

ISTITUZIONI DI ANALISI E GEOMETRIA MOD A
AA 2011/12
ESERCIZI FOGLIO N. 2

- (1) Sia (X, \mathcal{A}, μ) uno spazio con misura. Sia $F = (f_1, \dots, f_n)$ una applicazione da X in \mathbb{R}^n . Provare che le funzioni f_1, \dots, f_n sono misurabili se e solo se per ogni aperto $A \subset \mathbb{R}^n$ l'insieme $F^{-1}(A)$ è misurabile.
- (2) Sia $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ tale che f è continua in x per quasi ogni punto $x \in [0, 1]$. Provare che f è misurabile.
- (3) Sia (X, \mathcal{A}, μ) uno spazio con misura e siano $f, f_n, n = 1, 2, \dots$ funzioni misurabili tali che $f_n \rightarrow f$ in misura. Provare che $|f_n| \rightarrow |f|$ in misura.