

svolgere i seguenti quesiti e problemi. Si richiede:

- 1. scrivere a capo di questo foglio e di ciascun foglio protocollo: nome, cognome, data di nascita, data della prova;
- 2. scrivere SOLO A PENNA e presentare UNA SOLA versione per esercizio; nel caso, ricopiare gli esercizi sul secondo foglio o cancellare chiaramente con sbarre l'esercizio che non va corretto;
- 3. non saranno valutati risultati di cui non e' chiaro il procedimento usato per arrivarvi, per cui scrivere chiaramente: 1) teoremi, leggi o principi eventualmente usati; 2) formule usate; 3) risultati numerici;
- 4. nel caso dell'uso di COSTANTI scrivere esplicitamente il loro valore: es., "assumo $g = 9,80 \text{ m/s}^2$ ";
- 5. nel caso che non si sappia risolvere la prima parte di un problema, ma si vuole passare a risolvere le successive, E' CONCESSO ASSUMERE COME NOTA UNA VARIABILE e procedere. Scrivere esplicitamente l'assunzione, con un valore numerico a scelta e l'opportuna unita' di misura: es., "assumo massa pallina $m = 1 \text{ kg}$ ";
- ordine e chiarezza saranno elemento di valutazione.

FIG. 1

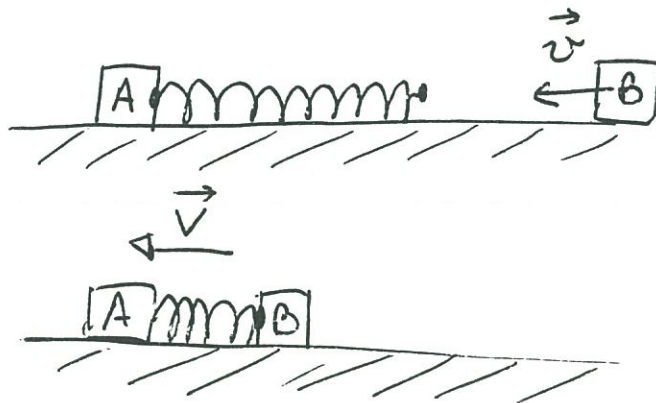


FIG. 2

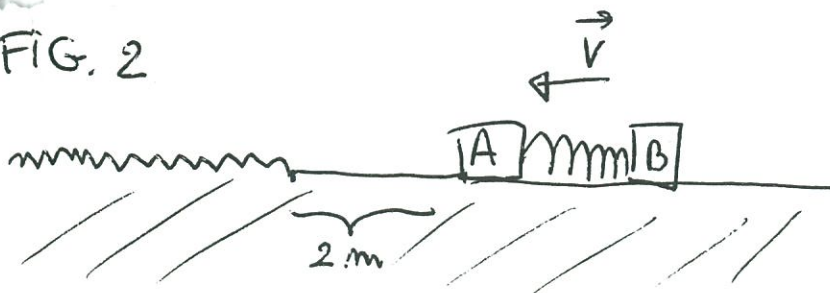


FIG. 3



24/04/01

QUESITI

24/04/01

- Q1. I due lati di una pezza di stoffa misurano $a = (1,26 \pm 0,01)m$ e $b = (0,40 \pm 0,01)m$. Calcolare misura della superficie della pezza e l'errore (assoluto) associato a tale misura (cioè $S \pm \Delta S$).
- Q2. Assegnati i due vettori $\vec{u} = (4, -2, 1)$ e $\vec{v} = (6, -1, 3)$, calcolare l'angolo α individuato dalle direzioni orientate dei due vettori.
- Q3. Una forza conservativa ha intensità $F = 5,0 \cdot x + 4,0 \cdot x^2$ dove x è lo spostamento (rappresentabile in una dimensione) da un certo punto O, detto punto origine. Determinare la formula dell'energia potenziale U associata alla forza \vec{F} assumendo che essa sia nulla nel punto origine.

PROBLEMA I (VEDI FIGURE)

Due corpi puntiformi A e B, di ugual massa $m = 0,75kg$, sono posti su di un piano orizzontale privo d'attrito (vedi fig.1). Inizialmente il corpo A è fermo ed il corpo B si avvicina muovendosi con velocità \vec{v} . Quando avviene il contatto anche A inizia a muoversi. Poiché il corpo A è fissata una molla ideale (cioè perfettamente elastica e senza massa), di costante elastica $k = 50N/m$, il processo d'urto ha luogo come segue: il corpo B comprime la molla di un tratto $\Delta l = 6,2cm$, in corrispondenza al quale un opportuno meccanismo (che non sviluppa nessun attrito) ne impedisce l'ulteriore compressione, cosicché da quel momento in poi il sistema si muove come un corpo rigido.

