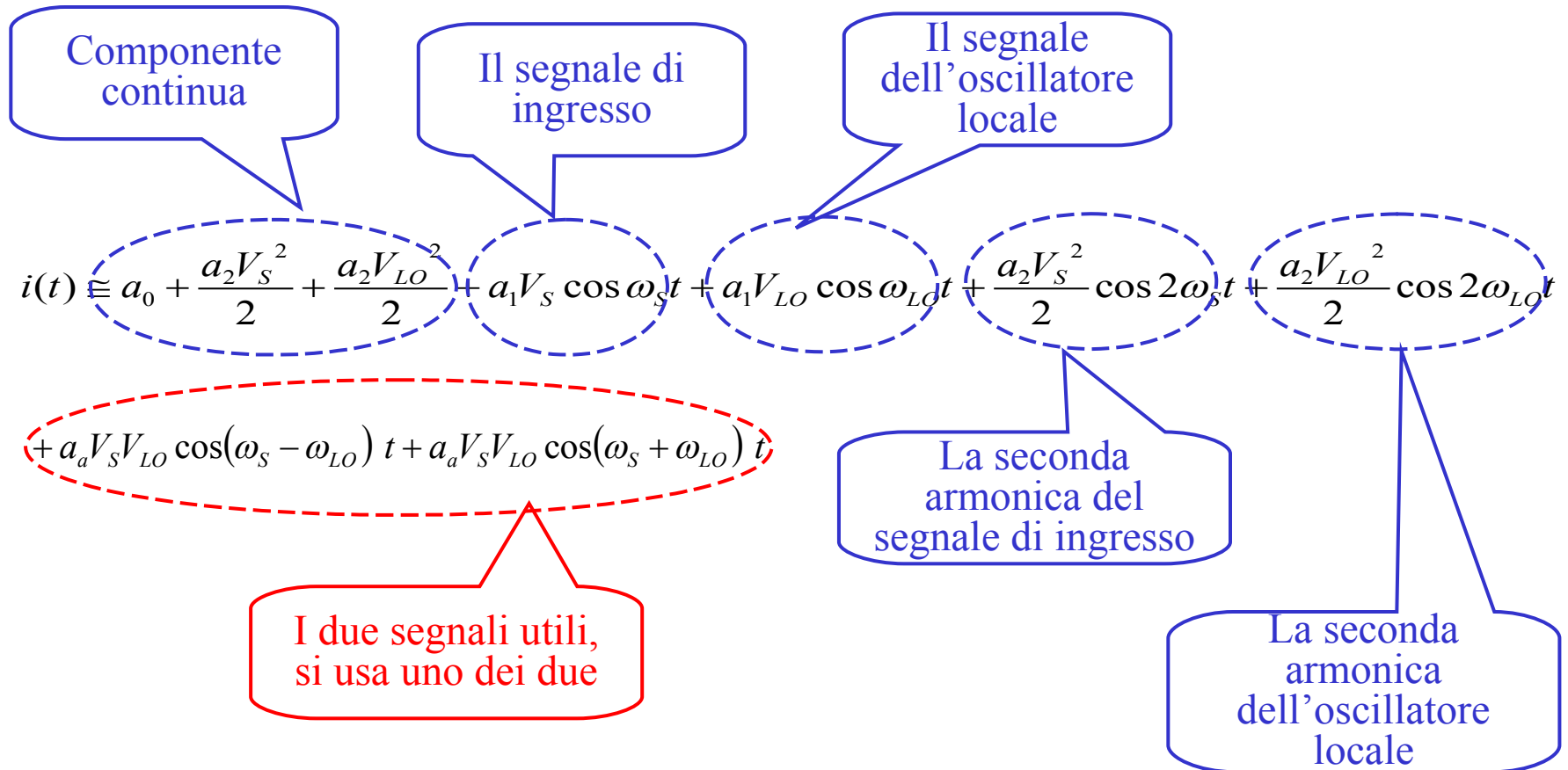
$$i(t) \cong a_0 + \frac{a_2 V_S^2}{2} + \frac{a_2 V_{LO}^2}{2} + a_1 V_S \cos \omega_S t + a_1 V_{LO} \cos \omega_{LO} t + \frac{a_2 V_S^2}{2} \cos 2\omega_S t + \frac{a_2 V_{LO}^2}{2} \cos 2\omega_{LO} t + a_a 2V_S V_{LO} \left[\frac{1}{2} (\cos(\omega_S - \omega_{LO}) t) + (\cos(\omega_S + \omega_{LO}) t) \right]$$

Vedi pagina seguente



Il mixer a legge quadratica

La corrente di uscita



Il mixer a legge quadratica

Le componenti delle corrente di uscita

Riassumendo:

La componente continua, $a_0 + \frac{a_2 V_S^2}{2} + \frac{a_2 V_{LO}^2}{2}$

Il segnale di ingresso al mixer, $a_1 V_S \cos \omega_S t$

Il segnale dell'oscillatore locale, $a_1 V_{LO} \cos \omega_{LO} t$

La seconda armonica del segnale di ingresso, $\frac{a_2 V_S^2}{2} \cos 2\omega_S t$

