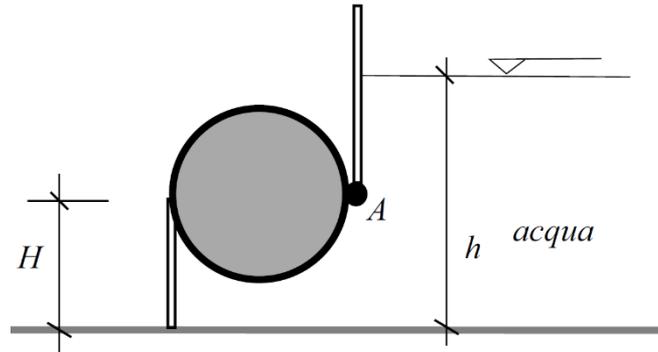


Esercizio 1. Si determini la spinta ed il momento a cui è soggetta la paratoia incernierata nel punto A mostrata in figura. Siano $H=2$ m; $h=5$ m.; $R=1$ m; $\gamma_{\text{acqua}}=10^4$ N/m³.



SOLUZIONE:

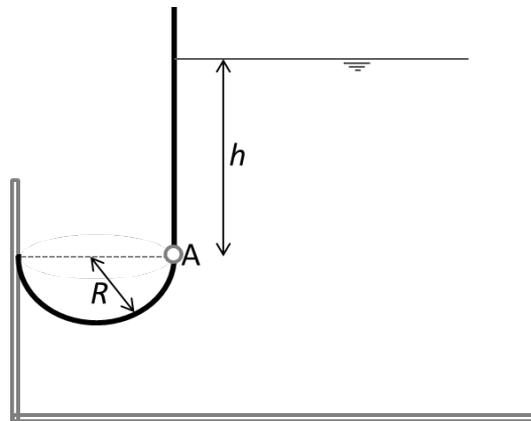
$$F_x=0$$

$$F_z=\gamma V+\gamma(h-H)2R=\gamma(\pi R^2/2+2R(h-H))=10^4(\pi/2+6)=7.5708 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

$$b=1; M=F_z \times b$$

Esercizio 2. Si determini la spinta ed il momento, per unità di larghezza, cui è soggetta la paratoia incernierata nel punto A. Siano:

$$h=6\text{m}; R=2\text{m}; \gamma_{\text{acqua}}=10^4 \text{ N/m}^3.$$



SOLUZIONE:

$$F_H=\gamma h^2/2=18 \cdot 10^4 \text{ N};$$

$$b=h/3=2\text{m}$$

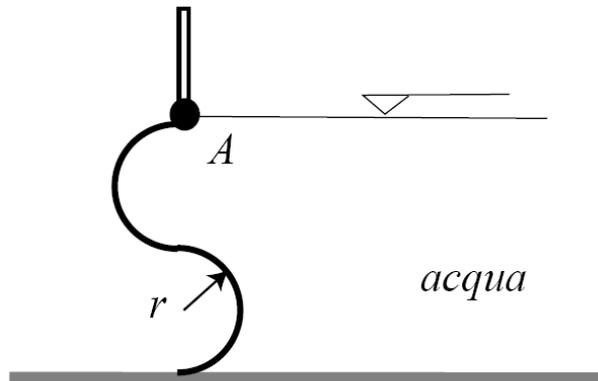
$$F_V=\gamma(h2R+\pi R^2/2)=30.3 \cdot 10^4 \text{ N};$$

$$b=R=2\text{m}$$

$$M=(-36+60.6) \cdot 10^4=24.6 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Esercizio 3. Si determini la spinta ed il momento, per unità di larghezza, cui è soggetta la paratoia incernierata nel punto A. Siano:

$$r=1\text{m}; \gamma_{\text{acqua}}=10^4 \text{ N/m}^3.$$



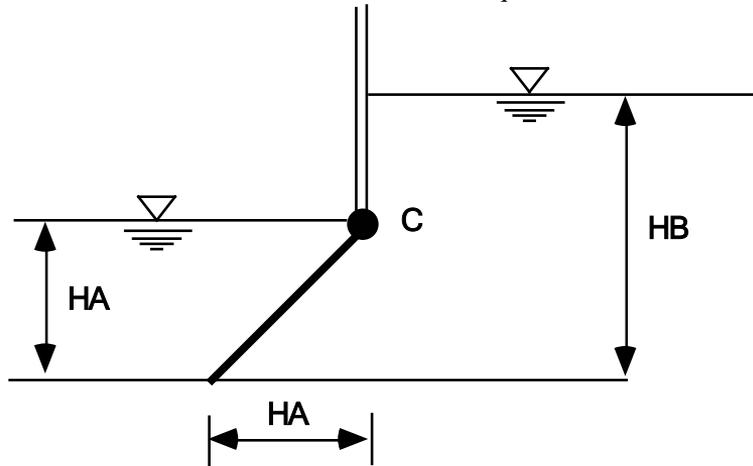
SOLUZIONE:

$$F_x=8\gamma r^2; b=2/3*4r$$

$$F_y=\gamma\pi r^2/2-\gamma\pi r^2/2=0; \text{NB: } F_y \text{ è una coppia che da momento, } b=4r/3\pi$$

$$M=8\gamma r^2*8/3r-2*\gamma\pi r^2/2*4r/3\pi=20\gamma r^3$$

Esercizio 4. Tra i due serbatoi figura è inserita una paratoia composta da materiale omogeneo ed incernierata in C. Si determini il peso della paratoia (per unità di larghezza) affinché questa rimanga in equilibrio. Siano $H_A=1.0 \text{ m}$, $H_B=2.0 \text{ m}$, $\gamma_{\text{acqua}}=10^4 \text{ N/m}^3$.



SOLUZIONE:

$$F=\gamma(H_B-H_A)\times H_A\sqrt{2}=\sqrt{2}\gamma=1.4142\gamma; \quad b=H_A\sqrt{2}/2=1/\sqrt{2}=0.7071; \quad M=F\times b=\gamma$$

$$P\times H_A/2=M$$

$$P=2M/H_A=20\text{KN}$$

alternativa:

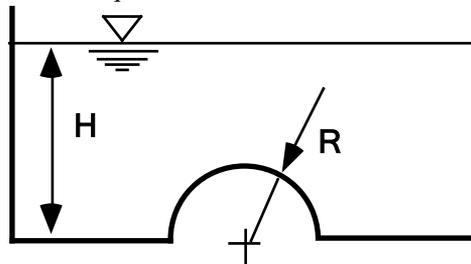
$$F_{sx}=\gamma H_A\times H_A/\sqrt{2}=0.7071\gamma; \quad b=2/3 H_A/\sqrt{2}=0.9428; \quad M_{sx}=F\times b=0.6667\gamma$$

$$F_{dx}=\gamma(H_B-H_A+H_A/2)\times H_A\sqrt{2}=(1.4142+0.7071)=2.1213\gamma; \quad b_1=H_A/\sqrt{2}=0.7071; \quad b_2=0.9428$$

$$M_{dx}=(1+0.6667)\gamma$$

$$M=M_{dx}-M_{sx}=\gamma$$

Esercizio 5. Si determini la spinta idrostatica a cui è soggetta la superficie semi-sferica di figura. Siano $H=3.6$ m, $R=1.6$ m, $\gamma_{\text{acqua}}=9810$ N/m³.

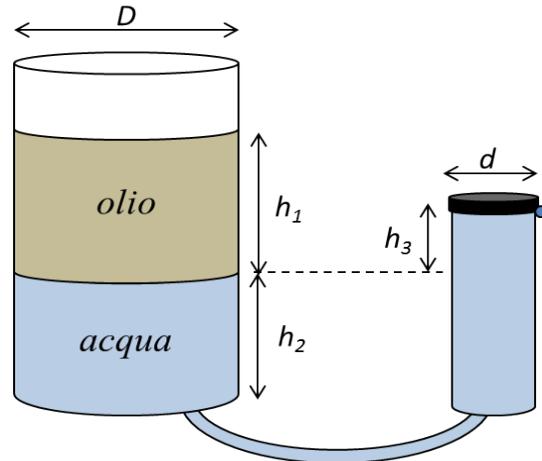


SOLUZIONE:

:

$$F = \gamma V = \gamma(\pi R^2 H - \frac{2}{3} \pi R^3) = 9810(29 + 8.58) = 200 \text{ kN}$$

