

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE 1, AA 07/08
TEST N. 2 DEL 09/11/07

- (1) Sia (X, \mathcal{A}, μ) uno spazio con misura. Sia $f : X \rightarrow [-\infty, +\infty]$ tale che $\{f > \alpha\} \in \mathcal{A}$ per ogni $\alpha \in \mathbb{R} \setminus F$, dove F è un insieme di Lebesgue di misura nulla. Provare che f è misurabile.
- (2) Siano f, g, f_k , $k = 1, 2, \dots$ funzioni misurabili quasi ovunque finite su uno spazio con misura (X, \mathcal{A}, μ) . Si abbia che $f_k \rightarrow f$ in misura.
 - (a) Provare che, se $\mu\{g \neq 0\} < \infty$, allora $gf_k \rightarrow gf$ in misura.
 - (b) Dare un controesempio nel caso $\mu\{g \neq 0\} = \infty$.
- (3) Sia data una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
 - (a) Provare che se f è continua quasi ovunque allora è misurabile.
 - (b) Mostrare con un esempio che non è vero il viceversa.