

**ISTITUZIONI DI ANALISI E GEOMETRIA MOD A**  
**PROVA SCRITTA DEL 24/02/14**

- (1) Per ogni  $n, m \in \mathbb{N}$  sia  $a_{nm} \in \mathbb{R}$ . Fissato  $p$ ,  $1 \leq p < \infty$ , si ponga

$$A = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{m=1}^{\infty} |a_{nm}|^p \right)^{\frac{1}{p}},$$

$$B = \left( \sum_{m=1}^{\infty} \left( \sum_{n=1}^{\infty} |a_{nm}| \right)^p \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Stabilire se una delle due quantità,  $A$  o  $B$ , è maggiore o uguale all'altra.

- (2) Sia  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  uno spazio con misura. Siano  $\{f_n\}, \{g_n\}$  due successioni di funzioni misurabili quasi ovunque finite, tali che  $f_n \rightarrow 0, g_n \rightarrow 0$  in misura. Posto

$$h_n(x) = \max \{f_n(x), g_n(x)\}, \forall x \in X, \forall n \in \mathbb{N},$$

provare che  $h_n \rightarrow 0$  in misura.

- (3) Stabilire per quali  $c \in \mathbb{R}$  esiste finito il limite, e in tal caso calcolarlo.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{(0, \infty)} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n e^{-cx} d\mu(x).$$