Copertina

Corso di Fisica dell'Atmosfera

Dinamica dell'Atmosfera
esempi

Giaiotti Dario & Stel Fulvio

Sommario della lezione

- Le scale spaziali e temporali tipiche dei moti atmosferici
- Equazione di conservazione della quantità di moto (equazione del momento)
- Equazione di conservazione della massa (equazione di continuità)
- Il sistema di coordinate rotanti solidali il volume d'aria che si muove sulla Terra

- Il sistema di coordinate naturali
- Modelli semplici nel sistema di coordinate naturali

- Onde di Rossby

- Bibliografia di riferimento e per approfondimenti.

Equazione di conservazione del quantità di moto (equazione del momento)

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{v} - \frac{1}{\rho}\boldsymbol{\nabla} p + \boldsymbol{g} + \nu \boldsymbol{\Delta} \boldsymbol{v}$$

Accelerazione volume d'aria elementare

Accelerazione di Coriolis

Accelerazione dovuta al gradiente di pressione

Accelerazione di gravità e centrifuga

Accelerazione di dissipazione

Equazione di conservazione della massa (equazione di continuità)

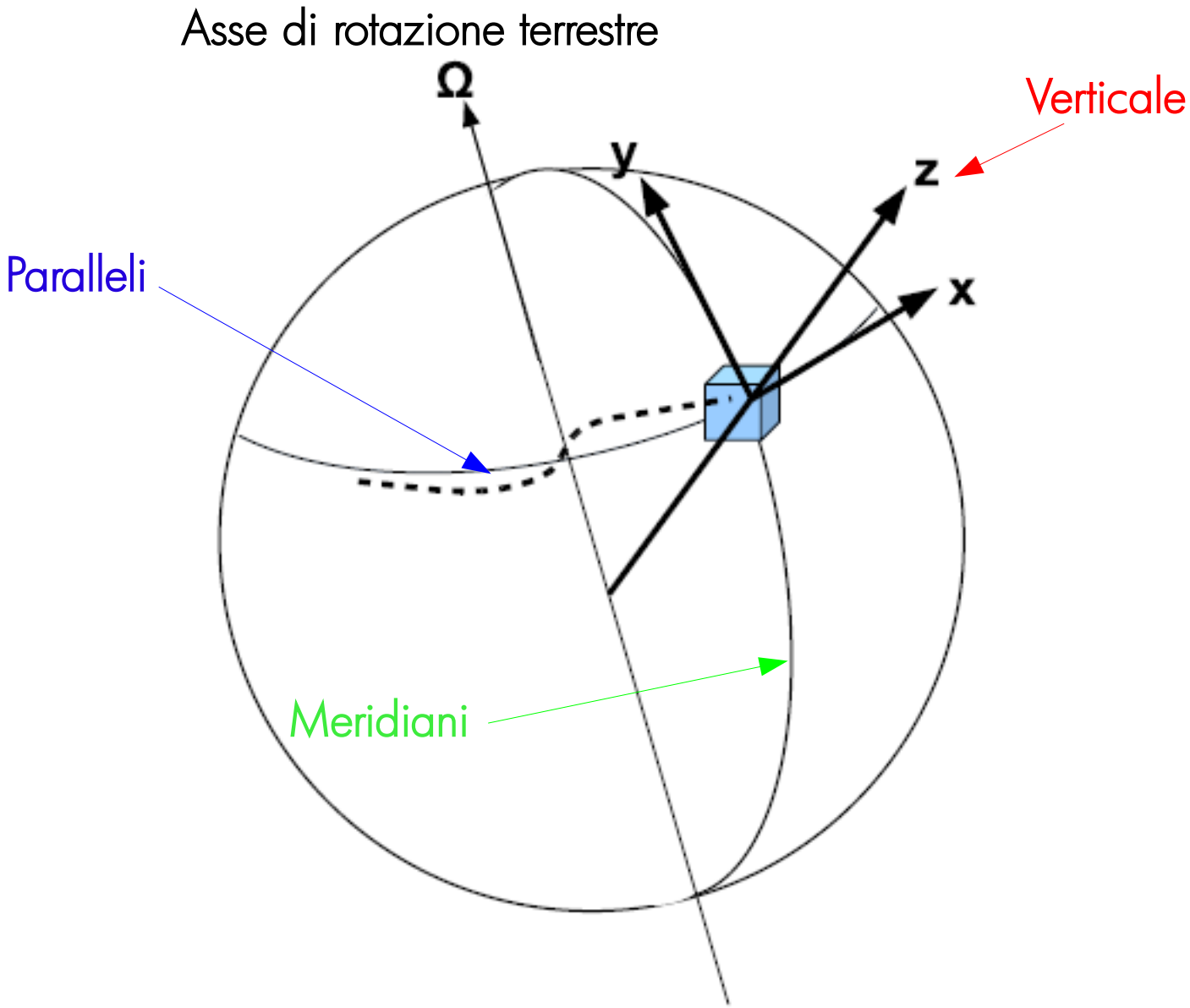
$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{v} = 0$$

Variazione di densità del volume elementare di aria

Flusso di massa attraverso il volume elementare di aria

[variazione del volume]

Sistema di coordinate solidali con con il volume d'aria che si muove sulla Terra



L'equazione di conservazione del quantità di moto in coordinate solidali con la Terra

Termini di curvatura — Coriolis — Gradiente di pressione — Dissipazione

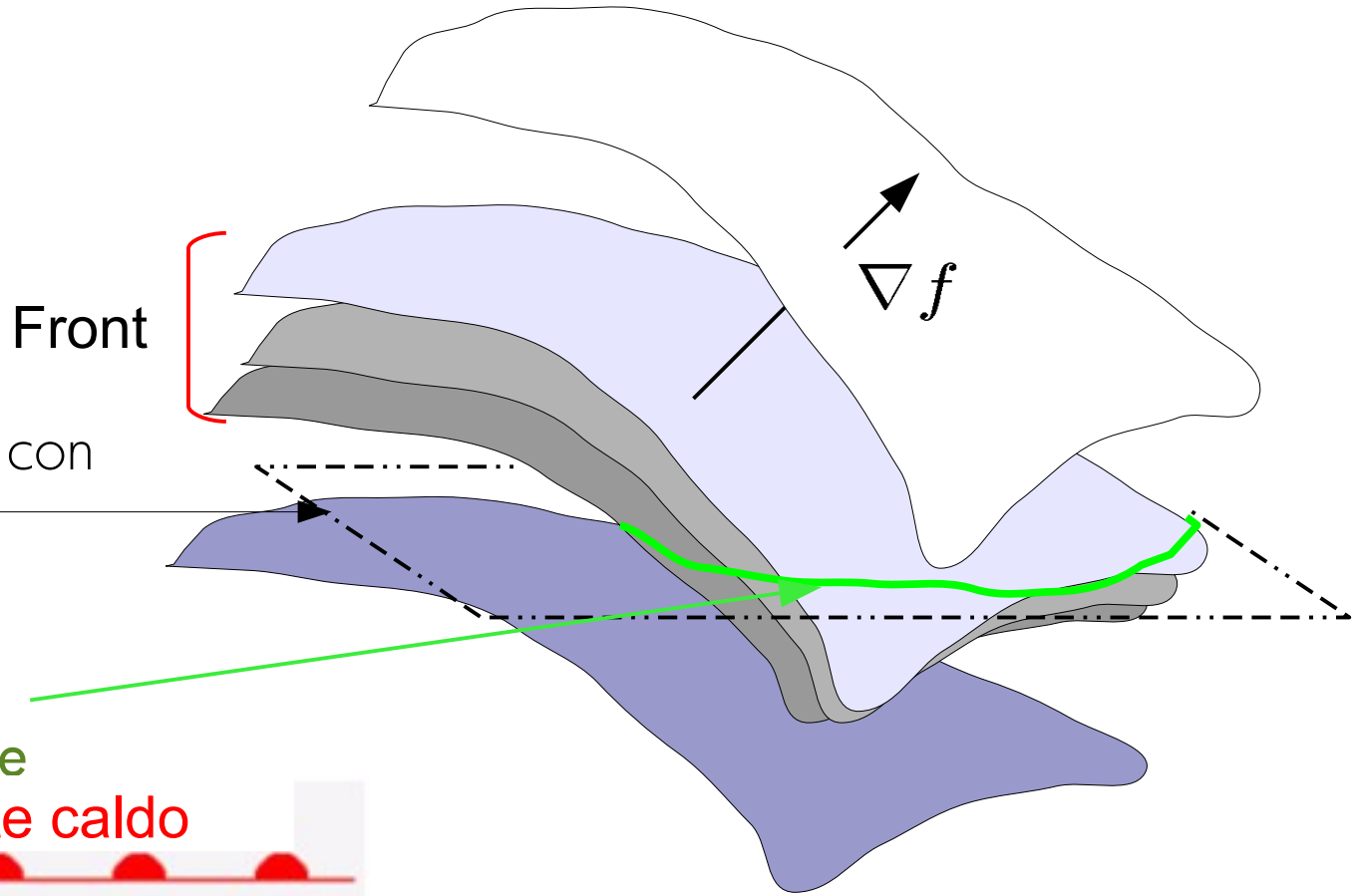
$$\frac{du}{dt} - \frac{uv\ tan(\phi)}{R} + \frac{uw}{R} = 2\Omega v\ sin(\phi) - 2\Omega w\ cos(\phi) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + (\nu \boldsymbol{\Delta v})_x$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{u^2\ tan(\phi)}{R} + \frac{vw}{R} = -2\Omega u\ sin(\phi) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + (\nu \boldsymbol{\Delta v})_y$$

$$\frac{dw}{dt} - \frac{u^2 + v^2}{R} = 2\Omega u\ cos(\phi) - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g + (\nu \boldsymbol{\Delta v})_z$$

Eseguire l'analisi degli ordini di grandezza di ciascun contributo

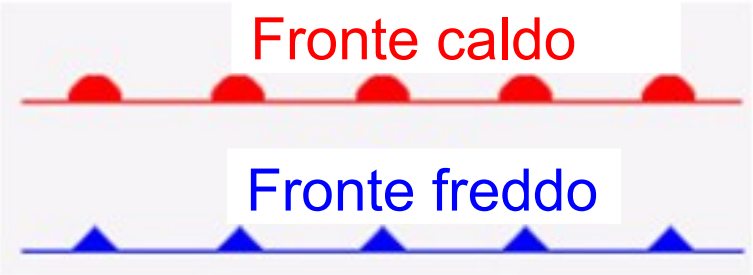
Il fronte atmosferico dalla definizione 3D alla linea frontale



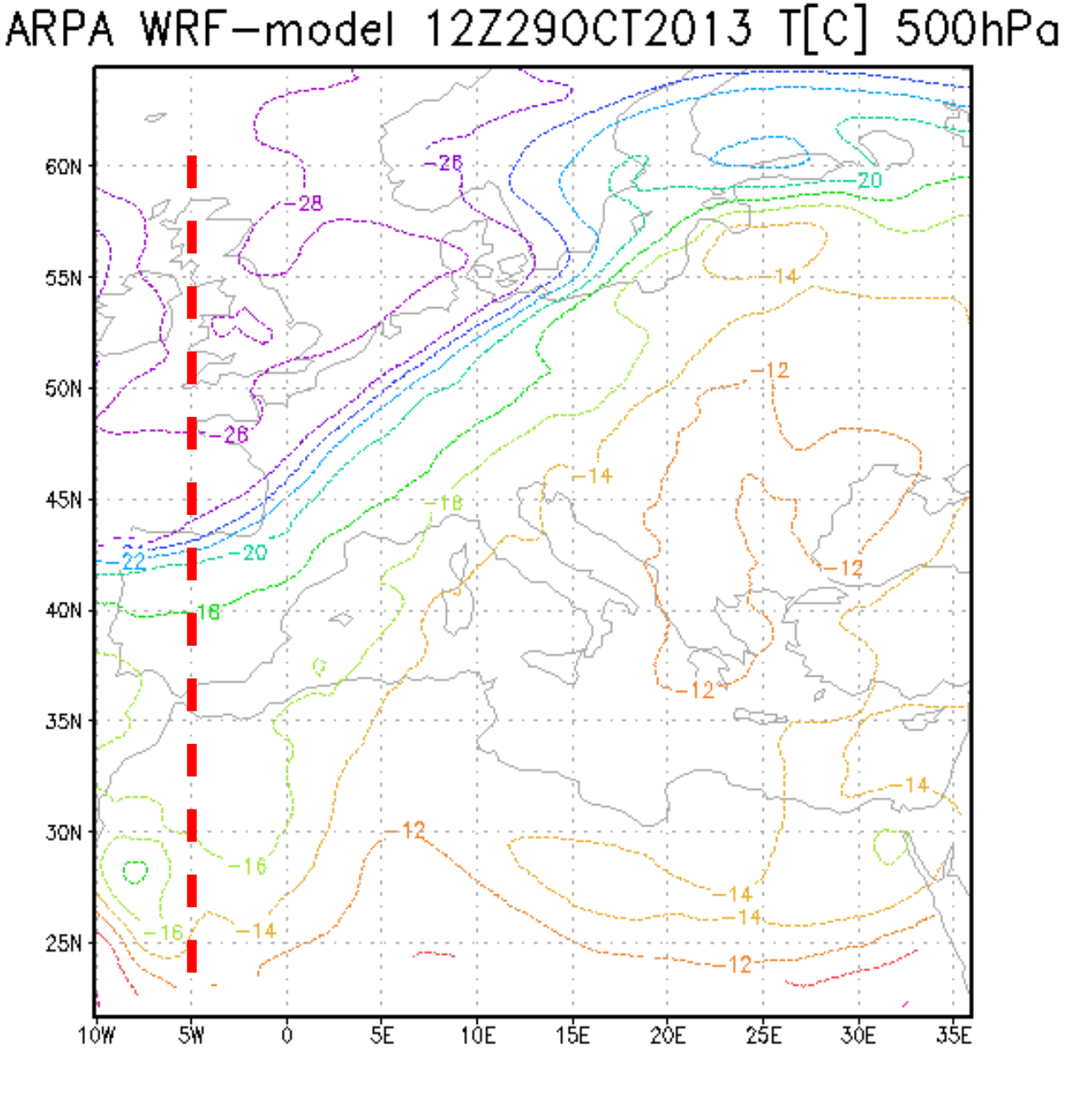
L'intersezione del fronte con un'altra superficie:

- superficie isobarica
- superficie terrestre

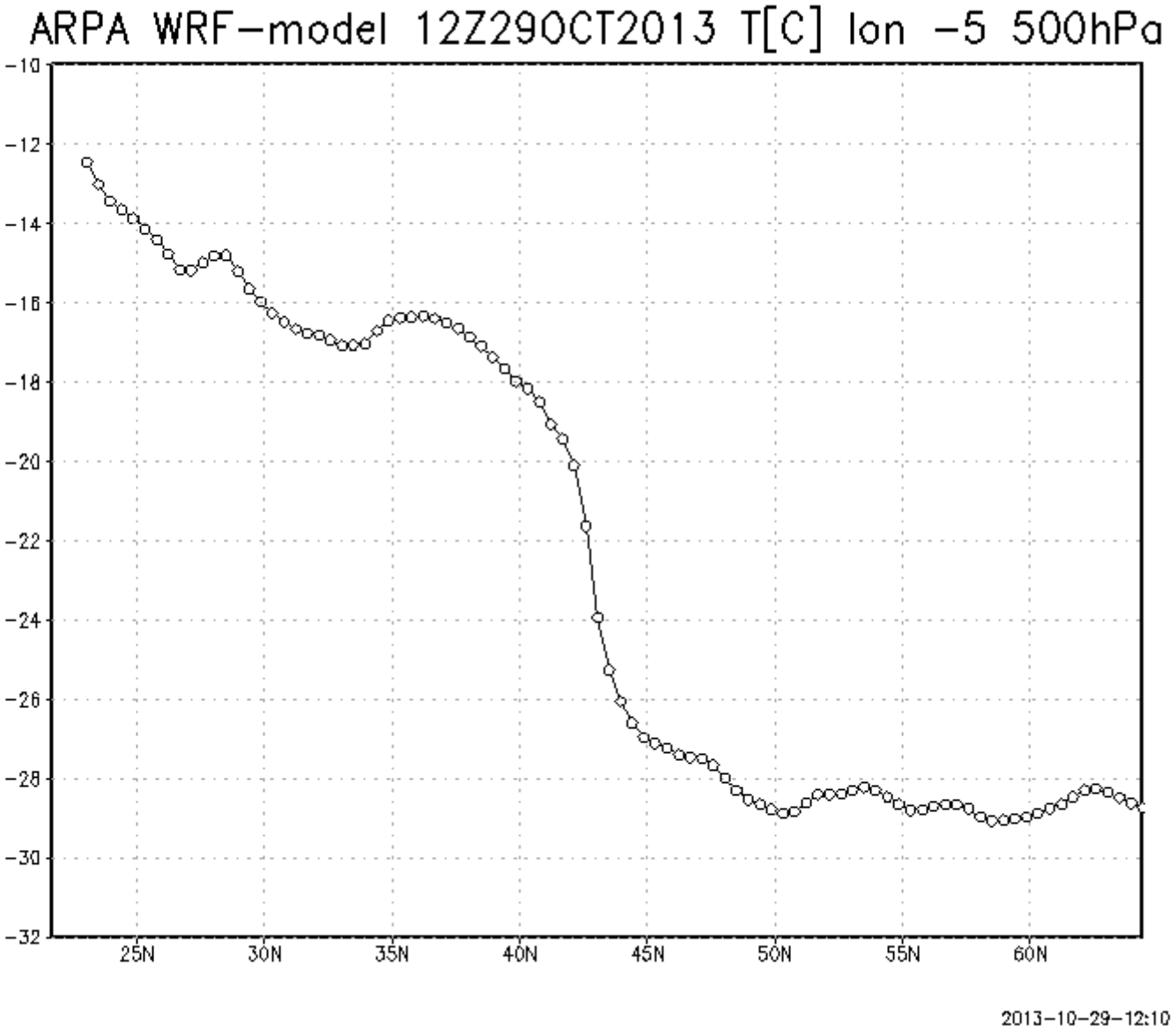
genera la linea del fronte



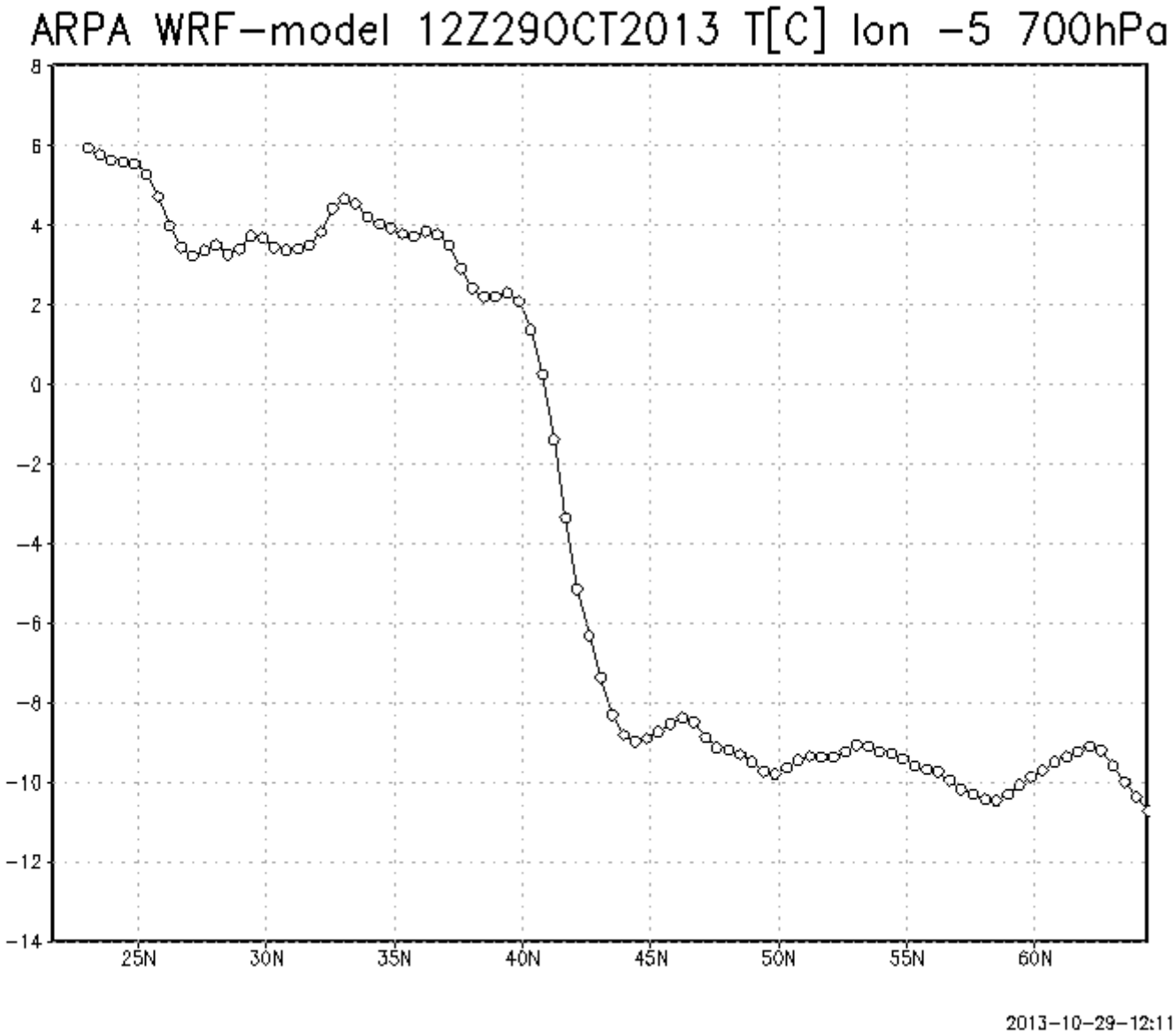
Le zone frontali: visione sulla superficie isobarica



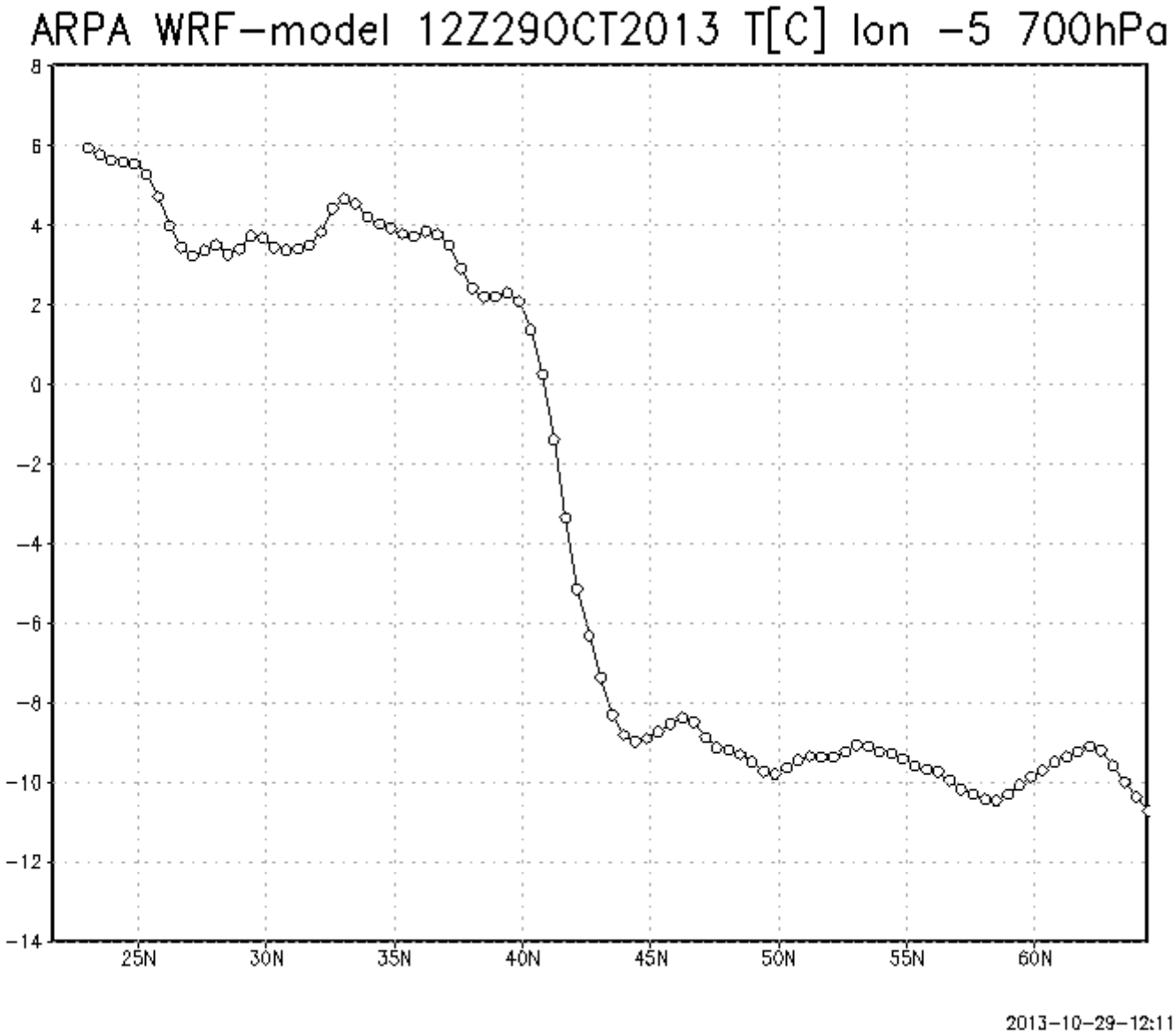
Le zone frontali: visione meridiana sulla superficie isobarica



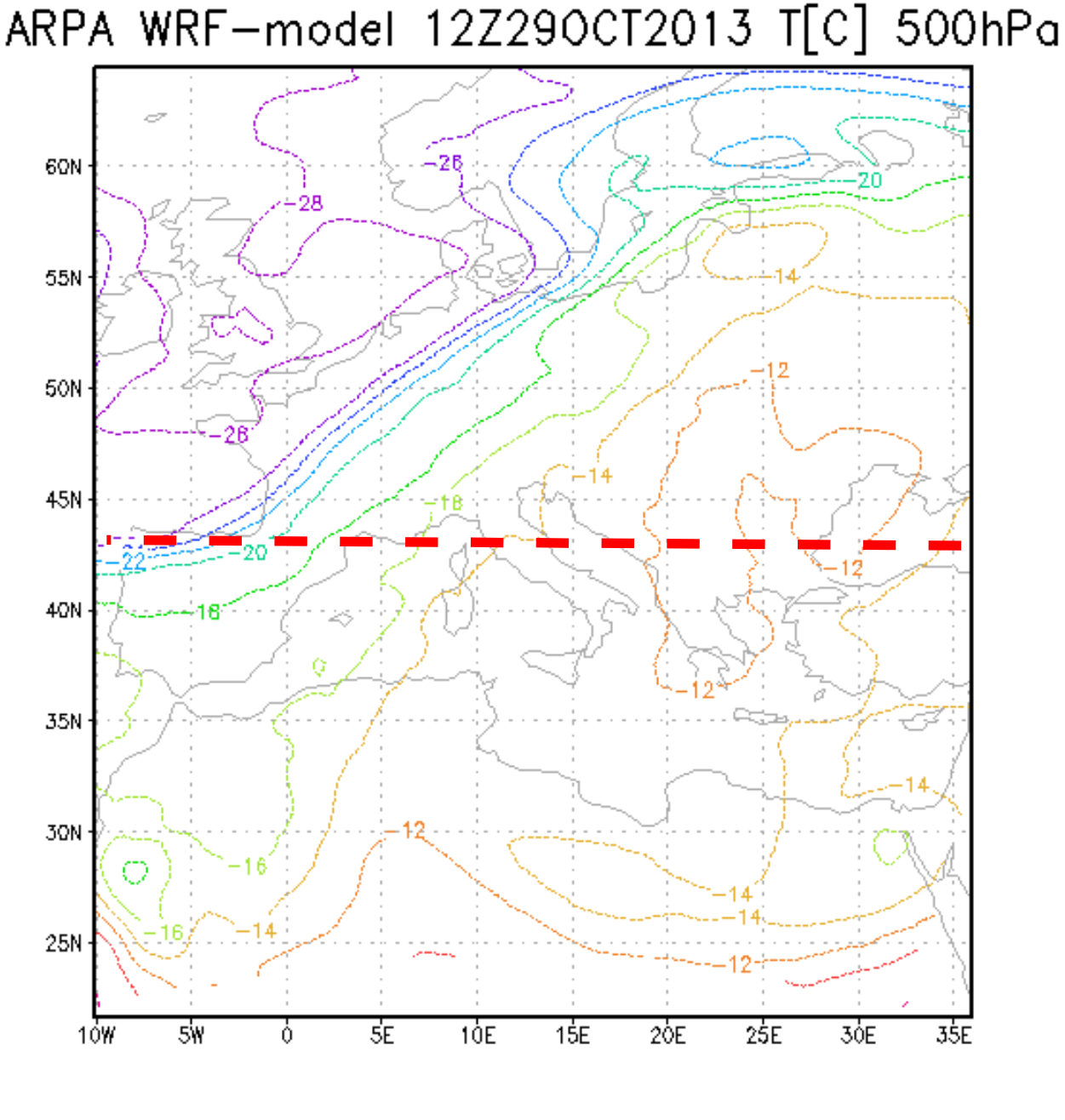
Le zone frontali: visione meridiana sulla superficie isobarica



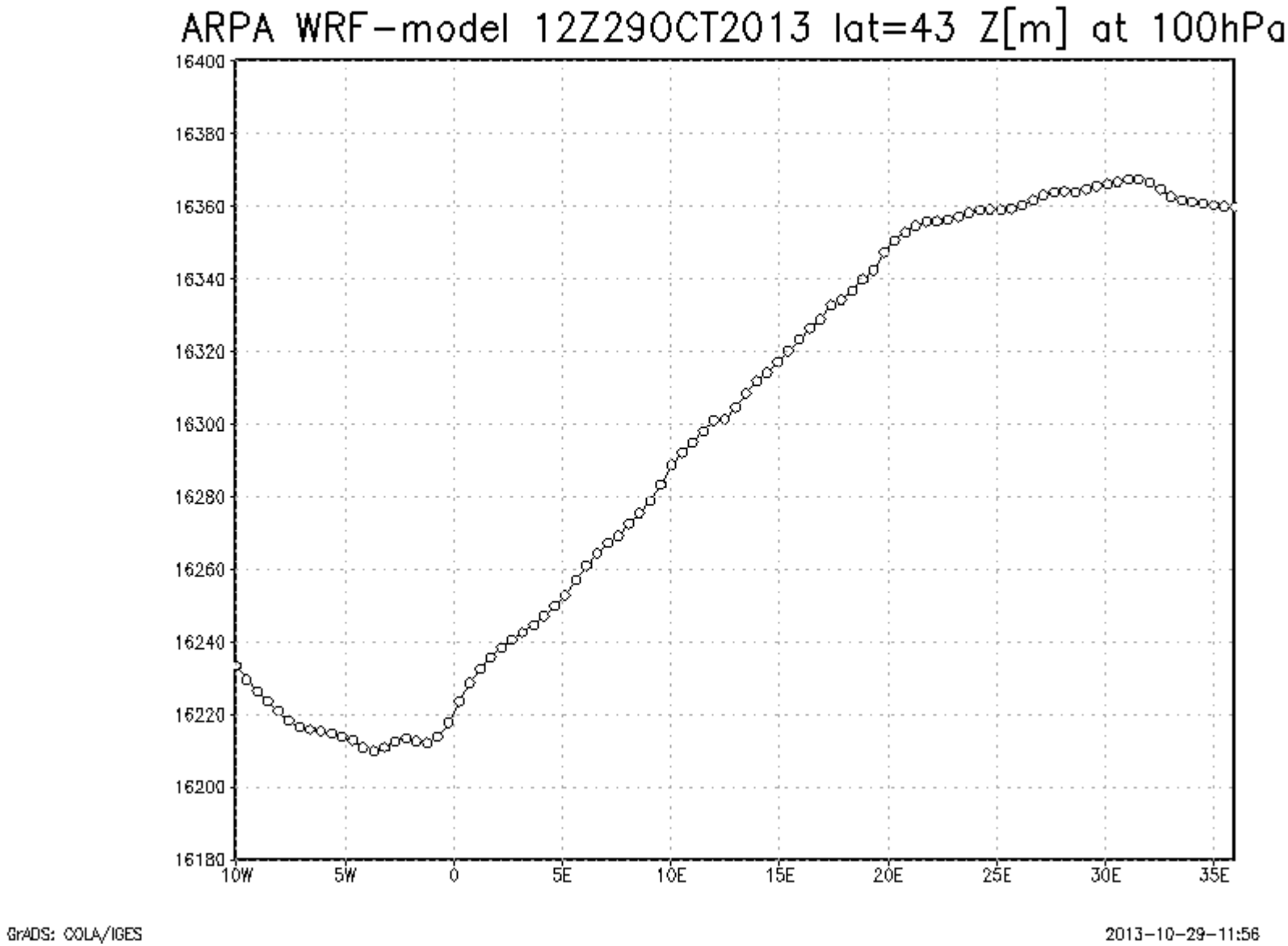
Le zone frontali: visione meridiana sulla superficie isobarica



