

**ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE 1, AA 05/06**  
**TEST N. 3 DEL 24/11/06**

- (1) Sia  $\{f_n\}$  una successione di funzioni integrabili su uno spazio con misura  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  tale che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_X |f_n| = 0 .$$

Provare che  $f_n \rightarrow 0$  in misura.

- (2) Sia  $f$  integrabile su  $[0, 1]$ . Provare che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0,1]} x^n f(x) d\mu(x) = 0 .$$

- (3) Sia  $\{f_n\}$  una successione di funzioni integrabili su uno spazio con misura  $(X, \mathcal{A}, \mu)$  tale che

$$\sum_n \int_X |f_n| < \infty .$$

Provare che per q.o.  $x$  la serie numerica  $\sum_n f_n(x)$  converge assolutamente.