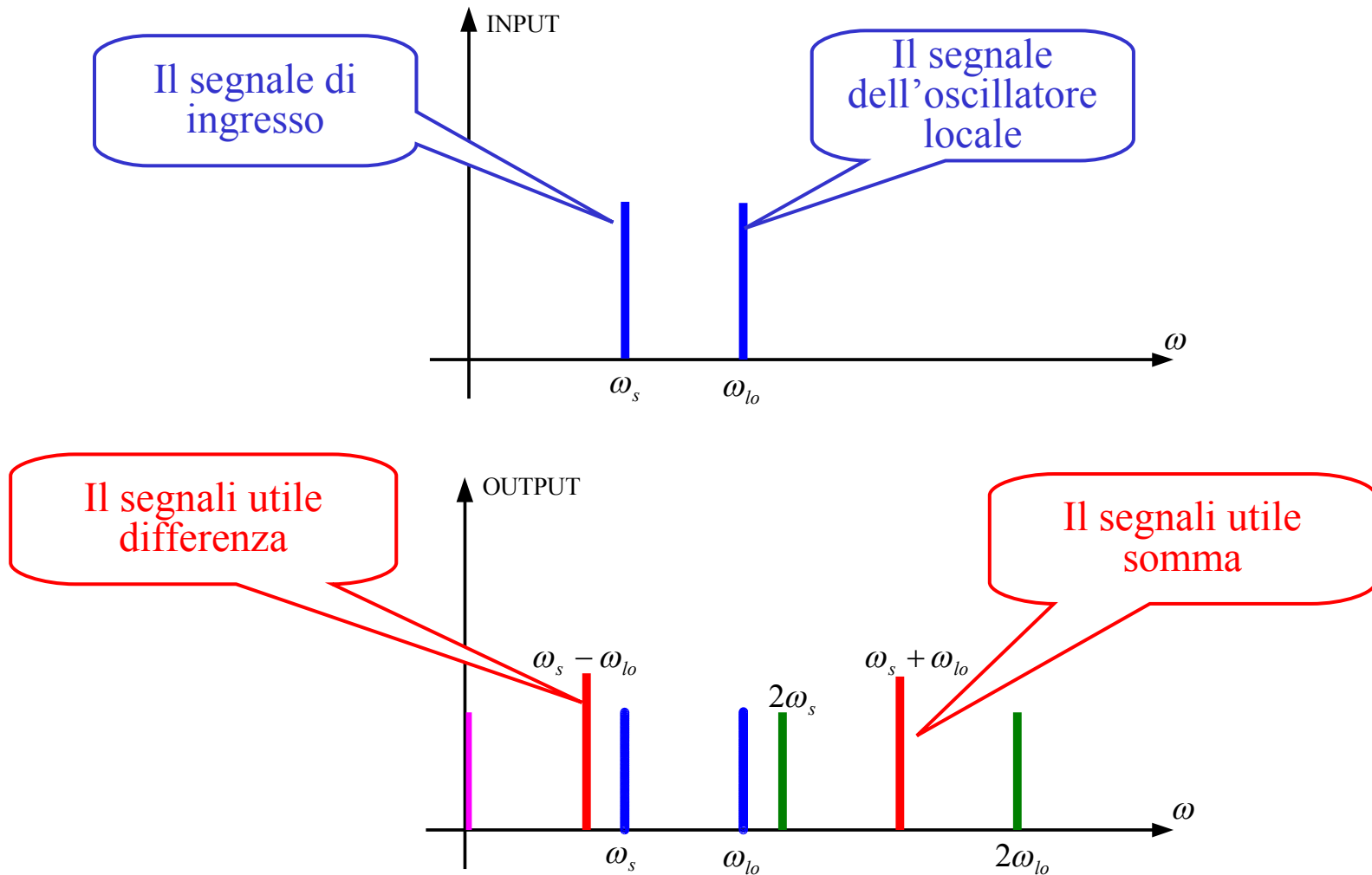
La seconda armonica dell'oscillatore locale, $\frac{a_2 V_{LO}^2}{2} \cos 2\omega_{LO} t$

Il segnale utile somma, $a_2 V_S V_{LO} \cos(\omega_S + \omega_{LO}) t$

Il segnale utile differenza, $a_2 V_S V_{LO} \cos(\omega_S - \omega_{LO}) t$

Il mixer a legge quadratica

Le componenti delle corrente di uscita



Il mixer a legge quadratica

La tensione ai capi del carico

Se il carico di uscita è un circuito sintonizzato e la sua selettività è tale da attenuare sufficientemente le componenti indesiderate, ai suoi capi si avrà una tensione :

$$v_U(t) = R \cdot i(t)$$

R = resistenza
equivalente del
circuito risonante

Prendendo in considerazione, una sola delle due componenti utili, ad esempio la componente differenza (significa che il circuito risonante che forma il carico sarà sintonizzato su questa) , si avrà

$$v_U(t) = R \cdot a_2 V_S \cdot V_{LO} \cdot \cos(\omega_S - \omega_{LO})t$$

La componente utile
differenza della
corrente al carico

$$I_U = a_2 V_S V_{LO}$$

$$v_U(t) = R \cdot I_U \cdot \cos(\omega_S - \omega_{LO})t$$

Ampiezza della
componente utile
differenza

$$V_U = R I_U$$

Il mixer a legge quadratica

La transconduttanza di conversione


L'azione di conversione viene caratterizzata da un parametro chiamato **Transconduttanza di Conversione**, che viene indicata con g_c ed è definita dal rapporto

Ampiezza della tensione
del segnale di ingresso

$$g_c = \frac{I_U}{V_S}$$

Ampiezza della componente
utile (a frequenza intermedia)
della corrente di uscita

