$10 + 10 + 10 = 30/30$

Università di Trieste, A.A. 2014/2015 - Lauree Triennali in Ingegneria

Fisica Generale 1, Primo Appello Sessione Estiva - A - 12.06.2015

Cognome ....COGNOME........................ **Nome** ....NOME...........................

<u>Istruzioni per gli esercizi</u>:
*Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale**: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate**.*

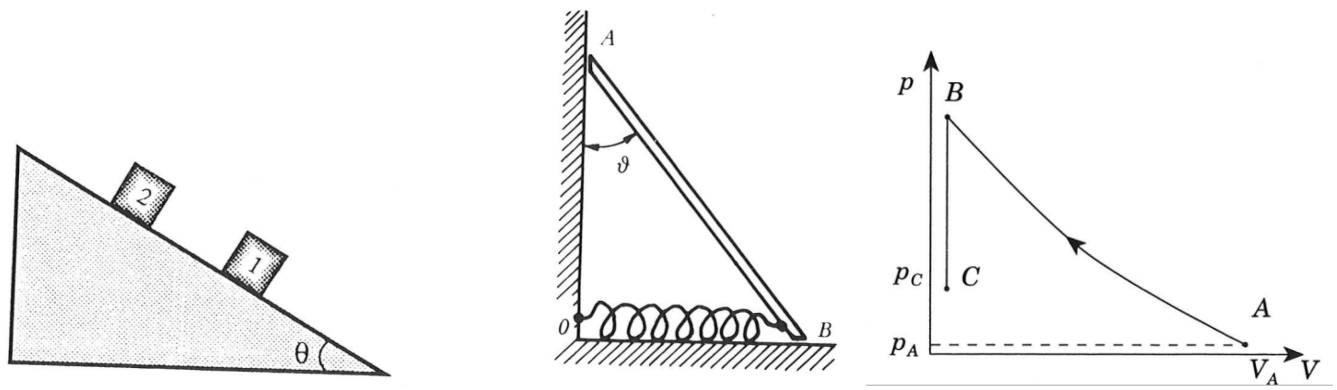


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1. Lungo un piano inclinato di un angolo θ = 30° vengono fatti scendere due corpi di uguale massa m = 2.0 kg, con diverso coefficiente di attrito con il piano μ_1 = 0.40 per quello a valle (1) e μ_2 = 0.20 per quello a monte (2) (vedi Fig.1). I corpi, inizialmente fermi e distanti d = 1,0 m, vengono liberati simultaneamente all'istante t_0 = 0.0 s.

a. Determinare l'istante t_1 nel quale essi si urtano.

3

$$t_1 = \sqrt{\frac{2d}{(\mu_1 - \mu_2)\, g \cos\theta}} = 1{,}08\ s \simeq 1{,}1\ s$$

Considerando che la forza di gravità non è una forza impulsiva e sapendo che dopo l'urto i due corpi rimangono attaccati, calcolare:

b. La velocità v del sistema dei due corpi uniti, immediatamente dopo l'urto.

3

$$v = g t_1 \left(\sin\theta - \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \cos\theta\right) = 2{,}56\ m/s \simeq 2{,}6\ m/s$$

c. Il modulo della forza F_{12} che il cubo a valle (1) esercita su quello a monte (2), quando entrambi continuano a scendere, restando a contatto dopo l'urto, e la loro uguale accelerazione a.

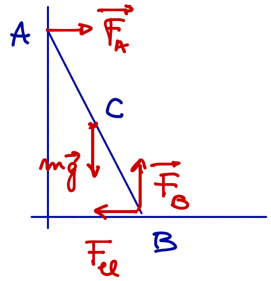
4

$$F_{12} = mg \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \cos\theta = 1{,}7\ N$$

$$a = g\left(\sin\theta - \frac{\mu_1 - \mu_2}{2} \cos\theta\right) = 2{,}36\ m/s^2 \simeq 2{,}4\ m/s^2$$

2. Un'asta omogenea AB di massa m = 10 kg e lunghezza L (Fig. 2) è appoggiata su due superfici piane di attrito trascurabile. Essa giace nel piano verticale, inclinata di un angolo $\theta = 30°$. È tenuta in equilibrio da una molla ideale di costante elastica $k = 2.0 \cdot 10^3$ N/m applicata tra il punto 0 e il punto B.

a. Disegnare il diagramma delle forze applicate all'asta.



3

$\vec{F}_A, \vec{F}_B$ forze normali di contatto (attrito trascurabile)

$m\vec{g}$ forza di gravità

$\vec{F}_{el}$ forza elastica (molla)

b. Calcolare l'allungamento Δl della molla.

