

ISTITUZIONI DI ANALISI E GEOMETRIA MOD A
AA 2011/12
ESERCIZI FOGLIO N. 1

(1) Provare che per ogni $E \subset \mathbb{R}^n$ vale

$$\mu^*(E) = \inf \left\{ \sum \lambda(I_k) \mid E \subset \cup I_k, I_k \text{ intervalli chiusi e limitati} \right\} .$$

(2) Sia $E \subset \mathbb{R}^n$ tale che, per ogni $\varepsilon > 0$ esistono insiemi di Lebesgue A, B tali che $A \subset E \subset B$ e

$$\mu^*(B \setminus A) < \varepsilon .$$

Provare che E è di Lebesgue.

(3) Siano I, J due intervalli disgiunti. Siano A, B due insiemi qualunque tali che $A \subset I, B \subset J$, provare che vale

$$\mu^*(A \cup B) = \mu^*(A) + \mu^*(B) .$$