$$I_U = a_2 V_S V_{LO}$$


$$g_c = \frac{a_2 \cdot V_S \cdot V_{LO}}{V_S} = a_2 \cdot V_{LO}$$

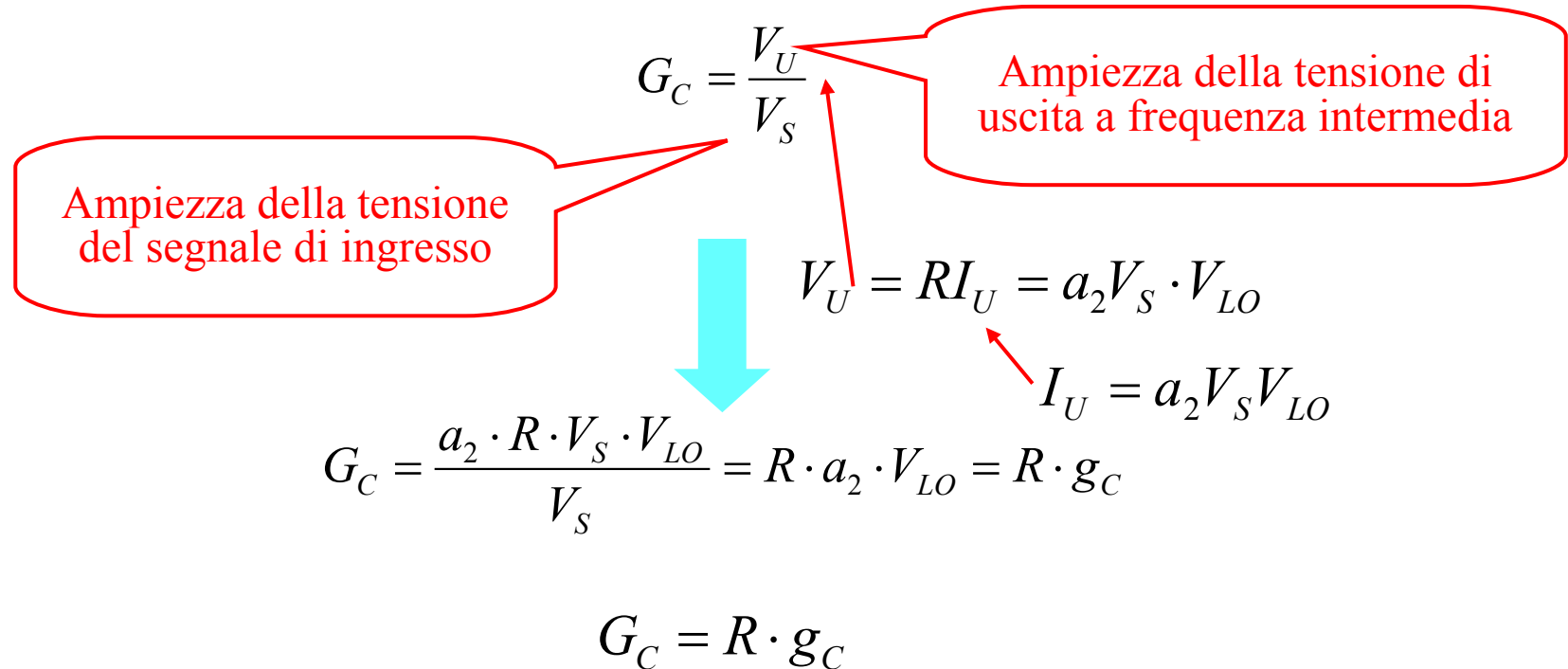
Coefficiente del termine
quadratico della caratteristica
del dispositivo non lineare

Ampiezza del segnale
dell'oscillatore locale

Il mixer a legge quadratica

Il guadagno di conversione

Si definisce **guadagno di conversione** di tensione il rapporto fra l'ampiezza della tensione di uscita a frequenza intermedia V_U e l'ampiezza della tensione del segnale di ingresso V_S .


$$G_C = \frac{V_U}{V_S}$$

Ampiezza della tensione di uscita a frequenza intermedia

Ampiezza della tensione del segnale di ingresso

$$V_U = R I_U = a_2 V_S \cdot V_{LO}$$
$$I_U = a_2 V_S V_{LO}$$
$$G_C = \frac{a_2 \cdot R \cdot V_S \cdot V_{LO}}{V_S} = R \cdot a_2 \cdot V_{LO} = R \cdot g_C$$
$$G_C = R \cdot g_C$$

La conduttanza mutua

Si è visto che il guadagno dipende dal valore della resistenza equivalente del carico e dalla trasconduttanza di conversione

$$G_c = R \cdot g_C$$

e la trasconduttanza di conversione dipende dall'ampiezza della tensione dell'oscillatore locale

$$g_C = a_2 \cdot V_{LO}$$

Vediamo come determinare g_C ed il processo di mescolazione.

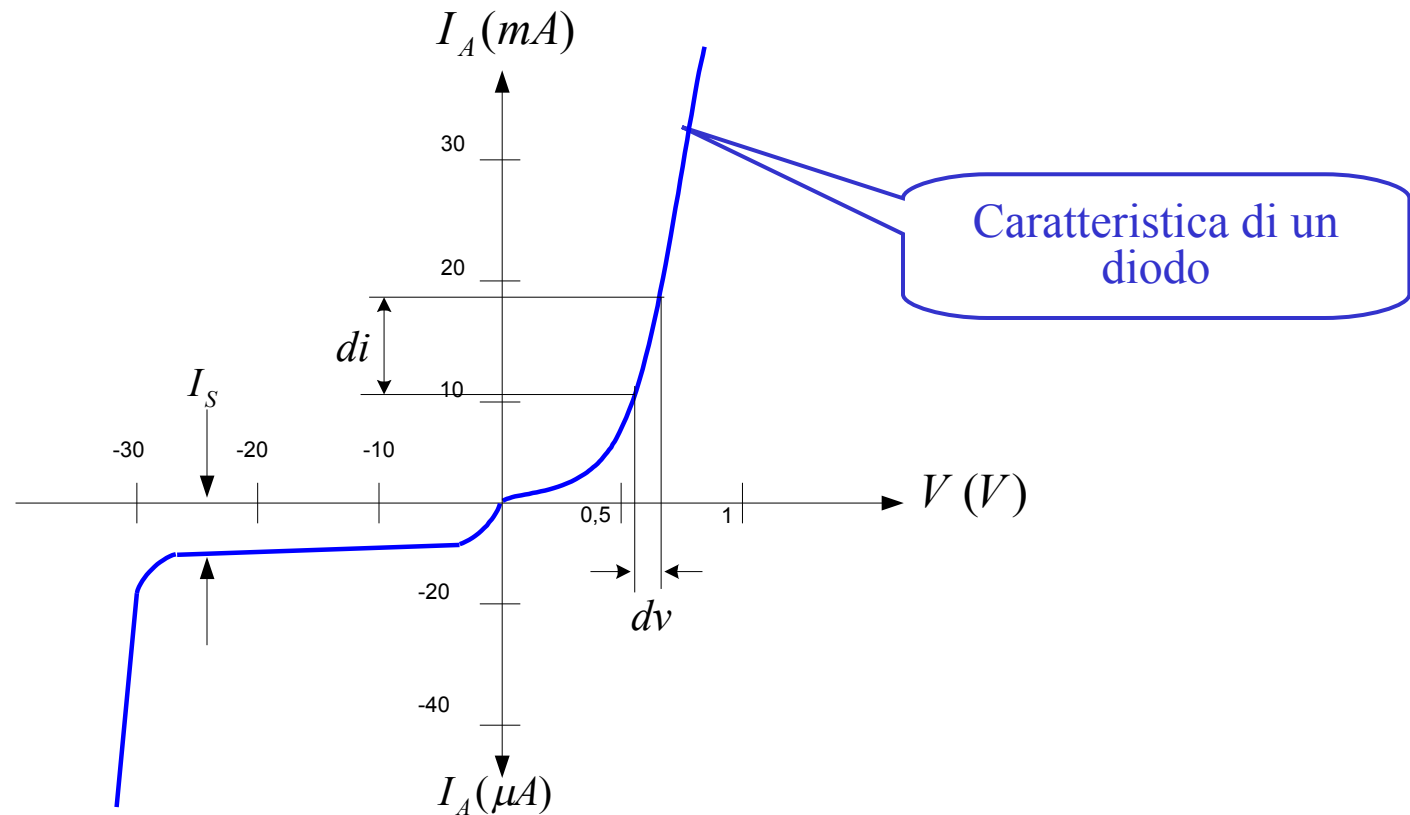
Il mixer può essere considerato non come un dispositivo non lineare, ma come dispositivo lineare avente un parametro variabile.

