

# Oscillatori - parte prima

---

## Oscillatori (parte prima)

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1     | Introduzione.....  | 2  |
| 2     | Richiami sugli amplificatori con reazione.....   | 3  |
| 2.1   | Amplificatore con reazione.....  | 3  |
| 2.2   | Amplificatore ad anello aperto.....  | 4  |
| 2.3   | Funzione di reazione.....  | 5  |
| 2.4   | Amplificazione ad anello chiuso o con reazione.....  | 5  |
|       | E' una grandezza complessa.....  | 5  |
| 2.5   | Reazione negativa e reazione positiva.....   | 5  |
| 2.5.1 | Reazione negativa.....   | 5  |
| 2.5.2 | Reazione positiva.....   | 6  |
| 2.6   | Reazione e stabilità in frequenza.....   | 6  |
| 2.6.1 | Criterio di Nyquist.....   | 7  |
| 2.6.2 | Metodo del diagramma di Bode.....  | 9  |
| 2.6.3 | Margine di fase e margine di guadagno.....   | 10 |
| 3     | Principi di funzionamento di un oscillatore.....   | 12 |
| 3.1   | Caso $\beta A = 1$ .....   | 13 |
| 3.2   | Caso $\beta A < 1$ .....   | 14 |
| 3.3   | Caso $\beta A > 1$ .....   | 14 |
| 4     | Oscillatori per bassa frequenza.....   | 19 |
| 4.1   | Oscillatore a mezzo ponte di Wien.....   | 19 |
| 4.2   | Oscillatore a ponte di Wien.....   | 21 |
| 4.3   | Oscillatore a sfasamento.....  | 22 |
| 5     | Gli oscillatori per alta frequenza.....  | 26 |
| 5.1   | Gli oscillatori a tre punti.....   | 26 |
| 5.1.1 | Caso con un elemento resistivo contenuto in Z1 (BJT).....  | 28 |
| 5.1.2 | Caso con un elemento resistivo contenuto in Z2 (JFET).....   | 29 |
| 5.1.3 | Hartley & Colpitts.....  | 30 |
| 5.2   | Oscillatore di Colpitts.....   | 31 |
| 5.3   | Oscillatore Hartley.....   | 32 |
| 5.4   | Altri tipi di oscillatori.....   | 33 |
| 5.4.1 | Condizioni di oscillazione di un oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore con JFET.....  | 35 |
| 5.4.2 | Condizioni di oscillazione di un oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore con BJT.....   | 36 |
| 5.5   | Studio dell'oscillatore a tre punti tenendo conto del fattore di merito dell'induttanza.....   | 37 |
| 5.5.1 | Condizioni di oscillazione di un oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore con JFET tenendo conto del fattore di merito del circuito risonante..... | 38 |
| 5.5.2 | Condizioni di oscillazione di un oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore con BJT tenendo conto del fattore di merito del circuito risonante.....  | 39 |
| 5.5.3 | Condizioni di oscillazione di un oscillatore accordato con BJT.....  | 41 |
| 5.6   | Oscillatore con componenti reali.....  | 43 |

# Oscillatori - parte prima

---

## 1 Introduzione

Un oscillatore elettronico è un dispositivo usato per generare correnti oppure tensioni alternate senza l'intervento di alcuna eccitazione eterna.

Ci sono due grandi famiglie di oscillatori:

- sinusoidali,
- a rilassamento,

in questo contesto prenderemo in considerazione solamente gli oscillatori sinusoidali. Questi sono componenti essenziali di molti sistemi di comunicazione: radar, radio, telefonia.

Ogni oscillatore è costituito ad un dispositivo attivo (amplificatore) e da una rete che determina la sua frequenza di oscillazione. Gli oscillatori possono essere a frequenza fissa o variabile e sono in linea di massima caratterizzati da:

- frequenza di funzionamento,
- potenza di uscita,
- rumore di fase,
- stabilità di frequenza.

## Oscillatori - parte prima

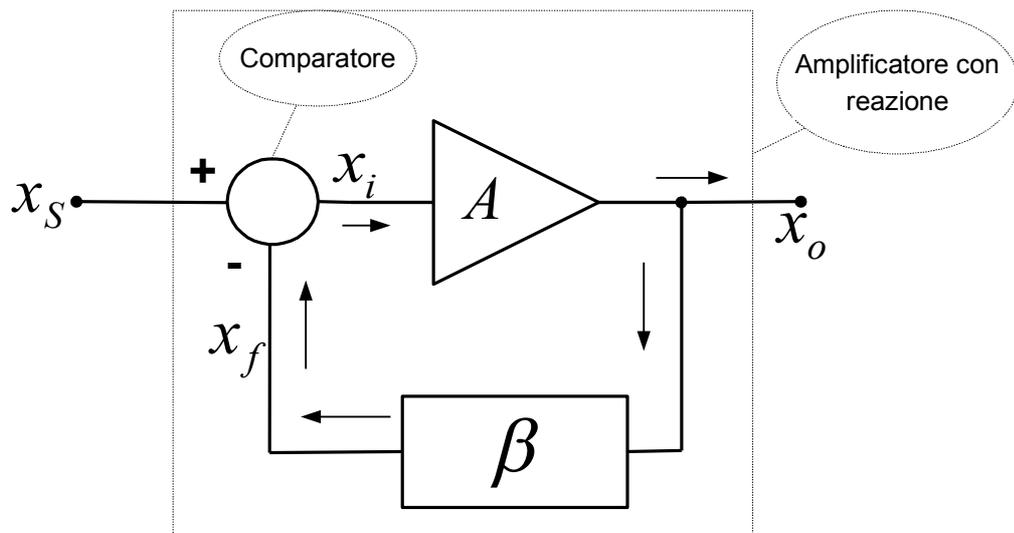
### 2 Richiami sugli amplificatori con reazione

#### 2.1 Amplificatore con reazione

Un amplificatore con reazione è costituito da 3 blocchi:

- l'amplificatore,
- la rete di reazione,
- il comparatore

i blocchi sono collegati come indicato nella figura



**Figura 1 Amplificatore con reazione**

L'amplificatore di guadagno  $A$  può essere un transistoro bipolare (BJT) un transistoro ad effetto di campo (JFET, MOSFET) oppure un amplificatore operazionale (OP AMP). La rete di reazione  $\beta$ , è un quadripolo lineare non contenente elementi attivi e può essere aperiodica oppure selettiva in frequenza.

Il comparatore non è un vero e proprio blocco circuitale, ma più semplicemente un modo con cui vengono connessi i segnali provenienti dalla sorgente, ed il segnale proveniente dalla rete di reazione.

|   |
|---|
| <p><math>x_s</math> è il segnale generato dalla sorgente</p> <p><math>x_f</math> è il segnale di reazione (f sta per feedback)</p> <p><math>x_i</math> è il segnale di ingresso o segnale di errore</p> |
|---|

Il segnale di ingresso o segnale di errore ( $x_i$ ) il segnale di reazione ( $x_f$ ) ed il segnale generato dalla sorgente ( $x_s$ ) devono essere grandezze omogenee, cioè devono essere tutti e tre delle correnti o delle tensioni.

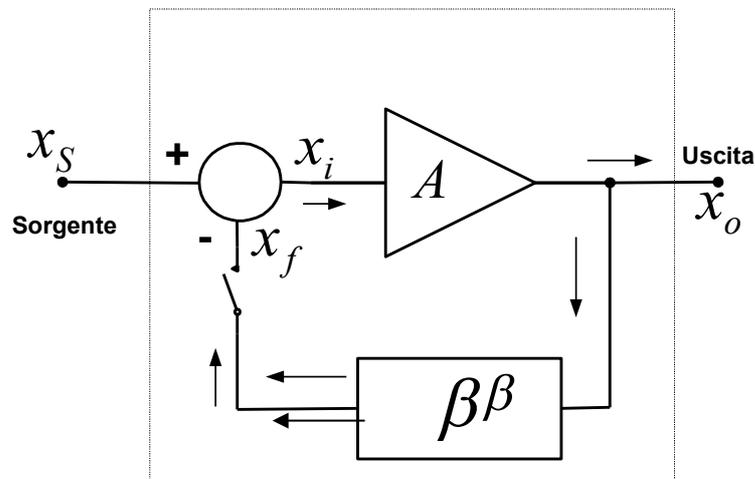
Non è necessario che il segnale generato dalla sorgente ( $x_s$ ) sia una grandezza omogenea con il segnale di uscita ( $x_o$ ), ad esempio  $x_s$  può essere una tensione ed  $x_o$  una corrente oppure viceversa o entrambi delle correnti o tensioni. (Nelle figure e nel testo i segnali sono indicati con  $x$  per queste ragioni)

## Oscillatori - parte prima

Se si esiste la condizione che  $|x_i| < |x_s|$ , cioè il segnale di ingresso dell'amplificatore è inferiore al segnale della sorgente si ha la reazione negativa, mentre se esiste la condizione che  $|x_i| > |x_s|$  si ha la reazione positiva.

Il circuito chiuso composto da amplificatore  $A$ , rete di reazione,  $\beta$  e comparatore viene chiamato anello di reazione.

### 2.2 Amplificatore ad anello aperto



**Figura 2** Amplificatore con reazione con anello di reazione aperto

Come si vede in figura l'anello di reazione è stato aperto per valutare il suo guadagno. In questo caso il segnale di reazione  $x_f$  è uguale a zero quindi il guadagno di tutto l'amplificatore reazionato

$$\left. \frac{x_o}{x_s} \right|_{x_f=0} = \frac{x_o}{x_i} = A$$

con anello aperto sarà:

Quindi ad anello aperto l'amplificazione coincide con quella dell'amplificatore privo di reazione, l'amplificazione  $A$  può essere una amplificazione di tensione oppure di corrente ma può anche essere una trasconduttanza oppure una transresistenza

$$A = \frac{V_o}{V_i} \quad A = \frac{i_o}{i_i}$$

$$\text{Transconduttanza } A = \frac{i_o}{v_i}; \quad \text{Transresistenza } A = \frac{v_o}{i_i}$$

## Oscillatori - parte prima

### 2.3 Funzione di reazione

La funzione di trasferimento della rete di reazione è data da

$$\beta = \frac{x_f}{x_0}$$

$\beta$  viene chiamato fattore di reazione. Se il quadripolo è resistivo sarà una grandezza reale altrimenti sarà una grandezza complessa (se il quadripolo è una rete RLC,  $\beta$  sarà ovviamente complesso)

### 2.4 Amplificazione ad anello chiuso o con reazione

Da quanto visto la funzione di trasferimento ad anello chiuso di tutto l'amplificatore con reazione sarà data da :

$$A_f = \frac{x_o}{x_s}$$

ricaveremo ora  $A_f$  in funzione di  $A$  e di  $\beta$

$$x_i = x_s - x_f \qquad x_0 = Ax_i \qquad x_0 = A(x_s - x_f)$$

$$\beta = \frac{x_f}{x_0} \qquad x_f = \beta x_0 \qquad x_0 = Ax_s - A\beta x_0$$

$$x_0 + Ax_0\beta = Ax_s \qquad x_0(1 + A\beta) = Ax_s$$

$$\boxed{\frac{x_0}{x_s} = \frac{A}{(1 + A\beta)} = A_f}$$

$A_f$  è l'amplificazione dell'amplificatore con reazione

Il guadagno complessivo della rete di reazione e dell'amplificatore è dato da:

$$\beta A = \frac{x_f}{x_i}$$

$$D = 1 + \beta A = 1 + \frac{x_f}{x_i} = \frac{x_i + x_f}{x_i} = \frac{x_s}{x_i} \qquad 1 + \beta A \text{ E' una grandezza complessa}$$

### 2.5 Reazione negativa e reazione positiva

#### 2.5.1 Reazione negativa

La reazione negativa viene anche detta controreazione e si verifica quando il modulo del segnale di ingresso all'amplificatore è minore del modulo segnale fornito dalla sorgente:

$$|x_i| < |x_s|$$

## Oscillatori - parte prima

---

in queste condizioni si ha che

$$D = 1 + \beta A = 1 + \frac{x_f}{x_i} = \frac{x_i + x_f}{x_i} = \frac{x_s}{x_i} \quad \frac{x_s}{x_i} = 1 + \beta A \quad x_i = \frac{x_s}{1 + \beta A}$$

quindi deve essere

$$|1 + \beta A| > 1$$

cioè il prodotto  $\beta A$  deve reale e positivo.

Pertanto il modulo dell'amplificazione complessiva dell'amplificatore con reazione sarà minore del modulo dell'amplificazione ad anello aperto.

$$|A_f| < |A|$$

### 2.5.2 Reazione positiva

La reazione positiva si verifica quando il modulo del segnale di ingresso all'amplificatore è maggiore del modulo segnale fornito dalla sorgente:

$$|x_i| > |x_s|$$

in queste condizioni si ha che

$$x_i = \frac{x_s}{1 + \beta A}$$

quindi deve essere

$$|1 + \beta A| < 1$$

cioè il prodotto  $\beta A$  deve reale e negativo.

Pertanto il modulo dell'amplificazione complessiva dell'amplificatore con reazione sarà maggiore del modulo dell'amplificazione ad anello aperto.

$$|A_f| > |A|$$

### 2.6 Reazione e stabilità in frequenza

Dai paragrafi precedenti abbiamo visto che l'amplificazione di un amplificazione con reazione è:

$$A_f = \frac{A}{(1 + A\beta)}$$

## Oscillatori - parte prima

e che si può avere una reazione **negativa** se  $|1 + A\beta| > 1$  cioè se  $A\beta$  è **reale e positivo**, oppure una reazione **positiva** se  $|1 + A\beta| < 1$  cioè se  $A\beta$  è **reale e negativo**.

Si può avere anche il caso che  $1 + A\beta = 0$  in queste condizioni  $A_f \rightarrow \infty$ , cioè l'amplificatore tenderà a generare dei segnali senza che al suo ingresso sia presente alcun segnale; le condizioni sono:

$$A\beta = -1 \text{ cioè } |A\beta| = 1 \text{ e } \angle A\beta = 180^\circ.$$

Condizioni cui ci sia una reazione positiva ( $A_f > A$ ), si possono verificare, in quanto sia  $A$  che  $\beta$  dipendono dalla frequenza e nell'amplificatore possono esistere delle condizioni per cui a certe frequenze ciò avvenga.

In un amplificatore queste sono condizioni da evitare, un amplificatore che non genera un segnale in uscita in assenza di segnale di ingresso per qualsiasi frequenza da 0 a  $\infty$ , si definisce **stabile in frequenza**.

Le condizioni di instabilità in frequenza ( $A\beta = -1$ ) di un amplificatore si possono verificare generalmente ai limiti inferiori e superiori della banda, quando la rotazione di fase dovuta alle componenti reattive di  $A$  raggiunge  $\pm 180^\circ$  determinando una situazione di reazione positiva.

Le condizioni di stabilità si possono verificare attraverso i due metodi grafici di Nyquist e di Bode.

### 2.6.1 Criterio di Nyquist

Esporre questo metodo senza dimostrarlo. Essendo che il prodotto  $A\beta$  è un numero complesso, lo si può rappresentare come vettore su di un piano complesso, la cui componente reale agisce lungo l'asse delle ascisse mentre la componente immaginaria giace sull'asse delle ordinate.

Essendo  $A\beta$  funzione della frequenza si ottiene un insieme di vettori nel piano complesso corrispondenti ai valori  $f$  compresi tra 0 e  $+\infty$ . Ogni vettore è definito dal suo modulo  $|A\beta|$  e dalla sua fase  $\angle A\beta = \varphi$ . Il luogo degli estremi di questi vettori forma una curva chiusa.

*Il criterio di Nyquist afferma che l'amplificatore è stabile se la curva non include il punto critico  $-1 + j0$ , escludendo in questo modo che, per un qualche valore di  $f$  si venga a determinare*

nell'equazione 
$$A_f = \frac{A}{(1 + A\beta)}$$

la condizione  $A\beta = -1$ .

## Oscillatori - parte prima

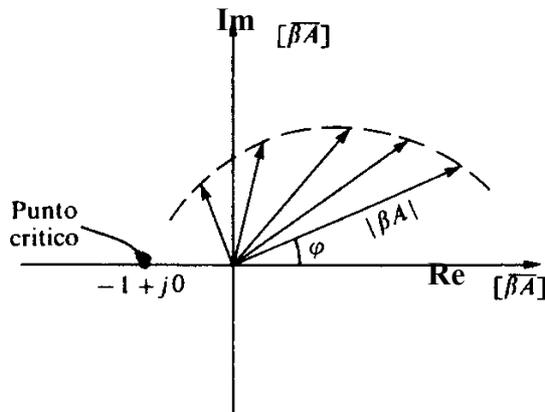


Figura 3 Diagramma di Nyquist

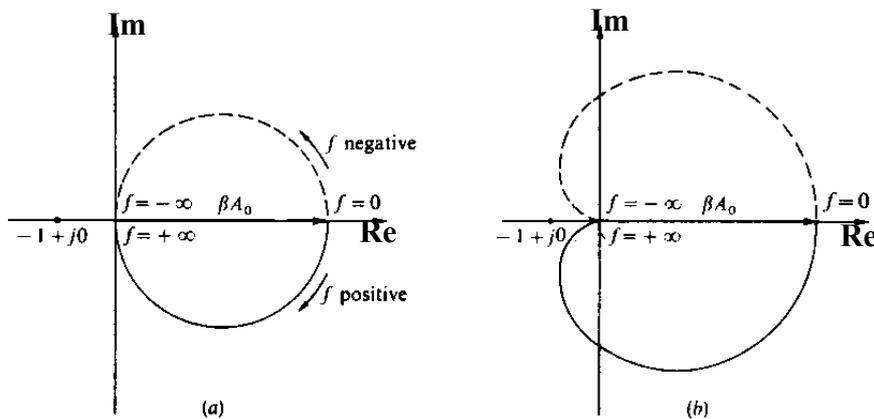


Figura 4 Diagrammi di Nyquist a) con un polo, b) con due poli

In figura 4 sono riportati, in modo qualitativo, i diagrammi di Nyquist di due amplificatori con uno e con due poli reali negativi.

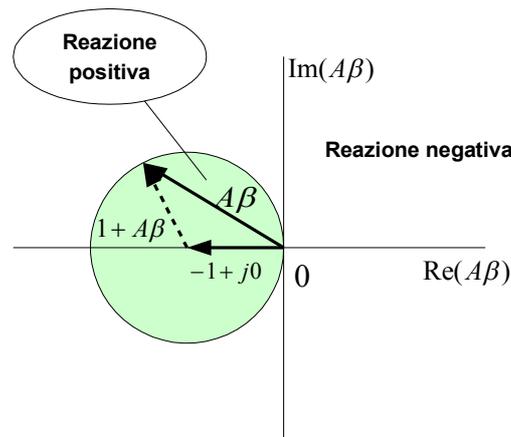
Il diagramma riporta una  $f=0$  che è la frequenza di centro banda, frequenza per cui si ha il guadagno  $A_0$  e per cui il prodotto  $A_0\beta$  è reale e positivo.

Il diagramma inizia con  $A_0\beta$  sull'asse reale positivo (centro banda) che poi aumentando la frequenza si porta a 0 per uno sfasamento di:

- $-90^\circ$  per il diagramma a) un polo,
- $-180^\circ$  per il diagramma b) due poli,

in tutti e due casi l'amplificatore è stabile in quanto le due curve non circondano il punto critico  $-1 + j0$ .

## Oscillatori - parte prima



**Figura 5**

Sul piano complesso è possibile rappresentare il criterio per stabilire se la reazione è positiva o negativa. Nella figura 5 si vede che il vettore (disegnato tratteggiato)  $|1 + A\beta| = 1$  rappresenta un cerchio di raggio unitario con centro  $-1 + j0$ . Se in tutto la gamma di frequenze la curva di  $A\beta$  giace al di fuori del cerchio, la reazione è negativa in quanto  $|1 + A\beta| > 1$ . Se invece la curva interseca il cerchio, si ha che  $|1 + A\beta| < 1$  e quindi la reazione è positiva.

Affinché il sistema oscilli non è sufficiente che la curva di  $A\beta$  intersechi il cerchio, ma è necessario che sia verificata la condizione di Nyquist, cioè che la curva abbracci il punto critico  $-1 + j0$ . (Nota <sup>1</sup>)

### 2.6.2 Metodo del diagramma di Bode

La funzione di trasferimento di una rete è individuata completamente se è nota la sua dipendenza dalla pulsazione (frequenza) sia del modulo che della fase. Il diagramma che rappresenta graficamente questa dipendenza viene chiamato *diagramma di Bode* se utilizza scale logaritmiche oppure *curve caratteristiche* se le scale sono lineari.

Nel nostro caso la funzione di trasferimento è  $A\beta$  che è una grandezza complessa che si può esprimere in modulo  $|A\beta|$  e fase  $\angle A\beta = \varphi$ . Nel diagramma di Bode  $|A\beta|$  viene espresso in dB e quindi si scrive  $|A\beta|_{dB}$ .

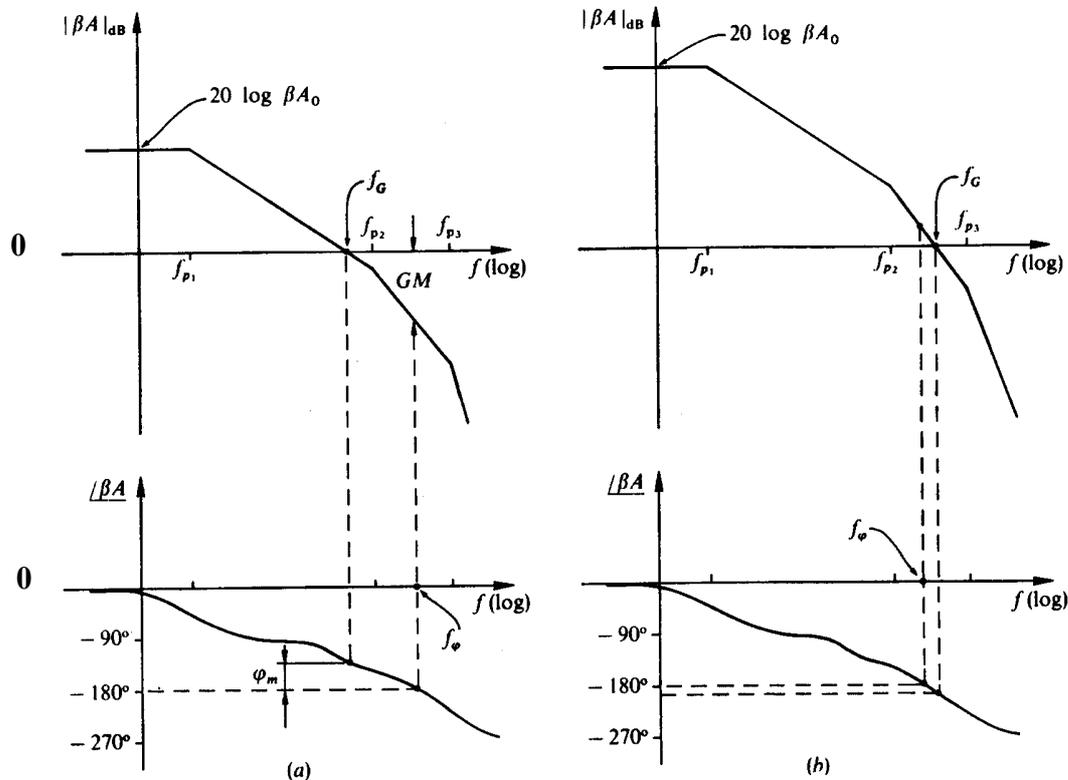
Il metodo per la verifica della stabilità con il diagramma di Bode è concettualmente simile a quello di Nyquist e si basa sulla verifica dell'andamento del guadagno contemporaneamente a quello della fase in funzione della frequenza.

Un amplificatore si definisce stabile se, alla *frequenza di incrocio della fase*,  $f_\varphi$ , per la quale la rotazione di fase di  $A\beta$  raggiunge i  $\pm 180^\circ$  rispetto alle frequenze di centro banda, si ha

$$|A\beta|_{dB} < 0 \text{ (oppure in lineare } |A\beta| < 1).$$

In sostanza si può dire che un amplificatore è stabile se alla  $f_\varphi$  per la quale la curva del modulo attraversa l'asse  $0 \text{ dB}$  la fase non ha ancora raggiunto i  $\pm 180^\circ$ .

## Oscillatori - parte prima



**Figura 6** Verifica della stabilità in frequenza con il metodo del diagramma di Bode

La figura 6 mostra due condizioni una di stabilità figura 6 a ed una di instabilità figura 6 b

Figura 6a. La curva che esprime l'andamento del modulo  $A \beta$  in funzione della frequenza interseca l'asse  $0 \text{ dB}$  quando la rotazione di fase è inferiore a  $-180^\circ$  di  $\varphi_m$ . La rotazione di fase di  $-180^\circ$  viene raggiunta con un valore di  $|A \beta|_{dB}$  negativo.

Figura 6b. La curva che esprime l'andamento del modulo  $A \beta$  in funzione della frequenza interseca l'asse  $0 \text{ dB}$  quando la rotazione di fase è superiore a  $-180^\circ$ . La rotazione di fase di  $-180^\circ$  viene raggiunta con un valore di  $|A \beta|_{dB}$  positivo.

### 2.6.3 Margine di fase e margine di guadagno

Il grado di stabilità di un amplificatore reazionato viene abitualmente quantificato mediante due parametri denominati :

- *margine di guadagno*,  $GM$ ,
- *margine di fase*,  $\varphi_m$ ,

Il *margine di guadagno* è definito, come il rapporto espresso in dB, tra il modulo del vettore unitario e quello della fase alla frequenza di incrocio della fase e si scrive:

## Oscillatori - parte prima

$$GM = 20 \log \frac{1}{|A\beta|} = -20 \log |A\beta| \quad \text{per la } f = f_\varphi,$$

cioè l'amplificatore è stabile  $|A\beta| < 1$ .

Il *margin di fase* è invece definito come la differenza tra  $180^\circ$  e il valore assoluto dell'argomento di  $A\beta$ , alla frequenza di incrocio del modulo  $f_G$ :

$$\varphi_m = 180^\circ - |\angle A\beta| \quad \text{per la } f = f_G,$$

l'amplificatore è stabile se il *margin di fase* è positivo. Ad esempio nella figura 6a il *margin di fase* è  $45^\circ$ .

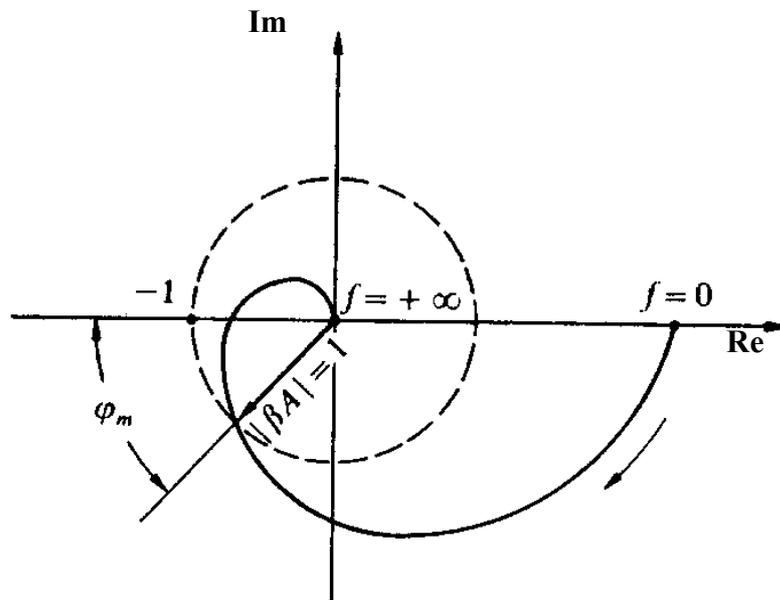


Figura 7 Determinazione del margine di fase con il diagramma di Nyquist

Il *margin di fase* può anche essere ricavato dal diagramma di Nyquist, è sufficiente tracciare un cerchio di raggio unitario con centro nell'origine degli assi e verificare l'intersezione con la curva polare come indicato in figura 7.

## Oscillatori - parte prima

### 3 Principi di funzionamento di un oscillatore

Per comprendere meglio come si genera una oscillazione in un'amplificazione prendiamo in considerazione lo schema di principio di un amplificatore con reazione e lo modifichiamo leggermente con l'aggiunta di due interruttori, inseriti uno sulla linea del segnale sorgente, S1 ed uno sulla linea del segnale di reazione S2.

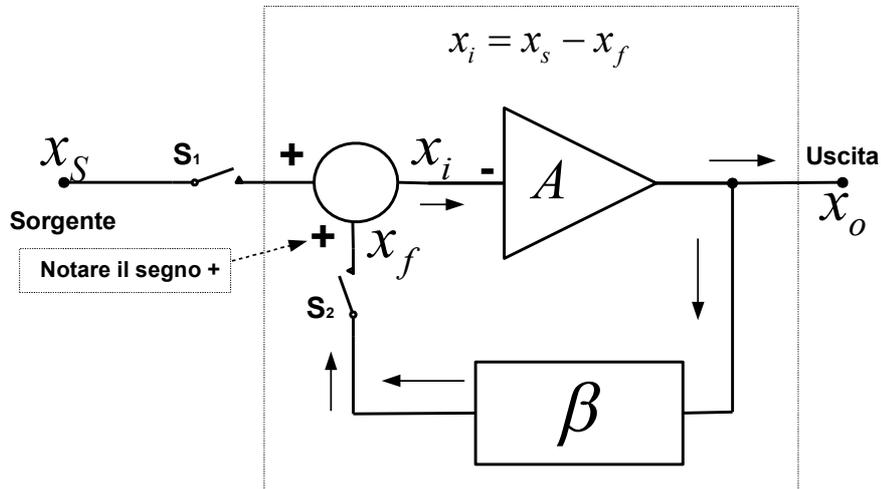


Figura 8 Principio di funzionamento di un oscillatore, reazione positiva

Si tratta di un amplificatore con reazione positiva, il segnale  $x_f$  viene iniettato nel blocco comparatore di fase senza inversione di fase (notare il segno +)

Prendendo questo schema come base di partenza faremo delle considerazioni basate sullo stato dei due interruttori

Prima condizione si considera  $S_1$  chiuso ed  $S_2$  aperto e si applica un segnale sinusoidale  $x_s$  all'ingresso e si valuta il segnale di reazione  $x_f$

$$x_f = \beta A x_s$$

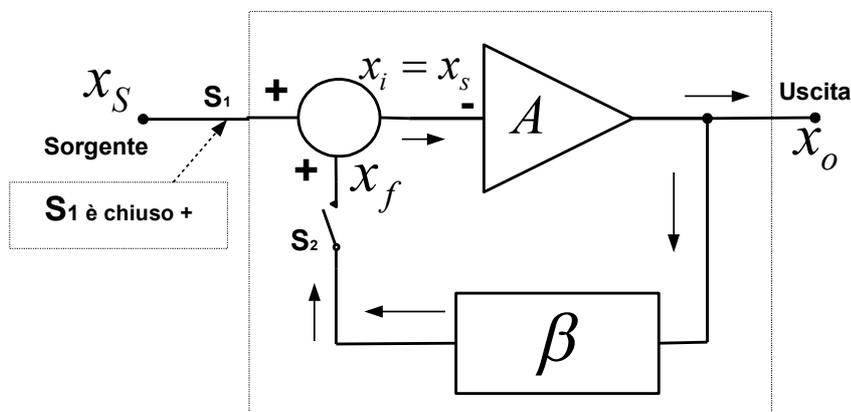


Figura 9 Principio di funzionamento, S1 chiuso ed S2 aperto

## Oscillatori - parte prima

Si fa l'ipotesi che ci sia una sola frequenza  $f_0$  per cui si abbia l'argomento di  $\beta A$  uguale a zero

$$\angle \beta A = 0$$

Ci possono essere tre casi:

$$|\beta A| = 1$$

$$|\beta A| < 1$$

$$|\beta A| > 1$$

### 3.1 Caso $\beta A = 1$

In questa condizione, chiudendo l'anello di reazione (**S2** viene chiuso) e aprendo il percorso del segnale proveniente dalla sorgente (**S1** viene aperto, escludendo  $x_s$ ) in modo quasi simultaneo, l'amplificatore si auto eccita. Si genera una oscillazione che genera un segnale di uscita  $x_0$  e frequenza  $f_0$ , che si mantiene nel tempo con ampiezza costante.

A regime, quando l'oscillazione si sta mantenendo cioè dopo l'azione in sequenza sugli interruttori avremo **S2** chiuso ed **S1** aperto quindi  $x_f$  sarà uguale a  $x_s$ .

$x_f$  ed  $x_s$  sono in fase

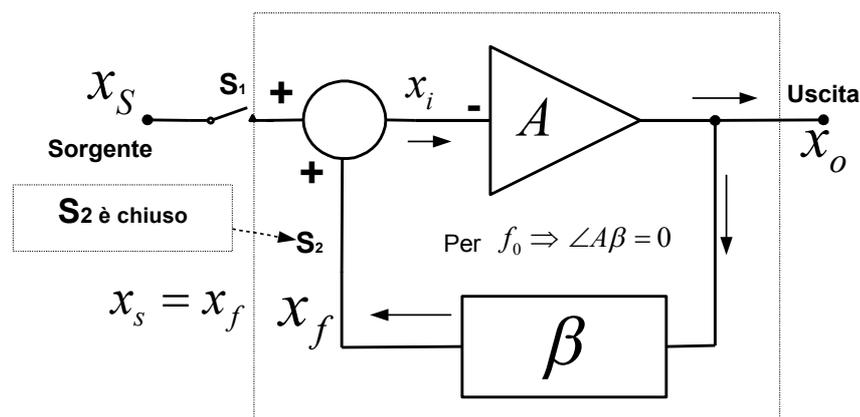


Figura 10

Il modulo di  $x_f$  uguale al modulo di  $x_s$ .

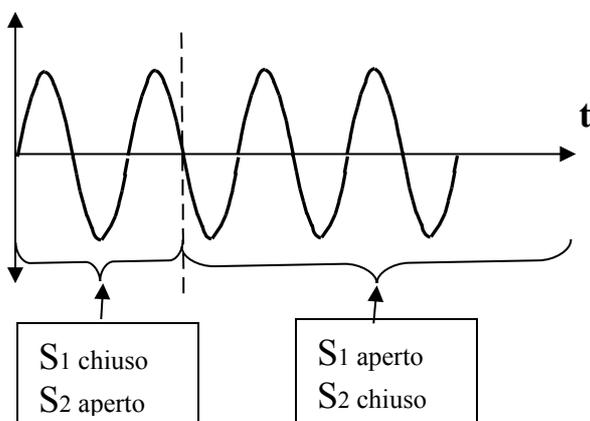


Figura 11 Andamento dell'oscillazione con  $\beta A = 1$

## Oscillatori - parte prima

### 3.2 Caso $\beta A < 1$

Chiudendo l'anello di reazione ( $S_2$  viene chiuso) e aprendo il percorso del segnale proveniente dalla sorgente ( $S_1$  viene aperto, escludendo  $x_s$ ) in modo quasi simultaneo, si genera una oscillazione che genera un segnale di uscita  $x_0$  e frequenza  $f_0$ , con ampiezza via via decrescente. L'ampiezza dell'oscillazione decresce fino ad annullarsi.

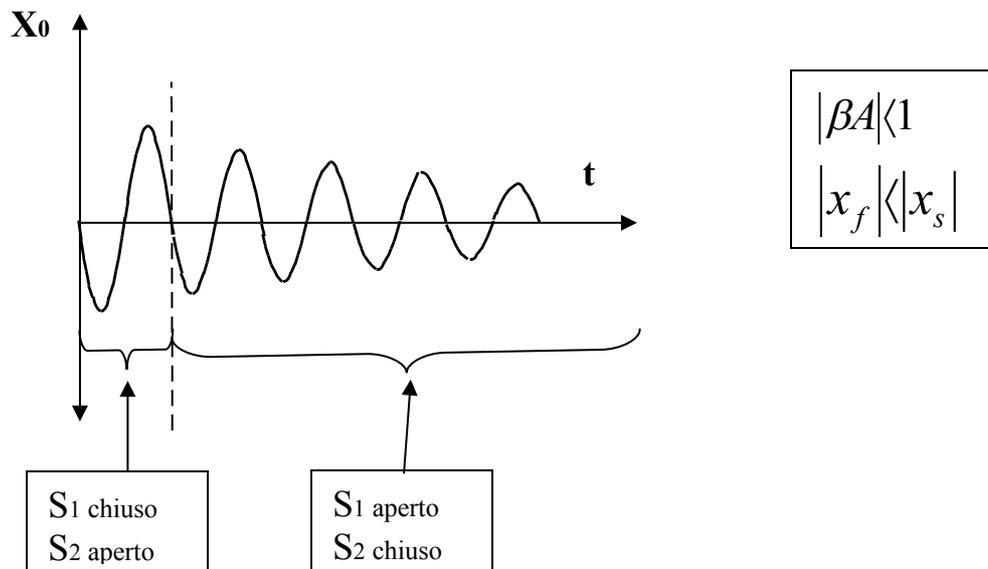


Figura 12 Andamento dell'ampiezza dell'oscillazione con  $\beta A < 1$  (il modulo di  $x_f$  è minore del modulo di  $x_s$ )

### 3.3 Caso $\beta A > 1$

Chiudendo l'anello di reazione ( $S_2$  viene chiuso) e aprendo il percorso del segnale proveniente dalla sorgente ( $S_1$  viene aperto, escludendo  $x_s$ ) in modo quasi simultaneo, si genera una oscillazione che genera un segnale di uscita  $x_0$  e frequenza  $f_0$ , con ampiezza via via crescente nel tempo fino a quando non intervengono fenomeni di non linearità dovuti all'amplificatore  $A$  (ad esempio la saturazione).

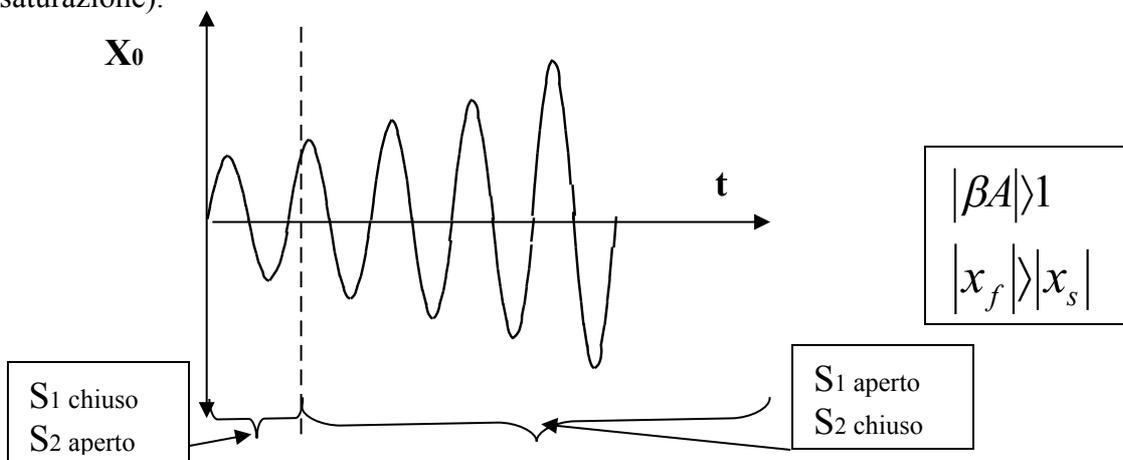


Figura 13 Ampiezza dell'oscillazione con  $\beta A > 1$  (il modulo di  $x_f$  è maggiore del modulo di  $x_s$ )

## Oscillatori - parte prima

E' molto importante osservare che in questo caso l'oscillazione si auto innesca cioè nasce spontaneamente nell'anelo di reazione appena il circuito viene alimentato.

L'auto innesco è reso possibile dalla presenza di componenti di rumore alla frequenza  $f_0$ . Il rumore è presente come rumore termico nell'amplificatore e nella rete di reazione (anche se la rete è una rete LC esiste sempre una componete R che "raccolge" le perdite) . Questa componente del rumore, di valore molto basso, viene esaltata dall'anello di reazione che la trasformerà in una oscillazione di ampiezza elevata, ampiezza che sarà limitata dalla non linearità dell'amplificatore.

Oltre al rumore all'accensione, cioè quando viene applicata l'alimentazione, sono presenti dei transitori di corrente e tensione che si possono considerare come segnali che fanno partire l'auto innesco dell'oscillazione.

Come si vede l'oscillazione si auto innesca per valori  **$\beta A$  maggiori di 1**, l'ampiezza dell'oscillazione cresce, però non può crescere indefinitamente, ma cresce fino a che si verifica la condizione,

$$\beta A = 1$$

condizione che viene mantenuta a regime in quanto intervengono:

la linearità del dispositivo attivo che limita l'ampiezza dell'oscillazione ( $\beta A$  non costante in funzione dell'ampiezza del segnale),

elementi di controllo dell'ampiezza dell'oscillazione inseriti opportunamente dal progettista.

Nel primo caso la forma d'onda del segnale di uscita potrà essere più o meno distorta a seconda della condizione di funzionamento dello stadio amplificatore e dal tipo di rete di reazione.

L'amplificatore deve essere lineare a bassi livelli altrimenti l'oscillazione non si innesca.

Riassumendo le condizioni affinché si verifichino le oscillazioni in un amplificatore con reazione positiva sono, ancora una volta

$$\beta A = 1$$

Questa condizione viene detta **Condizione di BARKHAUSEN**, essa significa che per avere delle oscillazioni ad una sola frequenza, il guadagno ad anello aperto deve essere unitario.

Da tenere presente che,  $\beta$  ed  $A$  sono numeri complessi (operiamo nel dominio della frequenza) quindi al condizione di Barkhausen può essere riscritta nel modo seguente

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Re}[\beta A] = 1 \\ \text{Im}[\beta A] = 0 \end{array} \right.$$

Dove :

- **Re** [ $\beta A$ ] = parte reale del numero complesso  $\beta A$
- **Im** [ $\beta A$ ] = parte immaginaria del numero complesso  $\beta A$

## Oscillatori - parte prima

Un'altra maniera di presentare la condizione di **Barkhausen** è.

$$\begin{cases} \arg \beta A = 0 \\ |\beta A| = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \angle \beta A = 0 \\ |\beta A| = 1 \end{cases}$$

Il significato è che alla frequenza in cui lavora l'oscillatore, lo sfasamento totale introdotto da amplificatore e rete di reazione deve essere nullo ed il guadagno dell'anello deve essere unitario.

L'oscillatore non ha bisogno del segnale  $x_s$  per auto innescarsi.

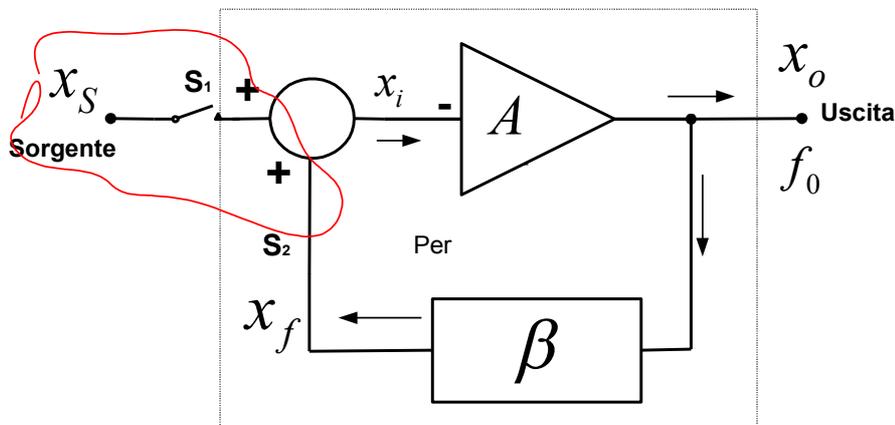


Figura 14

e quindi può essere ridisegnato così, che diventa lo schema a blocchi di un oscillatore reazionato (feedback oscillator)

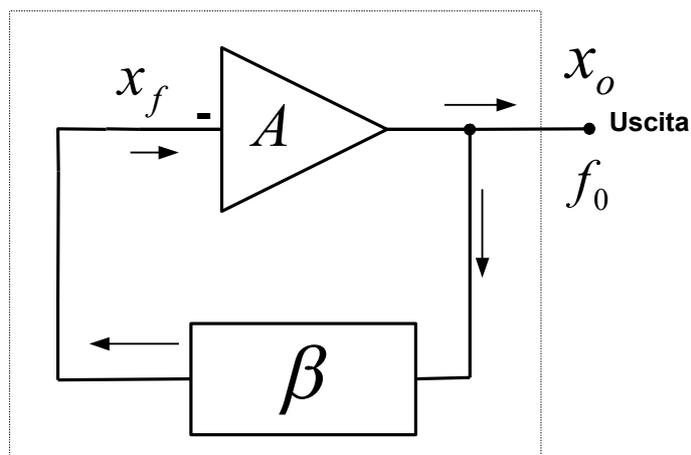


Figura 15

## Oscillatori - parte prima

Tenendo conto del rumore che fa innescare l'oscillazione lo schema a blocchi di un oscillatore può anche essere disegnato così.

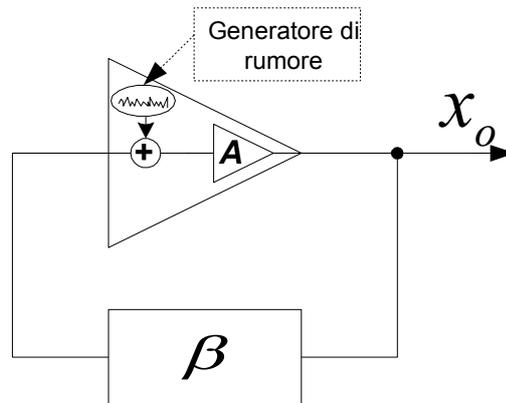


Figura 16

L'ampiezza non è costante con il livello del segnale

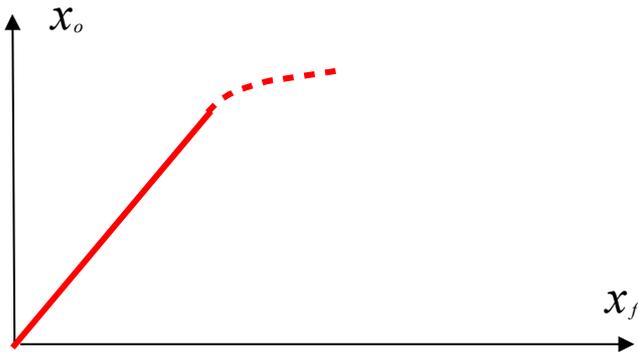


Figura 17

Per questo motivo vengono introdotti dei dispositivi per il controllo dell'ampiezza

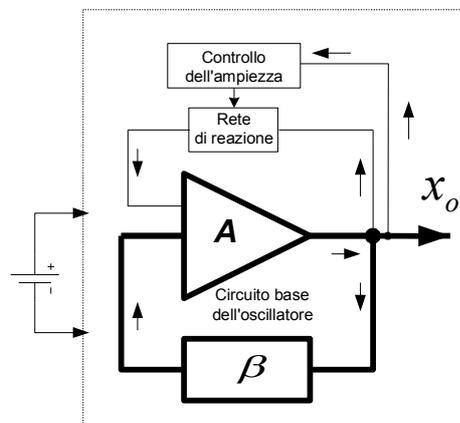


Figura 18

## Oscillatori - parte prima

---

Oltre che dal circuito base dell'oscillatore il circuito è composto da una rete di contro reazione, che potremmo considerare incorporata nell'amplificatore stesso, ma non sempre presente e da una rete di controllo dell'ampiezza.

La necessità di soddisfare la condizione di Barkhausen per un unico valore di frequenza **f<sub>0</sub>**, fa sì che la rete di reazione,  $\beta$ , sia composta da componenti selettivi in frequenza:

- R & C, resistenza e capacità,
- R & L, resistenza e induttanza,
- L&C, induttanza e capacità assieme.

Ci sono diverse tecniche per la costruzione della rete di reazione:

- reti RC, generalmente usate negli oscillatori per bassa frequenza
- reti LC, generalmente usate negli oscillatori per alta frequenza.

# Oscillatori - parte prima

## Oscillatori (parte seconda)

### 4 Oscillatori per bassa frequenza

Usano, generalmente, reti di reazione di tipo Resistenza e Capacità e generano oscillazioni di frequenza compresa fra frazioni di Hz fino a centinaia di kHz (anche 1 – 2 MHz). Classici sono i circuiti:

- a) a mezzo ponte di Wien,
- a ponte di Wien ,
- b) a sfasamento.

#### 4.1 Oscillatore a mezzo ponte di Wien

E' costituito da un amplificatore non invertente (il segno + all'ingresso dell'amplificatore indica che l'amplificatore non inverte il segnale) e da una rete di reazione

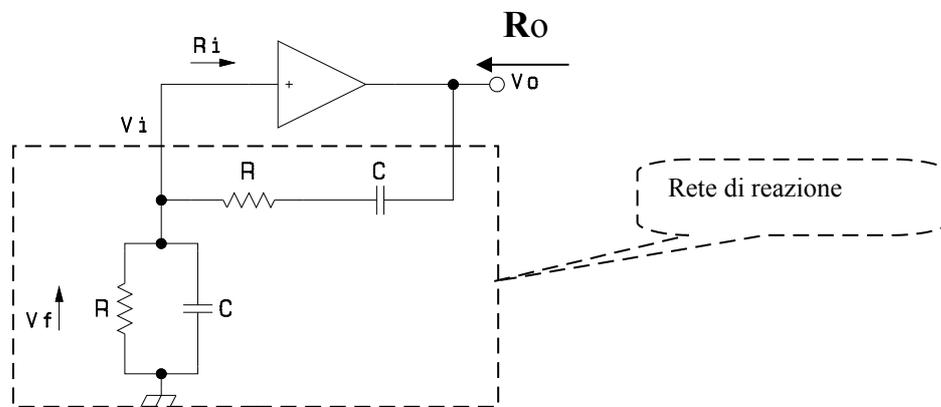


Figura 19 Oscillatore a mezzo ponte di Wien

Per studiare l'amplificatore conviene aprire l'anello di reazione e disegnare il circuito equivalente, si assumono delle semplificazioni come:

1. che  $R_i$  sia  $\gg R$ , in modo che non influisca sulla rete di reazione,
2. che  $R_o$  sia  $\approx 0$  in modo affinché il guadagno di tensione non dipenda dal carico,

Schema con l'anello di reazione aperto

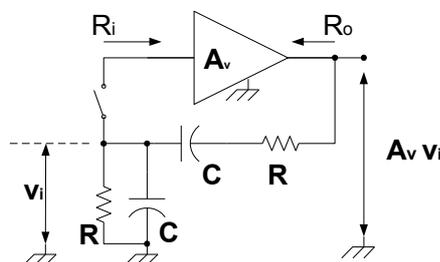


Figura 20 Oscillatore a mezzo ponte di Wien. Anello di reazione aperto

## Oscillatori - parte prima

Il circuito equivalente sarà:

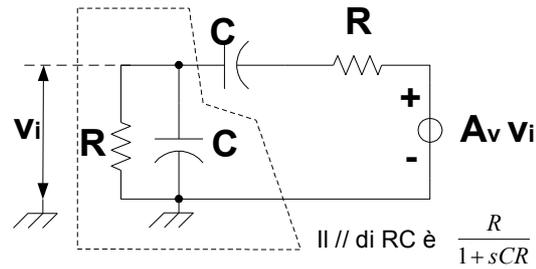


Figura 21 Oscillatore a mezzo ponte di Wien. Circuito equivalente

L'amplificatore viene visto come un generatore indipendente,  $A_v v_i$  che determina ai capi del parallelo R//C una tensione  $v_i$

$$v_i = A_v v_i \frac{\frac{R}{1 + sRC}}{R + \frac{1}{sC} + \frac{R}{1 + sRC}}$$

semplificando (vedi riquadro 1) si ottiene

$$A_v \frac{1}{3 + sCR + \frac{1}{sCR}} = 1$$

$\beta$

$$A_v \beta = 1$$

$A_v$  è reale mentre  $\beta$  è complesso

Ponendo la condizione di Barkhausen

$$\begin{cases} \angle \beta A = 0 \\ |\beta A| = 1 \end{cases}$$

Considerando che siamo in regime sinusoidale e che  $s = j\omega$  per soddisfare la condizione di Barkhausen si deve porre la parte immaginaria del denominatore a zero (del solo  $\beta$ , in quanto è una grandezza complessa).

$$0 = sCR + \frac{1}{sCR}$$

condizione che si ottiene per un particolare valore di  $\omega$  (riquadro 2)

$$\omega_0 = \frac{1}{CR}$$

In queste condizioni di pulsazione la parte immaginaria si riduce a zero quindi la relazione

## Oscillatori - parte prima

$$A_v \frac{1}{3 + sCR + \frac{1}{sCR}} = 1$$

diventa  $A_v \frac{1}{3} = 1$  cioè  $\beta = 1/3$  quindi  $A_v = 3$

i

Riquadro 1

$$v_i = A_v v_i \frac{\frac{R}{1+sRC}}{R + \frac{1}{sC} + \frac{R}{1+sRC}} \quad 1 = A_v \frac{\frac{R}{1+sRC}}{\frac{sCR(1+sCR) + (1+sCR) + sCR}{sC(1+sCR)}}$$

$$1 = A_v \frac{R}{\frac{sCR(1+sCR) + (1+sCR) + sCR}{sC}}$$

$$1 = A_v \frac{1}{\frac{sCR(1+sCR) + (1+sCR) + sCR}{sCR}} = A_v \frac{1}{\frac{3sCR}{sCR} + \frac{(sCR)^2}{sCR} + \frac{1}{sCR}} = A_v \frac{1}{3 + sCR + \frac{1}{sCR}}$$

Riquadro 2

$$0 = sCR + \frac{1}{sCR} \quad sCR = -\frac{1}{sCR} \quad \text{per } s = j\omega \quad j\omega CR = -\frac{1}{j\omega CR} * \frac{\omega}{jCR}$$

$$\omega^2 = -\frac{1}{(jCR)^2} = \frac{1}{(CR)^2} \quad \omega = \frac{1}{CR}$$

### 4.2 Oscillatore a ponte di Wien

Deriva dall'oscillatore a mezzo ponte di Wien ed impiega un amplificatore differenziale

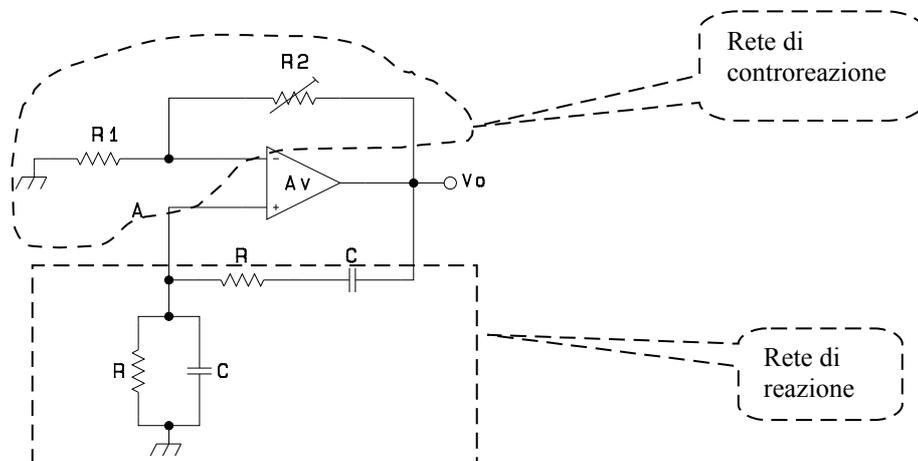


Figura 22 Oscillatore a ponte di Wien

## Oscillatori - parte prima

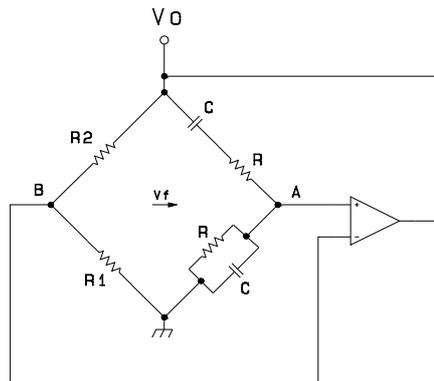


Figura 23 Oscillatore a ponte di Wien , disegnato in modo da mettere in evidenza il ponte

### 4.3 Oscillatore a sfasamento

E' costituito da un amplificatore invertente (il segno - all'ingresso dell'amplificatore indica che l'amplificatore inverte il segnale) e da una rete di reazione. Essendo l'amplificatore invertente (introduce uno sfasamento di  $180^\circ$ ) è necessario inserire nella rete di reazione tre celle RC o RL connesse in cascata, ogni celle introduce uno sfasamento minore di  $90^\circ$ . L'oscillatore ha la forma rappresentata in figura,  $Z_1$  è un elemento reattivo (di solito è una capacità) mentre  $Z_2$  è un elemento resistivo, oppure viceversa.

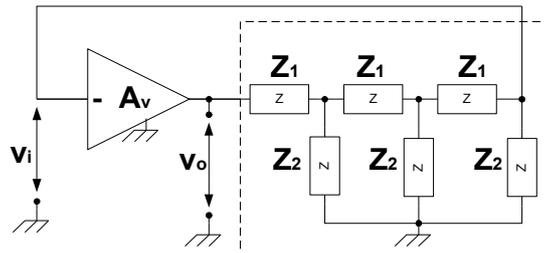


Figura 24 Oscillatore a sfasamento

Per studiare l'amplificatore conviene disegnare il circuito equivalente (che si ottiene aprendo l'anello di reazione), si assumono delle semplificazioni come:

3. che resistenza di ingresso dell'amplificatore,  $R_i$ , sia  $\gg R$ , in modo che non influisca sulla rete di reazione,
- che la resistenza di uscita dell'amplificatore,  $R_o$ , sia  $\approx 0$  in modo affinché il guadagno di tensione non dipenda dal carico.