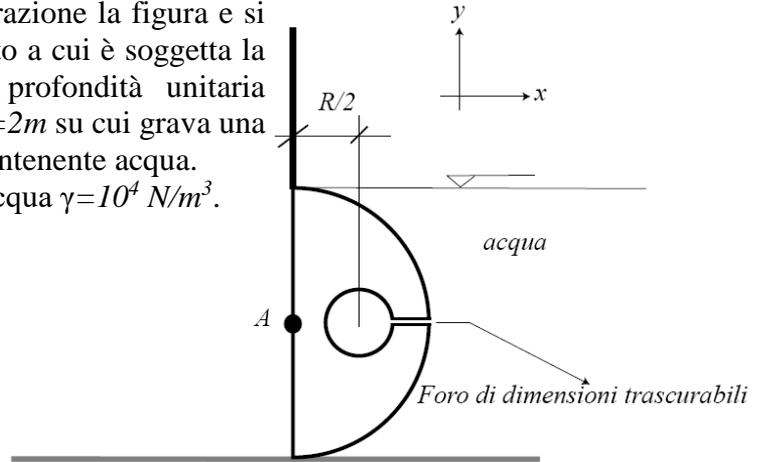
Esercizio 6. Si determini il peso del coperchio del tombino in figura affinché questo equilibri il momento dovuto alle forze del fluido sottostante. Siano $\gamma_{\text{acqua}}=10^4$ N/m³ e $\gamma_{\text{olio}}=6800$ N/m³; siano le altezze $h_1=2$ m e $h_3=36$ cm, ed i diametri $D=5$ m, $d=20$ cm.



SOLUZIONE:

$$F = (\gamma_{\text{olio}} h_1 - \gamma_{\text{acqua}} h_3) \pi d^2 / 4 = (13600 - 3600) \pi 0.01 = 100 \pi \text{ N} = 314 \text{ N}$$

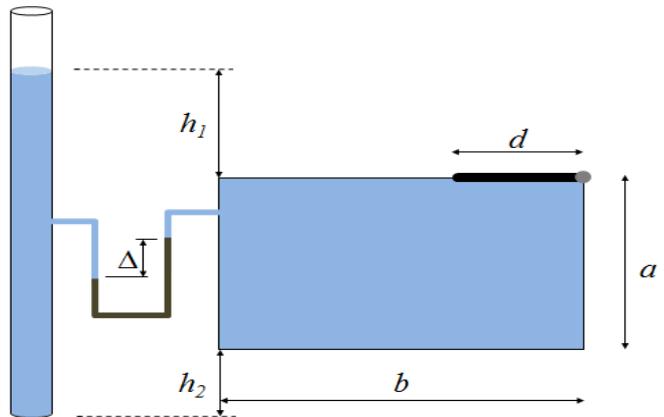
Esercizio 7. Si prenda in considerazione la figura e si determinino la spinta ed il momento a cui è soggetta la paratoia incernierata in A con profondità unitaria ottenuta da emicerchio di raggio $R=2m$ su cui grava una cavità cilindrica di raggio $r=R/4$ contenente acqua. Si consideri il peso specifico dell'acqua $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$.



SOLUZIONE:

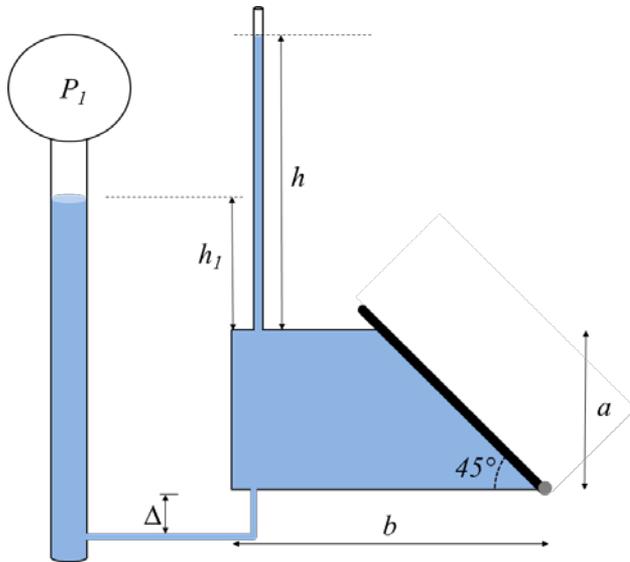
$F_x = -\gamma R^2 = -8 \times 10^4 \text{ N}$; $F_y = \gamma(\pi R^2/2 - \pi r^2) = 5.5 \times 10^4 \text{ N}$;
 per il teorema di varignon solo la componente peso della cavita genera momento
 $M = \gamma \pi r^2 \times R/2 = 7.85 \times 10^3 \text{ J}$

Esercizio 8. Si determini il momento agente sul coperchio, rettangolare in figura, di lunghezza $d=50\text{cm}$, e larghezza unitaria. Sia il peso specifico dell'acqua $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$ e quello del mercurio $\gamma_m=130 \text{ N/dm}^3$, la cui misura nel manometro differenziale è $\Delta=40 \text{ mm}$. Le altezze $h_1=1.12\text{m}$ e $h_2=62\text{cm}$, e le dimensioni $a=120\text{cm}$, $b=50\text{dm}$.



SOLUZIONE:

$h = h_1 + (1 - \gamma_m/\gamma)\Delta = h_1 - 12\Delta = 0.64\text{m}$; $F = \gamma h d = 3200\text{N}$; $M = F d/2 = 800\text{J}$



Esercizio 9. Si determini il momento agente, per unità di larghezza, sul setto inclinato in figura, nella camera con caratteristiche geometriche $a=2\text{m}$, $b=4\text{m}$, e $\Delta=20\text{cm}$.

Sia il peso specifico dell'acqua $\gamma=9810\text{ N/m}^3$ e la pressione sul piezometro $P_1=10^4\text{Pa}$, con un'altezza $h_1=1\text{m}$.

SOLUZIONE:

$$h=h_1+P_1/\gamma=2.02\text{m};$$

$$F=\gamma*(h+a/2)*a*\sqrt{2}=83.778\text{KN};$$

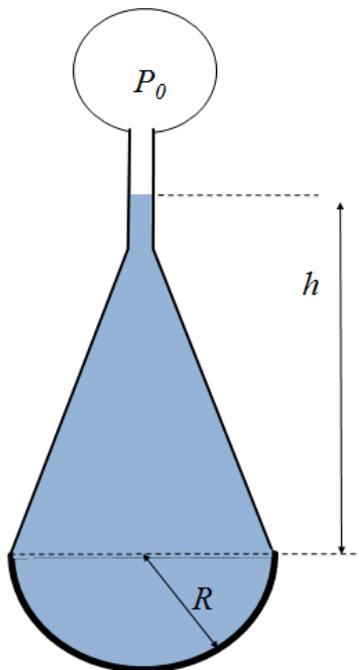
$$h_c=2*((h+a)^3-h^3)/(3*((h+a)^2-h^2))=3.13\text{m}$$

$$b=(h+a-h_c)\sqrt{2}=1.258\text{m}$$

$$M=F*b=105\text{KJ}$$

$$F_1=\gamma*h*a*\sqrt{2}=56\text{KN}; \quad M_1=F_1*(a/2*\sqrt{2})=79\text{KJ (rett)}$$

$$F_2=\gamma*a/2*a*\sqrt{2}=28\text{KN}; \quad M_1=F_2*(a/3*\sqrt{2})=26\text{KJ (triang)}$$



Esercizio 10. Si determini la spinta agente sulla superficie semisferica alla base del recipiente in figura.

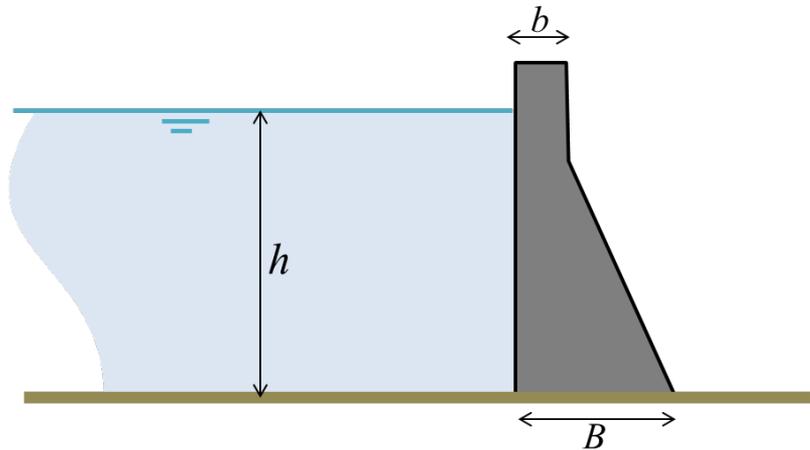
Sia il peso specifico dell'acqua $\gamma=9810\text{ N/m}^3$ e la pressione sul piezometro $P_1=9810\text{ Pa}$, con un'altezza $h=2.2\text{m}$ e raggio $R=1\text{m}$.

SOLUZIONE:

$$H=h+P_0/\gamma=3.2\text{ m}$$

$$F=\gamma*H*\pi R^2 + \gamma*2/3*\pi R^3=98.62\text{ KN} + 20.55\text{ KN}=119.17\text{ KN} = 120\text{ KN};$$

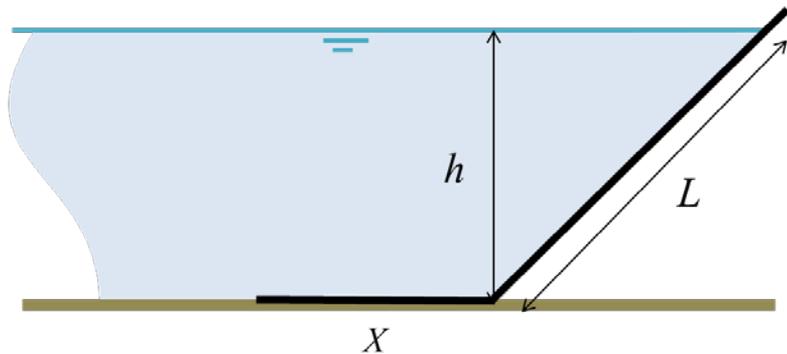
Esercizio 11. Si determini il momento ribaltante che agisce sulla struttura di sostegno in figura. Sia il peso specifico dell'acqua $\gamma=10^4 \text{ N/m}^3$ e siano l'altezza $h=6\text{m}$ ($b=50 \text{ cm}$, $B=2\text{m}$).



SOLUZIONE:

$$M = \gamma \cdot h^3 / 6 = 3.6 \times 10^5$$

Esercizio 12. Si determini la lunghezza X della base affinché la paratoia sia in equilibrio rispetto al momento ribaltante. Sia la lunghezza della parte inclinata pari a $L=1.732\text{m}$.

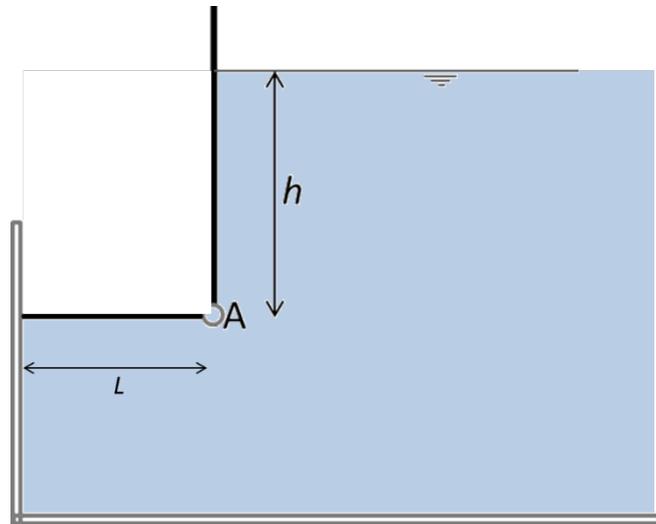


SOLUZIONE:

$$\gamma h / 2 \times L \times L / 3 = \gamma h \times X \times X / 2$$

$$X = L / \sqrt{3} = 1\text{m}$$

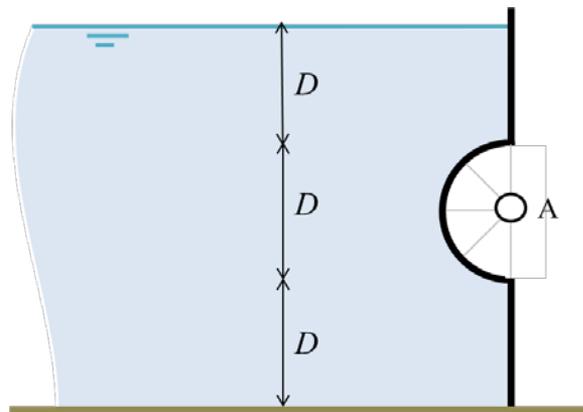
Esercizio 13. Si determini la larghezza L della paratoia affinché questa sia in equilibrio rispetto al momento ribaltante rispetto alla cerniera A. Sia l'altezza pari a $h=2m$.



SOLUZIONE:

$$\gamma h^2/2 \times h/3 = \gamma h L \times L/2 \rightarrow L = h/\sqrt{3} = 1.15m$$

Esercizio 14. Si determini il momento ribaltante rispetto alla cerniera A della paratoia in figura, composta da due tratti rettangolari ed un tratto cilindrico semicircolare. Sia $D=6m$, e si assuma il peso specifico del fluido pari a $\gamma=10^4 N/m^3$.
(si cerchi di evitare l'uso della calcolatrice)



SOLUZIONE:

La forza sulla paratoia circolare non dà momento.

Paratoia rettangolare superiore:

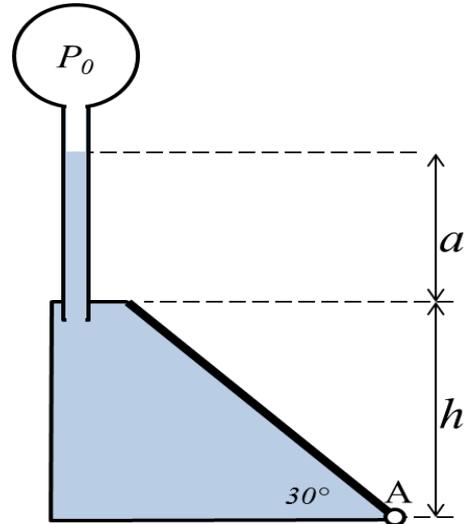
$$\gamma D^2/2 \times (D/3 + D/2) = \gamma 18 \times 5 = \gamma 90 = 9 \times 10^5 J$$

Paratoia rettangolare inferiore:

$$\gamma D^2/2 \times (2D/3 + D/2) + \gamma 2D^2 \times (D/2 + D/2) = \gamma 18 \times 7 + \gamma 72 \times 6 = 12.6 \times 10^5 + 43.2 \times 10^5 J = 55.8 \times 10^5 J$$

$$M = (55.8 - 9) \times 10^5 J = 46.8 \times 10^5 J$$

Esercizio 15. Si determini la funzione $M(h)$, momento ribaltante, per unità di larghezza, della paratoia in figura rispetto alla cerniera A in funzione dell'altezza h , nel caso in cui siano la quota $a=2h/3$ e la pressione nella camera $P_0=\gamma h$.



SOLUZIONE:

Alla cima della paratoia grava una pressione equivalente ad un'altezza d'acqua

$$H=a+P_0/\gamma=5/3h.$$

E la paratoia ha una lunghezza pari a

$$L=h/\sin(30^\circ)=2h.$$

SOLUZIONE 1

Dividendo le forze in parte rettangolare

$$F_R=\gamma HL \text{ con braccio } L/2, \text{ si ha il relative momento } M_R=\gamma HL^2/2=10\gamma h^3/3$$

e parte triangolare

$$F_T=\gamma hL/2 \text{ con braccio } L/3, \text{ si ha il relative momento } M_T=\gamma hL^2/6=2\gamma h^3/3$$