Il mixer a legge quadratica

La conduttanza mutua

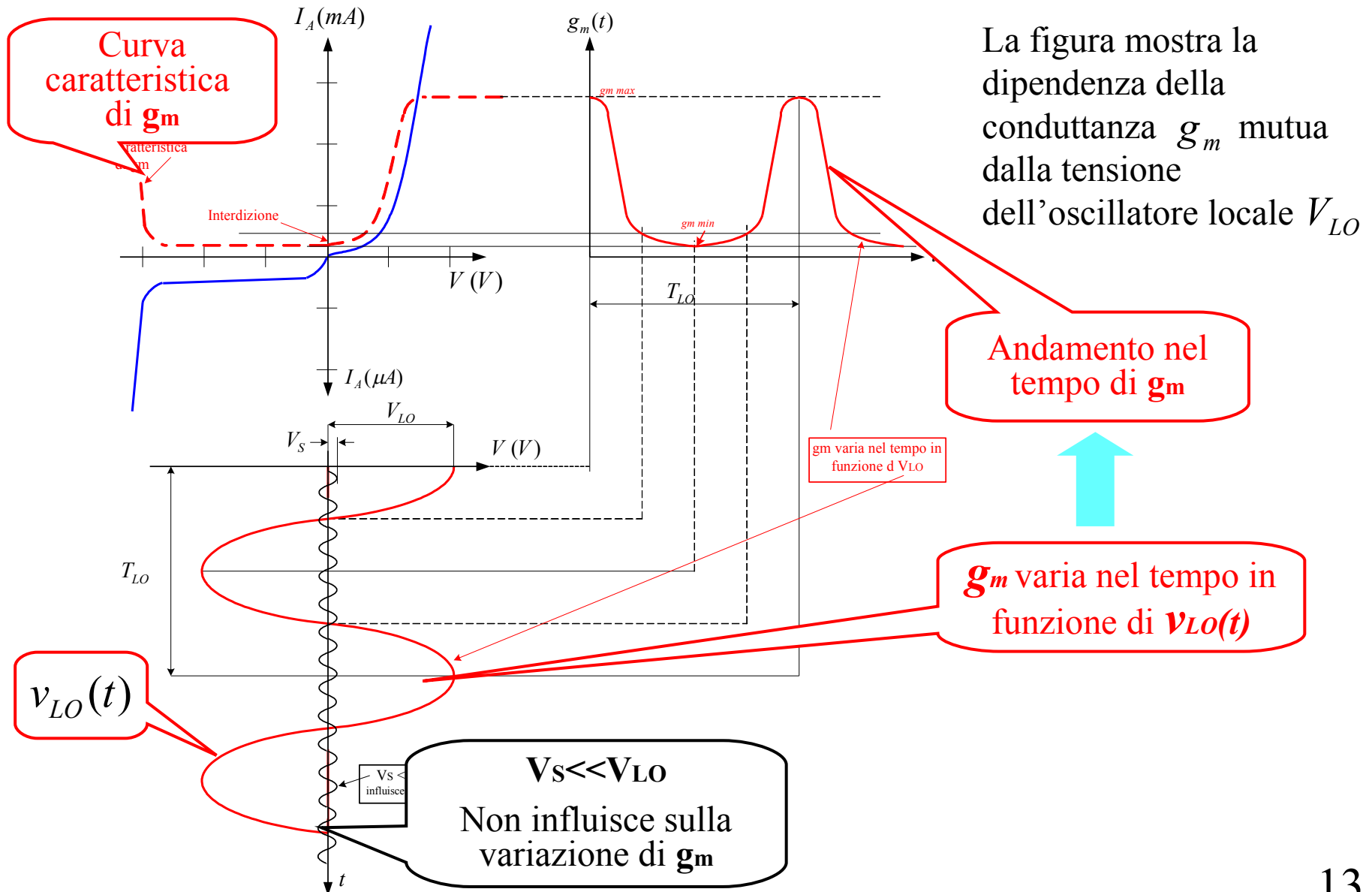
Questo parametro variabile è la sua **conduttanza mutua** g_m .