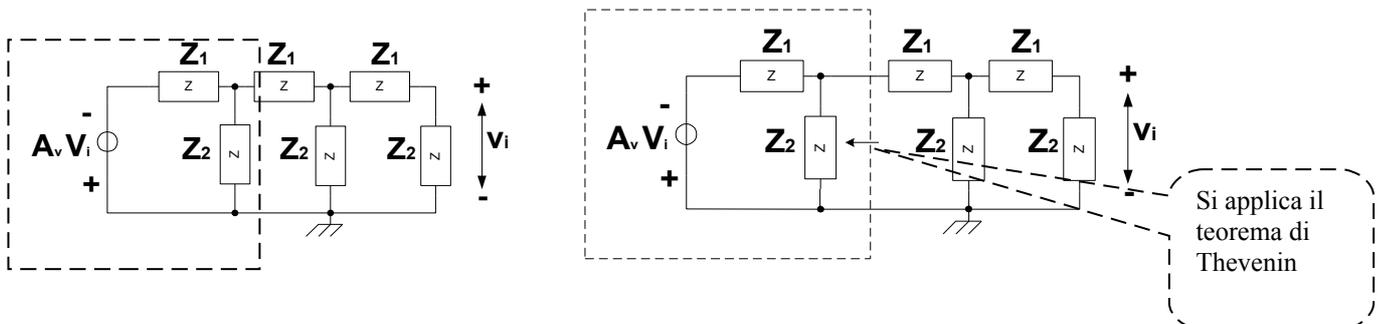


Figura 25 Oscillatore a sfasamento, circuito equivalente

## Oscillatori - parte prima

Dopo l'applicazione del teorema di Thevenin al circuito della prima cella si ha:

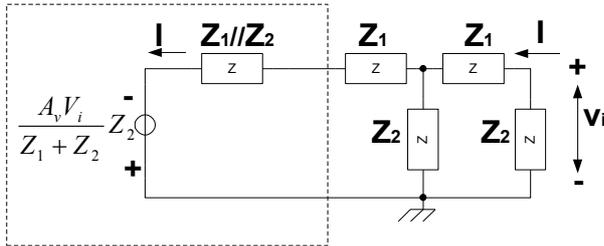


Figura 26 Oscillatore a sfasamento, circuito equivalente semplificato

Si ricava il valore della corrente I

$$I = \frac{A_v V_i}{Z_1 + Z_2} Z_2 \frac{1}{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_1 + \frac{Z_2 (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + 2Z_1}}$$

$I_1 = \frac{Z_2}{Z_1 + 2Z_2} I$  (vedi riquadro 3) si ricava **I** e lo si sostituisce nell'equazione qui sopra

$$V_i = -Z_2 I_1$$

$$I_1 \frac{(Z_1 + 2Z_2)}{Z_2} = \frac{A_v V_i}{Z_1 + Z_2} Z_2 \frac{1}{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_1 + \frac{Z_2 (Z_1 + Z_2)}{Z_1 + 2Z_1}}$$

da cui si arriva (Riquadro 4)

$$1 = -A_v \frac{Z_2^3}{Z_1 Z_2 (Z_1 + 2Z_2) + Z_1 (Z_1 + Z_2) (Z_1 + 2Z_2) + Z_2 (Z_1 + Z_2)^2}$$

da cui si ricava (Riquadro 5)

$$1 = -A_v \frac{1}{\underbrace{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 6\frac{Z_1}{Z_2} + 1}_{\beta}}$$

**A<sub>v</sub>** è reale mentre **β** è complesso

Ponendo la condizione di Barkhausen

$$\begin{cases} \angle \beta A = 0 \\ |\beta A| = 1 \end{cases}$$

## Oscillatori - parte prima

La parte immaginaria dell'equazione di cui sopra deve annullarsi.  $Z_1$  oppure  $Z_2$  sono reattivi, ma non entrambi. Considerando che sono immaginari solamente le frazioni  $Z_1/Z_2$  elevate a potenza dispari, la parte immaginaria da annullare è:

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 6\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right) = 0 \quad \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 = -6 \quad \frac{Z_1}{Z_2} \neq 0$$

$$1 = -A_v \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 6\frac{Z_1}{Z_2} + 1} \quad 1 = -A_v \frac{1}{+5(-6)+1}$$

La somma di questi è zero, ambedue sono immaginari elevati a potenza dispari

Da cui l'amplificazione è:

$A_v = 29$

$$\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 = -6$$

La frequenza di oscillazione si deduce dalla

Nel caso sia  $Z_1$  costituita da una reattanza capacitiva e  $Z_2$  costituita da una resistenza si ha:

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C} \quad Z_2 = R \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{6}CR}$$

Nel caso sia  $Z_1$  costituita da una resistenza e  $Z_2$  costituita da una reattanza capacitiva:

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = \frac{\sqrt{6}}{CR}$$

$$Z_1 = R \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C}$$

## Oscillatori - parte prima

Riquadro 3

$$Z_2(I - I_1) = I_1(Z_1 + Z_2) \quad Z_2 I = Z_1 I_1 + Z_2 I_1 + Z_2 I_1 \quad I_1 = \frac{Z_2 I}{Z_1 + Z_2 + Z_2}$$

Riquadro 4

$$-\frac{V_1}{Z_2} \frac{(Z_1 + 2Z_2)}{Z_2} = \frac{A_v V_1}{Z_1 + Z_2} Z_2 \frac{1}{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_1 + \frac{Z_2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + 2Z_2}}$$

$$-V_1 = \frac{Z_2^3}{Z_1 + 2Z_2} \frac{A_v V_1}{Z_1 + Z_2} \frac{1}{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_1 + \frac{Z_2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + 2Z_2}}$$

$$1 = -A_v \frac{Z_2^3}{(Z_1 + 2Z_2)(Z_1 + Z_2)} \left( \frac{1}{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + Z_1 + \frac{Z_2(Z_1 + Z_2)}{Z_1 + 2Z_2}} \right)$$

$$1 = -A_v \frac{Z_2^3}{(Z_1 + 2Z_2)(Z_1 + Z_2)} \left( \frac{1}{\frac{Z_1 Z_2 (Z_1 + 2Z_2) + Z_1 (Z_1 + Z_2)(Z_1 + 2Z_2) + Z_2 (Z_1 + Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)(Z_1 + 2Z_2)}} \right)$$

$$1 = -A_v \frac{Z_2^3}{Z_1 Z_2 (Z_1 + 2Z_2) + Z_1 (Z_1 + Z_2)(Z_1 + 2Z_2) + Z_2 (Z_1 + Z_2)^2}$$

Riquadro 5

$$1 = -A_v \frac{Z_2^3}{Z_1 Z_2 (Z_1 + 2Z_2) + Z_1 (Z_1 + Z_2)(Z_1 + 2Z_2) + Z_2 (Z_1 + Z_2)^2}$$

$$1 = -A_v \frac{Z_2^3}{Z_1^2 Z_2 + 2Z_1 Z_2^2 + Z_1 (Z_1^2 + 2Z_1 Z_2 + Z_1 Z_2 + 2Z_2^2) + Z_2 (Z_1^2 + Z_2^2 + 2Z_1 Z_2)}$$

$$1 = -A_v \frac{Z_2^3}{Z_1^2 Z_2 + 2Z_1 Z_2^2 + Z_1^3 + 2Z_1^2 Z_2 + Z_1^2 Z_2 + 2Z_1 Z_2^2 + Z_1^2 Z_2 + Z_2^3 + 2Z_1 Z_2^2}$$

$$1 = -A_v \frac{Z_2^3}{5Z_1^2 Z_2 + 6Z_1 Z_2^2 + Z_1^3 + Z_2^3}$$

$$1 = -A_v \frac{1}{\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^3 + 5\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2 + 6\frac{Z_1}{Z_2} + 1}$$

## Oscillatori - parte prima

### Oscillatori (Parte terza A)

#### 5 Gli oscillatori per alta frequenza

##### 5.1 Gli oscillatori a tre punti

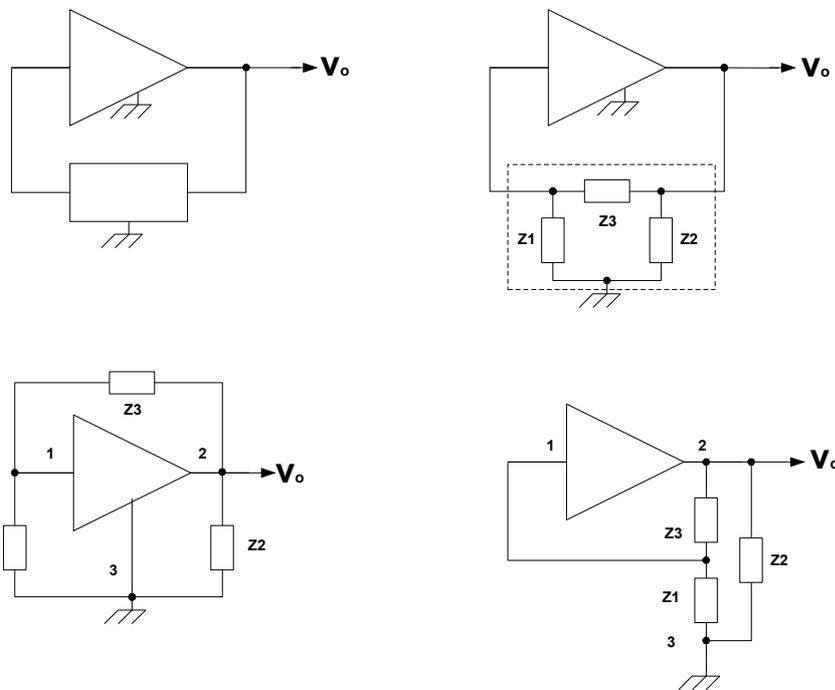
In questi oscillatori la frequenza di oscillazione è generalmente determinata da quella di un circuito LC inserito nella rete di reazione. La gamma di oscillazione si estende da qualche decina di kHz fino a diverse centinaia di MHz.

L'elevata selettività (alto Q) dei circuiti risonanti inseriti nella rete di reazione consente di ottenere una buona stabilità di frequenza.

Di questi oscillatori esistono diverse versioni circuitali ma sono generalmente tutte riconducibili ad uno schema generale che prende il nome di oscillatore a tre punti:

- Punto 1 = ingresso dell'amplificatore
- Punto 2 = uscita dell'amplificatore,
- Punto 3 = punto comune (massa per le correnti alternate)

Figura 27



Si fa l'ipotesi che:

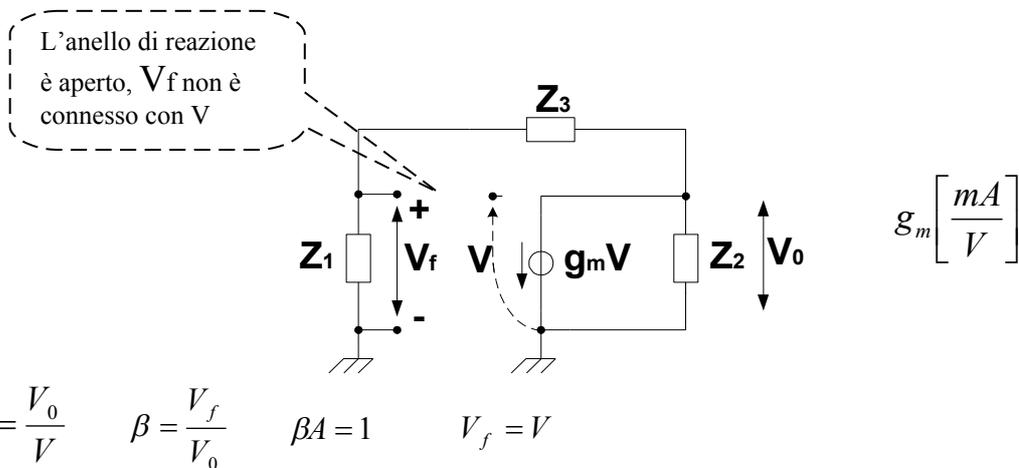
- l'amplificatore sia invertente,
- siano trascurabili gli effetti reattivi dell'amplificatore
- $Z_1$  comprende l'impedenza di ingresso dell'amplificatore
- $Z_2$  comprende l'impedenza di uscita dell'amplificatore

Il circuito equivalente può essere rappresentato come segue:

## Oscillatori - parte prima

Da prima lo si disegna interrompendo l'anello di reazione

Figura 28



Il circuito equivalente diventa

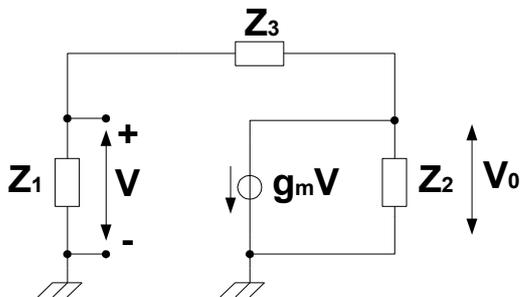


Figura 29

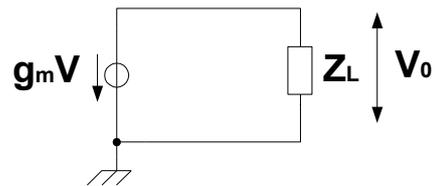


Figura 30

$$Z_L = (Z_1 + Z_3) // Z_2 \quad Z_L = \frac{Z_2(Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_3 + Z_2}$$

$$V_0 = -g_m V Z_L \quad V_0 = -g_m V \frac{Z_2(Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_3 + Z_2} \quad V = \frac{V_0}{Z_1 + Z_3} Z_1 \quad V = \frac{-g_m V \frac{Z_2(Z_1 + Z_3)}{Z_1 + Z_3 + Z_2}}{Z_1 + Z_3} Z_1$$

$$V = -g_m V \frac{Z_2 Z_1}{Z_1 + Z_3 + Z_2}$$

$$-g_m Z_2 Z_1 = Z_1 + Z_3 + Z_2$$

Equazione 1

Per semplificare lo studio conviene considerare che solamente una delle due impedenze  $Z_1$  e  $Z_2$  contengano un elemento resistivo.

## Oscillatori - parte prima

### 5.1.1 Caso con un elemento resistivo contenuto in Z1 (BJT)

$$Z_1 = R_1 // jX_1$$

$$Z_2 = jX_2$$

$$Z_3 = jX_3$$

che sostituendo nella  $-g_m Z_2 Z_1 = Z_1 + Z_3 + Z_2$  si ha

$$-g_m \frac{R_1 jX_1}{R_1 + jX_1} jX_2 = \frac{R_1 jX_1}{R_1 + jX_1} + jX_2 + jX_3$$

$$g_m R_1 X_1 X_2 = R_1 jX_1 + jX_2 (R_1 + jX_1) + jX_3 (R_1 + jX_1)$$

$$g_m R_1 X_1 X_2 = R_1 jX_1 + j(X_2 + X_3)(R_1 + jX_1)$$

$$g_m R_1 X_1 X_2 = R_1 jX_1 + jX_2 R_1 - X_2 X_1 + jX_3 R_1 - X_3 X_1$$

$$g_m R_1 X_1 X_2 = jR_1 (X_1 + X_2 + X_3) - X_2 X_1 - X_3 X_1$$

$$g_m R_1 X_1 X_2 = jR_1 (X_1 + X_2 + X_3) - X_1 (X_2 + X_3)$$

la parte immaginaria sarà uguale a zero se la somma:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0$$

**Equazione 2**

in queste condizioni la frequenza di oscillazione si ottiene annullando la serie delle tre reattanze ma prima di farlo cerchiamo di stabilire al natura delle tre reattanze riscrivendo l'equazione

$$g_m R_1 X_1 X_2 = jR_1 (X_1 + X_2 + X_3) - X_1 (X_2 + X_3)$$

così

$$g_m R_1 X_1 X_2 = -X_1 (X_2 + X_3) \text{ considerando che } X_2 + X_3 = -X_1 \text{ si ha}$$

$$g_m R_1 X_2 = X_1$$

$$g_m R_1 = \frac{X_1}{X_2}$$

questa relazione stabilisce le condizioni di oscillazione e mette in evidenza che affinché queste condizioni non dipendano dalla frequenza le due reattanze  $X_1$  ed  $X_2$  devono essere dello stesso tipo. Tutte due capacitive oppure tutte due induttive.

## Oscillatori - parte prima

### 5.1.2 Caso con un elemento resistivo contenuto in $Z_2$ (JFET)

$$Z_1 = jX_1$$

$$Z_2 = R_2 // jX_2$$

$$Z_3 = jX_3$$

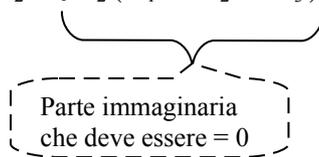
che sostituendo nella  $-g_m Z_2 Z_1 = Z_1 + Z_2 + Z_3$  si ha

$$-g_m jX_1 \frac{R_2 jX_2}{R_2 + jX_2} = jX_1 + \frac{R_2 jX_2}{R_2 + jX_2} + jX_3$$

$$g_m X_1 R_2 X_2 = jX_1 R_2 - X_1 X_2 + R_2 jX_2 + jX_3 R_2 - X_3 X_2$$

$$g_m X_1 R_2 X_2 = jX_1 R_2 - X_1 X_2 + R_2 jX_2 + jX_3 R_2 - X_3 X_2$$

$$g_m X_1 R_2 X_2 = jR_2 (X_1 + X_2 + X_3) - X_2 (X_3 + X_1)$$



$$X_1 + X_2 + X_3 = 0$$

$$g_m X_1 R_2 X_2 = -X_2 (X_3 + X_1)$$

$$X_1 + X_3 = -X_2$$

$$g_m X_1 R_2 = X_2$$

$$g_m R_2 = \frac{X_2}{X_1}$$

## Oscillatori - parte prima

### 5.1.3 Hartley & Colpitts

Dalla relazione

$$X_1 + X_2 + X_3 = 0 \quad X_1 + X_2 = -X_3$$

si deduce che la reattanza  $X_3$  deve essere di segno opposto alle reattanze  $X_1$  ed  $X_2$ .

