

ISTITUZIONI ANALISI E GEOMETRIA MOD. A, AA 14/15
ESERCITAZIONE DEL 14/01/15

- (1) Siano $p, q \in (0, +\infty)$ due esponenti coniugati. Siano $f \in L^p(\mathbb{R}^n), g \in L^q(\mathbb{R}^n)$ tali che esiste $\delta > 0$ per cui

$$\int_{|x|>R} |f(x)|^p d\mu(x) \leq R^{-p\delta}, \int_{|x|>R} |g(x)|^q d\mu(x) \leq R^{-q\delta}, \forall R > 0.$$

Stabilire se

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f * g(x) = 0,$$

e se sí con che ordine di infinitesimo.

- (2) Sia $f \in L^1(\mathbb{R})$. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{R}} \frac{f(x - \log n)}{\log(2 + |x|)} d\mu(x).$$

- (3) Sia f integrabile su \mathbb{R}^2 . Posto $g(u, v) = f(ue^v, u(e^v - e^{-v}))u$, stabilire se g è integrabile su $S = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 | u > 0\}$.