$$g_m = \frac{d i}{d v}$$



Il mixer a legge quadratica

La conduttanza mutua



Il mixer a legge quadratica

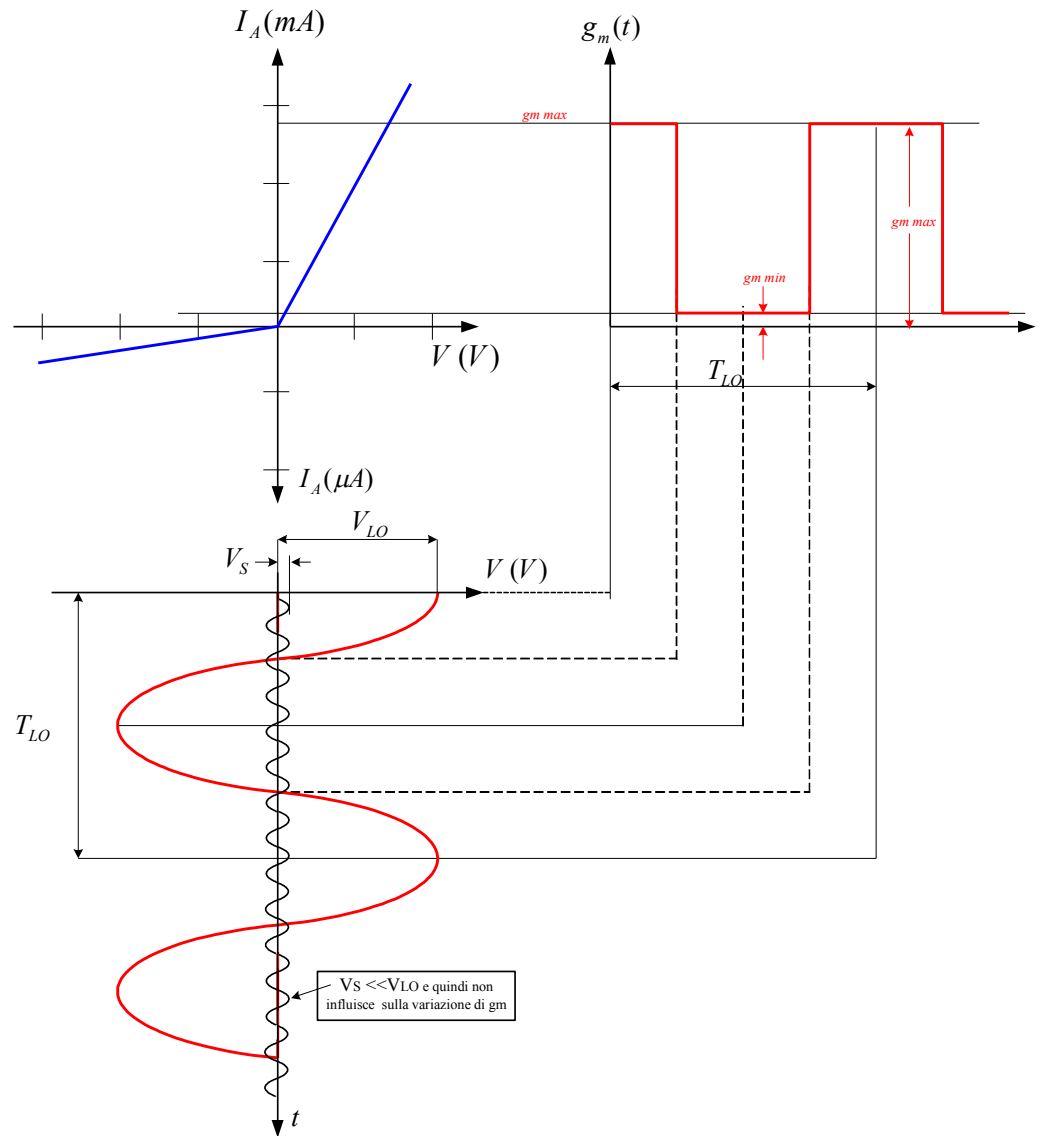
La conduttanza mutua

La variazione della **conduttanza mutua** g_m determina il valore della **trasconduttanza di conversione** g_C .

Il valore di g_C dipenderà dalla forma della curva caratteristica dell'elemento non lineare, $i = f(v)$ dalla tensione di polarizzazione dello stesso, e dalla ampiezza della tensione dell'oscillatore locale $v_{LO}(t)$.

Il mixer a legge quadratica

La conduttanza mutua



Rappresentazione grafica semplificata, nella semplificazione si è supposto che la caratteristica del diodo sia lineare

Il mixer a legge quadratica

La conduttanza mutua

La conduttanza mutua g_m varia nel tempo, per effetto della tensione dell'oscillatore locale, con una forma d'onda impulsiva e periodica, forma d'onda che può essere espressa con una serie di Fourier

$$g_m(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_{LO}t) + a_2 \cos(2\omega_{LO}t) + \dots a_n \cos(n\omega_{LO}t)$$

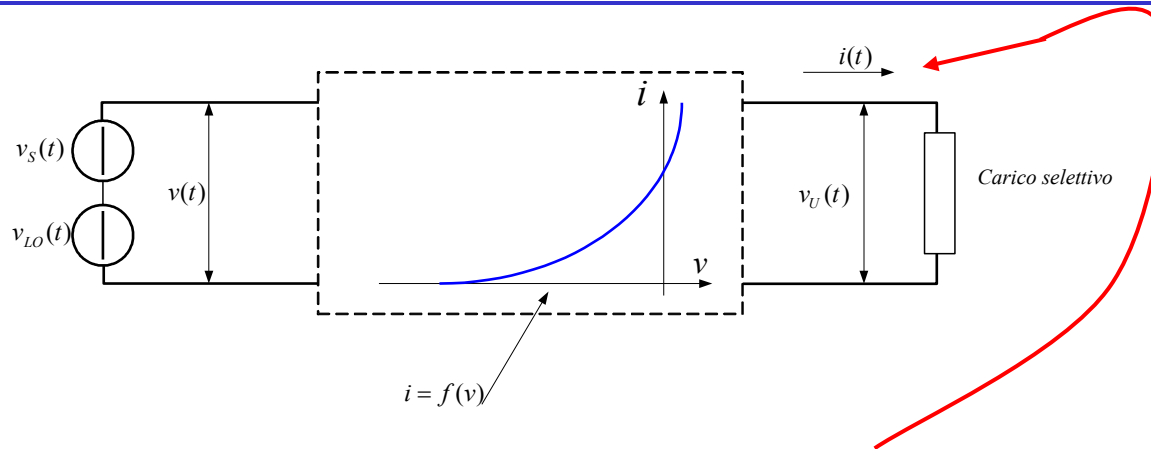
$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g_m(t) d(\omega_{LO}t)$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g_m(t) \cos(\omega_{LO}t) d(\omega_{LO}t)$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g_m(t) \cos(n\omega_{LO}t) d(\omega_{LO}t)$$