- D1. Determinare la velocità iniziale \vec{v} e la velocità \vec{V} con cui si muove il sistema A+B+molla-pressa dopo l'urto.
- D2. A sinistra del corpo A, il piano prosegue liscio (senza attrito) per 2,00m e dopo diventa scabro (vedi fig.2). Si assuma la seguente situazione ideale per il piano scabro: il coefficiente di attrito dinamico fra corpo A e piano è $\mu_A = 0,10$; non si sviluppa attrito fra B e piano e fra molla e piano. Si calcoli quanto tempo t passa dal momento in cui il sistema A+B+molla-compressa si mette in moto al momento in cui si ferma. Si calcoli quanto spazio x percorre il sistema durante il tempo t .

D3. Il corpo B ha acquisito la velocità \vec{v} in questo modo: era trattenuto fermo su di un piano inclinato alto h e poi era stato lasciato andare. Il piano inclinato è senza attrito, forma un angolo col suolo di $\alpha = 30^\circ$, e la distanza fra la parte bassa del piano inclinato e il punto di impatto sia liscio, senza attriti (vedi fig.3). Si assuma questa semplificazione: passando dal piano inclinato al piano orizzontale, il corpo B mantiene inalterata la componente orizzontale della sua velocità, mentre la componente verticale sparisce completamente. Determinare h .

D4. Come D3, ma il piano inclinato è scabro (coefficiente d'attrito dinamico fra piano e corpo B, $\mu_B = 0,50$). Determinare h .

PROBLEMA II

Un disco di massa M e raggio $R = 80,0cm$ poggia in quiete su di una superficie orizzontale priva d'attrito. Nel punto P sulla base superiore del disco a distanza $R/(2,00)$ dal centro C, si trova un'anatra di massa $m = M/(2,00)$ (che può essere assunta puntiforme). Ad un certo istante, l'anatra spicca il volo verso l'alto con velocità $|\vec{v}| = 10,0m/s$.

D1. Sia il vettore velocità disposto nel piano ortogonale alla direzione radiale (cioè alla direzione che unisce P e C), inclinato di un angolo $\alpha = 30,0^\circ$ rispetto alla verticale. Il moto del disco negli istanti successivi al momento in cui l'anatra spicca il volo è un moto rototraslatorio. Calcolare la velocità del baricentro \vec{v}_C e la velocità angolare $\vec{\omega}$ della rotazione attorno all'asse verticale di simmetria del disco. Si usino testo e/o disegni per spiegare come sono diretti questi due vettori ed in che senso ruota il disco.

D2. Il piano in cui è contenuto il vettore velocità dell'anatra è ortogonale al piano disco, ma contiene la direzione radiale, cioè l'anatra spicca il volo verso l'alto come in D1, ma dirigendosi radialmente. Calcolare \vec{v}_C e $\vec{\omega}$. Senza entrare in dettagli quantitativi, lo sforzo fisico che fa l'anatra per alzarsi in volo è maggiore/minore/uguale rispetto al caso D1? Perché?

D3. Il piano in cui è contenuto il vettore velocità dell'anatra forma un angolo di $20,0^\circ$ col piano di D1 e $70,0^\circ$ col piano di D2, cioè l'anatra spicca il volo verso l'alto come prima, ma con una direzione a $70,0^\circ$ rispetto alla direzione radiale. Calcolare \vec{v}_C e $\vec{\omega}$.

D4. Cosa cambia nel moto del disco se il disco fosse un disco di ghiaccio galleggiante sull'acqua? Dare una risposta solo qualitativa!!!

Q1

24/04/01

$$a = (1,26 \pm 0,01) \text{ m} \quad b = (0,40 \pm 0,01) \text{ m}$$

$$S = 0,504 \dots$$

$$\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} = 0,0328 \dots$$

$$\Delta S = 0,0166 \dots$$

$$= 0,02 \text{ m}^2$$

$$\boxed{S = (0,50 \pm 0,02) \text{ m}^2}$$

Q2

$$\vec{u} = (4, -2, 1) \quad \vec{v} = (6, -1, 3) \quad \alpha = ?$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \underbrace{u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z}_{29} = \underbrace{u \cdot v}_{131,0805 \dots} \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{29}{131,0805 \dots}$$