Da cui il momento totale è

$$M(h)=M_R+M_T=12\gamma h^3/3=4\gamma h^3$$

SOLUZIONE 2

La forza totale è

$$F=\gamma(H+h/2)L=13h^2/3 \text{ ed essa agisce sul centro di spinta C}$$

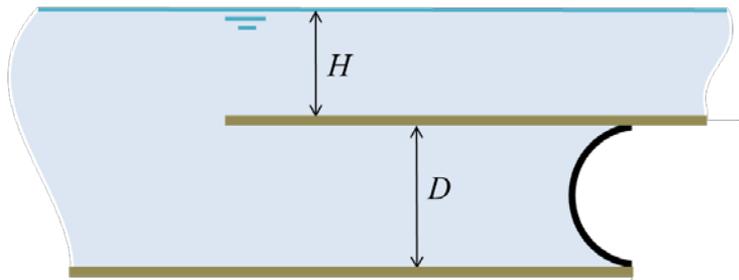
La profondità del centro di spinta si calcola dalla formula

$$\xi_C=2(h_2^3-h_1^3)/3(h_2^2-h_1^2) \text{ con } h_1=H \text{ e } h_2=H+h \text{ risulta } \xi_C=86h/39$$

da cui il braccio $b=2(H+h-\xi_C)=12h/13$.

$$M(h)=Fb=4\gamma h^3$$

Esercizio 16. Si determinino le forze orizzontale e verticale agenti sulla paratoia semisferica in figura, e il rapporto tra le due forze, quando $H=50\text{cm}$ e $D=1\text{m}$.

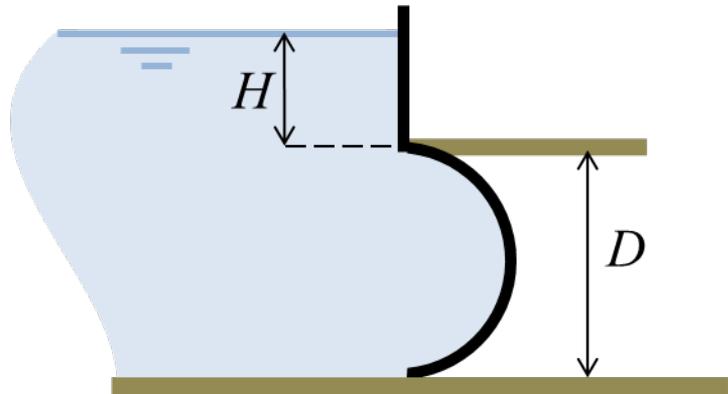


SOLUZIONE:

$$F_x=\gamma(H+D/2)\pi D^2/4=7705\text{N}$$

$$F_y=\gamma 2/3 \pi D^3/8=2568\text{N}$$

Esercizio 17. Si determini Si il rapporto tra la forza verticale e la forza orizzontale agenti sulla paratoria in figura, composta da una parete verticale sopra ad una semicilindrica. Sapendo che $H=D/2$.



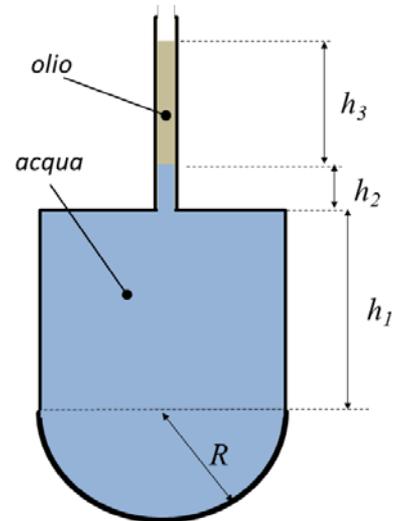
SOLUZIONE:

$$F_x = \gamma(H+D/2)D + \gamma H^2/2 = \gamma D^2 + \gamma D^2/8 = 9/8 \gamma D^2 = 44145N$$

$$F_y = \gamma \pi D^2/8 = 15410N$$

$$F_y/F_x = \pi/9 = 0.35$$

Esercizio 18. Si determini la forza agente sul coperchio semi-sferico sul fondo del contenitore in figura. Sapendo che $R=3m$, $\gamma_{olio}=2/3\gamma_{acqua}$ e che $h_1=1.8R$, $h_2=0.2R$, $h_3=1.5R$.



