

## 5.10. Le strutture composte legno-legno e legno-calcestruzzo

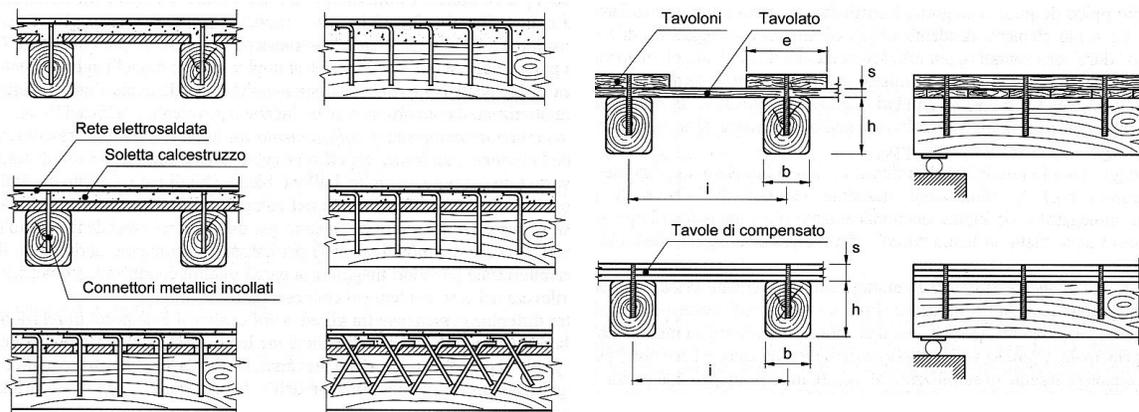
### 5.10.1. Generalità

La necessità di avere sezioni con caratteristiche inerziali via via più elevate porta a scegliere sezioni sempre maggiori. In particolare l'aumento dell'altezza  $H$  comporta un aumento notevole del momento di inerzia e quindi a parità di materiale impiegato migliora il comportamento statico.

Ad un certo punto non è più conveniente o possibile aumentare l'altezza della sezione; si può pensare a soluzioni che prevedano l'accoppiamento di due o più elementi lignei a formare una sezione maggiore oppure l'accoppiamento di due elementi di materiali diversi (diversi per rigidità e resistenza): ad esempio legno e acciaio, legno e calcestruzzo, acciaio e calcestruzzo.

L'accoppiamento di più elementi strutturali funzionanti a flessione e resi collaboranti mediante l'utilizzo di connessioni, consente di realizzare strutture di tipo composto.

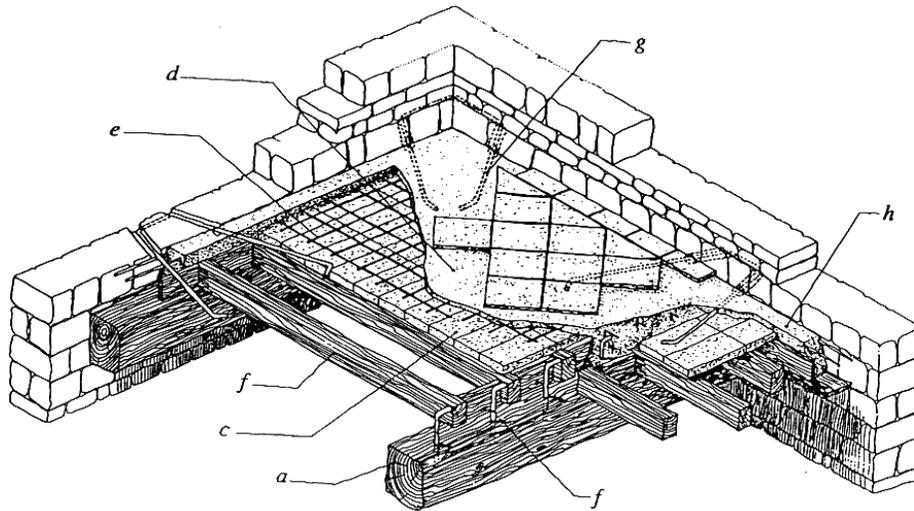
Molto diffuso è il caso di travi in legno accoppiate a solette in c.a., sia nell'ambito del consolidamento statico (sismico), sia nell'ambito delle nuove costruzioni.



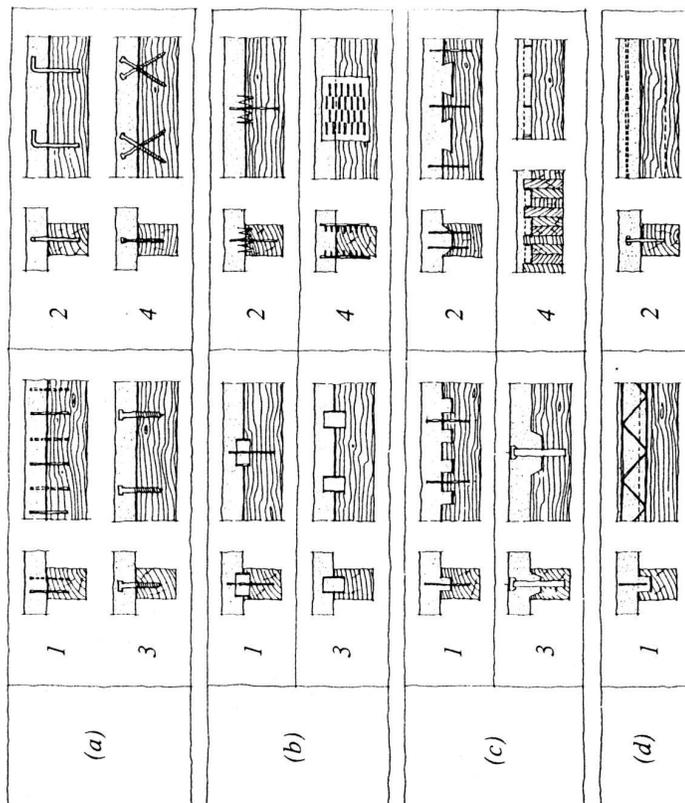
Infatti nel caso in cui si abbia:

- carenze di resistenza
- carenze di rigidezza
- insufficienza statica o ammaloramenti delle testate delle travi
- mancanza di adeguato collegamento con le murature e di comportamento a lastra rigida nel piano orizzontale.

la soluzione composta è certamente conveniente.



Esempio di progettazione sismo-resistente con un solaio in legno in un edificio in muratura del centro Europa. (a) trave principale; (b) trave secondaria; (c) piastrelle di laterizio; (d) soletta di calcestruzzo; (e) rete d'acciaio; (f) connettori d'acciaio incollati con resina nel legno; (g) staffe d'acciaio di collegamento della soletta di calcestruzzo alla muratura; (h) cordolo in cemento armato.



