

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE 1, AA 05/06
TEST N. 3 DEL 24/11/06

- (1) Sia $\{f_n\}$ una successione di funzioni integrabili su uno spazio con misura (X, \mathcal{A}, μ) tale che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_X |f_n| = 0 .$$

Provare che $f_n \rightarrow 0$ in misura.

- (2) Sia f integrabile su $[0, 1]$. Provare che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0,1]} x^n f(x) d\mu(x) = 0 .$$

- (3) Sia $\{f_n\}$ una successione di funzioni integrabili su uno spazio con misura (X, \mathcal{A}, μ) tale che

$$\sum_n \int_X |f_n| < \infty .$$

Provare che per q.o. x la serie numerica $\sum_n f_n(x)$ converge assolutamente.