Il mixer a legge quadratica

La corrente al carico



La componente variabile della corrente $i(t)$ del dispositivo non lineare interessato al processo di conversione è quella provocata dalla simultanea presenza :

- della tensione del segnale $v_S(t)$,
- della tensione fornita dall'oscillatore $v_{LO}(t)$.

Questa componente variabile è definita dalla relazione

$$i_C(t) = g_m(t) v_S(t) \quad v_S(t) = V_S \cos(\omega_S t)$$

$$g_m(t) = a_0 + a_1 \cos(\omega_{LO} t) + a_2 \cos(2\omega_{LO} t) + \dots a_n \cos(n\omega_{LO} t)$$

$$i_C(t) = [a_0 + a_1 \cos(\omega_{LO} t) + a_2 \cos(2\omega_{LO} t) + \dots a_n \cos(n\omega_{LO} t)] V_S \cos(\omega_S t)$$

Il mixer a legge quadratica

La corrente al carico

$$i_C(t) = [a_0 + a_1 \cos(\omega_{LO}t) + a_2 \cos(2\omega_{LO}t) + \dots a_n \cos(n\omega_{LO}t)] V_S \cos(\omega_S t)$$

$$i_C(t) = a_0 V_S \cos(\omega_S t) + a_1 V_S \cos(\omega_{LO}t) \cos(\omega_S t) + a_2 V_S \cos(2\omega_{LO}t) \cos(\omega_S t) + \dots$$



Usando le relazioni della trigonometria

Componente utile differenza

$$i_C(t) = a_0 V_S \cos(\omega_S t) + \frac{a_1 V_S}{2} \cos(\omega_S - \omega_{LO})t + \frac{a_1 V_S}{2} \cos(\omega_S + \omega_{LO})t + \frac{a_2 V_S}{2} \cos(\omega_S - 2\omega_{LO})t + \frac{a_2 V_S}{2} \cos(\omega_S + 2\omega_{LO})t + \dots$$

Ampiezza della componente utile

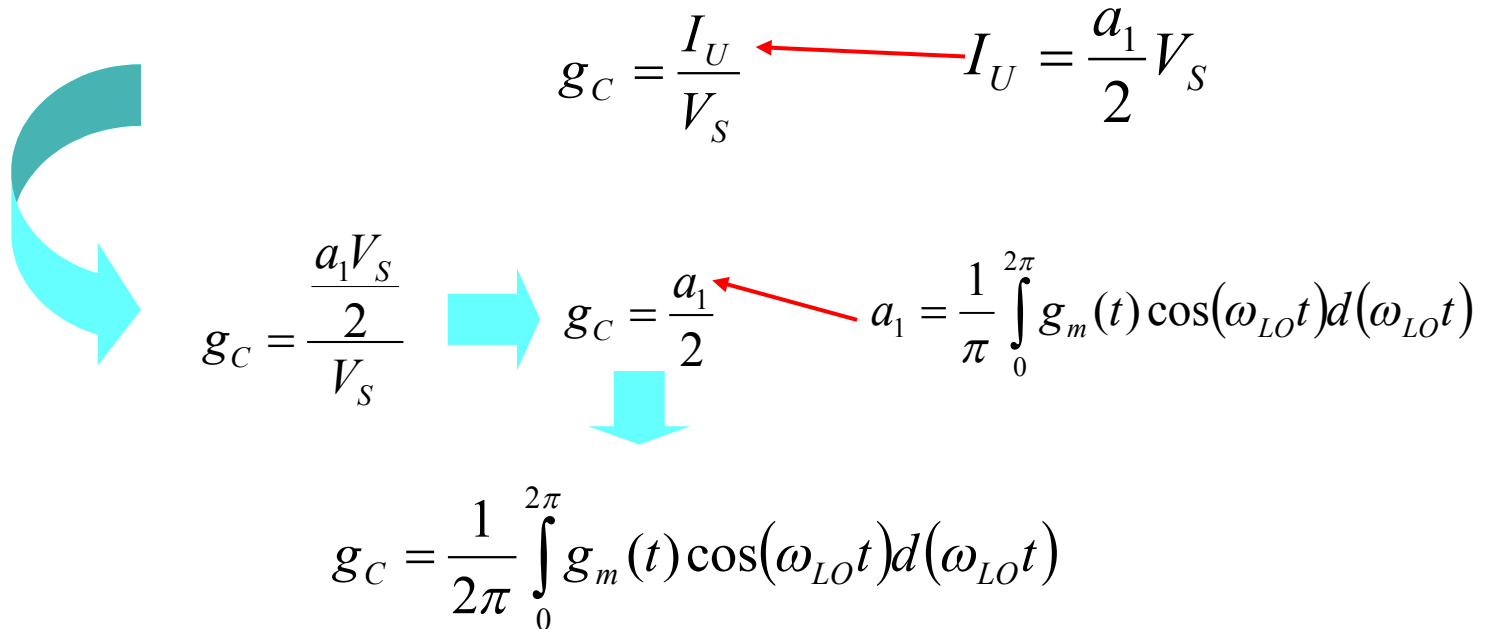
Componente utile somma

$$I_U = \frac{a_1}{2} V_S$$

Il mixer a legge quadratica

La trasconduttanza di conversione e la conduttanza mutua

La **trasconduttanza di conversione** è per definizione il rapporto fra le ampiezze della corrente di uscita e la tensione di ingresso



$$g_C = \frac{I_U}{V_S} \quad \leftarrow \quad I_U = \frac{a_1}{2} V_S$$

$$g_C = \frac{\frac{a_1 V_S}{2}}{V_S} \quad \rightarrow \quad g_C = \frac{a_1}{2} \quad \leftarrow \quad a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} g_m(t) \cos(\omega_{LO} t) d(\omega_{LO} t)$$

$$g_C = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g_m(t) \cos(\omega_{LO} t) d(\omega_{LO} t)$$

