

ISTITUZIONI DI ANALISI E GEOMETRIA MOD A
PROVA SCRITTA DEL 27 FEBBRAIO 2012

- (1) Siano $f, f_k, k = 1, 2, \dots$ funzioni misurabili quasi ovunque finite su uno spazio con misura (X, \mathcal{A}, μ) tali che $f_k \rightarrow f$ in misura. Provare che

$$\sin^3(f_k) \rightarrow \sin^3(f) \text{ in misura } .$$

- (2) Sia $\{f_k\}$ una successione di funzioni misurabili su uno spazio con misura (X, \mathcal{A}, μ) tali che

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \int_X (\cosh(f_k) - 1) d\mu = 0 .$$

Provare che

$$f_k \rightarrow 0 \text{ in } L^p \text{ per ogni } p, 2 \leq p < \infty .$$

- (3) Sia (X, \mathcal{A}, μ) uno spazio con misura σ -finito e completo. Sia λ la misura di Lebesgue su \mathbb{R} . Siano f, g due funzioni integrabili su X , calcolare, se definita, la misura $\mu \times \lambda$ dell'insieme

$$E = \{(x, t) \in X \times \mathbb{R} | f(x) < t < g(x)\} .$$