3

$$\Delta l = \frac{mg}{2k} \operatorname{tg}\theta = 1{,}42 \times 10^{-2}\, m \simeq 1{,}4\ cm$$

c. Calcolare l'intensità delle reazioni vincolari F_A e F_B esercitate sulla sbarra dalle superfici piane nei punti A e B.

4

$$F_A = \frac{mg}{2} \operatorname{tg}\theta = 28{,}3\ N \simeq 28\ N$$

$$F_B = mg = 98{,}1\ N \simeq 98\ N$$

3. Un gas ideale monoatomico occupa nello stato di equilibrio A un volume V_A = 100 litri, alla pressione p_A = 1.0 atm e alla temperatura t_A = 15°C. Il gas viene compresso adiabaticamente e reversibilmente fino allo stato B, quindi viene fatto raffreddare a volume costante fino allo stato C, alla temperatura $t_C = t_A$ (Fig.3). Dopo il raffreddamento BC a volume costante la pressione finale del gas è p_C = 20 atm. Calcolare:

$R = 8{,}31\ J/mol \cdot K$

$C_v = \frac{3}{2}R, \quad C_p = \frac{5}{2}R$

$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$

a. Il volume V_C occupato dal gas nello stato C e la pressione p_B del gas nello stato B.

4

$$V_C = V_B = V_A \frac{p_A}{p_C} = 5{,}0\ litri = 5{,}0 \times 10^{-3}\ m^3$$

$$p_B = p_A \left(\frac{p_C}{p_A}\right)^{\gamma} = 147\ atm = 1{,}5 \times 10^{7}\ Pa$$

b. Il numero n di moli del gas e la quantità di calore Q_{BC} ceduta dal gas durante il raffreddamento BC.

3

$$n = \frac{p_A V_A}{R T_A} = 4{,}23\ mol \simeq 4{,}2\ mol$$

$$Q_{BC} = n C_v (T_C - T_B) = n \frac{3}{2} R T_A \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{2/3}\right) = -96{,}7\ kJ < 0$$

c. La variazione di entropia ΔS del gas tra lo stato iniziale A e lo stato finale C.

3

$$\Delta S = S_C - S_A = nR \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right) = nR \ln\left(\frac{p_A}{p_C}\right) = -105\ \frac{J}{K} < 0$$

$10 + 10 + 10 = 30/30$

Università di Trieste, A.A. 2014/2015 - Lauree Triennali in Ingegneria

Fisica Generale 1, Primo Appello Sessione Estiva - A - 12.06.2015

Cognome ....COGNOME.... **Nome** ....NOME....

Istruzioni per gli esercizi:
*Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: **la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate**.*

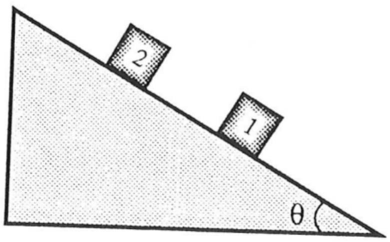


Fig. 1

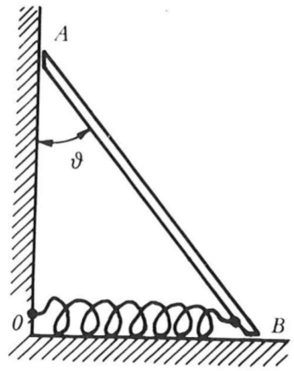


Fig. 2

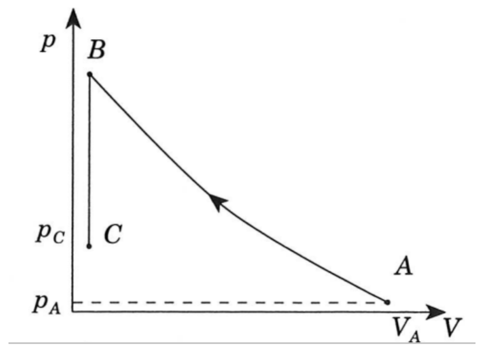


Fig. 3

1. Lungo un piano inclinato di un angolo θ = 30° vengono fatti scendere due corpi di uguale massa m = 2.0 kg, con diverso coefficiente di attrito con il piano μ_1 = 0.40 per quello a valle (1) e μ_2 = 0.20 per quello a monte (2) (vedi Fig.1). I corpi, inizialmente fermi e distanti d = 1,0 m, vengono liberati simultaneamente all'istante t_0 = 0.0 s.

a. Determinare l'istante t_1 nel quale essi si urtano.

3 $$t_1 = \sqrt{\frac{2d}{(\mu_1-\mu_2)g\cos\theta}} = 1{,}04\text{ s} \simeq 1{,}0\text{ s}$$

Considerando che la forza di gravità non è una forza impulsiva e sapendo che dopo l'urto i due corpi rimangono attaccati, calcolare:

b. La velocità v del sistema dei due corpi uniti, immediatamente dopo l'urto.

3 $$v = g t_1 \left(\sin\theta - \frac{\mu_1+\mu_2}{2}\cos\theta\right) = 1{,}57\text{ m/s} \simeq 1{,}6\text{ m/s}$$

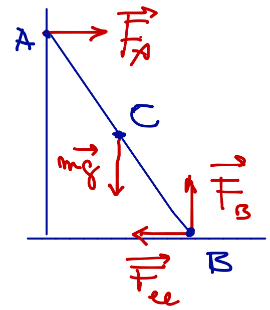
c. Il modulo della forza F_{12} che il cubo a valle (1) esercita su quello a monte (2), quando entrambi continuano a scendere, restando a contatto dopo l'urto, e la loro uguale accelerazione a.

4 $$F_{12} = mg\,\frac{\mu_1+\mu_2}{2}\cos\theta = 2{,}77\text{ N} \cong 2{,}8\text{ N}$$

$$a = g\left(\sin\theta - \frac{\mu_1-\mu_2}{2}\cos\theta\right) = 1{,}51\text{ m/s}^2 \cong 1{,}5\text{ m/s}^2$$

2. Un'asta omogenea AB di massa m = 10 kg e lunghezza L (Fig. 2) è appoggiata su due superfici piane di attrito trascurabile. Essa giace nel piano verticale, inclinata di un angolo $\theta = 30°$. È tenuta in equilibrio da una molla ideale di costante elastica $k = 2.0 \cdot 10^3$ N/m applicata tra il punto 0 e il punto B.

a. Disegnare il diagramma delle forze applicate all'asta.



3 $\vec{F}_A, \vec{F}_B$ forze di contatto normali (attrito trascurabile)

$m\vec{g}$ gravità

$\vec{F}_{el}$ forza elastica (molla)

b. Calcolare l'allungamento Δl della molla.

3 $$\Delta l = \frac{mg}{2k} \operatorname{tg}\theta = 1{,}14 \times 10^{-2}\ m \simeq 1{,}1\ cm$$

c. Calcolare l'intensità delle reazioni vincolari F_A e F_B esercitate sulla sbarra dalle superfici piane nei punti A e B.

4 $$F_A = \frac{mg}{2} \operatorname{tg}\theta \rightarrow 34{,}3\ N \simeq 34\ N$$

$$F_B = mg = 147\ N$$

3. Un gas ideale monoatomico occupa nello stato di equilibrio A un volume V_A = 100 litri, alla pressione p_A = 1.0 atm e alla temperatura t_A = 15°C. Il gas viene compresso adiabaticamente e reversibilmente fino allo stato B, quindi viene fatto raffreddare a volume costante fino allo stato C, alla temperatura $t_C = t_A$ (Fig.3). Dopo il raffreddamento BC a volume costante la pressione finale del gas è p_C = 20 atm. Calcolare:

$$R = 8{,}31\ J/mol \cdot K$$

$$C_V = \frac{3}{2}R \ ;\ C_p = \frac{5}{2}R$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3} > 1$$

a. Il volume V_C occupato dal gas nello stato C e la pressione p_B del gas nello stato B.

4 $$V_C = V_B = V_A \cdot \frac{p_A}{p_C} = 4{,}8\ litri = 4{,}8 \times 10^{-3}\ m^3$$

$$p_B = p_A \left(\frac{p_C}{p_A}\right)^{\gamma} = 2{,}6 \times 10^7\ Pa = 257\ atm$$

b. Il numero n di moli del gas e la quantità di calore Q_{BC} ceduta dal gas durante il raffreddamento BC.

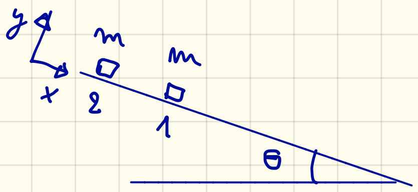
3 $$n = \frac{p_A V_A}{R T_A} = 6{,}0\ mol$$

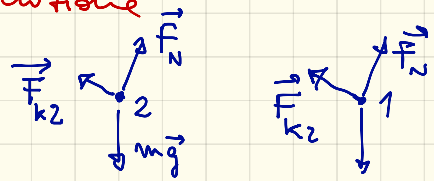
$$Q_{BC} = n C_V (T_C - T_B) = n \frac{3}{2} R T_A \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{2/3}\right) = -165\ kJ$$

c. La variazione di entropia ΔS del gas tra lo stato iniziale A e lo stato finale C.

3 $$\Delta S = S_C - S_A = nR \ln\left(\frac{V_C}{V_A}\right) = nR \ln\left(\frac{p_A}{p_C}\right) = -160\ \frac{J}{K}$$

PROBLEMA 1 - soluzione





entrambi i corpi si muovono di moto uniformemente accelerato lungo il piano inclinato. Dall'analisi delle forze agenti e dal II principio si ricavano le accelerazioni

$$m\vec{g} + \vec{F}_N + \vec{F}_{k2} = m\vec{a}_2 \qquad \begin{cases} x: & mg\sin\theta - \mu_2 F_N = ma_2 \\ y: & -mg\cos\theta + F_N = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_N = mg\cos\theta$$

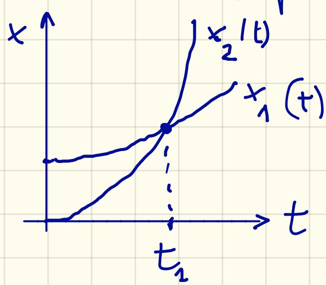
$$\Rightarrow \quad a_2 = g\cdot(\sin\theta - \mu_2\cos\theta)$$

similmente per il corpo 1:

$$\Rightarrow \quad a_1 = g\,(\sin\theta - \mu_1\cos\theta) < a_2, \quad \text{dato che } \mu_1 > \mu_2$$

legge oraria del moto per i due corpi, fissando l'origine del sistema di riferimento nella posizione iniziale del corpo 2:

$$\begin{cases} x_1(t) = d + \frac{1}{2}a_1 t^2 \\ x_2(t) = \frac{1}{2}a_2 t^2 \end{cases}$$



l'urto avviene all'istante t_1 tale che $x_1(t_1) = x_2(t_1) \iff d + \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}a_2 t_1^2$

risolvendo nell'incognita t_1:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2d}{a_2-a_1}} = \sqrt{\frac{2d}{(\mu_1-\mu_2)\, g\cos\theta}}$$

b) velocità v subito dopo l'urto, completamente anelastico.

prima dell'urto, all'istante t_1 (moto uniformemente accelerato)

$$v_1 = a_1(t_1-t_0) = a_1 t_1$$

$$v_2 = a_2(t_1-t_0) = a_2 t_1$$

conservazione della q. di moto totale.

$$\cancel{m}v_1 + \cancel{m}v_2 = 2\cancel{m}v \Rightarrow v = \frac{v_1+v_2}{2} = \frac{a_1t_1+a_2t_1}{2}$$

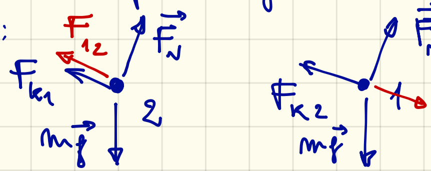
$$\Rightarrow v = \frac{a_1+a_2}{2}\cdot t_1$$

dove:

$$\frac{a_1+a_2}{2} = g\left(\frac{\cancel{2}\sin\theta}{\cancel{2}} - \frac{\mu_1+\mu_2}{2}\cos\theta\right)$$

$$\Rightarrow v = g\, t_1\left(\sin\theta - \frac{\mu_1+\mu_2}{2}\cos\theta\right)$$

c) dall'analisi delle forze agenti durante il contatto, dopo l'urto:



$\vec F_{21} = -\vec F_{12}$ (III principio)

I due corpi si muovono assieme

$$\Rightarrow \vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}$$

eq. del moto:

normale — attrito — contatto 1-2

$$(2)\quad m\vec{g} + \vec{F}_N + \vec{F}_{k2} + \vec{F}_{12} = m\vec{a}$$

$$F_{12} = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$$

(III principio)

$$(1)\quad m\vec{g} + \vec{F}_N + \vec{F}_{k1} + \vec{F}_{21} = m\vec{a}$$

componenti:

$$\begin{cases} x: & mg\sin\theta - \mu_2 F_N - F_{12} = ma \\ y: & -mg\cos\theta + F_N = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x: & mg\sin\theta - \mu_1 F_N + F_{12} = ma \\ y: & -mg\cos\theta + F_N = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ 2 equazioni nelle 2 incognite F_{12} e a:

$$\begin{cases} mg(\sin\theta - \mu_1\cos\theta) + F_{12} = ma & (1) \\ mg(\sin\theta + \mu_2\cos\theta) - F_{12} = ma & (2) \end{cases}$$

sommando membro a membro: $(1)+(2)$

$$\cancel{2}\cancel{m}a = \cancel{m}g\left(\cancel{2}\sin\theta + \frac{(\mu_2 - \mu_1)}{2}\cos\theta\right)$$