Il significato di questa relazione è che è possibile ricavare il valore della **trasconduttanza di conversione**, g_C , se è nota la legge di variazione della **conduttanza mutua** g_m .

$$g_C = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g_m(t) \cos(\omega_{LO}t) d(\omega_{LO}t)$$

I valori tipici di g_C sono compresi fra 0,25 e 0,3 A/V.

Il valore di g_C è tanto più grande quanto più grande è il coefficiente a_1 della serie di Fourier e quindi g_C è tanto più grande quanto più grande è la variazione che subisce la conduttanza g_m mutua durante un periodo della tensione dell'oscillatore locale.

In pratica per calcolare g_C si possono prendere alcune strade:

- Calcolare l'integrale (anche graficamente),
- Considerare lineari le caratteristiche tensione corrente del diodo e poi calcolare l'integrale ,
- Stimare che g_C sia compreso fra 0,25 e 0,3 A/V.

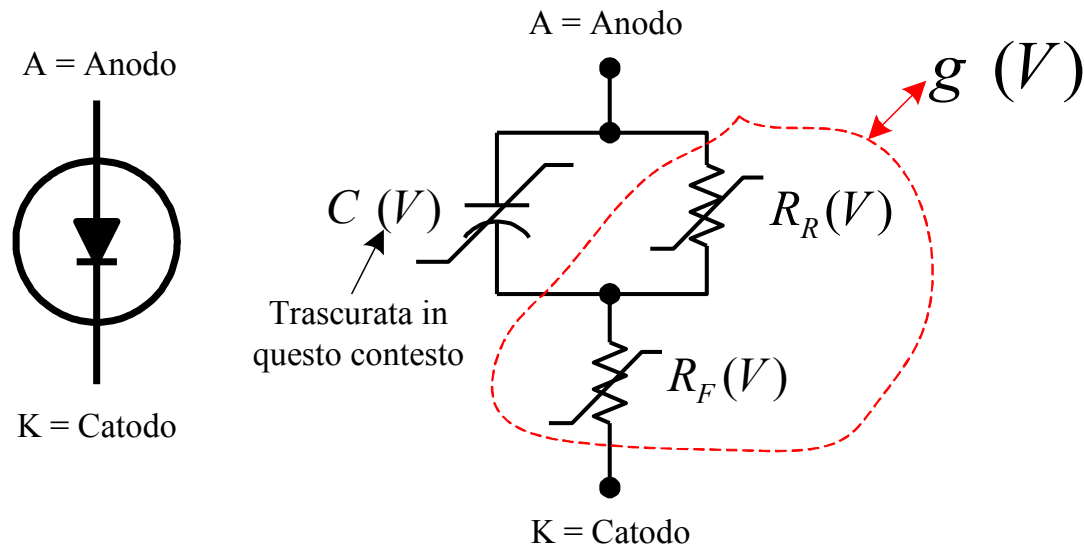
- Si è visto che per ottenere la conversione di frequenza è necessario avere un dispositivo non lineare, nelle considerazioni fatte si è usato un dispositivo con legge di variazione supposta quadratica (diodo).
- Si è definita la trasconduttanza di conversione con una relazione che mette in evidenza la sua dipendenza dalla caratteristica di trasferimento del dispositivo non lineare e dalla tensione dell'oscillatore locale.

Il mixer a legge quadratica

Considerazioni 2

Sono state fatte alcune semplificazioni:

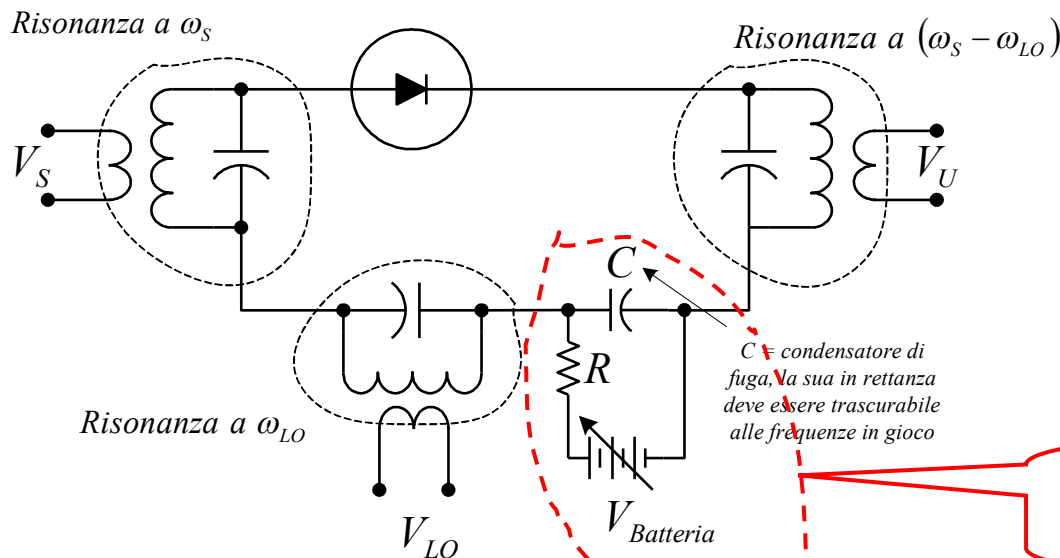
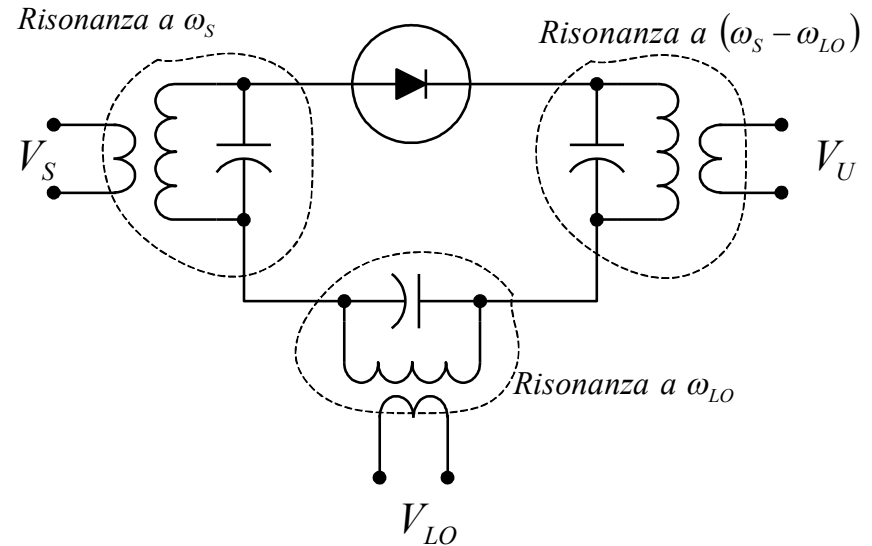
- Si è considerato l'uso di un diodo a semiconduttore come elemento non lineare, quindi una giunzione PN limitando la sua caratteristica tensione/corrente al termine di secondo ordine,
- Si è semplificato il circuito equivalente del diodo trascurando la sua capacità