Esempi di differenti sistemi di connessione legno-calcestruzzo. (a1) chiodi; (a2) barre da cemento armato incollate; (a3/4) viti; (b1/2) connettori rispettivamente ad anello e a piastra dentata; (b3) tubi d'acciaio; (c1) fori circolari nel legno ed elementi di collegamento per impedire il sollevamento; (c2) intagli quadrati ed elementi di collegamento; (c3) intaglio superiore e barre d'acciaio presollecitate; (c4) assito di tavole di legno chiodate e piastre a taglio d'acciaio incassate nelle tavole più spesse; (d1) traliccio d'acciaio incollato al legno; (d2) piastra d'acciaio incollata al legno.

Vantaggi:

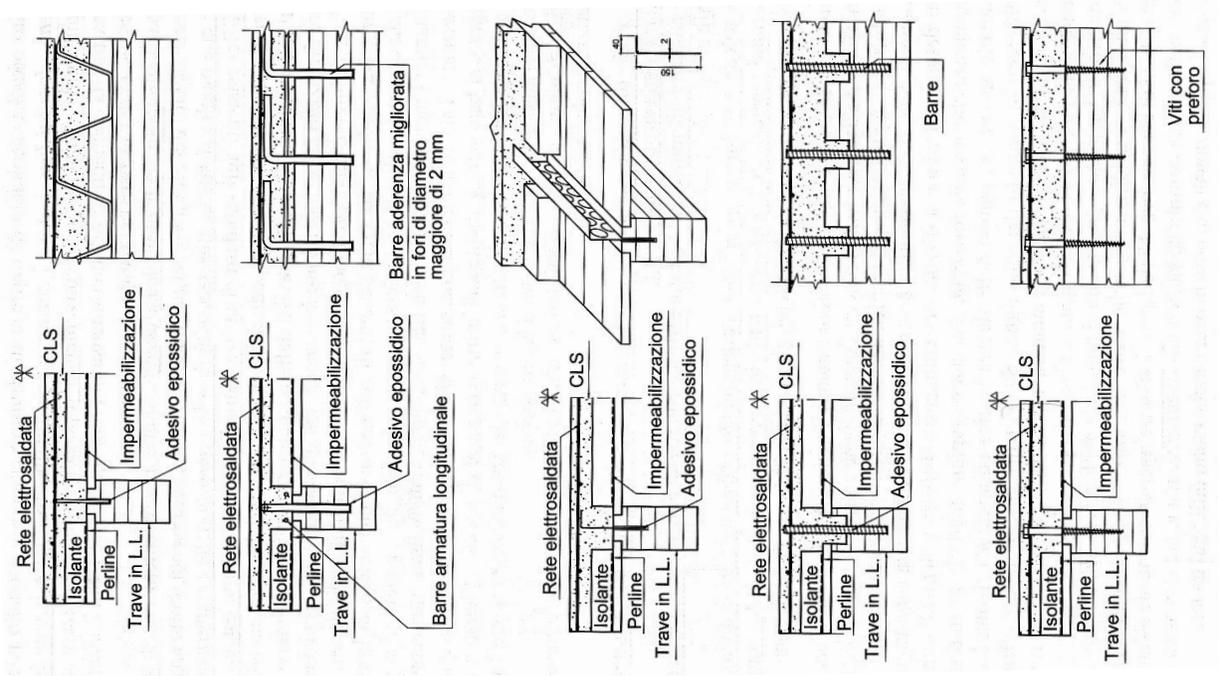
- aumento della resistenza
- aumento della rigidezza
- ripartizione orizzontale
- comportamento a lastra e collegamento agli elementi verticali
- resistenza al fuoco (compartimentazione)
- sfruttamento ottimale dei materiali componenti
- maggiore isolamento termico e acustico
- controllo delle vibrazioni
- semplicità esecutiva
- economia dell'intervento

Vincoli:

- mantenimento di una essenziale funzione portante della trave di legno
- mantenimento dello spessore strutturale

L'utilizzo di solette miste legno-calcestruzzo o legno-legno, rappresenta una soluzione ottimale nell'ambito del recupero del patrimonio edilizio, specie nel caso di adeguamento delle strutture esistenti agli standard di utilizzo attuali. In particolare quando si tratta di adeguare la struttura esistente alle sollecitazioni sismiche, irrigidendo gli impalcati.

Tale tecnica viene applicata sempre più spesso anche nelle nuove costruzioni, con diverse tipologie di connessioni.



### Vantaggi specifici delle strutture composte legno-calcestruzzo

1. La soletta in calcestruzzo risulta soggetta a compressione, pertanto interamente reagente, mentre il legno è soggetto a trazione: in generale non si ha fessurazione del cls e si riesce ad ottenere una struttura più leggera rispetto al cemento armato;
2. il calcestruzzo consente di aumentare la rigidità della struttura composta rispetto ad una struttura di solo legno,
3. di conseguenza si ottiene una riduzione della freccia
4. anche le vibrazioni risultano ridotte
5. grazie al calcestruzzo è possibile ottenere una struttura molto rigida nel suo piano, importante nel caso di edifici in zona sismica
6. l'isolamento acustico aumenta rispetto al caso di struttura di solo legno
7. la resistenza al fuoco della struttura aumenta
8. il costo della struttura è competitivo con altre soluzioni
9. la tipologia in esame consente di aumentare i carichi di servizio conservando all'intradosso la struttura originaria in legno (vantaggio architettonico)

### 5.10.2. Connessioni a taglio

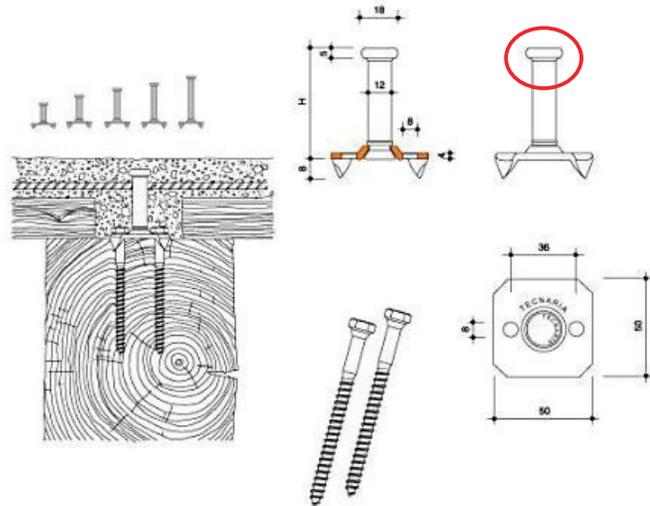
I sistemi di connessione si possono dividere in:

- connessioni a secco
- connessioni con resine

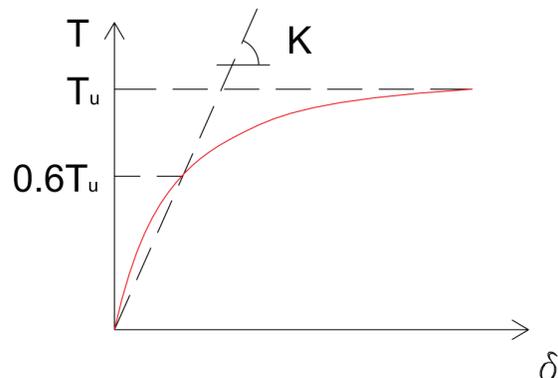
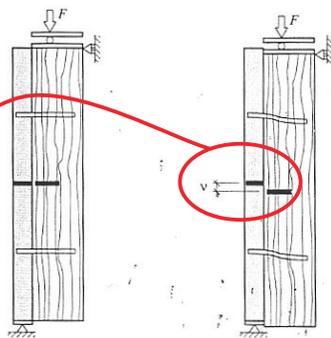
Si possono utilizzare:

- viti o chiodi infissi nel legno e sfalsati, anche inclinati per ottimizzare il comportamento a trazione-compressione; vengono realizzati preventivamente dei fori ed i connettori (lisci) vengono infissi a secco, presentando buone caratteristiche di resistenza e rigidità in campo statico, ma un rapido degrado sotto carichi ciclici; in alternativa si può fissare il connettore con resina realizzando un foro più ampio (buone caratteristiche in condizioni di carico ciclico);
- elementi metallici infissi nel legno e annegati nella soletta in calcestruzzo;
- inserimento di connettori ed intagli nel legno stesso per aumentare l'ingranamento con il calcestruzzo;
- fresatura della trave e inserimento di un traliccio in acciaio annegato nel getto della soletta superiore;
- pioli, simili a quelli utilizzati nelle strutture composte acciaio-cls, muniti di piastra dentata inferiore vengono fissati con viti alla trave. In questo caso il tavolato va necessariamente interrotto per garantire il corretto funzionamento del sistema.

I pioli o altri elementi di connessione (barra ad aderenza migliorata) sono muniti di testa o di una piegatura superiore al fine di evitare il fenomeno del sollevamento della soletta, detto up-lift.



I sistemi di connessione sono sempre di tipo deformabile e permettono lo scorrimento relativo fra gli elementi connessi. Al fine di determinare le caratteristiche di resistenza e rigidità delle connessioni, vengono fatte delle prove sperimentali, chiamate di push-out, nelle quali viene applicato uno sforzo di taglio puro alla connessione. Da queste prove è possibile ottenere comportamento taglio-scorrimento della connessione, diagramma T- $\delta$ .

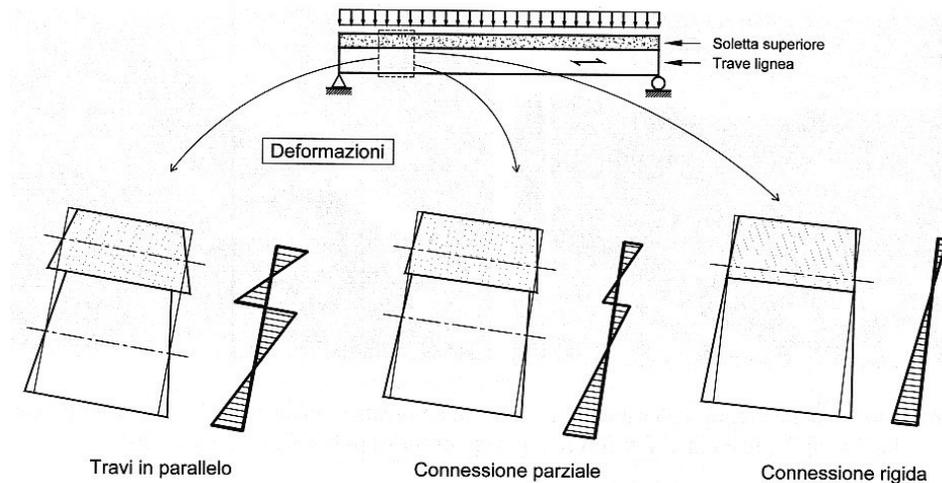


$K$  è la rigidità elastica secante della connessione, calcolata al 60% del taglio ultimo sperimentale; è il valore da utilizzare nelle verifiche di resistenza e rigidità.

### 5.10.3. Teoria delle strutture composte con connessione deformabile

L'accoppiamento di due o più elementi lavoranti a flessione avviene tramite l'utilizzo di sistemi di connessione. **La connessione ha il compito di riprendere lo sforzo di scorrimento tra i due elementi** (tra la soletta in c.a. e la trave in legno), in modo da trasmettere uno sforzo assiale fra gli elementi connessi.

L'**efficienza** dell'elemento strutturale risultante è tanto più elevata quanto risulta **maggiore la rigidità della connessione**, cioè quanto più sono piccoli gli spostamenti relativi all'interfaccia dei due elementi.



Considerando in generale un sistema composto dall'accoppiamento di due elementi lignei, il **comportamento reale** della connessione sarà intermedio fra i seguenti casi:

- connessione di **rigidità nulla** (collegamento inefficace ai fini dello scorrimento,  $k = 0$ )
- connessione con **rigidità infinita** (collegamento rigido con scorrimento impedito,  $k = \infty$ )

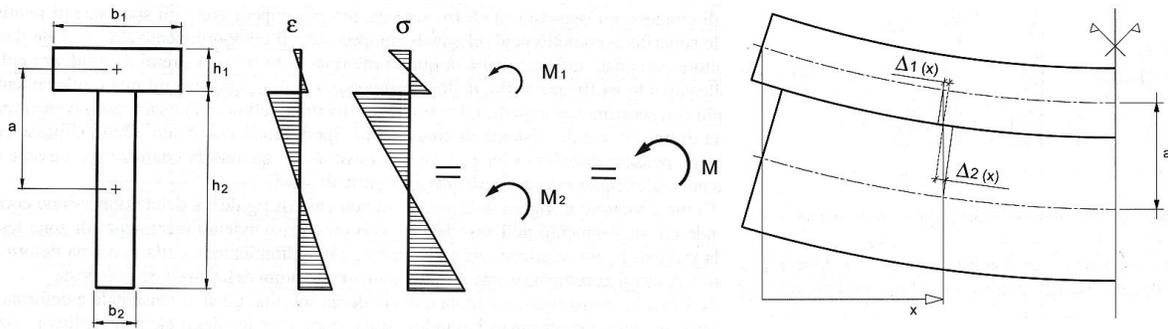
Il parametro  $k$  definisce la **rigidità specifica della connessione** (per unità di lunghezza)

Dalla figura precedente si osserva come l'aumento dell'efficienza della connessione, comporta un **innalzamento dell'asse neutro**, con conseguente **incremento della zona tesa nella trave inferiore** ed una **diminuzione della curvatura** della struttura composta.