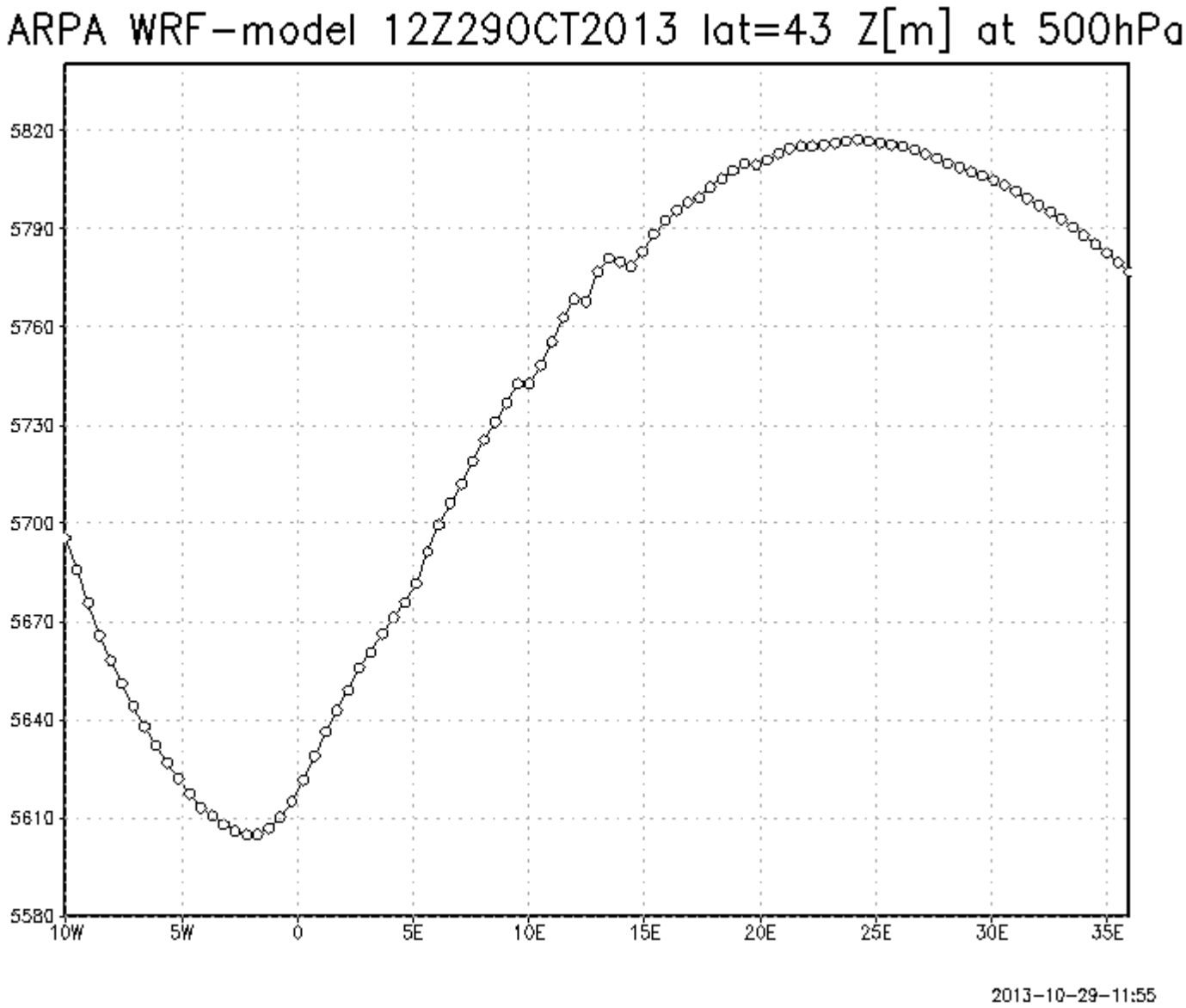
Le zone frontali: visione sulla superficie isobarica



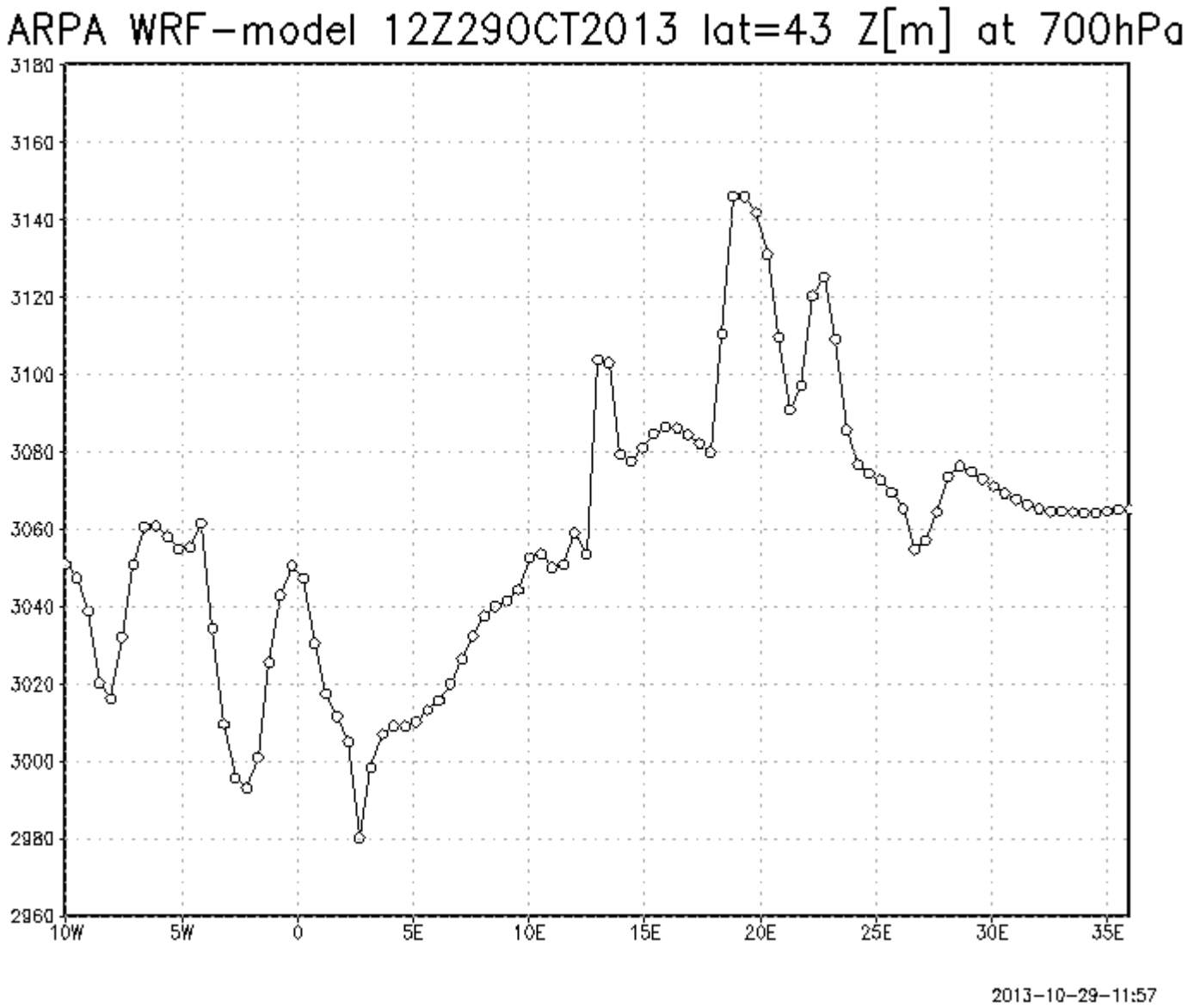
Le zone frontali: visione parallela sulla superficie isobarica



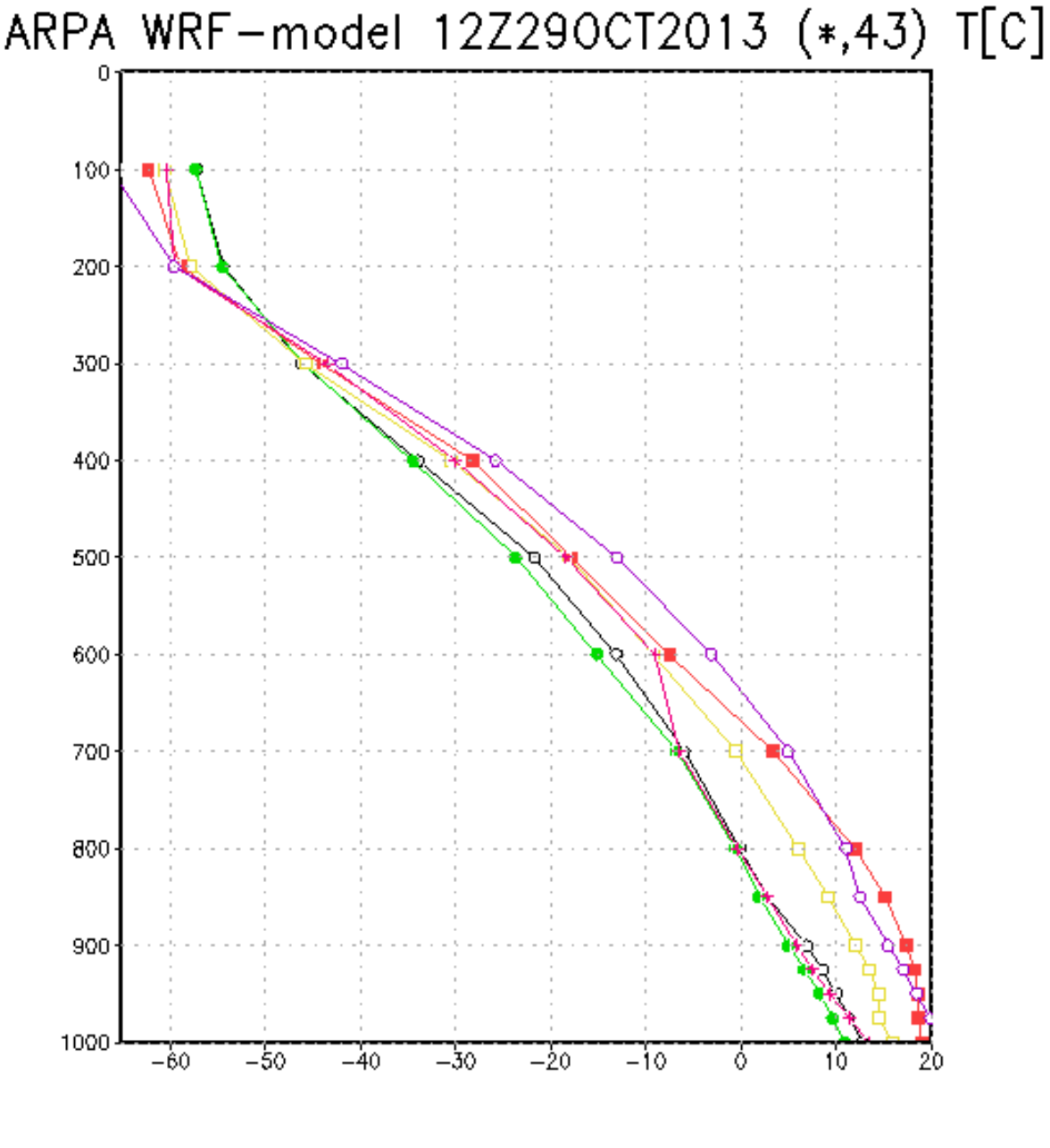
Le zone frontali: visione parallela sulla superficie isobarica



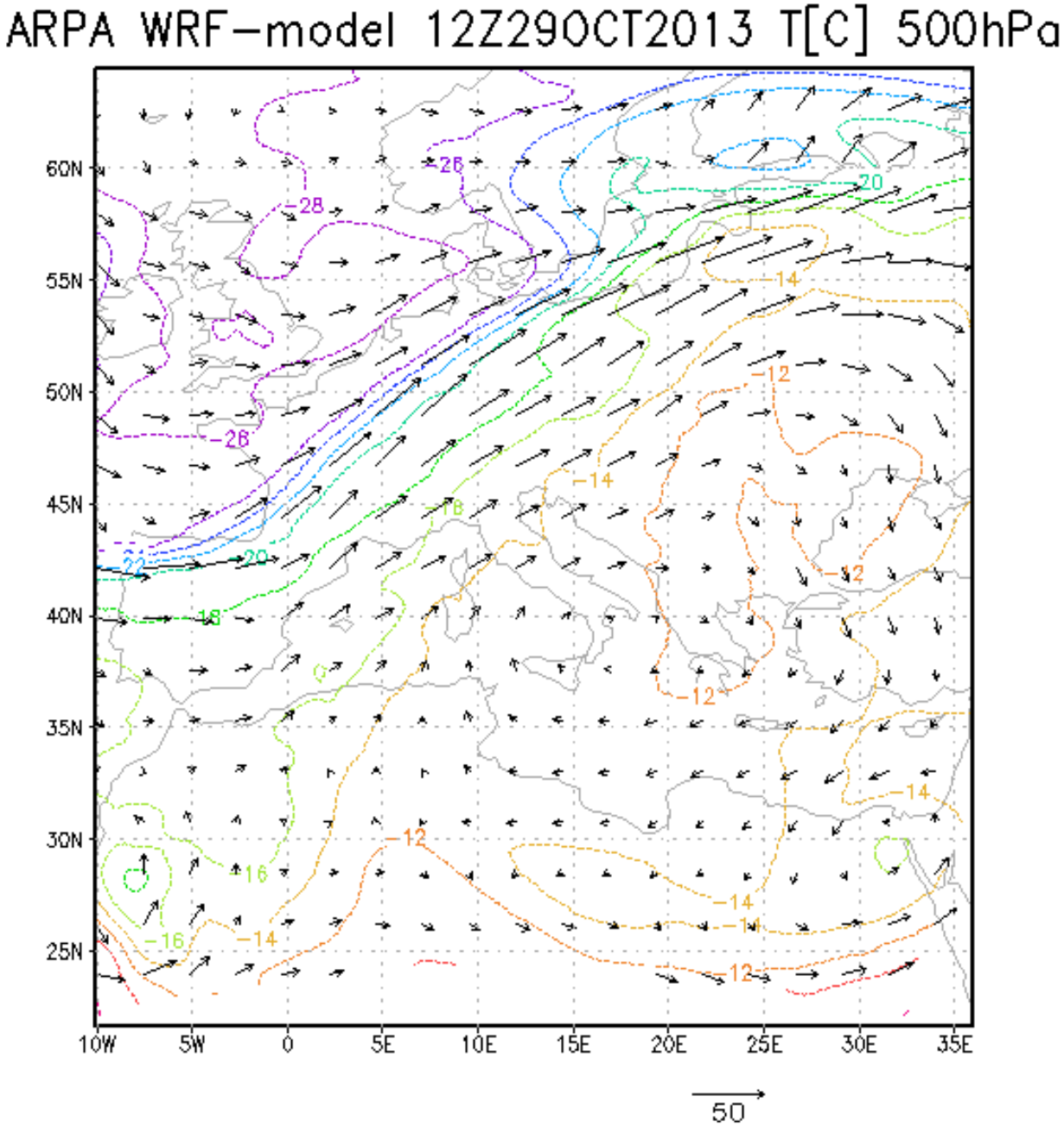
Le zone frontali: visione parallela sulla superficie isobarica



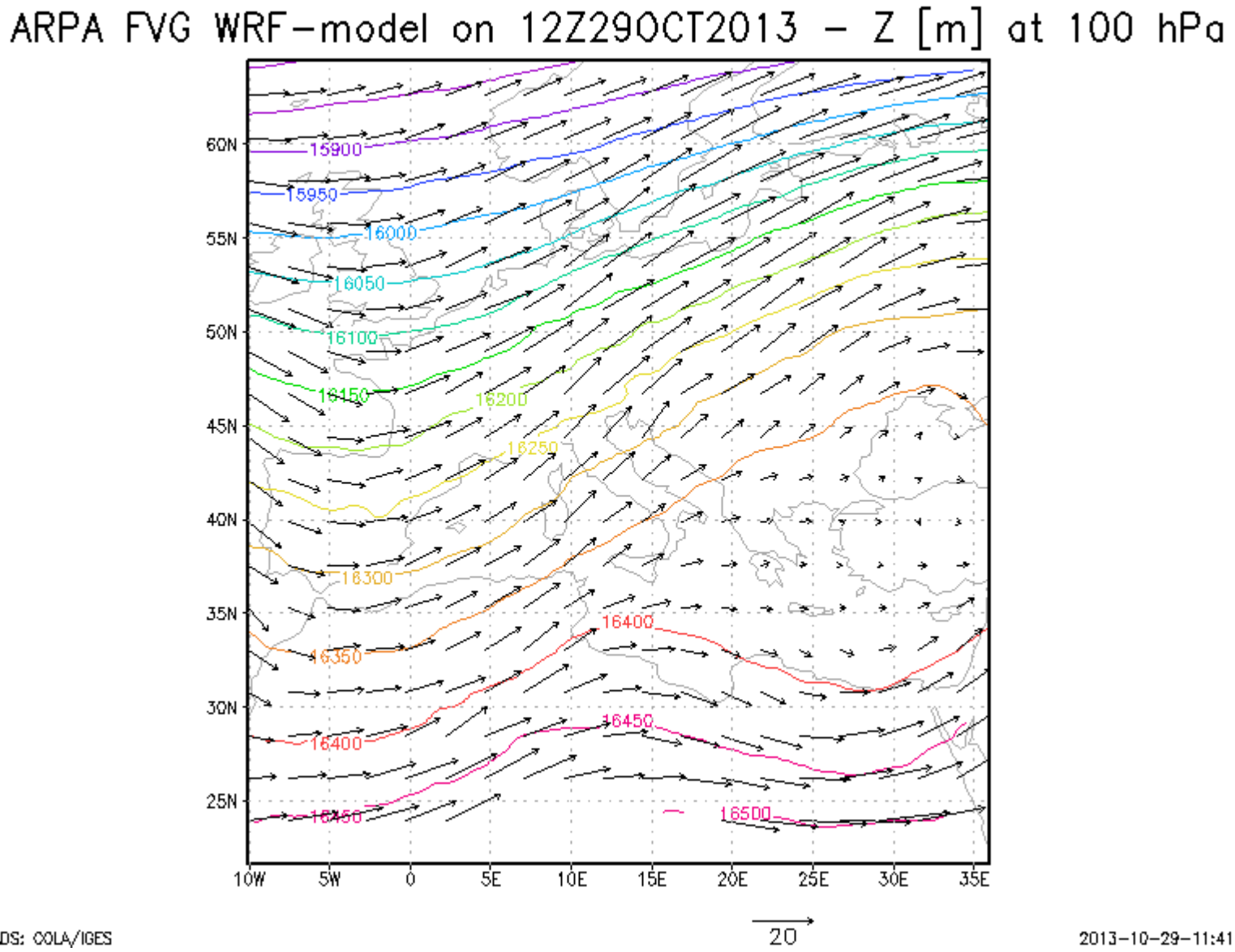
Profili termici verticali



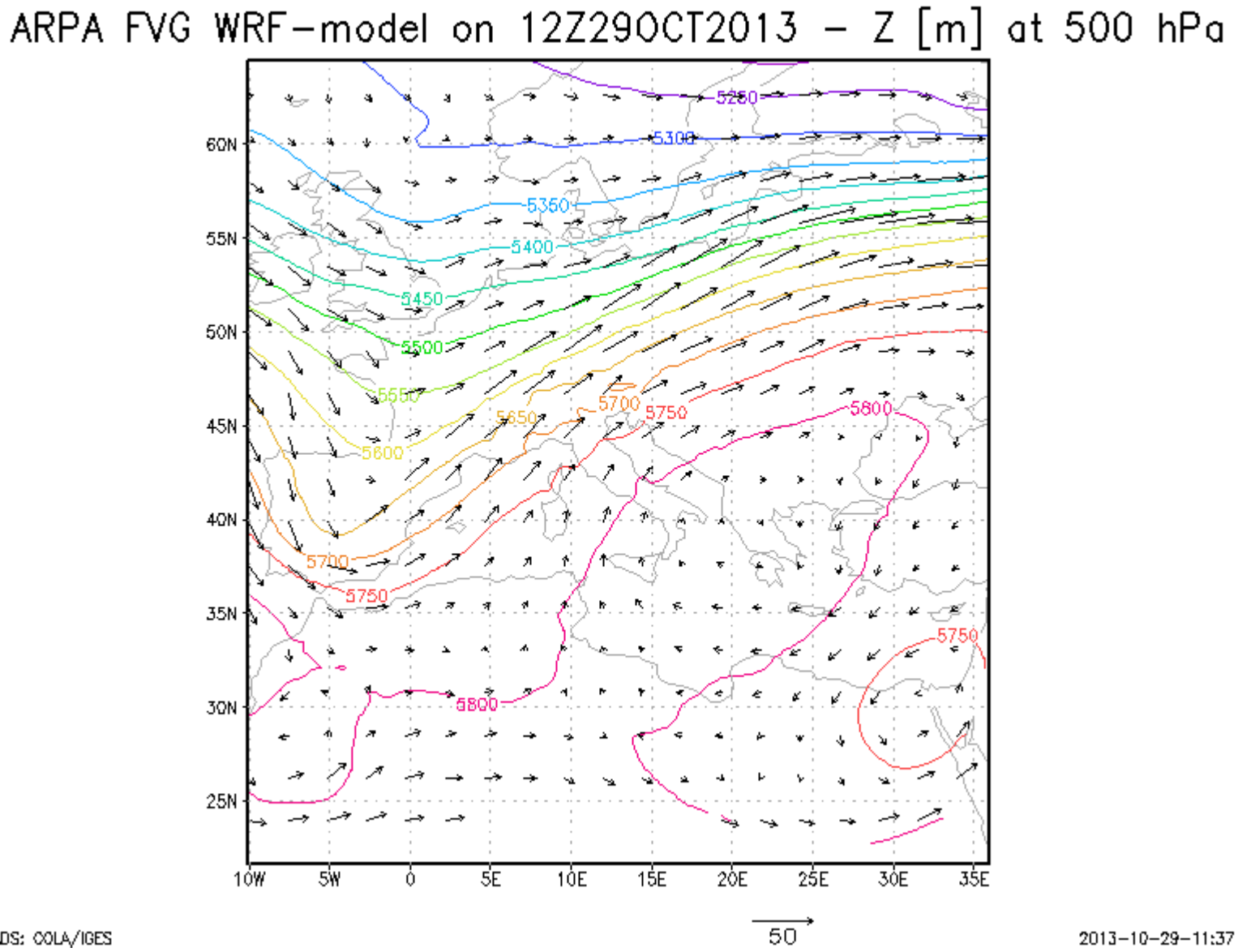
Vento geostrofico e avvezione termica



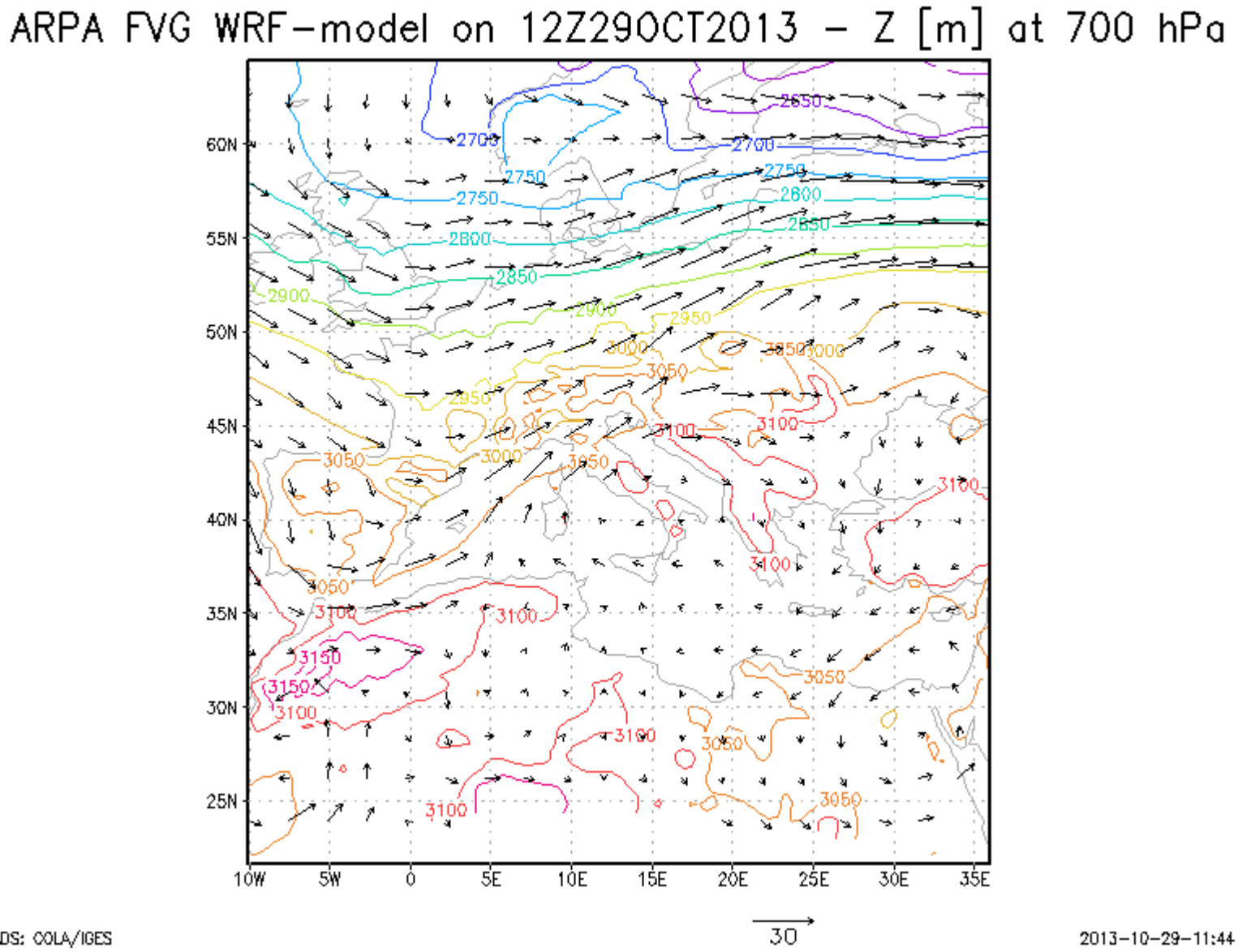
Vento geostrofico



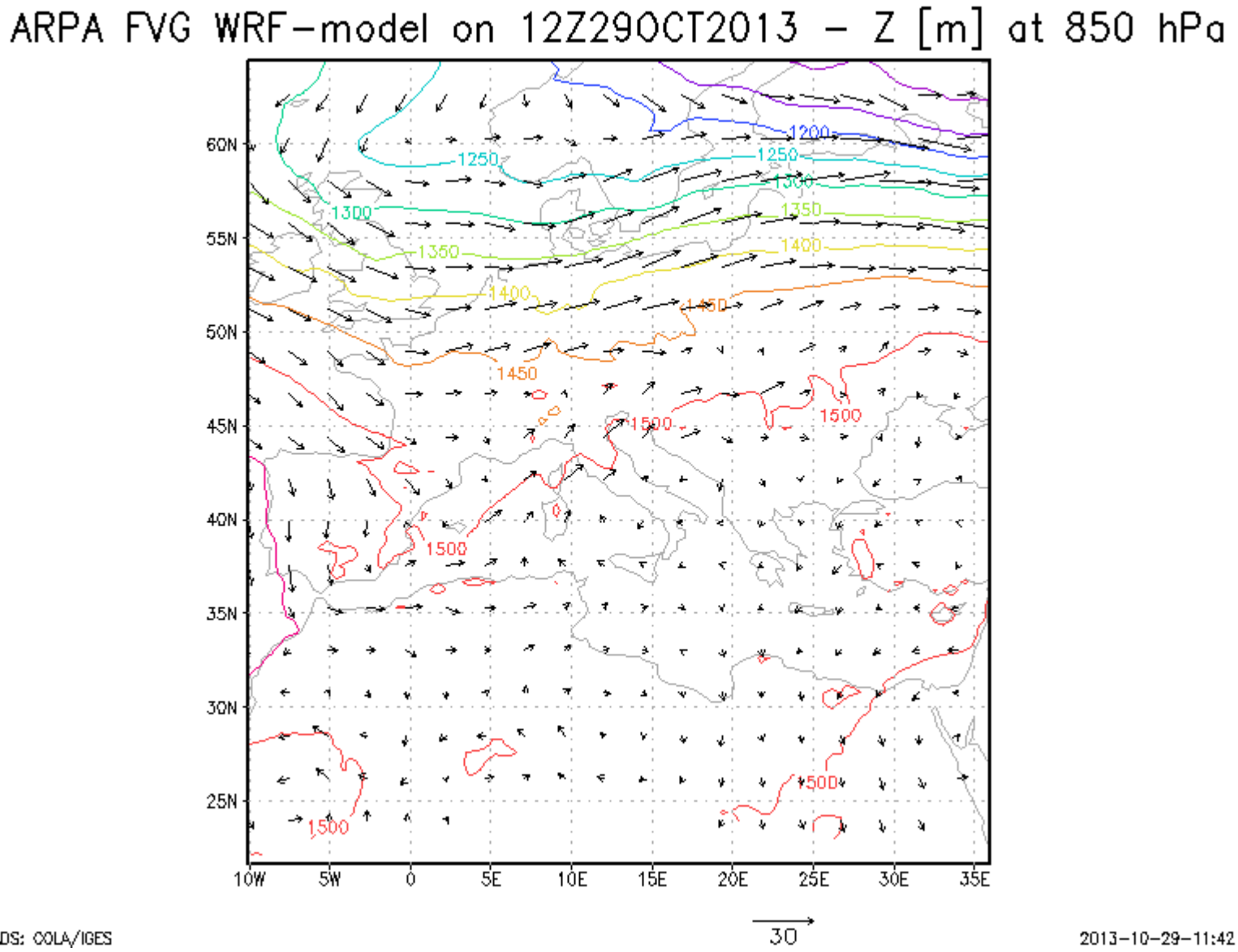
Vento geostrofico



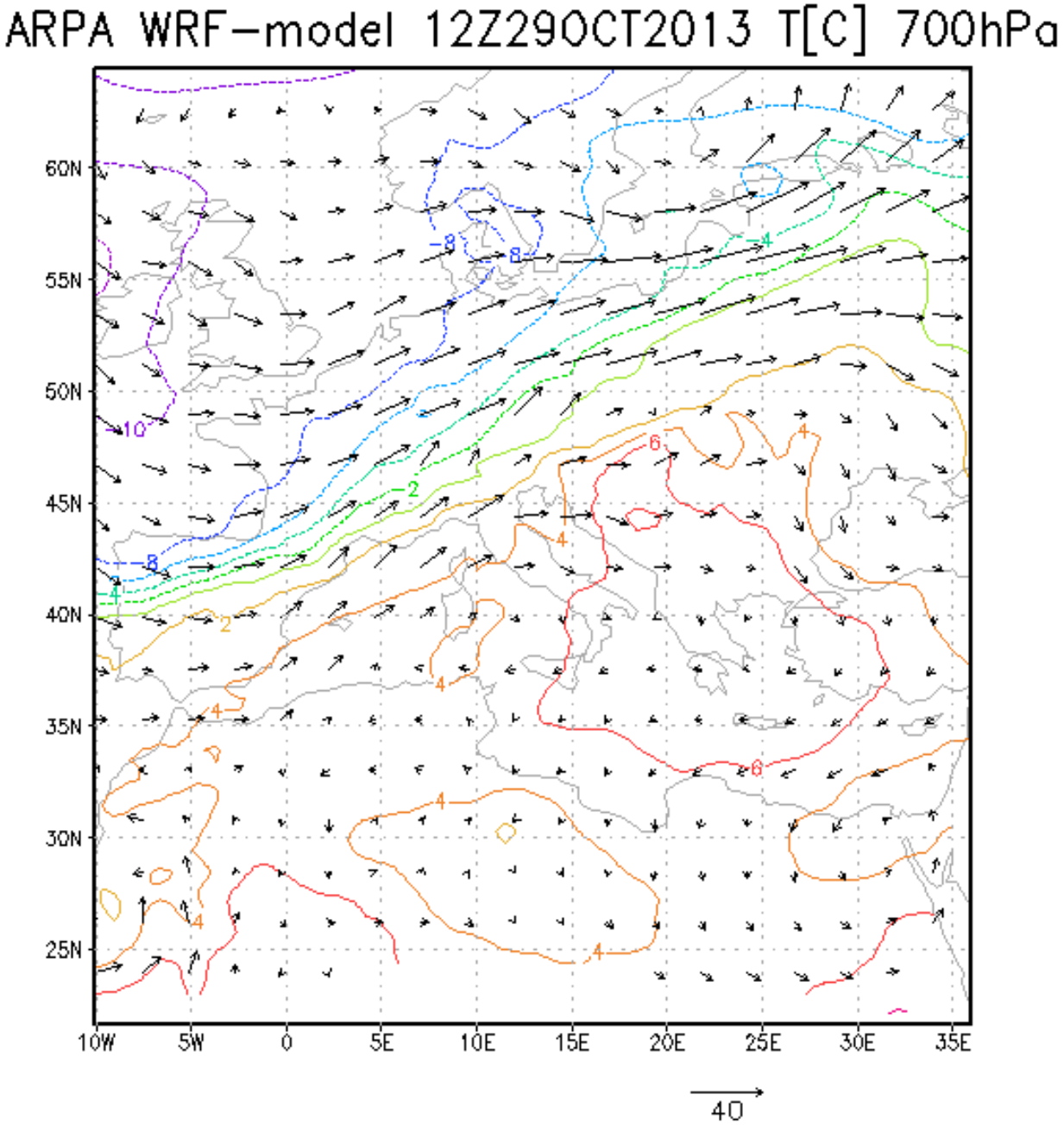
Vento geostrofico



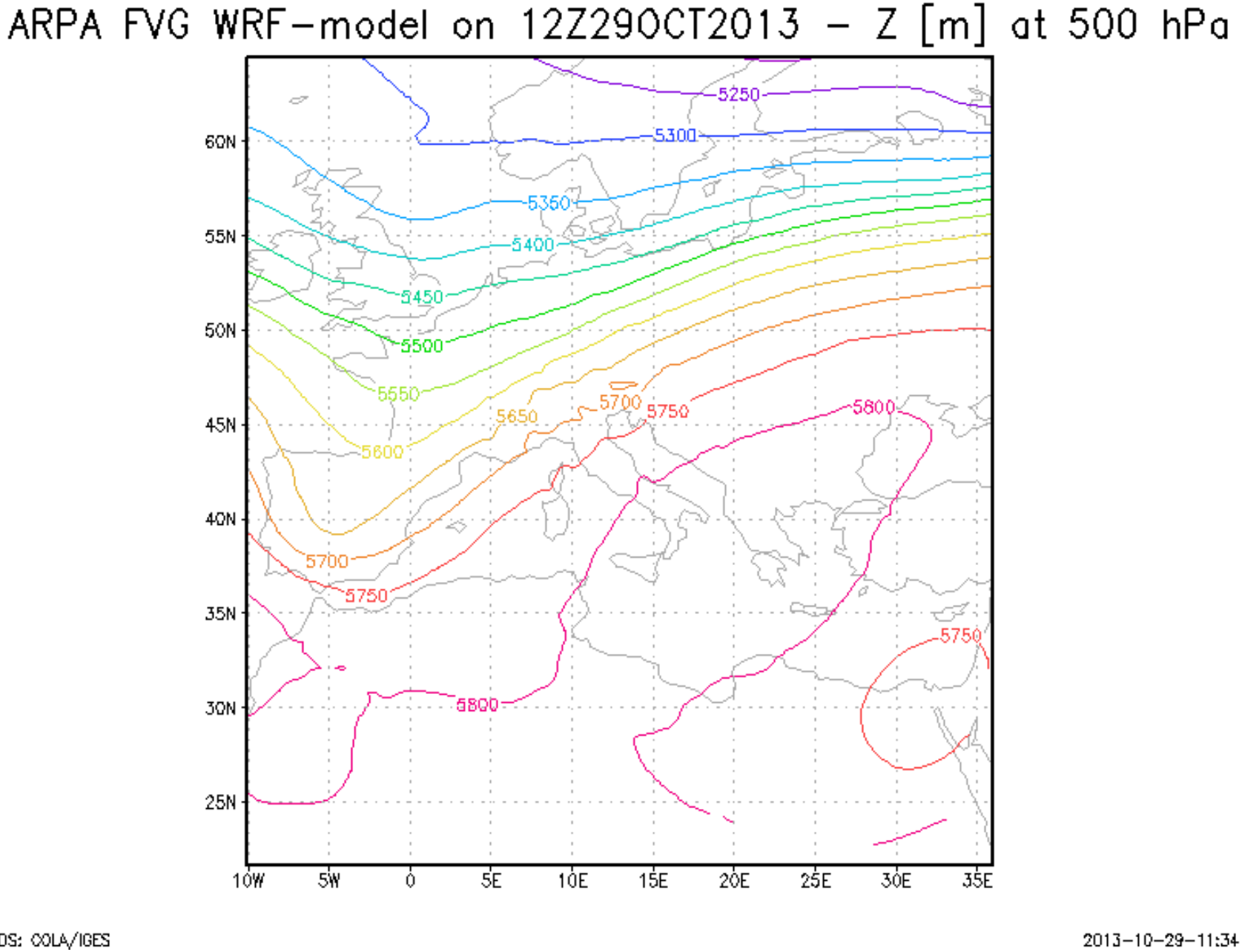
Vento geostrofico



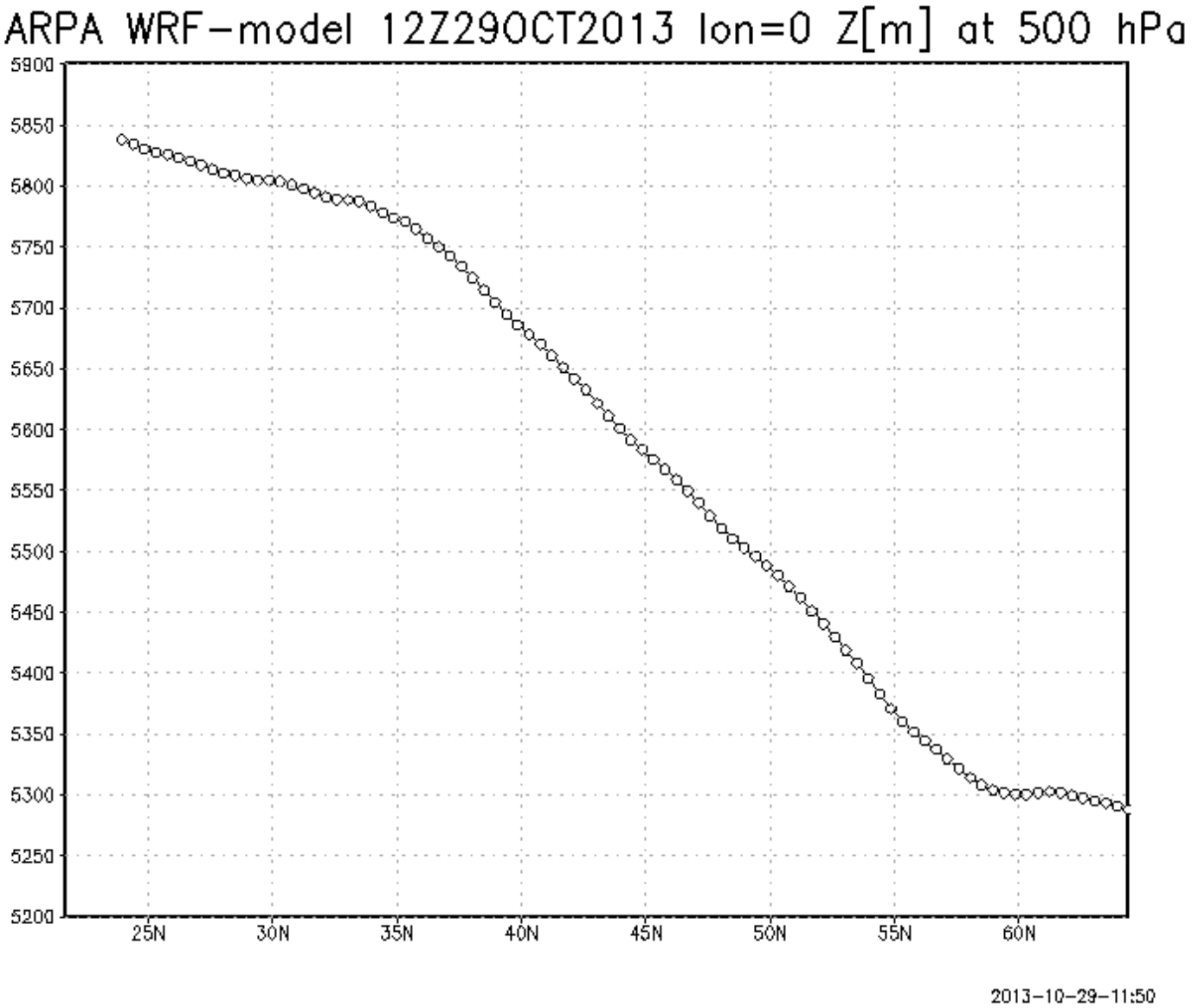
Vento geostrofico e avvezione termica



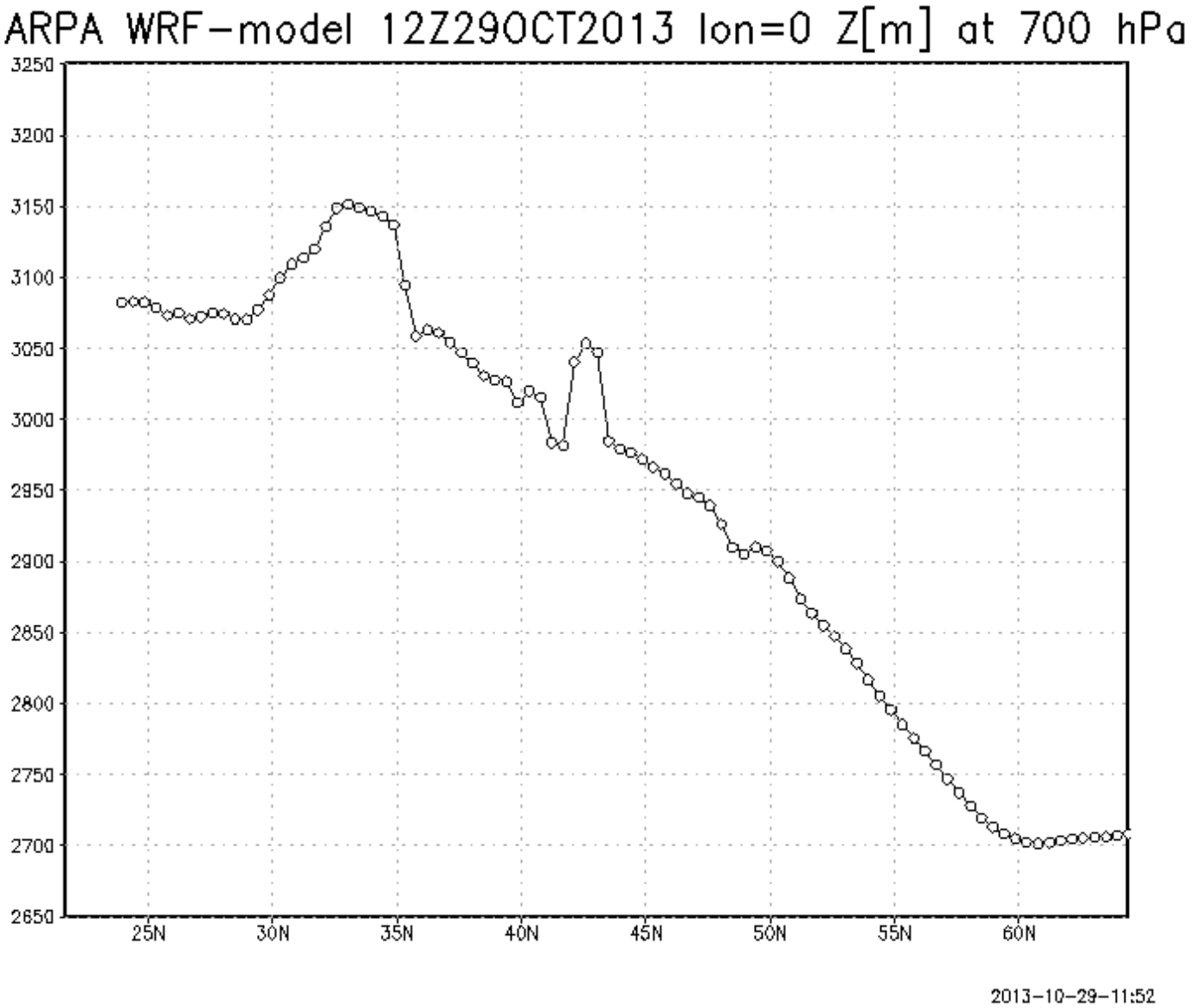
Altezza geopotenziale, visione su superficie isobarica



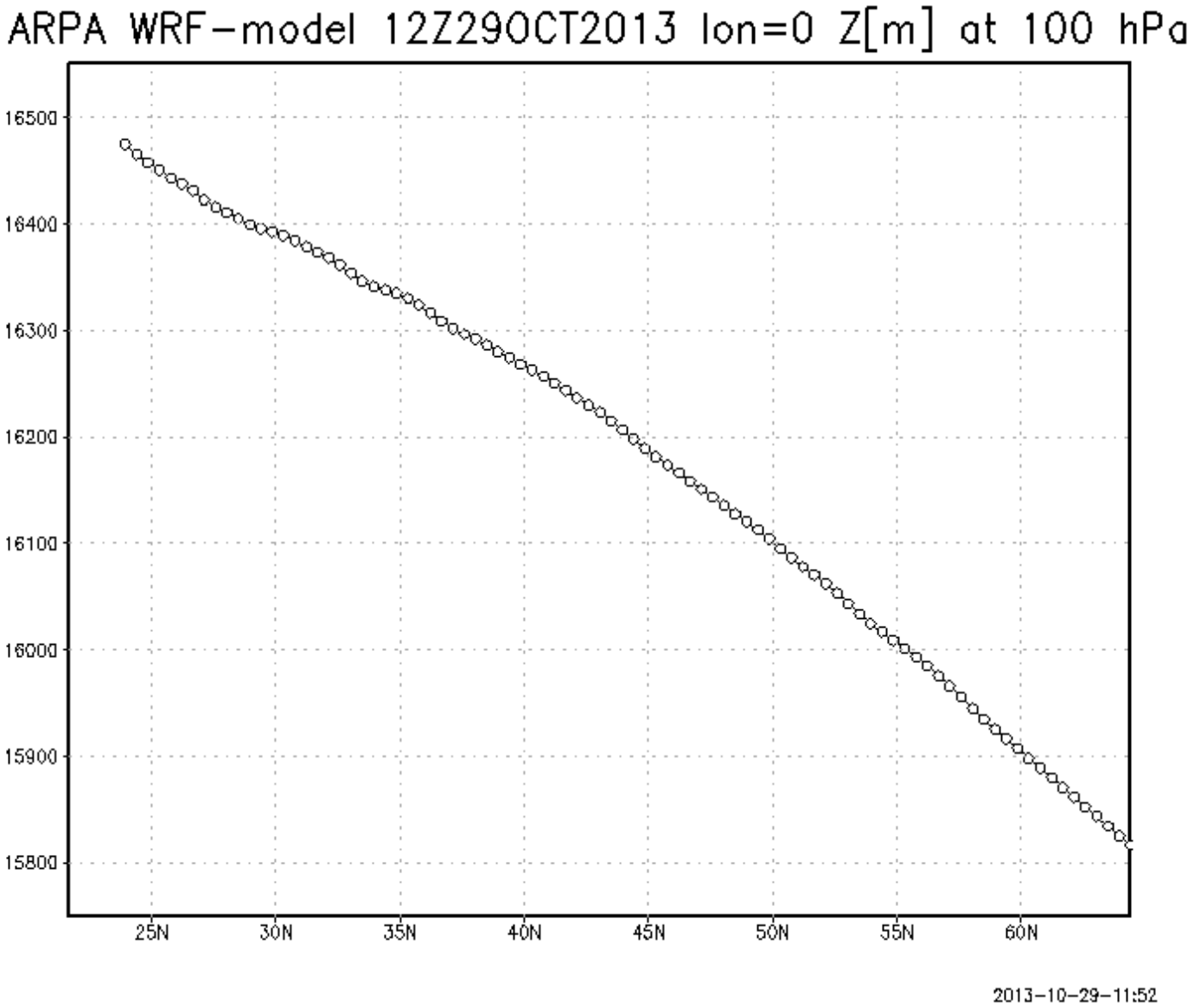
Altezza geopotenziale, visione meridiana su superficie isobarica



Altezza geopotenziale, visione meridiana su superficie isobarica



Altezza geopotenziale, visione meridiana su superficie isobarica



Stabilità e instabilità atmosferica

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z} = \frac{\theta}{T}\left(\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}z} - \frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}z}\right) \quad \text{con} \quad \frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}z} = -\frac{g}{c_p},$$

dove $\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}z}$ è il gradiente termico verticale dell'ambiente e $\frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}z}$ è il cosiddetto *dry adiabatic lapse rate* del volume d'aria secca che vale circa -9.8 K/km. Si possono così distiguere le seguenti situazioni:

- quando $\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}z} > \frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}z} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z} > 0 \Rightarrow$ situazione stabile nel tempo;
- quando $\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}z} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z} = 0 \Rightarrow$ situazione neutra nel tempo;
- quando $\frac{\mathrm{d}T_s}{\mathrm{d}z} < \frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}z} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z} < 0 \Rightarrow$ situazione instabile nel tempo.

Stabilità e instabilità atmosferica e il gradiente della temperatura potenziale

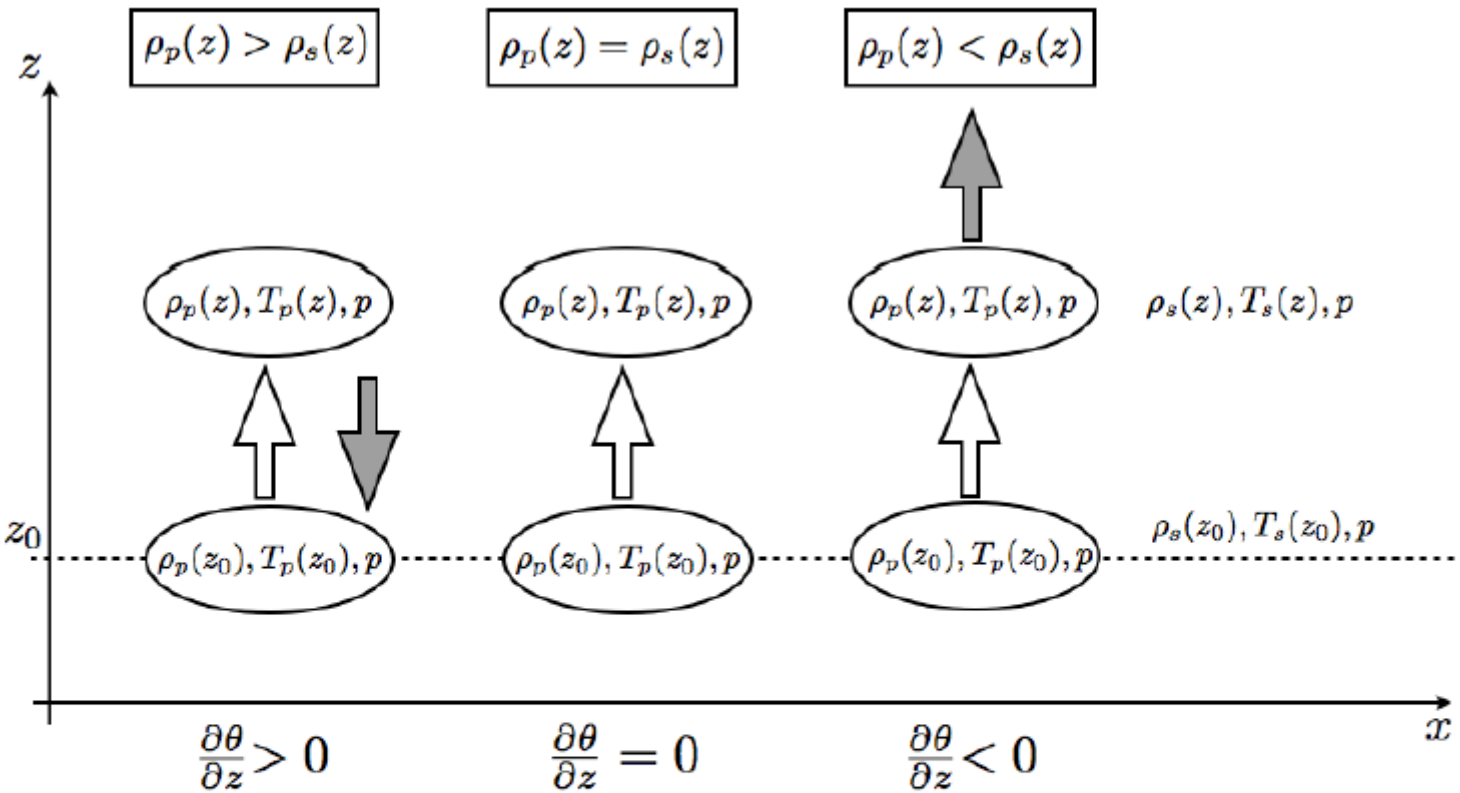


Figura 1.1: Atmosfera stabile, neutrale e instabile.
Nella figura sono riportati i casi in cui la densità del volume di aria unitario è maggiore, uguale e minore di quella esterna. La freccia bianca indica la perturbazione dall'equilibrio che subisce il volume mentre la freccia grigia indica il moto che segue la perturbazione. Si distinguono, da sinistra verso destra, tre situazioni: il volume torna all'equilibrio (stabilità), resta fermo (neutralità) e si allontana dalla posizione di equilibrio (instabilità).

Vantaggi e svantaggi dell'uso delle coordinate isoentropiche

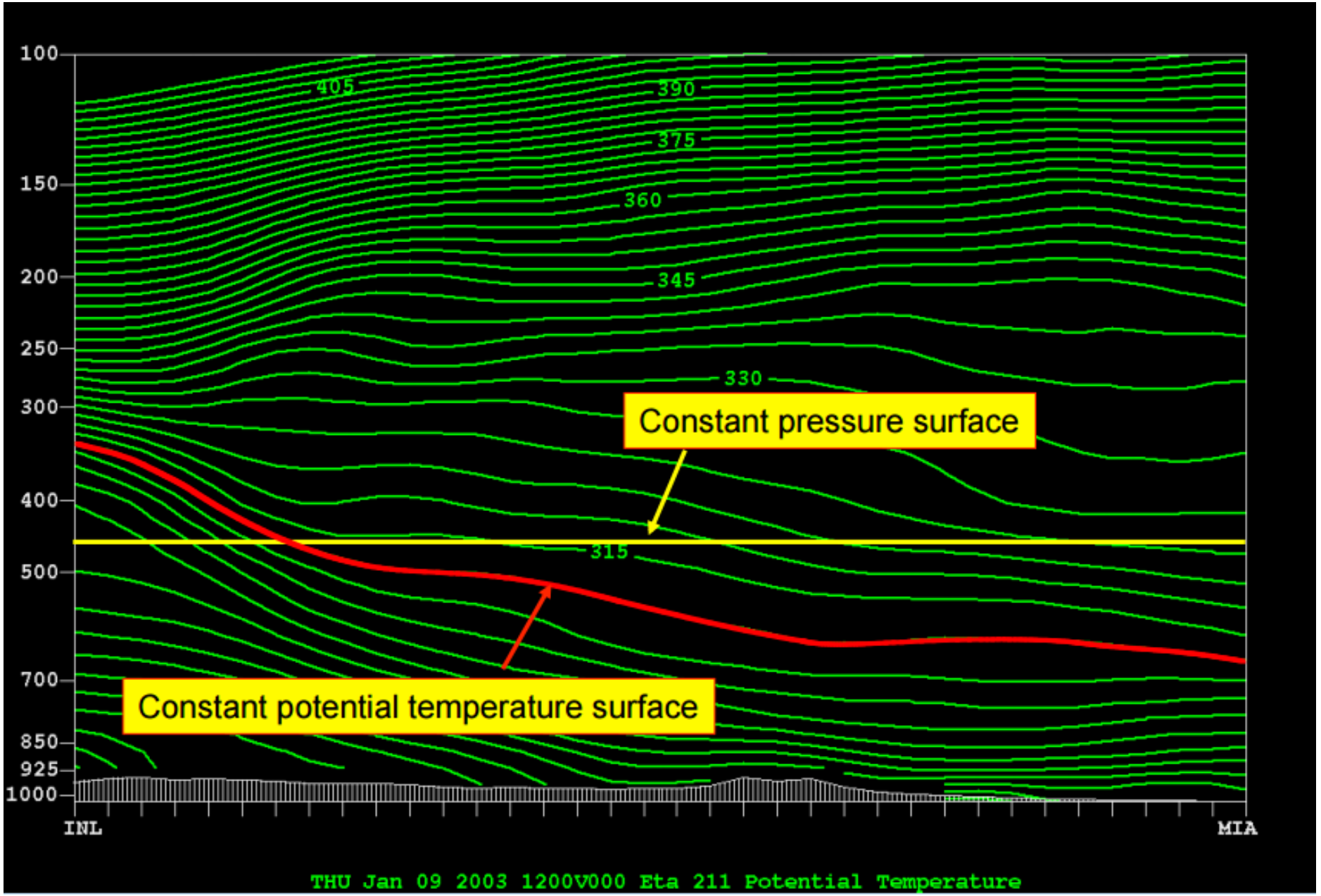
Vantaggi

- alla scala sinottica l'atmosfera è molto verosimilmente in equilibrio idrostatico e i moti sono adiabatici, quindi lungo superfici isoentropiche;
- I moti dell'aria descritti su superfici isoentropiche sono molto più realistici di quelli descritti su superfici isobariche;

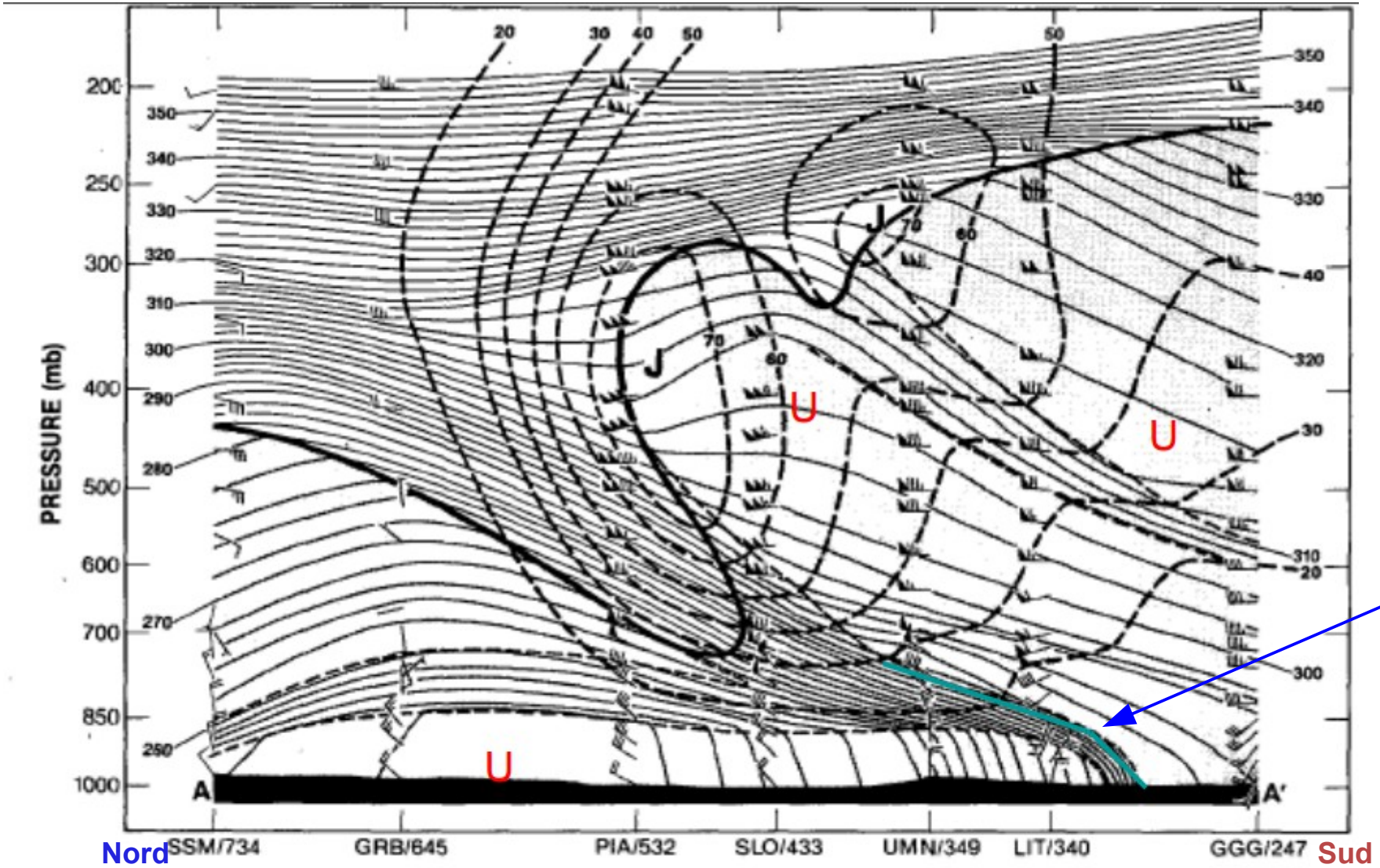
Svantaggi

- le superfici isoentropiche non sono definibili in zone ove l'atmosfera è instabile;
- le superfici isoentropiche sono spesso molto inclinate rispetto alla direzione indicata dal vettore accelerazione gravità;
- le superfici isoentropiche intersecano spesso la superficie planetaria;

Esempio di coordinate isoentropiche



Esempio di sezione verticale dell'atmosfera e coordinate isoentropiche



U
zone
instabili

Fronte
freddo

FIG. 9. Cross-section analysis of potential temperature (K, thin solid lines) and wind speed (m s^{-1}, heavy dashed lines) between Sault Sainte Marie, Michigan, and Longview, Texas, along the projection line AA′ of Figs. 7 and 8 at 0000 UTC 20 January 1985. Heavy solid line marks the tropopause (10^{-7} K s^{-1} mb^{-1} isopleth of potential vorticity). Thin dashed lines indicate the tropospheric frontal and stable layer boundaries. Wind vectors are the same as in Fig. 2.