Il mixer a legge quadratica

Mixer con e senza polarizzazione

Mixer a diodo senza polarizzazione



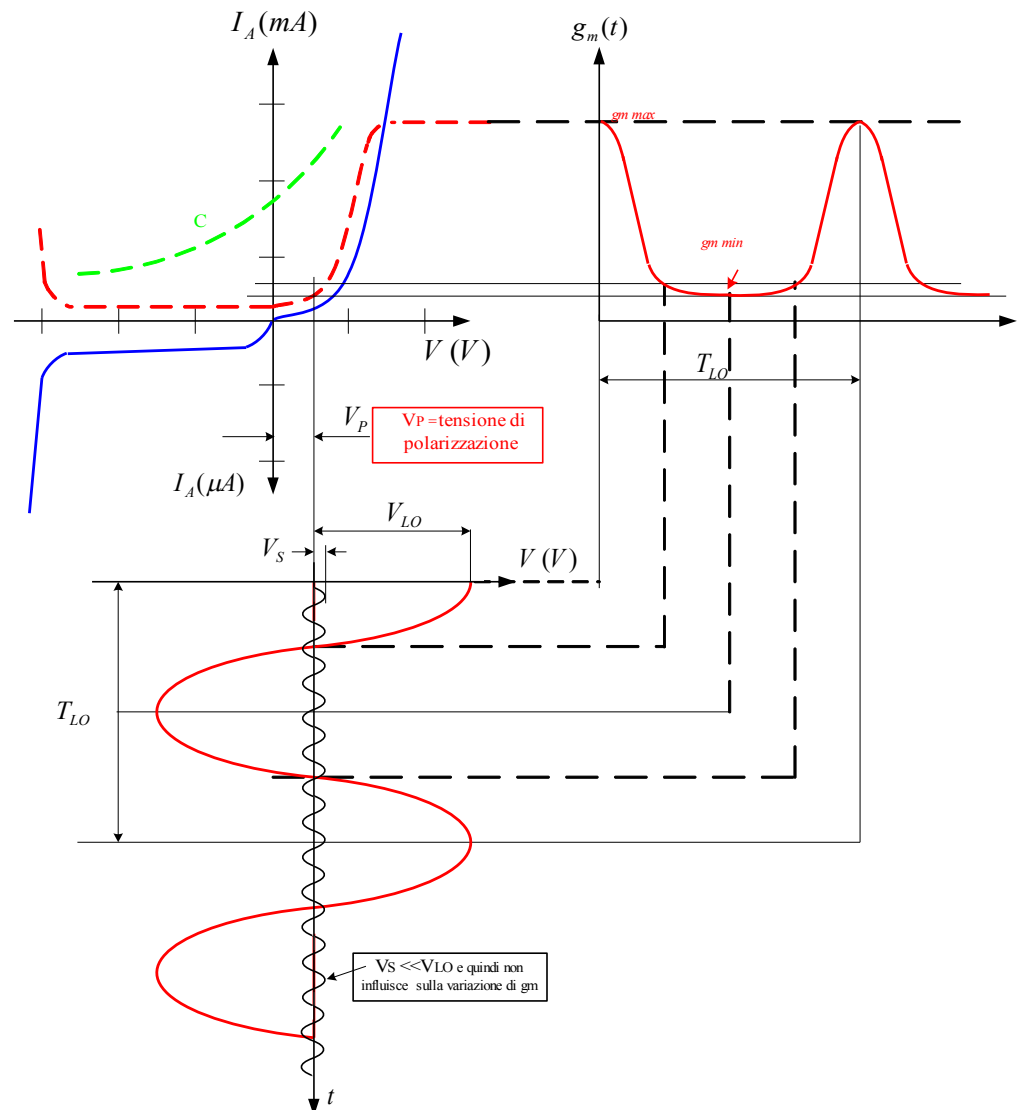
Mixer a diodo con polarizzazione

C = condensatore di fuga, la sua in reattanza deve essere trascurabile alle frequenze in gioco

Circuito di polarizzazione

Il mixer a legge quadratica

La conduttanza mutua con polarizzazione



Il mixer a legge quadratica

Il mixer a transistor

E' possibile anche usare un transistor:

