

ISTITUZIONI DI ANALISI E GEOMETRIA MOD A
PROVA SCRITTA DEL 2/2/15

- (1) Sia $F \in L^1(\mathbb{R}^2)$ tale che

$$\int_{\mathbb{R}^2} F(u, v) d\mu(u, v) = 20 ,$$

stabilire se esiste finito e, in tal caso, calcolare

$$\int_E F(x^{-3} \sin 2y, x^{-3} \cos 2y) x^{-7} d\mu(x, y) ,$$

nei seguenti due casi

- a) $E = (0, +\infty) \times (0, \pi)$,
- b) $E = (-\infty, 0) \times (0, \pi)$.

- (2) Siano $p, q > 1$ esponenti coniugati, siano $f \in L^p(\mathbb{R})$, $g \in L^q(\mathbb{R})$, calcolare, se esiste,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{R}} f(x - k) g(x + k) d\mu(x) .$$

- (3) Sia μ^* una misura esterna su uno spazio X , e sia \mathcal{A} la sigma-algebra degli insiemi μ^* -misurabili. Sia $E \subset X$ tale che per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $A \in \mathcal{A}$ tale che $\mu^*(E \triangle A) \leq \varepsilon$. Provare che E μ^* -misurabile.