Immagine presa da Shapiro et al. 1986

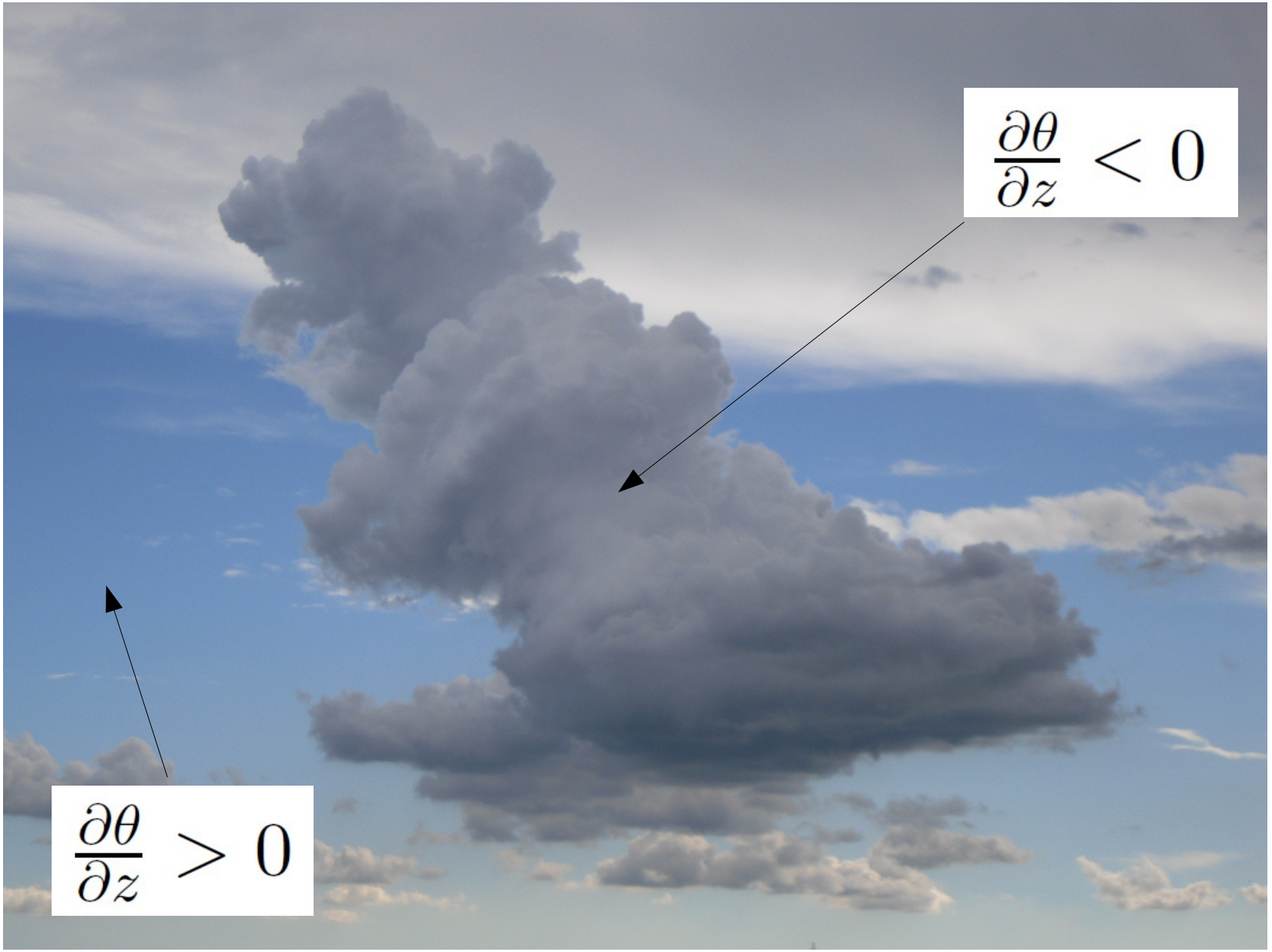
Moti atmosferici alla mesoscala e barriere orografiche

Moti atmosferici alla mesoscala e barriere orografiche

Nubi e stabilità atmosferica

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} > 0$$

Nubi e instabilità atmosferica localizzata



Nubi e instabilità atmosferica diffusa nei bassi strati

Nubi e instabilità atmosferica diffusa in tutta la troposfera

Sistema di coordinate naturali

8 *D. B. Giaiotti and F. Stel*

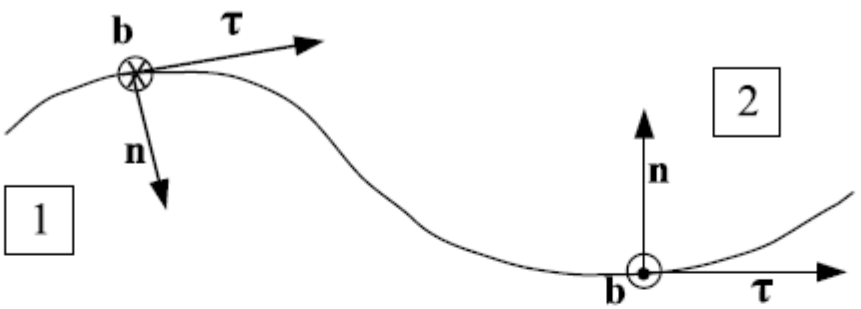


FIGURE 2. The trajectory of the fluid parcel and the disadvantages of the moving trihedral. The normal unit vector $\boldsymbol{n}$ is always pointing towards the concavity of the curve, while the tangent unit vector $\boldsymbol{\tau}$ is along the motion, so when the curvature changes the resulting unit vector $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{n}$ experiences abrupt inversions. From position 1 to position 2 $\boldsymbol{b}$ experiences an inversion.

COROLLARY 3 (THE SIGN OF THE RARIUS OF CURVATURE).
In the natural coordinate system, given a trajectory $\boldsymbol{r}(l)$, l is the natural parameter of the curve, the curvature is the real number:

$$k := \dot{\boldsymbol{\tau}} \cdot \boldsymbol{n} \qquad \textit{where} \qquad \dot{\boldsymbol{\tau}} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{dl} \tag{3.22}$$

So the curvature k is positive when the concavity of the trajectory is towards the left with respect $\boldsymbol{\tau}$, while it is negative when the concavity is on the opposite side. Consequently the sign of k is hold by the radius of curvature according its definition.

Sistema di coordinate naturali: equazioni per la conservazione della quantità di moto

4. The momentum equations in natural coordinates

Let's consider a fluid parcel moving along its trajectory $\boldsymbol{r}(t)$, t is the time and it is the parameter of the curve. Consider the momentum equation (2.1) in the natural coordinate system $(\boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{b})$. The right hand side of the equation (2.1) is the parcel acceleration that, according with the (3.2), it is:

$$\boldsymbol{v} = v\boldsymbol{\tau} \tag{4.1}$$

and computing of the derivative of $\boldsymbol{v}$ with respect the time, keeping in mind that $\dot{\boldsymbol{v}}$ can be expressed as a function of the natural parameter of the curve l, we get an expression for the acceleration that allows the use of the Frenet-Serret formulas for the $\dot{\boldsymbol{\tau}}$. In fact.

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial l} \qquad \text{equation for} \quad \boldsymbol{\tau} \tag{4.12}$$

$$\frac{v^2}{R} = v^2 k = -fv - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial n} \qquad \text{equation for} \quad \boldsymbol{n} \tag{4.13}$$

$$0 = 2\Omega_n v - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g \qquad \text{equation for} \quad \boldsymbol{b} \tag{4.14}$$

Sistema di coordinate naturali: le oscillazioni inerziali

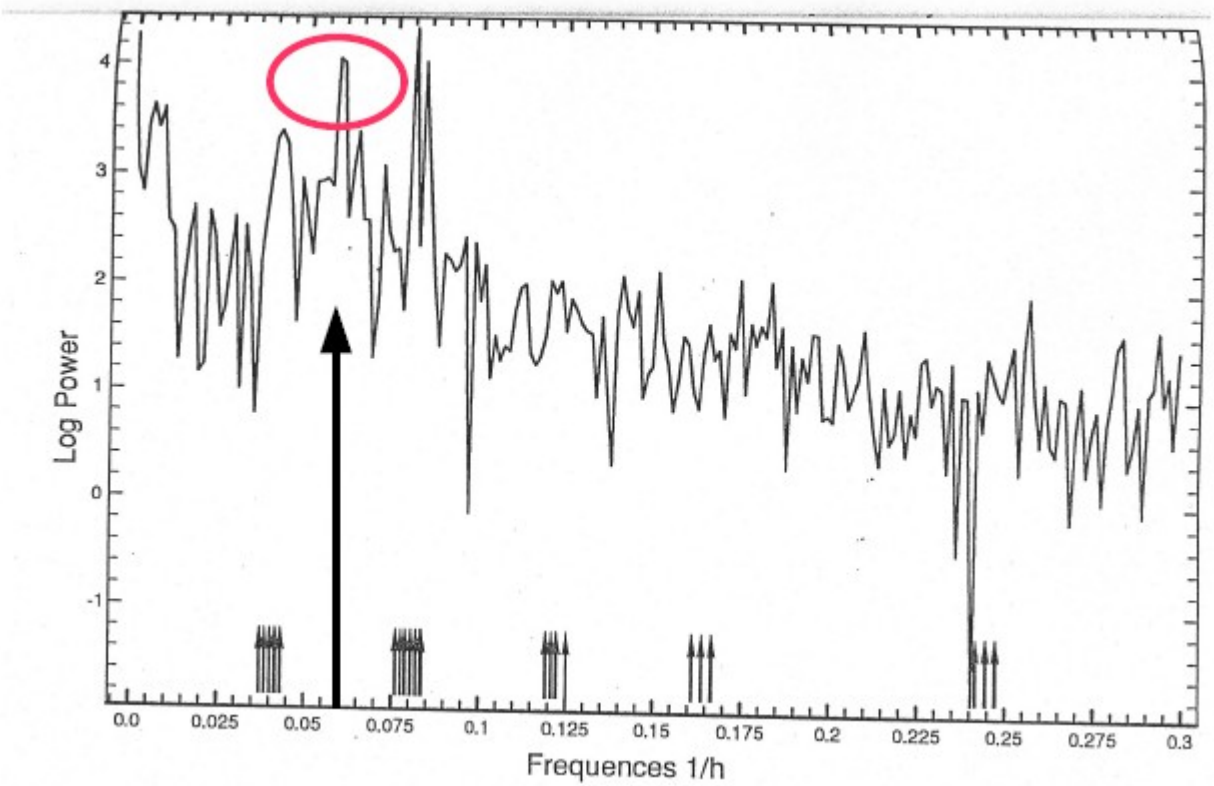


FIGURE 4. Power spectra of the North-South component of the horizontal vector for Adriatic sea currents of the time series measurements made in the frame of the PRISMA project by Osservatorio Geofisico Sperimentale (Trieste ? ITALY), during the period [1995-07-12; 1995-08-18], by a NBA 6 current meter moored 23 m below the sea surface, at the geographical position $44.382^\circ\ N, 13.189^\circ\ E$, where the bottom depth is 50 m, (Giaiotti & Ursella 1996). Tide contributions to the currents are marked with small arrows and the peak of the power corresponding to the typical frequency of the inertial motion ($1/17\ h^{-1}$) is marked with a big arrow and a circle.