#### Connessione con rigidità NULLA

Nel caso di **connessione nulla**, le due travi si trovano "semplicemente sovrapposte una all'altra", cioè sono **in parallelo**; in questo caso, ritenendo valida l'ipotesi di Bernoulli, si ha la conservazione delle sezioni piane delle singole travi componenti.

Per la congruenza allo spostamento trasversale, le due travi presentano comunque la medesima curvatura in sezioni di medesima ascissa iniziale.



Nel caso di funzionamento in parallelo, il **momento d'inerzia complessivo** è pari alla somma dei **singoli momenti d'inerzia**, calcolati nei confronti del rispettivo baricentro:

$$(EJ)_0 = \sum E_i J_i = E_1 \frac{b_1 h_1^3}{12} + E_2 \frac{b_2 h_2^3}{12} = \frac{1}{12} (E_1 b_1 h_1^3 + E_2 b_2 h_2^3)$$

Il **momento sollecitante** si ripartisce fra le due travi in proporzione alle rispettive rigidità flessionali, infatti uguagliando le curvature si ha:

$$\begin{aligned} \chi_1 = \chi_2 = \chi & & M_1(x) = \frac{E_1 J_1}{(EJ)_0} M(x) & & \sigma_{1,\max} = \frac{M_{1,\max}}{W_1} \\ \frac{M_1}{E_1 J_1} = \frac{M_2}{E_2 J_2} = \frac{M}{(EJ)_0} & & M_2(x) = \frac{E_2 J_2}{(EJ)_0} M(x) & & \sigma_{2,\max} = \frac{M_{2,\max}}{W_2} \end{aligned}$$

Nel caso di connessione a rigidità nulla, lo **scorrimento all'interfaccia** è pari a :

$$\delta(x) = \Delta_1(x) + \Delta_2(x) = \int_x^{l/2} \frac{h_1/2}{(EJ)_0} M(x) dx + \int_x^{l/2} \frac{h_2/2}{(EJ)_0} M(x) dx$$

Nel caso di trave in semplice appoggio vale:

$$\delta(x) = \frac{q \cdot a}{24(EJ)_0} (l^3 - 6lx^2 + 4x^3)$$

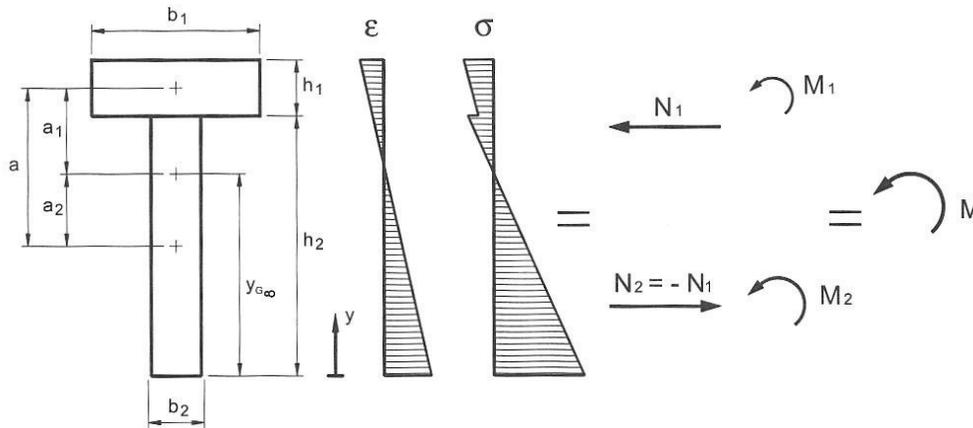
ovviamente, per ragioni di simmetria, lo **scorrimento risulta nullo in mezzeria e massimo agli appoggi**, dove vale:

$$\delta_{\max} = \frac{q \cdot a \cdot l^3}{24(EJ)_0}$$

### Connessione con rigidità INFINITA

Nel caso di connessione rigida, le due travi si trovano perfettamente accoppiate fra loro e la generica sezione globale di trave composta si mantiene piana, con assenza di scorrimenti all'interfaccia fra gli elementi.

In questo caso il momento esterno applicato risulta equilibrato, oltre che dai momenti  $M_1$  e  $M_2$  delle singole travi, anche dalla coppia offerta dalle azioni assiali  $N_1$  e  $N_2$  presenti.



### Strutture in legno

Si possono allora calcolare le caratteristiche meccaniche della sezione globale: il baricentro, pesato rispetto ai moduli di elasticità (calcolato a partire dal lembo inferiore):

$$y_{G,\infty} = \frac{E_1 A_1 \left( h_2 + \frac{h_1}{2} \right) + E_2 A_2 \frac{h_2}{2}}{\sum E_i A_i} = \frac{h_2}{2} + \frac{E_1 A_1}{\sum E_i A_i} a$$

Le distanze dei singoli baricentri da quello globale valgono:

$$a_1 = h_2 + \frac{h_1}{2} - y_{G,\infty} = \frac{E_2 A_2}{\sum E_i A_i} a = \frac{(EA)_0}{E_1 A_1} a$$

$$a_2 = y_{G,\infty} - \frac{h_2}{2} = \frac{E_1 A_1}{\sum E_i A_i} a = \frac{(EA)_0}{E_2 A_2} a$$

La rigidezza assiale globale è la seguente:

$$(EA)_0 = \frac{E_1 A_1 \cdot E_2 A_2}{\sum E_i A_i} = \frac{1}{\frac{1}{E_1 A_1} + \frac{1}{E_2 A_2}}$$

La **rigidezza flessionale** della sezione composta vale (teorema della trasposizione)

$$(EJ)_{\infty} = \sum E_i J_i + \sum E_i A_i a_i^2 = (EJ)_0 + (EA)_0 \cdot a^2$$

