

ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE 1, AA 07/08
TEST N. 3 DEL 23/11/07

- (1) Sia f una funzione integrabile nonnegativa su uno spazio con misura (X, \mathcal{A}, μ) . Sia $\mu_f(t)$, $t \geq 0$, la sua funzione distribuzione. Provare che

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t\mu_f(t) = 0 .$$

- (2) Siano $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni misurabili.

(a) Provare che il sottoinsieme di \mathbb{R}^2

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | f(x) = g(y)\}$$

è misurabile;

(b) supponendo g strettamente crescente, provare che

$$\mu_2(G) = 0 .$$

- (3) Sia f una funzione integrabile nonnegativa su uno spazio con misura (X, \mathcal{A}, μ) . Provare che

$$f(x) = \int_0^{+\infty} \chi_{\{f>t\}}(x) dt .$$