Se  $X_1$  ed  $X_2$  sono induttive ed  $X_3$  capacitiva l'oscillatore viene chiamato *Oscillatore di Hartley*, vedi figura

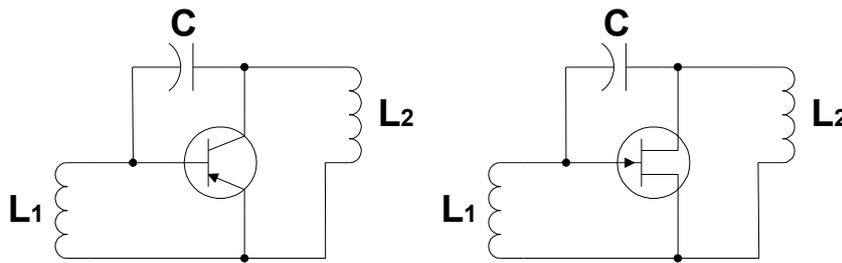
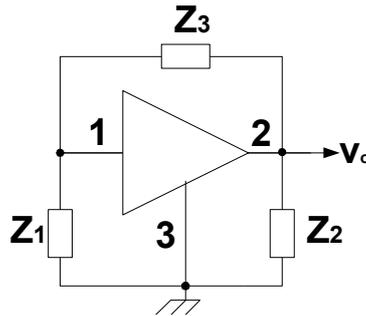


Figura 31

Se  $X_1$  ed  $X_2$  sono capacitive ed  $X_3$  induttiva l'oscillatore viene chiamato *Oscillatore di Colpitts*, vedi figura

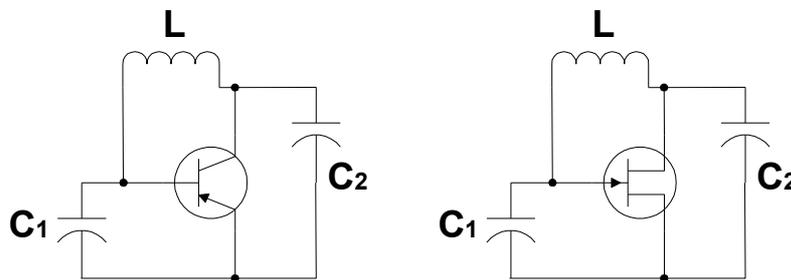


Figura 32

## Oscillatori - parte prima

### 5.2 Oscillatore di Colpitts

Il transistor è inserito in modo invertente. Si considera che gli elementi reattivi siano ideali.

Per il transistor bipolare (BJT) le condizioni poste sono ( $r_x$  ed  $r_0$  devono esser trascurabili)

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 // jX_1 \\ Z_2 &= jX_2 \\ Z_3 &= jX_3 \end{aligned}$$

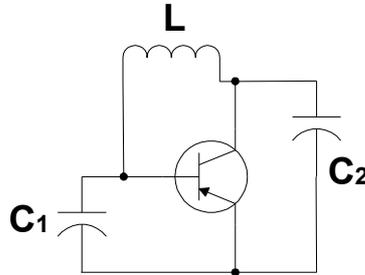


Figura 33

Per il transistor ad effetto di campo a giunzione (JFET)

$$\begin{aligned} Z_1 &= jX_1 \\ Z_2 &= R_2 // jX_2 \\ Z_3 &= jX_3 \end{aligned}$$

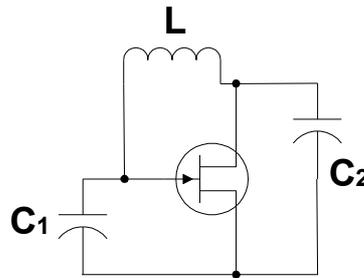


Figura 34

La frequenza di **risonanza è data** dalla  $X_1 + X_2 + X_3 = 0$

$$-\frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2} + \omega L = 0 \quad -\frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) + \omega L = 0$$

$$-\frac{1}{\omega} \frac{1}{C} + \omega L = 0 \quad C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \text{ è la serie di } C_1 \text{ e } C_2$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{CL}$$

In base alle assunzioni fatte la frequenza di risonanza non dipende dall'elemento attivo.

Considerando un circuito con BJT potremmo porre  $R_1 = r_\pi$  nella  $g_m R_1 = \frac{X_1}{X_2}$  ed essendo

$g_m r_\pi = \beta_0$  si ha

$\beta_0 = \frac{C_2}{C_1}$  essendo  $\beta_0 \gg 1$  si avrà  $C_2 \gg C_1$

pertanto la frequenza di risonanza dipende quasi esclusivamente da  $C_1$ .

## Oscillatori - parte prima

Considerando un circuito con JFET potremmo porre  $R_2 = r_d$  nella  $g_m R_2 = \frac{X_2}{X_1}$  ed essendo

$g_m r_d = \mu$  si ha

$\mu = \frac{C_1}{C_2}$  essendo  $\mu \gg 1$  si avrà  $C_1 \gg C_2$

pertanto la frequenza di risonanza dipende quasi esclusivamente da  $C_2$ .

### 5.3 Oscillatore Hartley

Anche in questo caso l'amplificatore è inserito in modo invertente. Si fa l'ipotesi che gli elementi reattivi siano ideali

Per il transistor bipolare (BJT) le condizioni poste sono ( $r_x$  ed  $r_0$  devono esser trascurabili)

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 // jX_1 \\ Z_2 &= jX_2 \\ Z_3 &= jX_3 \end{aligned}$$

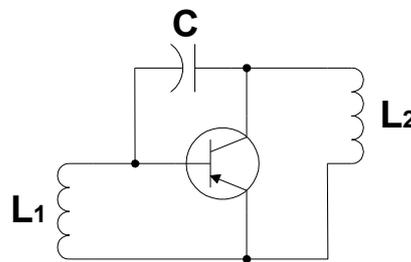


Figura 35

Per il transistor ad effetto di campo a giunzione (JFET)

$$\begin{aligned} Z_1 &= jX_1 \\ Z_2 &= R_2 // jX_2 \\ Z_3 &= jX_3 \end{aligned}$$

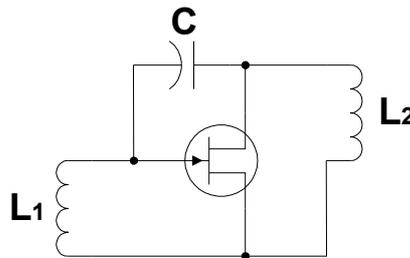


Figura 36

La frequenza di **risonanza è data** dalla  $X_1 + X_2 + X_3 = 0$

$$\omega L_1 + \omega L_2 - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad \omega(L_1 + L_2) - \frac{1}{\omega C} = 0$$

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0 \quad L = L_1 + L_2 \text{ è la serie di } L_1 \text{ e } L_2$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{CL}$$

Anche in questo caso l'oscillazione non dipende dal transistor.

## Oscillatori - parte prima

Considerando un circuito con BJT potremmo porre  $R_1 = r_\pi$  nella  $g_m R_1 = \frac{X_1}{X_2}$  ed essendo

$g_m r_\pi = \beta_0$  si ha

$$\beta_0 = \frac{L_1}{L_2} \text{ essendo } \beta_0 \gg 1 \text{ si avrà } L_1 \gg L_2$$

pertanto la frequenza di risonanza dipende quasi esclusivamente da  $L_1$ .

Considerando un circuito con JFET potremmo porre  $R_2 = r_d$  nella  $g_m R_2 = \frac{X_2}{X_1}$  ed essendo

$g_m r_d = \mu$  si ha

$$\mu = \frac{L_2}{L_1} \text{ essendo } \mu \gg 1 \text{ si avrà } L_2 \gg L_1$$

pertanto la frequenza di risonanza dipende quasi esclusivamente da  $L_2$ .

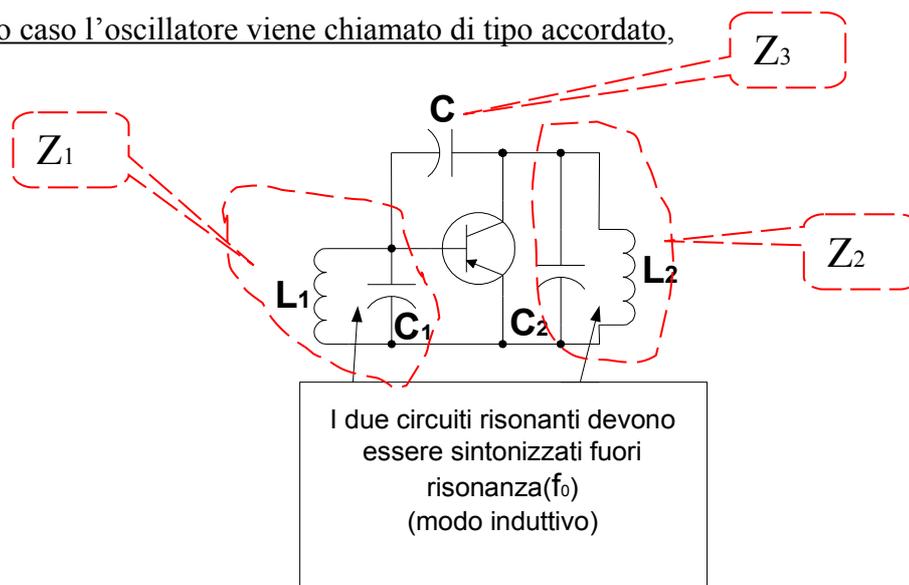
L'oscillatore Hartley può risultare di più facile applicazione, infatti si può variare la frequenza di oscillazione agendo su di un solo condensatore senza modificare le condizioni di oscillazione in quanto dipendono da  $L_1$  e  $L_2$ .

### 5.4 Altri tipi di oscillatori

Se le impedenze  $Z_1$  e  $Z_2$  sono di tipo induttivo l'accoppiamento può avvenire :

- Tramite  $Z_3$  di tipo capacitivo
- Tramite mutua induzione fra  $Z_1$  e  $Z_2$
- Tramite ambedue gli accoppiamenti appena menzionati.

Nel primo caso l'oscillatore viene chiamato di tipo accordato,



**Figura 37 Oscillatore accordato**

L'oscillatore può essere realizzato impiegando come elemento attivo un BJT (come in figura) oppure un JFET.

## Oscillatori - parte prima

Nel secondo caso in cui l'accoppiamento avviene solamente per mutua induzione, la reazione positiva avviene tramite l'accoppiamento fra primario e secondario di un trasformatore il cui primario viene sintonizzato alla frequenza di oscillazione. Il circuito accordato può essere inserito nel circuito di ingresso oppure in quello di uscita.

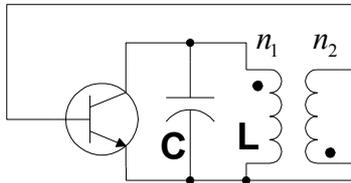


Figura 38 Circuito accordato inserito nel circuito di uscita. Accordato di collettore

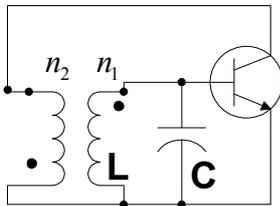


Figura 39 Circuito accordato in ingresso. Accordato di base

Nel terzo caso l'accoppiamento tra ingresso ed uscita è misto. L'oscillatore ha una configurazione simile a quella dell'oscillatore Hartley, precedentemente studiato, la differenza è che le due induttanze sono costruite in modo da formare un autotrasformatore

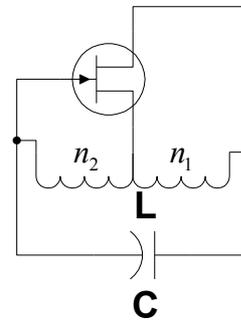
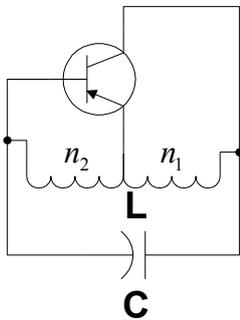


Figura 40 Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore

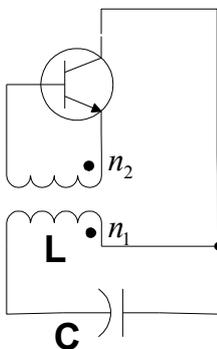
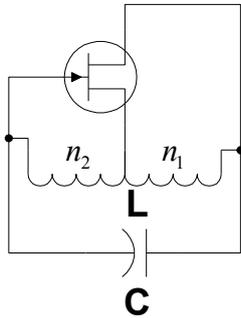


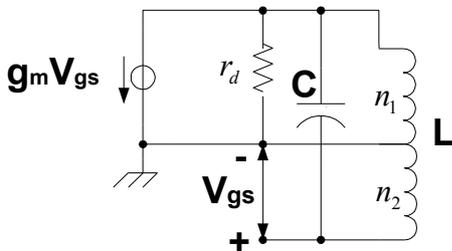
Figura 41 Hartley con accoppiamento a trasformatore

## Oscillatori - parte prima

### 5.4.1 Condizioni di oscillazione di un oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore con JFET



**Figura 42** Oscillatore Hartley con elemento attivo costituito da JFET e con accoppiamento ad autotrasformatore  
Trascurando le componenti reattive del JFET il circuito equivalente diventa

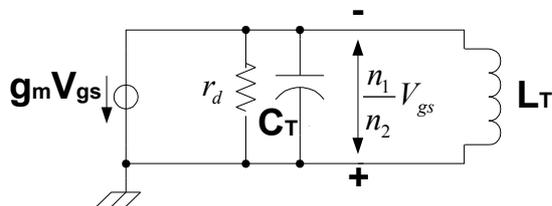


**Figura 43** Circuito equivalente dell'oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore

$$C_T = C \left( \frac{n_1 + n_2}{n_1} \right)^2 \quad (\text{Nota ii})$$

$$L_T = L \left( \frac{n_1}{n_1 + n_2} \right)^2$$

Pertanto il circuito equivalente si può ridisegnare così



**Figura 44** Circuiti equivalente che tiene conto del rapporto di trasformazione

Sommando le correnti nel circuito di figura 18, si può scrivere la seguente equazione

$$g_m V_{gs} = V_{gs} \frac{n_1}{n_2} \left( \frac{1}{r_d} + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T \right)$$

$$g_m \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{r_d} + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T$$

## Oscillatori - parte prima

Ponendo la parte immaginaria uguale a zero

$$\frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T = 0$$

$$\frac{1}{\omega L_T} = \omega C_T \text{ da cui la pulsazione di oscillazione è data da}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{L_T C_T} = \frac{1}{LC} \text{ a questa frequenza la } g_m \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{r_d} + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T \text{ diventa}$$

$$g_m \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{r_d} \text{ che definisce la condizione di oscillazione ed essendo } g_m r_d = \mu \text{ si ha}$$

$$\mu = \frac{n_1}{n_2}$$

Il significato fisico di questa equazione è che l'amplificazione dell'elemento attivo deve compensare l'attenuazione della tensione introdotta dall'autotrasformatore affinché il guadagno di anello sia pari ad uno alla frequenza di oscillazione.