Anche in questo caso i **momenti agenti sui singoli elementi** vengono determinati in proporzione alle **rigidezze** (per l'uguaglianza della curvatura), analogamente anche gli **sforzi assiali** (a meno del segno):

$$M_1(x) = \frac{E_1 J_1}{(EJ)_{\infty}} M(x)$$

$$M = M_1 + M_2 + N \cdot a$$

$$M_2(x) = \frac{E_2 J_2}{(EJ)_{\infty}} M(x)$$

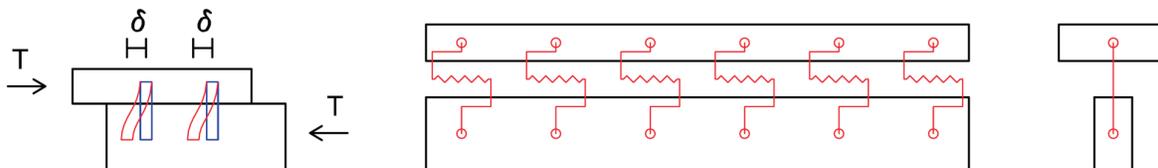
$$|N_i(x)| = N_{\infty}(x) = \frac{(EA)_0 \cdot a}{(EJ)_{\infty}} M(x)$$

Inoltre, la **sollecitazione di scorrimento all'interfaccia** fra gli elementi vale:

$$V_{s\infty}(x) = \frac{dN_{\infty}(x)}{dx} = \frac{(EA)_0 \cdot a}{(EJ)_{\infty}} \frac{d}{dx} M(x) = \frac{(EA)_0 \cdot a}{(EJ)_{\infty}} V(x)$$

### Connessione PARZIALE o SEMIRIGIDA

Nelle situazioni intermedie alle precedenti, a causa dello scorrimento relativo, il comportamento reale della trave composta può essere ricondotto quello di **due elementi in parallelo**, collegati mediante una **connessione deformabile a comportamento elastico-lineare di rigidezza k**.



La **trattazione generale elastica del problema** è stata fatta da Newmark (1951) con le seguenti ipotesi:

1. Comportamento elastico-lineare dei materiali
2. Legge forza-scorrimento per i connettori elastico-lineare
3. Spostamenti e deformazioni “piccole” (teoria del I ordine)

4. Stessa curvatura per ogni elemento
5. Conservazione sezioni piane per ogni elemento
6. Connessione uniformemente distribuita lungo tutta la trave
7. Caratteristiche geometriche costanti lungo l'asse della trave

In questa trattazione la [connessione viene considerata di uniforme caratteristiche](#) lungo tutta la trave, mentre è prassi comune infittire i connettori in prossimità degli appoggi.

In tal caso si può considerare un [passo equivalente](#)

$$s_{eq} = 0.75 s_{min} + 0.25 s_{max}, \text{ purché valga } s_{max} \leq 4 s_{min}$$

La [rigidezza elastica uniforme](#) della connessione può essere assunta pari alla rigidezza puntuale del singolo connettore rapportata al [passo s](#), cioè:

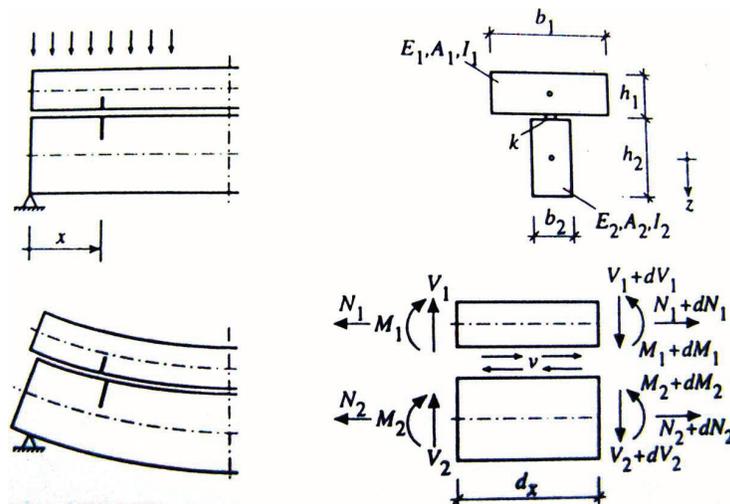
$$k = K / s$$

mentre la forza agente sul singolo connettore è pari a

$$F = K u = k u s$$

La [trattazione elastica di Newmark](#), imponendo le equazioni di equilibrio per un tratto elementare  $dx$  di trave composta (figura), imponendo le equazione di congruenza e le relazioni di elasticità nell'ipotesi di mantenimento delle sezioni piane, ottiene un'equazione differenziale del secondo ordine risolvete il problema:

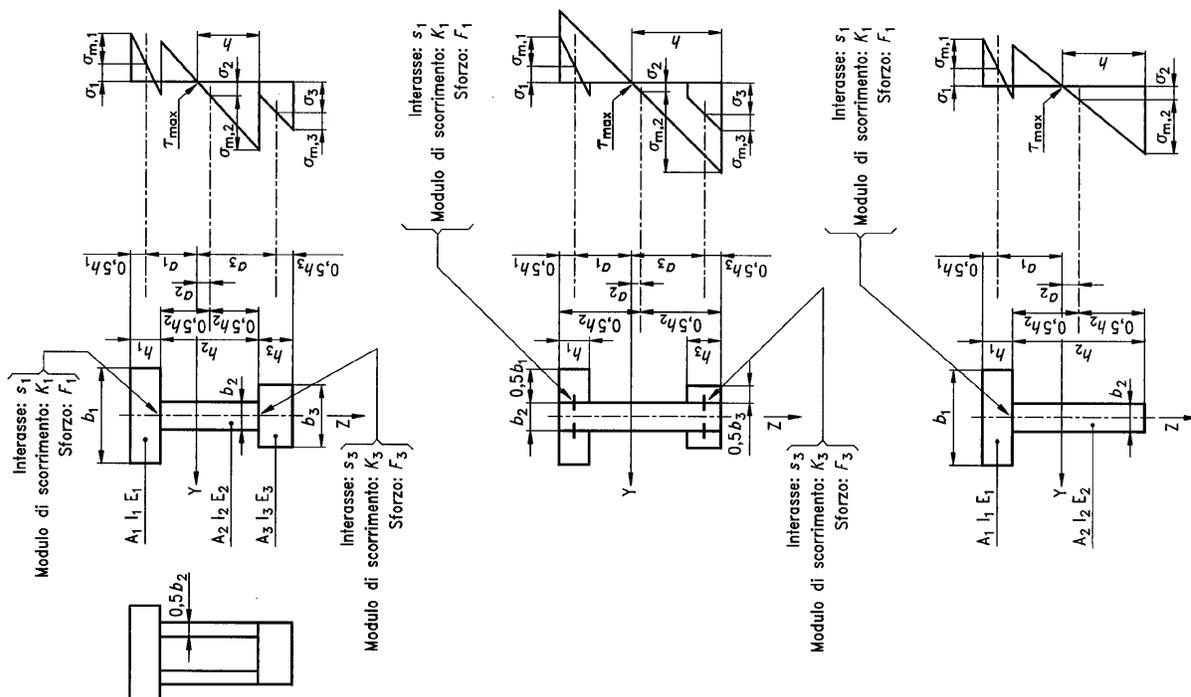
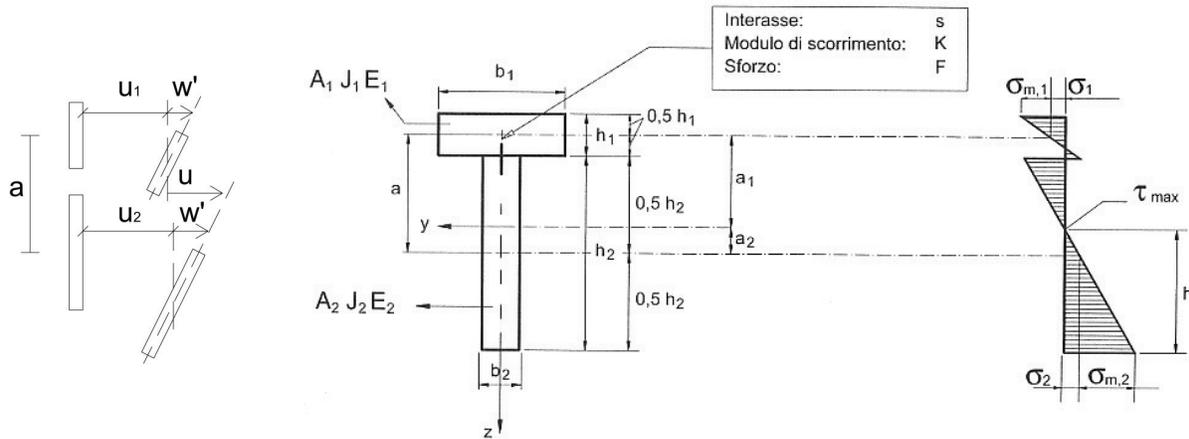
$$N_1'' - \alpha^2 N_1 = \beta M$$



I principali documenti normativi, tra cui l'EC5, prevedono una trattazione semplificata del problema: trave in semplice appoggio e carico distribuito q variabile con legge sinusoidale del tipo:

$$q = q_0 \sin(\pi x / l)$$

In tal caso, anche gli spostamenti  $u_1$ ,  $u_2$  e  $w$  hanno caratteristiche sinusoidali ed il sistema risolvibile si riduce ad un sistema di equazioni nelle incognite  $u_{10}$ ,  $u_{20}$ ,  $w_0$  (valori massimi delle funzioni sinusoidali).



Le espressioni che si ricavano dalla [formulazione EC5](#) (Appendice B) sono le seguenti:

$$(EJ)_{ef} = \sum_i E_i J_i + \gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a_1^2 + \gamma_2 \cdot E_2 A_2 \cdot a_2^2$$

dove:

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{E_1 A_1 s_{eq}}{K \cdot l^2}} \quad \gamma_2 = 1$$

con  $l$  = luce effettiva di calcolo della trave composta

$s_{eq}$  = passo equivalente dei connettori

$K$  = rigidezza del singolo connettore pari a  $K = K_{ser}$  (SLE)

$K = 2/3 K_{ser}$  (SLU)

Indicando con  $a$  la [distanza relativa fra i baricentri geometrici](#) delle rispettive sezioni, pari a

$$a = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + t \quad \text{con } t \text{ eventuale gap fra gli elementi connessi}$$

Si determinano le distanze dei baricentri rispetto al baricentro della sezione globale come:

$$a_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a}{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 + E_2 A_2} \quad a_1 = a - a_2$$

Nota la rigidezza efficace della sezione composta, risulta immediato determinare le diverse [sollecitazioni e spostamenti](#):

$$N_{i,d} = \frac{\gamma_i \cdot E_i A_i \cdot a_i}{(EJ)_{ef}} M_d \quad \text{sollecitazioni normali} \quad \sigma_{N,i,d} = \frac{\gamma_i \cdot E_i \cdot a_i}{(EJ)_{ef}} M_d$$

$$M_{i,d} = \frac{E_i J_i}{(EJ)_{ef}} M_d \quad \text{sollecitazioni flessionali} \quad \sigma_{M,i,d} = \frac{E_i}{(EJ)_{ef}} \frac{h_i}{2} M_d$$

da cui si può ottenere  $\sigma_{N,i,d} \pm \sigma_{M,i,d} = \left( \frac{\gamma_i \cdot E_i \cdot a_i}{(EJ)_{ef}} \pm \frac{E_i}{(EJ)_{ef}} \frac{h_i}{2} \right) M_d$

$$F_i = \frac{\gamma_i \cdot E_i A_i \cdot a_i \cdot s_{\min}}{(EJ)_{ef}} V \quad \text{forza di scorrimento nel connettore}$$

$$\tau_{2,\max} = \frac{E_2}{(EJ)_{ef}} \frac{h^2}{2} V \quad \text{tensione tangenziale massima nell'elemento 2}$$

$$f = \frac{5}{384} \frac{q \cdot l^4}{(EJ)_{ef}} \quad \text{freccia massima complessiva trave appoggiata}$$

Nelle verifiche in condizioni di esercizio (SLE), controllo della freccia finale, vanno tenuti in considerazione tutti i fenomeni legati alla viscosità del legno ed al ritiro del calcestruzzo.

Inoltre, per indicare rapidamente la capacità della connessione di limitare lo scorrimento, può essere utile definire un parametro adimensionale, chiamato efficienza della connessione  $\eta$ :

$$\eta = \frac{(EJ)_{\text{reale}} - (EJ)_0}{(EJ)_{\infty} - (EJ)_0} \quad 0 \leq \eta \leq 1$$

che generalmente assume valori compresi fra 0.4 e 0.7 per l'accoppiamento di travi in legno con solette in legno o calcestruzzo.