SOLUZIONE:

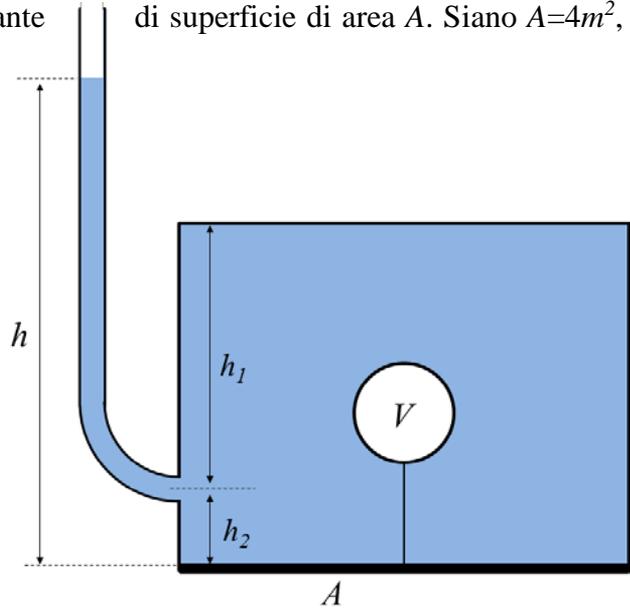
$$h = h_1 + h_2 + \gamma_{olio}/\gamma_{acqua} h_3 = 1.8R + 0.2R + 1.$$

$$5R * 2/3 = 2R + R = 6m + 3m = 9m$$

$$F = \gamma 2/3 \pi R^3 + \gamma h \pi R^2 = \gamma \pi (18m + 81m) = \gamma \pi 99m = 3051KN$$

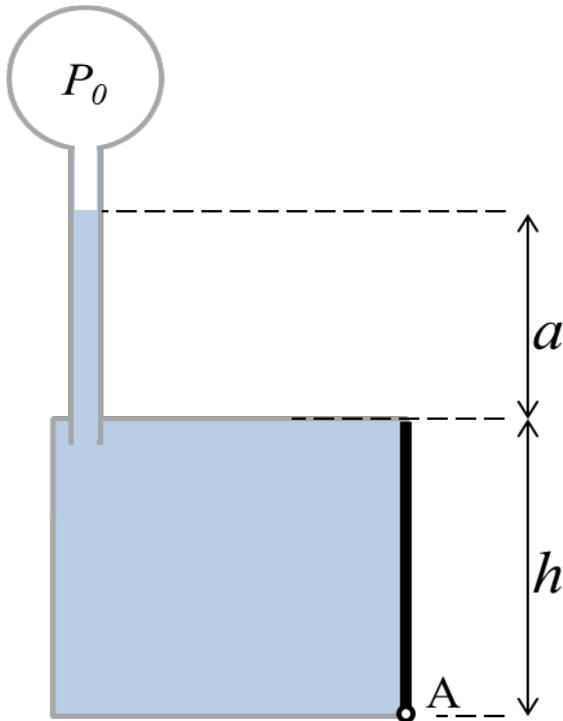
ESERCIZI DI IDROSTATICA

Esercizio 19. Si determini il volume V della sfera tale che la sua spinta d'Archimede riesca a bilanciare la forza agente sulla parete sottostante di superficie di area A . Siano $A=4m^2$, $h=5m$, $h_1=3m$, $h_2=1m$.



SOLUZIONE:

$$\gamma h A = \gamma V \rightarrow V = h A = 20 m^3$$



Esercizio 20. Si determinino la forza e il momento, rispetto alla cerniera A, agente sulla paratoia verticale in figura.

Siano $P_0=150mmHg$, $h=5m$, $a=2m$; e si usi come peso specifico dell'acqua $\gamma=10KN/m^3$. I risultati si calcolino per unità di larghezza della paratoia.

SOLUZIONE:

$$P_0=150mmHg=20KPa=2mH_2O$$

$$F=F_1+F_2=(P_0+\gamma a)h+\gamma h^2/2=200KN+125KN$$

$$M=F_1 h/2+F_2 h/3=500+208=708KJ$$

or

$$F=(P_0+\gamma(a+h/2))h=325KN;$$

$$h_1=P_0/\gamma+a=4m; \quad h_2=h_1+h=9m; \quad h_c=2(h_2^3-h_1^3)/3(h_2^2-h_1^2)=6.82m; \quad b=h_2-h_c=2.18m$$

$$M=F b=708KJ$$