### 5.4.2 Condizioni di oscillazione di un oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore con BJT

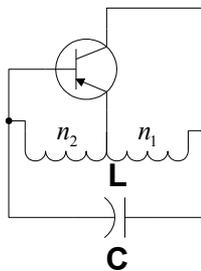


Figura 45 Oscillatore Hartley con elemento attivo costituito da BJT e con accoppiamento ad autotrasformatore

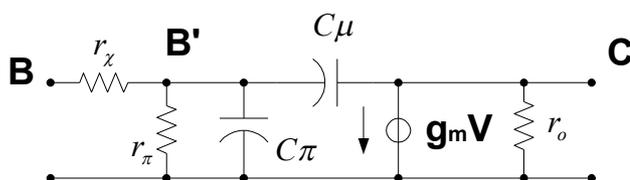


Figura 46 Circuito equivalente di Giacioletto

Trascurando gli elementi reattivi e trascurando  $r_x$  il equivalente diventa

## Oscillatori - parte prima

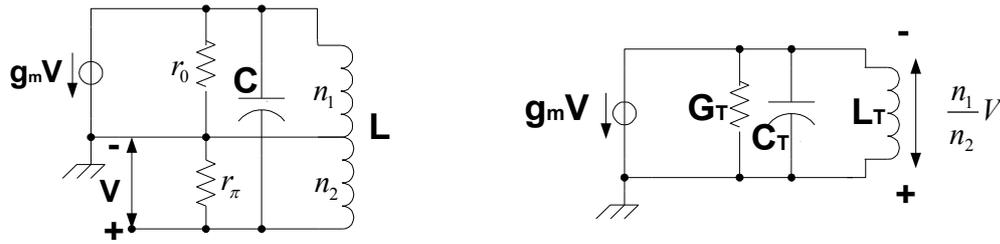


Figura 47 Circuiti equivalente che tiene conto del rapporto di trasformazione

$$C_T = C \left( \frac{n_1 + n_2}{n_1} \right)^2$$

$$L_T = L \left( \frac{n_1}{n_1 + n_2} \right)^2$$

$$G_T = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_\pi} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cong \frac{1}{r_\pi} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

La condizioni di oscillazione  $g_m V = V \frac{n_1}{n_2} \left( G_T + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T \right)$  da cui

$$g_m \frac{n_2}{n_1} = G_T + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T$$

uguagliando a zero la parte immaginario si ottiene la relazione che da la pulsazione di risonanza

$$\frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T = 0 \quad \frac{1}{\omega L_T} = \omega C_T$$

$\omega_0^2 = \frac{1}{C_T L_T} = \frac{1}{CL}$  da cui si ricavano le condizioni di amplificazione

$$g_m \frac{n_2}{n_1} = G_T \text{ essendo } G_T \cong \frac{1}{r_\pi} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \text{ e dato che } \beta_0 = r_\pi g_m$$

$$\beta_0 = \frac{n_2}{n_1}$$

5.5 Studio dell'oscillatore a tre punti tenendo conto del fattore di merito dell'induttanza  
Nelle considerazioni fin qui fatte abbiamo fatto le seguenti ipotesi:

4. il carico esterno è infinito.

## Oscillatori - parte prima

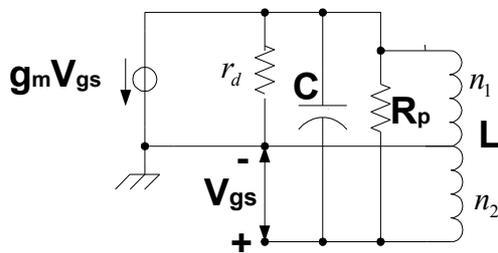
- i componenti C ed L del circuito sono ideali,
5. si trascurano gli effetti reattivi dell'elemento attivo,

Per ridurre l'effetto del carico sull'oscillazione conviene associare all'oscillatore un amplificatore separatore (buffer) in modo da isolare l'oscillatore stesso dal carico,

Nello studio che segue (JFET e BJT), prenderemo in considerazione le perdite del circuito risonante ha e che queste vengono associate all'induttanza attraverso il fattore di merito della induttanza stessa (Q).

### 5.5.1 Condizioni di oscillazione di un oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore con JFET tenendo conto del fattore di merito del circuito risonante

Ripeteremo lo studio del paragrafo 1.4.1 che impiega un JFET, il cui circuito equivalente delle figure 17 e 18 potrà essere ridisegnato come indicato nella figura che segue



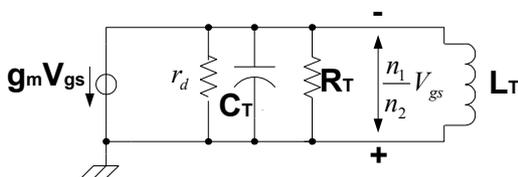
**Figura 48** Circuito equivalente di un oscillatore Hartley tenendo conto del fattore di perdita del circuito risonante (JFET)

$$Q_0 = \frac{R_p}{\omega_0 L} \text{ fattore di merito dell'induttanza } \mathbf{L} \text{ alla pulsazione di risonanza } \omega_0$$

La resistenza vista dal circuito di drain è:

$$R_T = R_0 \left( \frac{n_1}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad R_T = Q_0 \omega_0 L \left( \frac{n_1}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad R_T = Q_0 \omega_0 L_T$$

per cui il circuito equivalente si riduce così



**Figura 49** Circuito equivalente di un oscillatore Hartley semplificato tenendo conto del fattore di perdita del circuito risonante (JFET)

## Oscillatori - parte prima

La condizione di oscillazione sarà data da

$$g_m V_{gs} = V_{gs} \frac{n_1}{n_2} \left( \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_T} + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T \right) \text{ che diventa}$$

$$g_m \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_T} + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T$$

ponendo uguale a zero la parte immaginaria troveremo la pulsazione di oscillazione che sarà uguale a quella dello studio senza tenere conto del Q del paragrafo 1.4.1.

Le condizioni di oscillazione saranno quindi determinate dalla:

$$g_m \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_T}$$

sostituendo  $R_T = Q_0 \omega_0 L_T$  si otterrà

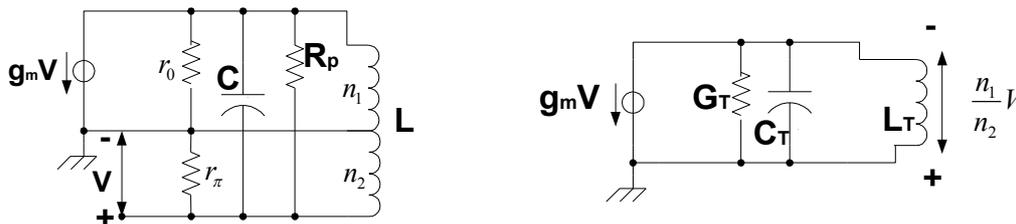
$$g_m \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{r_d} + \frac{1}{Q_0 \omega_0 L_T}$$

$$g_m = \left( \frac{1}{r_d} + \frac{1}{Q_0 \omega_0 L_T} \right) \frac{n_1}{n_2}$$

da cui si può ricavare  $g_m$  se sono noti gli altri parametri oppure se noti  $g_m$  ed  $r_d$  si può determinare il rapporto spire.

### 5.5.2 Condizioni di oscillazione di un oscillatore Hartley con accoppiamento ad autotrasformatore con BJT tenendo conto del fattore di merito del circuito risonante

Ripeteremo lo studio del paragrafo 1.4.2 che impiega un BJT, il cui circuito equivalente di figura 21 potrà essere ridisegnato come indicato nella figura che segue



**Figura 50** Circuito equivalente di un oscillatore Hartley tenendo conto del fattore di perdita del circuito risonante (BJT)

## Oscillatori - parte prima

La condizione di oscillazione sarà determinata

$$g_m V = V \frac{n_1}{n_2} \left( G_T + \frac{1}{R_T} + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T \right)$$

essendo  $G_T = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_\pi} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \frac{1}{R_T}$  ed  $R_T = Q_0 \omega_0 L_T$  si avrà

$$g_m = \frac{n_1}{n_2} \left( \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_\pi} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \frac{1}{Q_0 \omega_0 L_T} + \frac{1}{j\omega L_T} + j\omega C_T \right)$$

ponendo uguale a zero la parte immaginaria troveremo la pulsazione di oscillazione che sarà uguale a quella dello studio senza tenere conto del Q del paragrafo 1.4.2.

Le condizioni di oscillazione saranno quindi determinate dalla:

$$g_m \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_\pi} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \frac{1}{Q_0 \omega_0 L_T} \quad \text{ricordando che } L_T = L \left( \frac{n_1}{n_1 + n_2} \right)^2 \text{ si ottiene}$$

$$g_m \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_\pi} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 + \frac{1}{Q_0 \omega_0 L} \left( \frac{n_1 + n_2}{n_1} \right)^2$$

$$g_m = \frac{1}{r_0} \frac{n_1}{n_2} + \frac{1}{r_\pi} \frac{n_2}{n_1} + \frac{1}{Q_0 \omega_0 L} \left( \frac{n_1 + n_2}{n_1} \right)^2 \frac{n_1}{n_2}$$

trascurando  $r_0$  diventa

$$g_m \cong \frac{1}{r_\pi} \frac{n_2}{n_1} + \frac{1}{Q_0 \omega_0 L} \left( \frac{n_1 + n_2}{n_1} \right)^2 \frac{n_1}{n_2} \quad \text{se si considera che normalmente } n_2 \gg n_1 \text{ si ha}$$

$$g_m \cong \frac{n_2}{n_1} \left( \frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{Q_0 \omega_0 L} \right)$$

da cui si può ricavare  $g_m$  se sono noti gli altri parametri oppure se noti  $g_m$  ed  $r_\pi$  si può determinare il rapporto spire.

## Oscillatori - parte prima

### 5.5.3 Condizioni di oscillazione di un oscillatore accordato con BJT

Sono da determinare le condizioni di oscillazione dell'oscillatore in figura

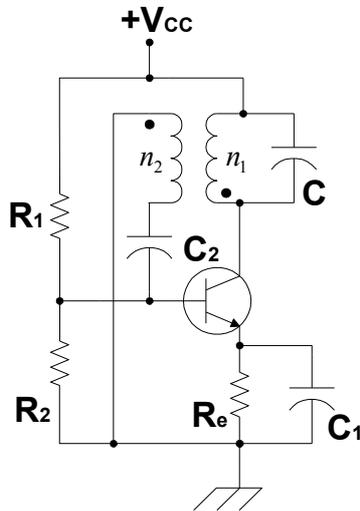


Figura 51 Circuito oscillatore accordato con accoppiamento a trasformatore

Il circuito dinamico diventa

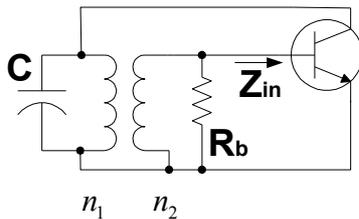


Figura 52 Circuito dinamico dell'oscillatore accordato con accoppiamento a trasformatore

Dal circuito dinamico si ricava il circuito equivalente tenendo conto che  $r_x \ll r_\pi$  e che si può trascurare  $R_b = R_1 // R_2$  (Nota<sup>iii</sup>)

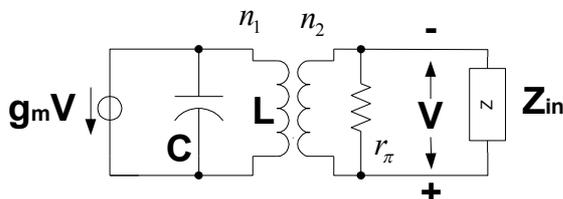


Figura 53 Circuito equivalente dell'oscillatore accordato con circuito risonante inserito nel circuito di collettore ed accoppiamento a trasformatore

$Z_{in}$  rappresenta l'impedenza di ingresso del transistore in // a  $r_\pi$ . Alla frequenza di risonanza il carico di collettore è puramente ohmico ed  $R_{eq} (R_{eq} = r_o // R_L)$  e quindi la impedenza di ingresso  $Z_{in}$  è puramente capacitiva ed è:

$$C_{in} = C_\pi + C_\mu (1 + g_m R_{eq})$$

## Oscillatori - parte prima

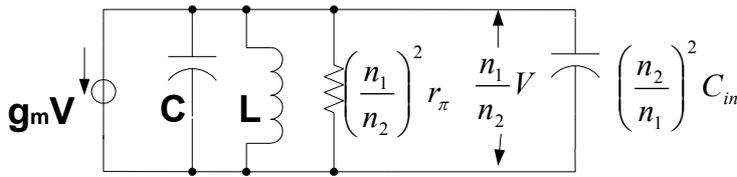


Figura 54

Il generatore di corrente  $g_m V$  determina ai capi del circuito risonante una tensione  $\frac{n_1}{n_2} V$

$$g_m V = \left[ s \left( C + \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 C_{in} \right) + \frac{1}{sL} + \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \frac{1}{r_\pi} \right] \frac{n_1}{n_2} V \quad \text{ponendo } \frac{n_2}{n_1} = n \text{ si ha}$$

$$g_m = \left[ s(C + n^2 C_{in}) + \frac{1}{sL} + \frac{n^2}{r_\pi} \right] \frac{1}{n}$$

$$g_m n = s(C + n^2 C_{in}) + \frac{1}{sL} + \frac{n^2}{r_\pi}$$

ponendo  $s = j\omega$  e la parte immaginaria = 0 si trovano le condizioni di risonanza

$$s(C + n^2 C_{in}) + \frac{1}{sL} = 0 \quad \omega_0 (C + n^2 C_{in}) = \frac{1}{\omega_0 L}$$

La pulsazione di risonanza sarà data:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L(C + n^2 C_{in})}$$

Come si vede a determinare contribuisce anche  $C_{in}$  che dipende dall'elemento attivo (BJT) e dalle sue condizioni di polarizzazione. Le condizioni di amplificazione sono determinate da

$$g_m n = \frac{n^2}{r_\pi} \quad \text{da cui (essendo } g_m r_\pi = \beta_0 \text{)} \text{ si ricava}$$

$$\beta_0 = n = \frac{n_2}{n_1}$$

$\beta_0$  è grande (è un parametro del transistor) quindi è elevato anche  $\frac{n_2}{n_1}$  quindi il rapporto

$\frac{r_\pi}{n^2}$  è molto piccolo

il guadagno di tensione è dato da  $g_m R_{eq}$

$$g_m R_{eq} = g_m \frac{r_\pi}{n^2} = g_m \frac{r_\pi}{\beta_0^2} = \frac{1}{\beta_0}$$

## Oscillatori - parte prima

### 5.6 Oscillatore con componenti reali

Si considera un amplificatore con JFET a Source comune (figura 1a) ed il suo schema a blocchi (figura 1b)

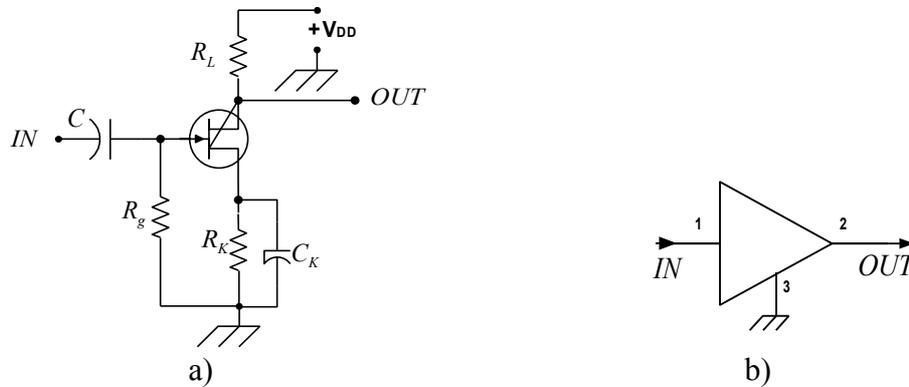


Figura 1

Il circuito di polarizzazione del JFET a canale N costituito dalla resistenza  $R_k$ , resistenza di Source, serve a polarizzare negativamente il Gate che è si trova a potenziale di massa tramite la resistenza  $R_g$ , il condensatore  $C_k$  è un condensatore di bypass per le correnti alternate.  $R_L$  è la resistenza di carico .