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = \sqrt{21}$$

$$\alpha = \arccos \frac{29}{31, \dots} = 21,9^\circ$$

$$v = \sqrt{46}$$

$$\boxed{\alpha = 21^\circ}$$

Q3

$$F = 50 \cdot x + 40 x^2$$

$$U = - \int F dx + \text{const}$$

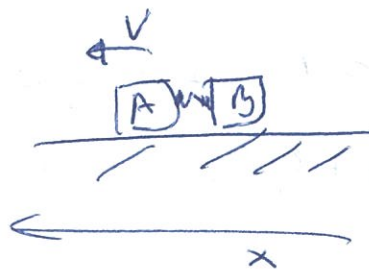
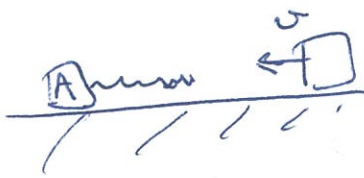
$$+ \int F dx = 50 \frac{x^2}{2} + 40 \frac{x^3}{3} + \text{const}$$

$$U(x=0) = 0$$

$$0 + \text{const} = 0 \Rightarrow \text{const} = 0$$

$$\boxed{U = 25 x^2 + 13 x^3}$$

24/04/01



$$m = 0,75 \text{ kg}$$

$$k = 80 \text{ N/m}$$

$$\Delta l = 6,2 \text{ cm} = 0,062 \text{ m}$$

D1

cons. Φ $(P_i = P_f)$ $(\Delta P = 0)$

$v = 2V$ $v = 2V$

cons. $E_{\text{mecc.}}$ $(E_{\text{mecc. } i} = E_{\text{mecc. } f})$ $(\Delta E_{\text{mecc.}} = 0)$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m V^2 + \frac{1}{2} k \Delta l^2$$

$$\frac{1}{2} m 4V^2 = \frac{1}{2} 2m V^2 + \frac{1}{2} k \Delta l^2$$

$$2m V^2 = k \Delta l^2$$

$$V^2 = \frac{k \Delta l^2}{2m}$$

$$\Delta l = 0,062 \text{ m}$$

$$k = 80 \text{ N/m}$$

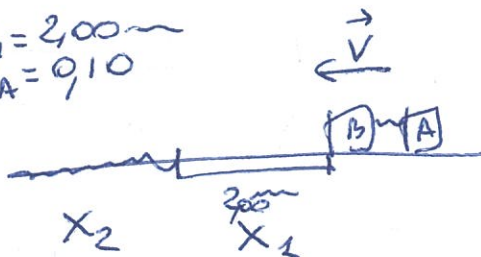
$$V = 0,4527 \dots = 0,45 \text{ m/s}$$

$$k = 80 \quad v = 0,36 \text{ m/s}$$

$$v = 0,80 \text{ m/s}$$

$$v = 0,72 \text{ m/s}$$

D2 $x_1 = 2,00 \text{ m}$
 $\mu_A = 0,10$



liscio ret. unif. $x_1 = 2 \text{ m}$

$$v = V \cdot t_1 = t_1 = \frac{x_1}{v} = 4,4 = 4,4$$

into unif. decelerato $+F_{\text{att}} = 2m a$ $a = + \frac{F_{\text{att}}}{2m} = + \frac{\mu_A \cdot m \cdot g}{2m} = -0,49$

$$0 = v + a t_2 \rightarrow t_2 = \frac{v}{+a} = 0,918 \dots = 0,92$$

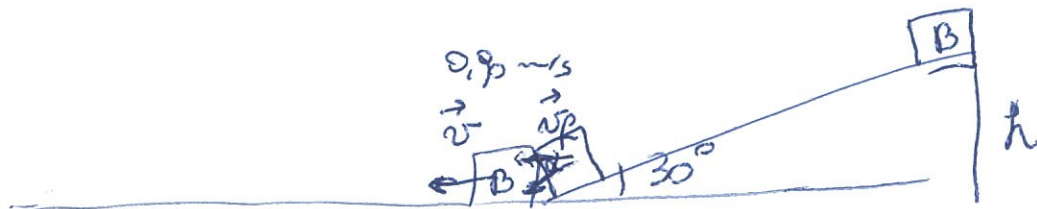
$$x_2 = v t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 = 0,21 \text{ m}$$

$$x = x_1 + x_2 = 2,00 + 0,21 = \underline{\underline{2,21 \text{ m}}}$$

$$t = t_1 + t_2 = 4,4 + 0,92 = \underline{\underline{5,3 \text{ s}}}$$

D3

$$\alpha = 30^\circ$$



cons. energia meccanica

$$mgh = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$v = v_f \cdot \cos \alpha \quad v_f = \frac{v}{\cos \alpha}$$

$$gh = \frac{1}{2} \frac{v^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$h = \frac{1}{2g} \frac{v^2}{\cos^2 \alpha} = 0,0551 \dots = \underline{\underline{0,06 \text{ m}}}$$

