

ISTITUZIONI ANALISI SUP. 1, AA 05/06
PROVA SCRITTA DI RECUPERO DEL 18/01/06

- (1) Sia $1 \leq p < \infty$, provare che $l^p = L^p(\mathbb{N}, \#)$ è separabile.
- (2) Sia $1 \leq p < \infty$ e sia $\{f_k\} \subset L^p$ una successione di funzioni che converge quasi ovunque a una funzione $f \in L^p$. Supponiamo che $\|f_k\|_p \rightarrow \|f\|_p$ per $k \rightarrow \infty$.
Provare che $\|f_k - f\|_p \rightarrow 0$ per $k \rightarrow \infty$.
SUGGERIMENTO: Posta $\varphi_k = 2^{p-1}(|f_k|^p + |f|^p) - |f_k - f|^p$, osservare che $\varphi_k \geq 0$ e che $\varphi_k \rightarrow 2^p|f|^p$ quasi ovunque.
- (3) Sia $f \in L^p(\mathbb{R}^n)$ e sia $g \in L^q(\mathbb{R}^n)$, dove p e q sono esponenti coniugati. Provare che $f * g$ è limitata e continua.