

ISTITUZIONI DI ANALISI E GEOMETRIA MOD A
AA 2012/13
ESERCIZI FOGLIO N.2

- (1) Si ponga, per ogni $r > 0$, $B_r(0) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid |x| < r\}$, $\partial B_r(0) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid |x| = r\}$.
(a) Posto $\omega_n = \mu(B_1(0))$ calcolare $\mu(B_r(0))$.
(b) Calcolare $\mu(\partial B_r(0))$.
- (2) Sia $E \subset \mathbb{R}^n$ misurabile e di misura nulla. Sia $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ continua in ogni punto $x \in \mathbb{R}^n \setminus E$. Provare che f è misurabile.
- (3) Sia $E \subset [0, 1]$ si ponga $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } x \in E, \\ -x & \text{se } x \in [0, 1] \setminus E. \end{cases}$$

- (a) Provare che per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$ l'insieme $\{f = \alpha\}$ è misurabile.
- (b) Provare che f è misurabile se e solo se E è misurabile.