D4

cons energia totale

$$\mu_B = 0,50$$

$$mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 + E_{\text{diss. att.}}$$

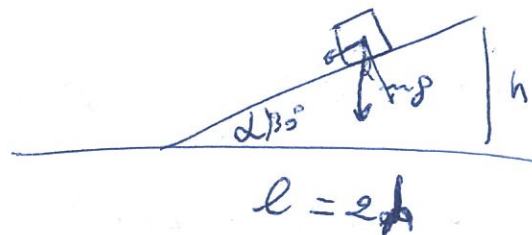
$$E_{\text{diss. att.}} = F_{\text{att.}} \cdot l = \mu_B \cdot mg \cos \alpha \cdot 2h$$

$$mgh = \frac{1}{2} m \frac{v^2}{\cos^2 \alpha} + 2\mu_B m g \cos \alpha$$

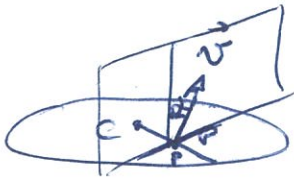
$$gh(1 - 2\mu_B \cos \alpha) = \frac{1}{2} \frac{v^2}{\cos^2 \alpha}$$

$$h = \frac{1}{2g} \frac{v^2}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{1}{(1 - 2\mu_B \cos \alpha)}$$

$$= 0,41126 = \underline{\underline{0,41 \text{ m}}}$$



24/04/01



$$\alpha = 30,0^\circ$$

$$|\vec{v}| = 10,0 \text{ m/s}$$

$$R = 80,0 \text{ cm} = 0,800 \text{ m}$$

$$D_p = \frac{R}{2} = 0,400 \text{ m}$$

$$m = M/2,00$$

forze esterne sono \perp al moto del disco
conservazione \vec{Q}

$$v \text{ sul piano} \quad v_p = v \sin \alpha$$

$$0 = m v_p + M v_c$$

$$-m v \sin \alpha = 2m v_c$$

$$v_c = -\frac{1}{2} v \sin \alpha = -2,50 \text{ m/s}$$

conservazione \vec{L}

$$0 = \frac{R}{2} m v_p + I_{\text{Disco}} \omega$$

$$I_{\text{Disco}} = \frac{1}{2} M R^2$$

$$\omega = \frac{\frac{R}{2} m v_p}{-\frac{1}{2} 2m R^2} = -\frac{1}{2} \frac{v_p}{R} = -\frac{1}{2} \frac{v \sin \alpha}{R} =$$

$$= -3,12 \text{ rad/s}$$

$\vec{\omega}$ è rivolta
verso il basso

disco ruota in
senso orario



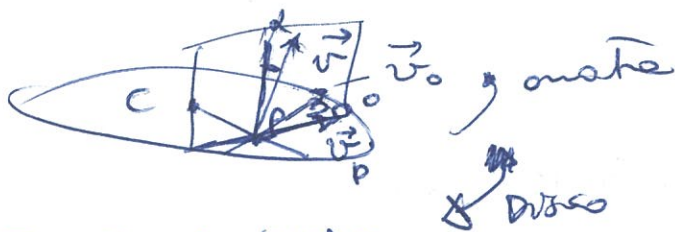
$$v_c \text{ è come prima } v_c = -2,50 \text{ m/s}$$

$$\omega = 0 \quad \text{perché } L_{\text{anatra}} = 0$$

spinto dall'anatra è minore: ~~non use~~ energia per far ruotare

\rightarrow in senso opposto
alla vel. dell'anatra

D3



v_c é uma pureza

devi proiettare \vec{v}_p sulla direzione ortogonale
a quella rettile

$$v_d = v_p \cdot \sin 20^\circ$$

core pure conservazione di $L \rightarrow$

$$0 = \frac{R}{2} \omega + \frac{1}{2} 2mR^2 \omega$$

$$\omega = -\frac{1}{2} \frac{v_{\perp}}{R} = -\frac{1}{2} \frac{v_p \cdot \sin 20^\circ}{R} = -1,07 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ω è verso il basso, \vec{d} si muove ~~di~~ ⁱⁿ senso orario

D4 il disco può sprofondare e perciò le forze esterne gravitazionali e magnetiche non sono trasmissibili.
~~Il disco sprofonderà~~
in acqua.

~~10~~