L'amplificatore può essere trasformato in un oscillatore applicando il concetto dell'oscillatore a tre punti (figura 2)

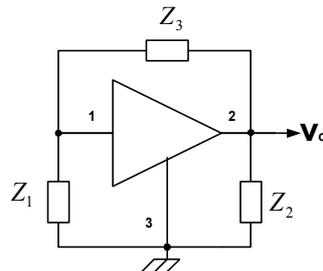


Figura 2

Volendo realizzare un oscillatore Colpitts si avrà:

- $Z_1$  capacitiva,
- $Z_2$  capacitiva,
- $Z_3$  induttiva.

Lo schema elettrico dell'oscillatore sarà (figura 3 a)

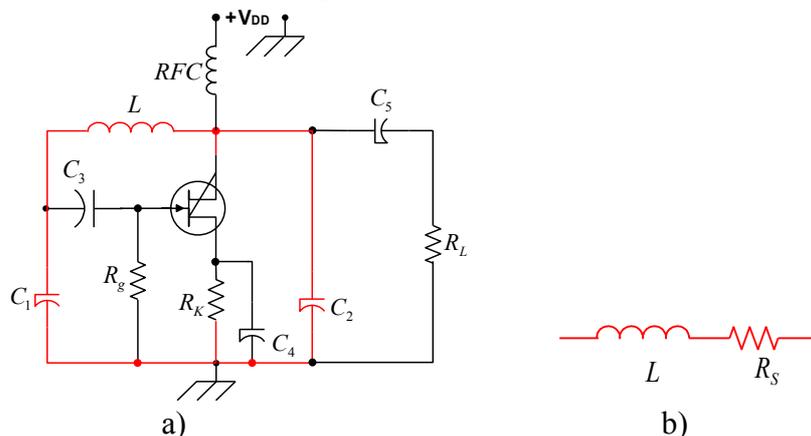


Figura 3

## Oscillatori - parte prima

Rispetto all'amplificatore di figura 1 a sono stati aggiunti i componenti  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $L$ ,  $RFC$  e  $C_5$ .

- RFC è una induttanza di blocco a RF consente di alimentare il circuito isolandolo in corrente alternata dal circuito di alimentazione.
- $C_1$  costituisce l'impedenza  $Z_1$  del circuito a tre punti,
- $C_2$  costituisce l'impedenza  $Z_2$  del circuito a tre punti,
- $L$  costituisce l'impedenza  $Z_3$  del circuito a tre punti,
- $C_3$  e  $C_5$  sono condensatori di blocco della corrente continua e dal punto di vista delle correnti alternate possono essere considerati dei corti circuiti.

Questo in prima approssimazione, in realtà le impedenze  $Z_2$  e  $Z_3$  non sono costituite da una semplice capacità e da una semplice induttanza rispettivamente.

La resistenza complessiva del carico espressa in forma di conduttanza sarà

$$G_2 = \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_L}$$

dove  $r_d$  è la resistenza di Drain del JFET e  $R_L$  la resistenza di carico.

L'impedenza  $Z_2$  sarà data dalla 
$$Z_2 = \frac{1}{G_2 + j\omega_0 C_2}$$

Tenendo conto del fattore di merito Q della induttanza  $L$  si avrà che (figura 3 b)

$$Z_3 = R_s + j\omega_0 L \quad \text{dove} \quad R_s = \frac{\omega_0 L}{Q}$$

L'impedenza  $Z_1$  sarà  $Z_1 = \frac{1}{j\omega_0 C_1}$  in quanto si trascura  $R_g$ , solitamente di valore elevato.

Il circuito dinamico diventa (figura 4)

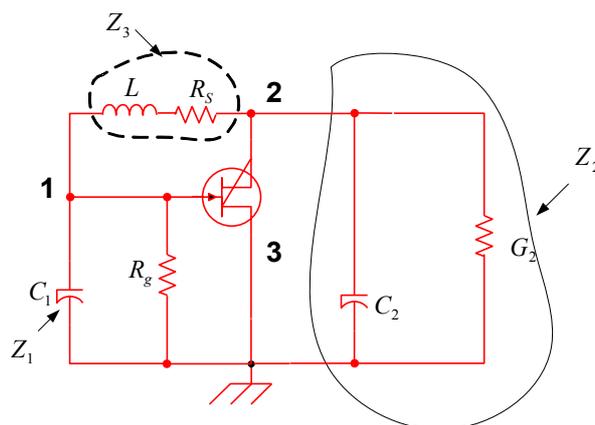


Figura 4

Le condizioni di oscillazione sono stabilite dalla

$$-gmZ_1Z_2 = Z_1 + Z_2 + Z_3$$

## Oscillatori - parte prima

inserendo in essa le relazioni relative a  $Z_1$ ,  $Z_2$  e  $Z_3$  si ha

$$-gm \frac{1}{j\omega_0 C_1} \bullet \frac{1}{G_2 + j\omega_0 C_2} = \frac{1}{j\omega_0 C_1} + \frac{1}{G_2 + j\omega_0 C_2} + R_S + j\omega_0 L$$

si moltiplicano i due lati per  $(G_2 + j\omega_0 C_2)j\omega_0 C_1$  e si ottiene

$$\begin{aligned} -gm &= G_2 + j\omega_0 C_2 + j\omega_0 C_1 + R_S j\omega_0 C_1 (G_2 + j\omega_0 C_2) + j\omega_0 L j\omega_0 C_1 (G_2 + j\omega_0 C_2) \\ -gm &= G_2 + j\omega_0 C_2 + j\omega_0 C_1 + j\omega_0 C_1 G_2 R_S - \omega^2_0 C_1 C_2 R_S - \omega^2_0 L C_1 G_2 - j\omega^3_0 L C_1 C_2 \end{aligned}$$

si pone la parte immaginaria uguale a zero

$$j\omega_0 C_2 + j\omega_0 C_1 + j\omega_0 C_1 G_2 R_S - j\omega^3_0 L C_1 C_2 = 0$$

$$jC_2 + jC_1 + jC_1 G_2 R_S = j\omega^2_0 L C_1 C_2$$

$$C_2 + C_1 + C_1 G_2 R_S = \omega^2_0 L C_1 C_2$$

da cui si ricava la pulsazione di oscillazione

$$\omega^2_0 = \frac{1}{LC_1 C_2} (C_2 + C_1 + C_1 G_2 R_S) \quad \text{considerando che } C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \text{ da cui } C_1 C_2 = C (C_1 + C_2)$$

si può scrivere

$$\omega^2_0 = \frac{1}{LC} \frac{1}{C_1 + C_2} (C_2 + C_1 + C_1 G_2 R_S)$$

$$\omega^2_0 = \frac{1}{LC} \left( \frac{C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_1}{C_1 + C_2} + \frac{C_1 G_2 R_S}{C_1 + C_2} \right)$$

se si considera che  $r_d \gg R_L$  la relazione  $G_2 = \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_L}$  diventa  $G_2 \cong \frac{1}{R_L}$  per cui

$$\omega^2_0 = \frac{1}{LC} \left( \frac{C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_1}{C_1 + C_2} + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} \right) \quad \frac{C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 1$$

$$\omega^2_0 = \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} \right) \quad \text{[A]}$$

$$f_0 = \sqrt{\frac{1}{2\pi LC} \left( 1 + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} \right)}$$

La relazione consente di calcolare la frequenza di oscillazione tenendo conto delle perdite introdotte da  $R_S$  e  $R_L$ .

## Oscillatori - parte prima

Se le perdite si riducono a zero, cioè  $R_S = 0$  oppure  $R_L = \infty$  la frequenza di oscillazione sarà data dalla solita formula

$$f_0 = \sqrt{\frac{1}{2\pi LC}}$$

Le condizioni di oscillazione si ricavano dalla relazione

$$-gm = G_2 + j\omega_0 C_2 + j\omega_0 C_1 + j\omega_0 C_1 G_2 R_S - \omega_0^2 C_1 C_2 R_S - \omega_0^2 LC_1 G_2 - j\omega_0^3 LC_1 C_2$$

dopo aver annullato la parte immaginaria e conservano la sola parte reale

$$-gm = G_2 - \omega_0^2 C_1 C_2 R_S - \omega_0^2 LC_1 G_2$$

si sostituisce il valore della pulsazione con quello per le condizioni di oscillazione

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} \right) \quad G_2 \cong \frac{1}{R_L}$$

e si ottiene

$$-gm = G_2 - C_1 C_2 R_S \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} \right) - LC_1 G_2 \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} \right)$$

$$gm = -\frac{1}{R_L} + C_1 C_2 R_S \frac{1}{LC} + C_1 C_2 R_S \frac{1}{LC} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} + LC_1 \frac{1}{R_L} \frac{1}{LC} + LC_1 \frac{1}{R_L} \frac{1}{LC} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L}$$

$$gm = -\frac{1}{R_L} + C_1 C_2 R_S \frac{1}{L} \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) + C_1 C_2 R_S \frac{1}{L} \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} + LC_1 \frac{1}{R_L} \frac{1}{L} \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) +$$

$$+ LC_1 \frac{1}{R_L} \frac{1}{L} \left( \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \right) \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L}$$

$$gm = -\frac{1}{R_L} + R_S \frac{1}{L} (C_1 + C_2) + \frac{1}{L} \frac{C_1 R_S^2}{R_L} + \frac{1}{R_L} \left( \frac{C_1 + C_2}{C_2} \right) + \frac{C_1}{C_2} \frac{R_S}{R_L^2}$$

$$gm = -\frac{1}{R_L} + \frac{R_S}{L} \frac{R_L}{R_L} (C_1 + C_2) + \frac{1}{L} \frac{C_1 R_S^2}{R_L} + \frac{1}{R_L} \left( \frac{C_1 + C_2}{C_2} \right) + \frac{C_1}{C_2} \frac{R_S}{R_L^2}$$

$$gmR_L = -1 + \frac{R_S R_L}{L} (C_1 + C_2) + \frac{C_1 R_S^2}{L} + \left( \frac{C_1 + C_2}{C_2} \right) + \frac{C_1}{C_2} \frac{R_S}{R_L}$$

$$gmR_L = \frac{C_1 R_S^2}{L} + \frac{R_S R_L}{L} (C_1 + C_2) + \left( \frac{C_1 + C_2}{C_2} \right) - 1 + \frac{C_1}{C_2} \frac{R_S}{R_L}$$

$$gmR_L = \frac{R_S}{L} [R_S C_1 + R_L (C_1 + C_2)] + \frac{C_1 + C_2 - C_2}{C_2} + \frac{C_1}{C_2} \frac{R_S}{R_L}$$

## Oscillatori - parte prima

$$gmR_L = \frac{R_S}{L} [R_S C_1 + R_L (C_1 + C_2)] + \frac{C_1}{C_2} + \frac{C_1}{C_2} \frac{R_S}{R_L}$$

$$gmR_L = \frac{C_1}{C_2} \left( 1 + \frac{R_S}{R_L} \right) + \frac{R_S}{L} [R_S C_1 + R_L (C_1 + C_2)] \quad [B]$$

La relazione rappresenta le condizioni di oscillazione quando si tiene conto di  $R_S$  (quindi del Q di L) e di  $R_L$  (carico).

Se si trascura  $R_L$ ,  $R_L = \infty$ , si ha che  $G_2 = \frac{1}{r_d} + \frac{1}{R_L}$  diventa  $G_2 \cong \frac{1}{r_d}$  per cui la pulsazione di

risonanza [A]  $\omega^2_0 = \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{R_L} \right)$  si deve riscrivere  $\omega^2_0 = \frac{1}{LC} \left( 1 + \frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{R_S}{r_d} \right)$  e di

conseguenza anche la [B]  $gmR_L = \frac{C_1}{C_2} \left( 1 + \frac{R_S}{R_L} \right) + \frac{R_S}{L} [R_S C_1 + R_L (C_1 + C_2)]$  diventa

$$gmr_d = \frac{C_1}{C_2} \left( 1 + \frac{R_S}{r_d} \right) + \frac{R_S}{L} [R_S C_1 + r_d (C_1 + C_2)] \quad [C]$$

Se viene trascurata anche  $R_S$ , cioè  $R_S = 0$ , la relazione [C] diventa quella già nota per l'oscillatore Colpitts con JFET.

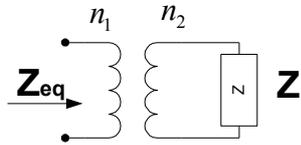
$$gmr_d = \frac{C_1}{C_2}$$

<sup>1</sup> Nota 1

Per alcuni esempi e per una spiegazione più approfondita vedere i riferimenti 1, 2 e 3.

i

ii Trasformazione di impedenza



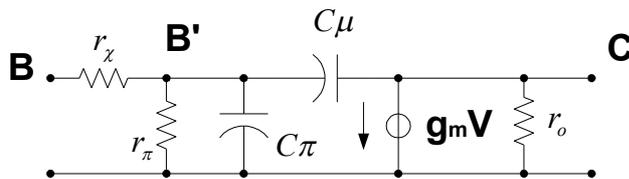
$$|Z_{eq}| = |Z| \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2$$

$$\text{se } Z = \frac{1}{j\omega C} \text{ si avrà } C_{eq} = C \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2$$

$$\text{se } Z = j\omega L \text{ si avrà } L_{eq} = L \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2$$

iii Circuito equivalente di Giacoletto

BJT



**Riferimenti**

1. Gasparini, M. , Mirri, D.: **Dispositivi e circuiti elettronici VOL II**, Calderini, 1989
2. Milman. J., Halkias, C.C.: **Integrated electronics: analog and digital circuits and systems**, Mc- Graw Hill, 1972.
3. Milman. J., Halkias, C.C.: **Dispositivi e circuiti elettronici**, Boringhieri, 1974.