Infine, in virtù dell'importanza del controllo della deformabilità (freccia), è opportuno osservare che il contributo deformativo dovuto allo scorrimento della connessione è pari a:

$$\Delta f = \frac{5}{16} \delta_{\text{max}} \frac{1}{a} \quad \text{con } \delta_{\text{max}} = \text{scorrimento max della connessione}$$

### 5.10.4. Esempio 5

L'esempio è tratto dal testo "IL MANUALE DEL LEGNO STRUTTURALE – Vol 4" di BONAMINI G., NOFERI M., TOGNI M., UZIELLI L., traduzione dell'esempio originale svolto dalla EU Comett Programme e riportato in AA.VV., "Timber Engineering – STEP 1-2", Centrum Hout, The Netherlands, 1995.

#### 11.3 ESEMPIO DI CALCOLO

La Figura 7 mostra una trave composta da una singola ala di compensato ed un'anima di legno collegata per mezzo di chiodi. Vengono anche date le tensioni ed i moduli di progetto. Sia agli stati limite ultimi che agli stati limite di esercizio si devono utilizzare i valori  $E_{0,mean}$ . Per il calcolo delle frecce si dovrà utilizzare il modulo di scorrimento  $K_{ser}$  e agli stati limite ultimi  $K_{ul} = 2/3 K_{ser}$ .

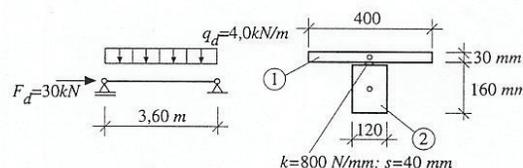


Figura 7 Schema statico, sezione trasversale e valori di progetto.

		$E_{0,mean}$	$f_{c,0,k}$	$f_{c,0,d}$	$f_{t,0,d}$	$f_{m,d}$	( $N/mm^2$ )
Valori di progetto	1	4500	19,5	12,0	8,0	12,0	
	2	11000	21,0	12,9	8,6	14,7	

**11.4 CALCOLO**

EC5: Parte 1-1: Appendice B Valori per la sezione trasversale:

(B2b)  $A_1 = 400 \cdot 30 = 12000 \text{ mm}^2$      $A_2 = 19200 \text{ mm}^2$

(B2c)  $I_1 = 400 \cdot 30^3/12 = 0,9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$      $I_2 = 41,0 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$

(B2d)  $\gamma_2 = 1$

(B2e)  $\gamma_1 = (1 + \pi^2 \cdot 4500 \cdot 12000 \cdot 40 / 800 \cdot 3600^2)^{-1} = 0,33$

$a_2 = \frac{0,33 \cdot 4500 \cdot 12000 (30 + 160)}{2 (0,33 \cdot 4500 \cdot 12000 + 11000 \cdot 19200)} = 7,33 \text{ mm}$

$a_1 = \frac{(30 + 160)}{2} - 7,33 = 87,7 \text{ mm}$

(B2a)

(B2f)  $(EJ)_{ef} = 4500 \cdot 0,9 \cdot 10^6 + 11000 \cdot 41,0 \cdot 10^6 + 0,33 \cdot 4500 \cdot 12000 \cdot 87,7^2 + 11000 \cdot 19200 \cdot 7,33^2 = 602 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$

Tensioni in mezzzeria causate da un momento flettente  $M_d = 6,48 \text{ kNm}$

$\sigma_1 = 0,33 \cdot 4500 \cdot 87,7 \cdot 6,48 \cdot 10^6 / 602 \cdot 10^9 = 1,40 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_2 = 1 \cdot 11000 \cdot 7,33 \cdot 6,48 \cdot 10^6 / 602 \cdot 10^9 = 0,87 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_{m1} = 0,5 \cdot 4500 \cdot 30 \cdot 6,48 \cdot 10^6 / 602 \cdot 10^9 = 0,73 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_{m2} = 0,5 \cdot 11000 \cdot 160 \cdot 6,48 \cdot 10^6 / 602 \cdot 10^9 = 9,47 \text{ N/mm}^2$

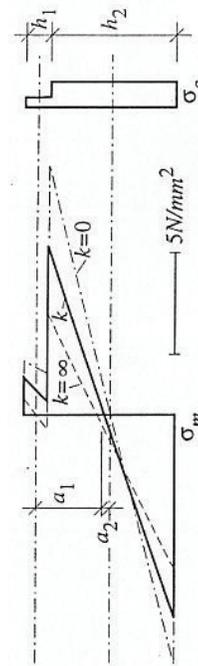
Tensioni causate da uno sforzo di compressione  $F_d = 30 \text{ kN}$

(B2a)  $\sigma_1 = 30000 \cdot 4500 / (4500 \cdot 12000 + 11000 \cdot 19200) = 0,51 \text{ N/mm}^2$

$\sigma_2 = 30000 \cdot 11000 / (4500 \cdot 12000 + 11000 \cdot 19200) = 1,25 \text{ N/mm}^2$

Sforzo massimo  $F_1$  sui connettori per un'azione di taglio  $V_d = 4 \cdot 3,6/2 = 7,2 \text{ kN}$ .

(B3b)  $F_1 = 0,33 \cdot 4500 \cdot 12000 \cdot 87,7 \cdot 40 \cdot 7200 / 601,8 \cdot 10^8 = 741 \text{ N}$



**Figura 8** Tensioni (connessione rigida  $k = \infty$ , assenza di connessione  $k = 0$ ).

**5.10.5. Esempio 6**

L'esempio è tratto dal testo "IL MANUALE DEL LEGNO STRUTTURALE – Vol 4" di BONAMINI G., NOFERI M., TOGNI M., UZIELLI L., traduzione dell'esempio originale svolto dalla EU Comett Programme e riportato in AA.VV., "Timber Engineering – STEP 1-2", Centrum Hout, The Netherlands, 1995.

Si consideri un solaio composto legno-clt semplicemente appoggiato

**Dati:**

Luce trave:  $l = 4.00 \text{ m}$

Interasse travi:  $i = 0.50 \text{ m}$

Classe di servizio 1

Trave in legno massiccio

larghezza:  $b_2 = 15 \text{ cm}$

altezza:  $h_2 = 20 \text{ cm}$

classe di resistenza **C22**

Soletta in calcestruzzo

larghezza:  $b_1 = 50 \text{ cm}$

altezza:  $h_1 = 4 \text{ cm}$

classe di resistenza **C25/30** ( $R_{ck} = 30$ )

Connessione (spinotti in acciaio FeB44k)