Perturbazioni alle medie latitudini: le onde di Rossby

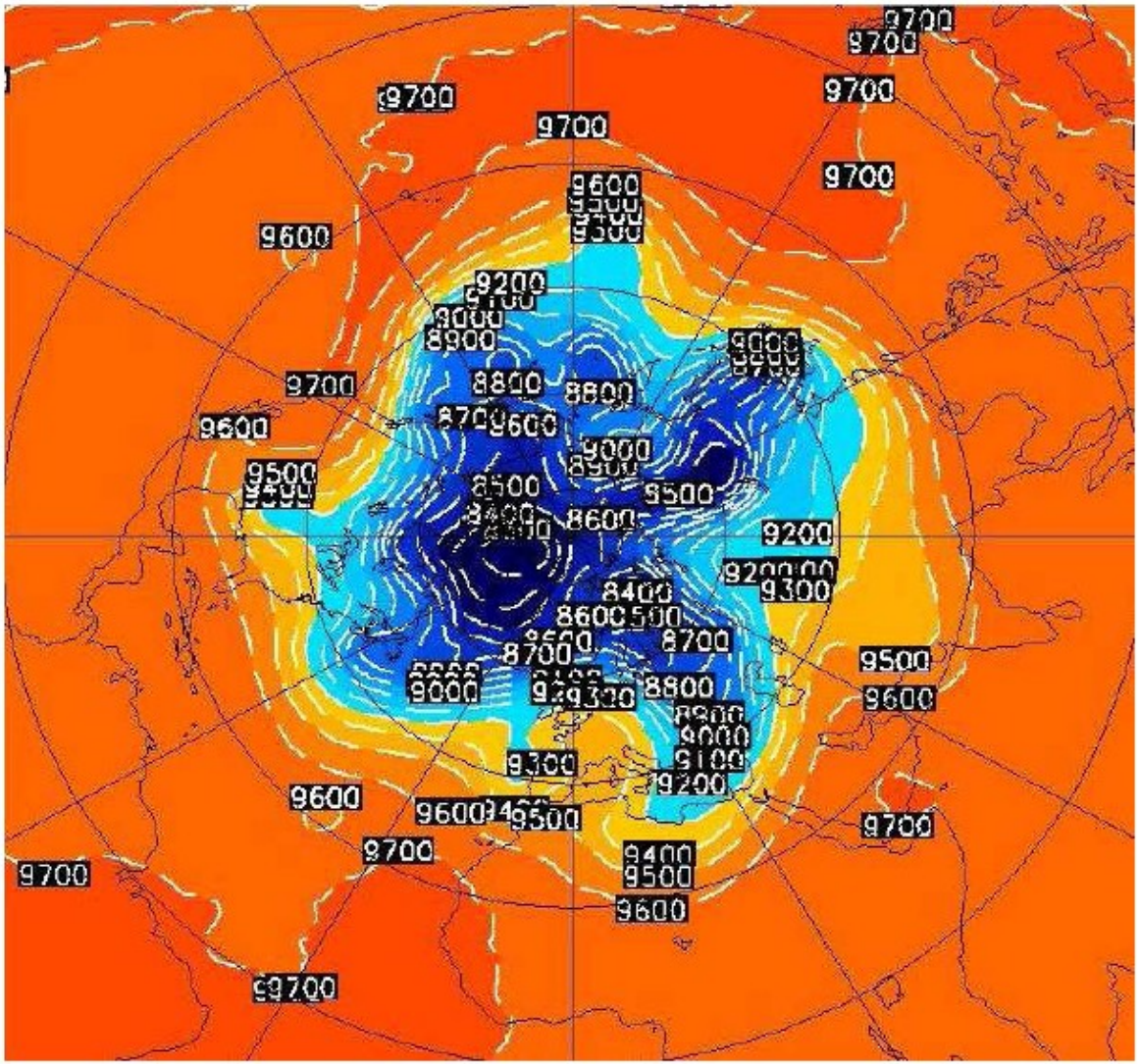
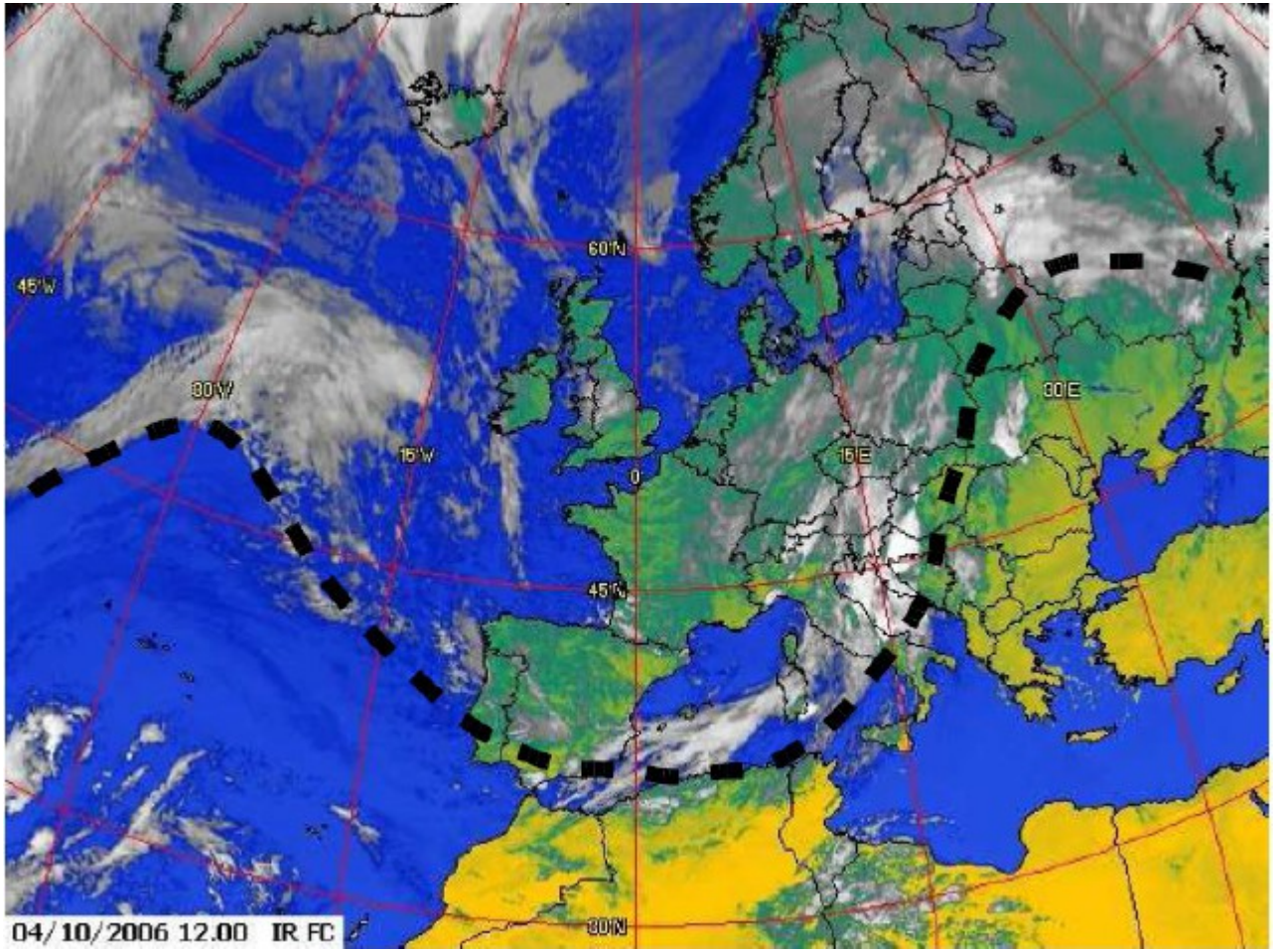


FIGURE 8. Example of planetary and Rossby waves. Geopotential height for the 300 hPa isobaric surface at 00 UTC of the 07 November, 2006. AVN analysis.

Le onde di Rossby sono delle periodicità nei campi atmosferici delle medie latitudini

Onde meridionali che si propagano lungo I paralleli

Riconoscibili nei campi barici, dei venti, quindi anche nel campo di vorticità



Definizione delle equazioni per il modello delle onde di Rossby

- Si assume equilibrio idrostatico, prevalenza di geostrofia e non divergenza del fluido
- Si assume che l'avvezione sia prevalentemente lungo i paralleli costante ed uniforme
- Le onde si sovrappongono al moto avvettivo fondamentale

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U\frac{\partial u}{\partial x} - fv + \frac{\partial}{\partial x}\frac{p}{\rho} = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U\frac{\partial v}{\partial x} + fu + \frac{\partial}{\partial y}\frac{p}{\rho} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

- S cercano soluzioni ondulatorie con caratteristiche analoghe a quelle osservate

$$\frac{u}{\hat{u}(y)} = \frac{v}{\hat{v}(y)} = \frac{P}{\hat{P}(y)} = Ae^{i(\omega t + \kappa x)}$$

$$P = p/\rho.$$

Combinazione delle equazioni di conservazione ed equazione per le onde

Derivando le funzioni assunte essere soluzione delle equazioni si ottiene un insieme di equazioni in campo complesso per le funzioni ampiezza con parametri le caratteristiche delle onde

$$i(\omega + \kappa U)\hat{u} - f\hat{v} + i\kappa\hat{P} = 0$$

$$i(\omega + \kappa U)\hat{v} + f\hat{u} + \frac{\partial \hat{P}}{\partial y} = 0$$

Conservazione momento orizzontale (ricordare idrostaticità)

$$i\kappa\hat{u} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0$$

Conservazione massa

Eliminando $\hat{P}(y)$ dalle prime due equazioni e usando la terza per rimuovere $\hat{u}(y)$ si ottiene la seguente equazione nel campo reale:

$$\beta = \partial f / \partial y$$

$$(\omega + \kappa U)\left(-\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} + \kappa^2 \hat{v}\right) - \kappa\beta\hat{v} = 0$$

Ricerca delle soluzioni

Definendo $c = -\omega/\kappa$ con la condizione essenziale $c \neq U$ si ottiene l'equazione

$$\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} + \underbrace{\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2\right)}_{\text{Assunto} > 0} \hat{v} = 0$$

Si ottiene la seguente soluzione generale

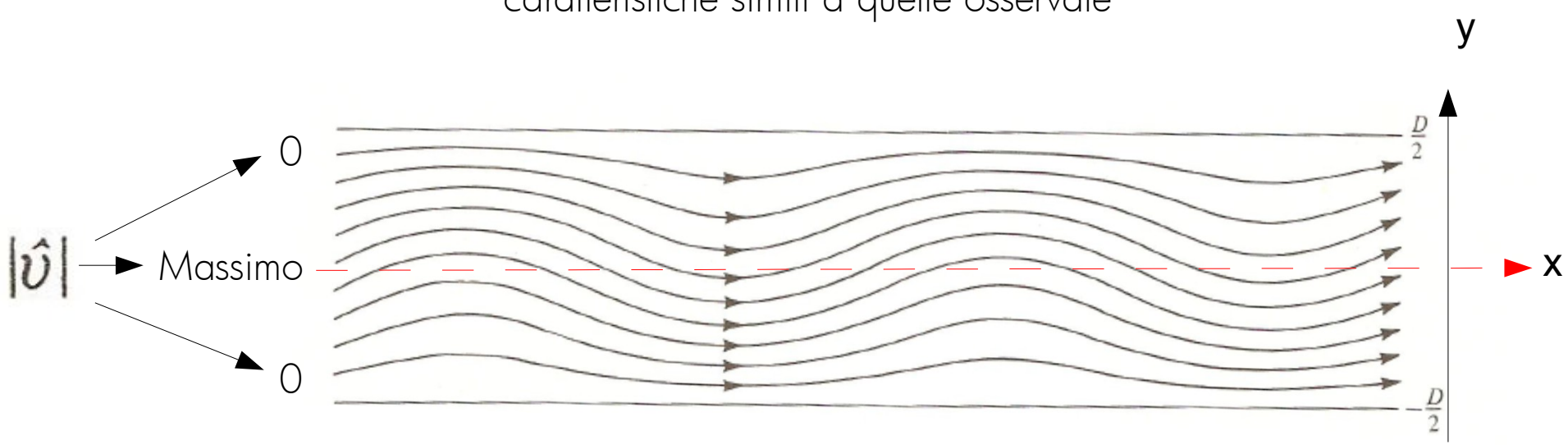
$$\hat{v} = C_1 \cos\left[\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2\right)^{1/2} y\right] + C_2 \sin\left[\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2\right)^{1/2} y\right]$$

Ricerca della soluzione particolare imponendo le condizioni al contorno

Definendo $c = -\omega/\kappa$ con la condizione essenziale $c \neq U$ si ottiene l'equazione

$$\hat{v} = C_1 \cos\left[\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2\right)^{1/2} y\right] + C_2 \sin\left[\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2\right)^{1/2} y\right]$$

Si cercano soluzioni definite in una fascia lungo i paralleli con caratteristiche simili a quelle osservate



Ricerca della soluzione particolare imponendo le condizioni al contorno (cont.)

$$\hat{v} = C_1 \cos\left[\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2\right)^{1/2} y\right] + C_2 \sin\left[\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2\right)^{1/2} y\right]$$

Le condizioni al contorno impongono:

$$C_2 = 0$$

$$\left(\frac{\beta}{U-c} - \kappa^2\right)^{1/2} \frac{D}{2} = \frac{\pi n}{2} \qquad n = \pm 1, \pm 3, \ldots$$

Da cui:

$$c = U - \frac{\beta}{\kappa^2 + (n\pi/D)^2} = U - \frac{\beta L^2/4\pi^2}{1 + (nL/2D)^2}$$

Per il caso in cui: $D \Rightarrow \infty$ si ottiene la formula di Rossby

$$c = U - \beta \frac{L^2}{4\pi^2}$$

Interpretazione del risultato ottenuto

La relazione trovata da Rossby lega la velocità di avanzamento delle onde lungo i paralleli (x) alla velocità del flusso avvettivo alla lunghezza delle onde e al parametro $\beta = \partial f / \partial y$

$$c = U - \beta \frac{L^2}{4\pi^2}$$

$45^\circ, \beta \cong 1.6 \times 10^{-11}\ s^{-1}\ m^{-1}$

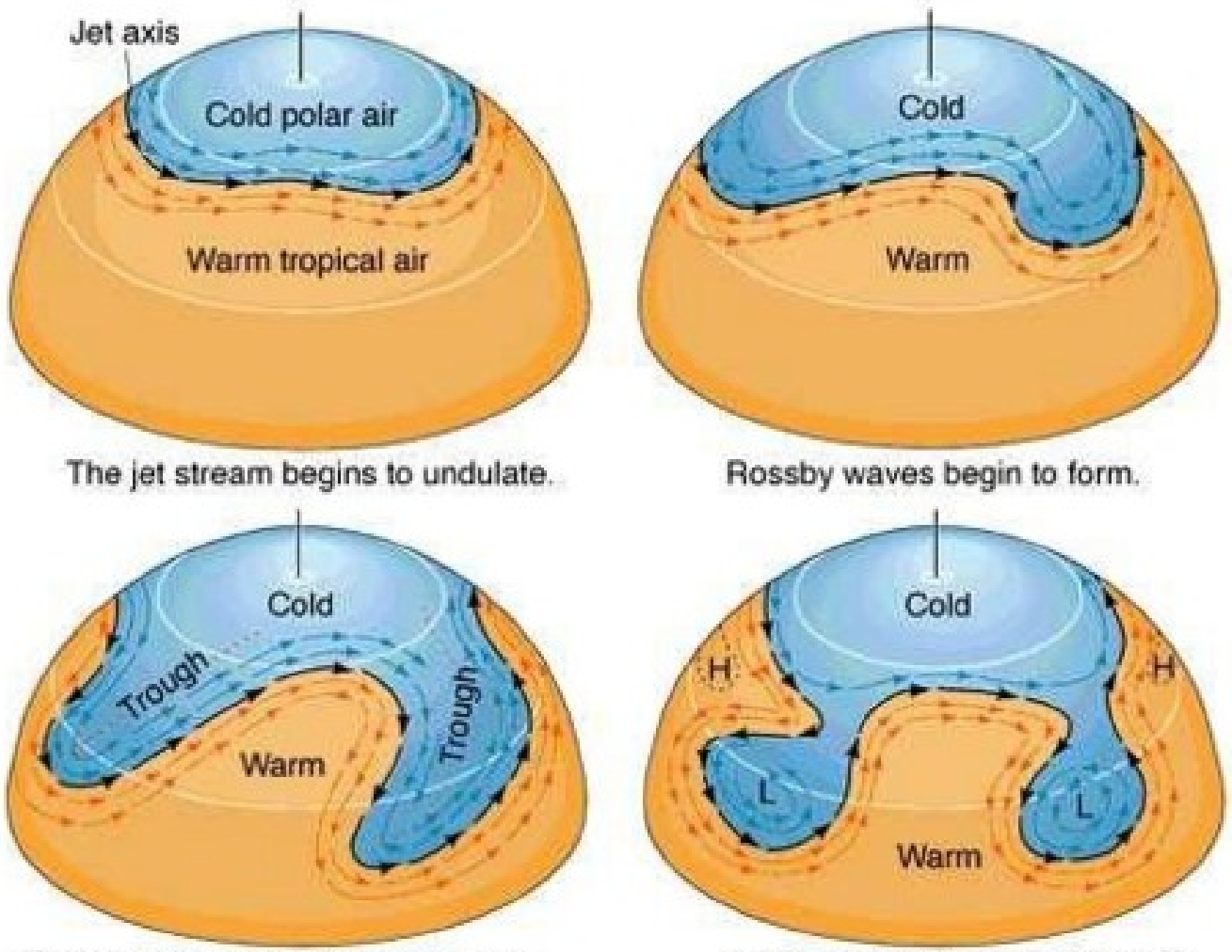
Per onde corte, il parametro L è tale che le onde si propagano a velocità inferiore a quella avvettiva, quindi sono trasportate verso est.

Per onde lunghe, è possibile avere velocità di propagazione negative, quindi si dovrebbero osservare onde retrograde, ovvero in moto verso ovest, cosa osservata molto raramente.

Nel caso stazionario $c = 0$ permette di ottenere la lunghezza dell'onda di Rossby

$$L_S = 2\pi \sqrt{\frac{U}{\beta}}$$

Rappresentazione delle soluzioni: onde di Rossby



Copyright © A.N. Strahler.

Bibliografia

[1] An introduction to dynamic meteorology, 2004, Holton J. R., Amsterdam Elsevier Academic Press, – disponibile all'ICTP Library (551.51 HOL 4th ed.). [pagine 5- 21, 26 – 38, 56-71]

[2] Dynamics of the atmosphere, 1995, Dutton J. A., New York Dover publication inc., 617 pp, - disponibile all'ICTP Library (551.51 DUT). [pagine 220-243, 289-293, 304-306]

[3] Atmosphere-ocean dynamics, 1982, Gill A. E. New York, NY Academic Press, 662 pp, - disponibile all'ICTP Library (551.51 GIL). [per approfondimenti]