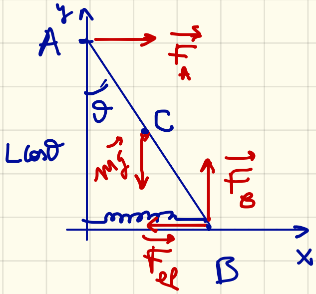
$$a = g\left(\sin\theta + \frac{\mu_2 - \mu_1}{2}\cos\theta\right)$$

sottraendo m. a m. $(2)-(1)$:

$$\cancel{2}F_{12} = mg\,\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}\cos\theta$$

$$F_{12} = mg\,\frac{\mu_1 + \mu_2}{2}\cos\theta$$

PROBLEMA 2 - soluzione



a) diagramma delle forze applicate

$\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_{el}$; $m\vec{g}$ in C

allungamento Δl della molla: nota la costante k, devo determinare preliminarmente la forza elastica F_{el} che la molla applica in A sull'asta

condizione di equilibrio:

$$m\vec{g} + \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_{el} = 0 \qquad ; \quad |\vec{F}_{el}| = F_{el} = k\,\Delta l$$

proiezioni sull'asse orizzontale x e verticale y:

$$\begin{cases} x: \quad F_A - k\Delta l = 0 \implies \Delta l = F_A/k \qquad ; \; F_A = ? \\ y: \quad -mg + F_B = 0 \longrightarrow F_B = mg \end{cases}$$

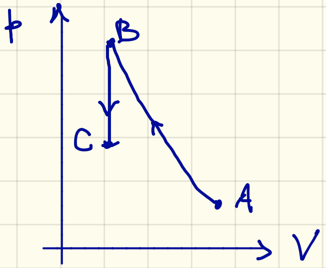
momenti ad esempio rispetto al polo B:

$$\sum \vec{\tau}_B = 0 \iff BA \times \vec{F}_A + BC \times m\vec{g} = 0$$

$$-F_A \cdot \cancel{L}\cos\theta + mg\,\frac{\cancel{L}}{2}\sin\theta = 0$$

$$\Rightarrow F_A = \frac{mg}{2}\operatorname{tg}\theta$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{2k}\operatorname{tg}\theta$$



gas ideale monoatomico

noti: $p_A = 1{,}0\ \text{atm} = 1.0 \times 10^5\ \text{Pa}$

$V_A = 100\ \ell = 0{,}10\ m^3$

$T_A = (273{,}15 + 15)\ K$

AB adiabatica reversibile

$(p_B = ?)$

BC isocora reversibile

$T_C = T_A$

$p_C = 20\ \text{atm} = 20 \times 10^5\ \text{Pa}$

a) $p_B = ?$ trovo preliminarmente $V_C = V_B$ dall'isoterma $T_C = T_A$

$$\longrightarrow p_A V_A = p_C V_C$$

$$\longrightarrow V_C = V_A \cdot \frac{p_A}{p_C} = V_B$$

dall'adiabatica AB, con $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3}$ per gas monoatomico

$$p_A V_A^{\gamma} = p_B V_B^{\gamma}$$

$$\longrightarrow p_B = p_A \cdot \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} = p_A \cdot \left[\frac{\cancel{V_A}}{\cancel{V_A}\left(\frac{p_A}{p_C}\right)}\right]^{\gamma}$$

$$= p_A \left(\frac{p_C}{p_A}\right)^{\gamma}$$

b) $n = \frac{p_A V_A}{R T_A}$; $Q_{BC} = n c_v (T_C - T_B)$

dove la temperatura T_B si trova dall' adiabatica AB,

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1} \qquad \gamma = \frac{5}{3}$$

$$T_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma-1} = T_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\frac{2}{3}}$$

e la temperatura $T_C = T_A$

$$\Longrightarrow \quad Q_{BC} = n \frac{3}{2} R \, T_A \left(1 - \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{2/3}\right)$$

(c) La variazione di entropia $\Delta S = S_C - S_A$ si può calcolare su qualsiasi trasformazione reversibile $A \to C$, in particolare sull' isoterma AC

$$\Longrightarrow \quad \Delta S = \int_A^C \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev} = n R \frac{\cancel{T_A}}{\cancel{T_A}} \ln \frac{V_C}{V_A}$$

$$= nR \ln \frac{V_C}{V_A}$$