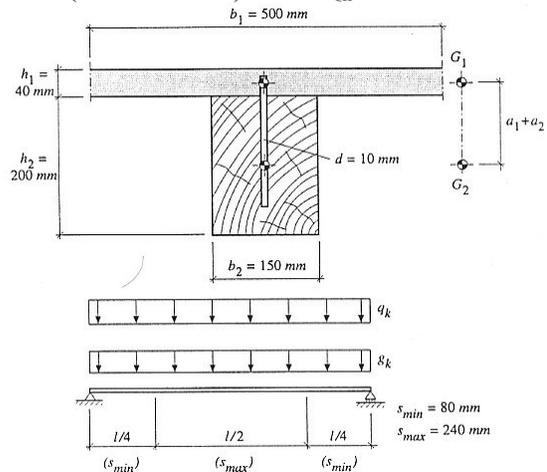
diametro conn.:  $\phi_c = 10 \text{ mm}$

passo equiv.:  $s_{eq} = 12 \text{ cm}$

**Carichi agenti:**

permanente (pp + perm.):  $G_k = 1.40 \text{ kN/m}^2$

variabili (media durata):  $Q_k = 8.30 \text{ kN/m}^2$



Carichi caratteristici agenti sulla trave:

$$G_k = 1.40 \times 0.50 = 0.70 \text{ kN/m} \quad (\text{carichi permanenti})$$

$$Q_k = 8.30 \times 0.50 = 4.15 \text{ kN/m} \quad (\text{carichi variabili di media durata})$$

Sollecitazioni allo Stato Limite Ultimo SLU:Combinazione 1 (permanenti):

$$F_{1,d} = \gamma_g G_k = 1.3 \times 0.70 = 0.91 \text{ kN/m}$$

$$M_{sdu,1} = \frac{F_{1,d} \times l^2}{8} = \frac{0.91 \times 4.00^2}{8} = 1.82 \text{ kNm}$$

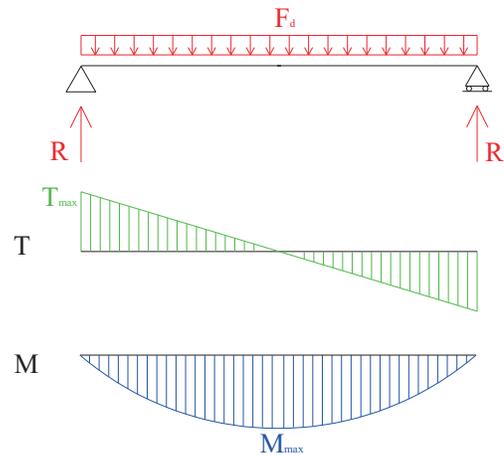
$$V_{sdu,1} = \frac{F_{1,d} \times l}{2} = \frac{0.91 \times 4.00}{2} = 1.82 \text{ kN}$$

Combinazione 2 (permanenti + variabili):

$$F_{2,d} = \gamma_g G_k + \gamma_q Q_k = 1.3 \times 0.70 + 1.5 \times 4.15 = 7.14 \text{ kN/m}$$

$$M_{sdu,2} = \frac{F_{1,d} \times l^2}{8} = \frac{7.14 \times 4.00^2}{8} = 14.27 \text{ kNm}$$

$$V_{sdu,2} = \frac{F_{1,d} \times l}{2} = \frac{7.14 \times 4.00}{2} = 14.27 \text{ kN}$$



Poiché il rapporto  $F_{1,d} / F_{2,d}$  vale appena 0.13 mentre il rapporto fra  $k_{mod,perm} / k_{mod,var}$  vale 0.75 è evidente che solamente la seconda combinazione è decisiva; si può allora trascurare la prima e fare riferimento in seguito solamente alla Combinazione 2

Resistenza dei materiali allo Stato Limite Ultimo SLU:Legno (classe di resistenza C22)

$$f_{m,k} = 22 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,k} = 13 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 2.4 \text{ N/mm}^2$$

$$\rho_k = 340 \text{ kg/m}^3$$

$$E_{0,mean} = 10000 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{mod} = 0.80$$

$$k_{def} = 0.60$$

$$f_{h,k} = 0.082 (1 - 0.01 \phi) \rho_k \text{ (tens. rifollamento)}$$

$$f_{h,k} = 25.1 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \frac{f_{m,k}}{\gamma_m} = 0.80 \times \frac{22}{1.3} = 13.5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = k_{mod} \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_m} = 0.80 \times \frac{13}{1.3} = 8.0 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \frac{f_{v,k}}{\gamma_m} = 0.80 \times \frac{2.4}{1.3} = 1.47 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{h,d} = k_{mod} \frac{f_{h,k}}{\gamma_m} = 0.80 \times \frac{25.1}{1.3} = 15.4 \text{ N/mm}^2$$

Calcestruzzo (classe di resistenza C25/30)

$$R_{ck} = 30 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctm} = 2.6 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{cm} = 30000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Coefficienti di viscosità } f_{\infty,t0} = 2.25 \text{ (carico perm.)}$$

$$\text{Coefficienti di viscosità } f_{t,t0} = 1.35 \text{ (carico m.d.)}$$

$$f_{cd} = 0.85 \times \frac{25}{1.5} = 14.16 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctd} = \frac{0.7 \cdot f_{ctm}}{1.5} = \frac{0.7 \times 2.6}{1.5} = 1.21 \text{ N/mm}^2$$

Connessione (acciaio da c.a. B450C)

$$f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{sd} = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{yk} = W_{pl} \cdot f_{yk} \quad (\text{valore caratteristico del momento di snervamento del chiodo/connettore})$$

$$M_{yk} \cong 0.133 \cdot f_{yk} \cdot \phi^3 = 0.133 \times 450 \times 10^3 = 59850 \text{ Nmm} = 59.8 \text{ kNm}$$

$$M_{yd} \cong 0.133 \times 391 \times 10^3 = 52003 \text{ Nmm} = 52.0 \text{ kNm}$$

$$k_{ser} = 12500 \text{ N/mm}^2$$

$$k_u = \frac{2}{3} k_{ser} = 8333 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{Rd} = 0.23 \cdot \phi^2 \sqrt{0.85 \cdot f_{ck} \frac{E}{\gamma_m}} = 0.23 \times 10^2 \sqrt{0.85 \times 25 \frac{30000}{1.25}} = 16.43 \text{ kN} \quad (\text{rottura lato cls})$$

$$P_{Rd} = 0.8 \cdot f_u \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\phi^2}{\gamma_m} = 0.8 \times 450 \frac{\pi}{4} \times \frac{10^2}{1.25} = 22.61 \text{ kN}$$

$$R_d = 1.5 \sqrt{2 \cdot M_{y,d} f_{h,2,d} \phi} = 1.5 \sqrt{2 \times 52003 \times 15.40 \times 10} = 6.00 \text{ kN} \quad (\text{rottura lato legno})$$

Verifiche allo Stato Limite Ultimo SLU – TEMPO ZERO:Caratteristiche geometriche e meccaniche della trave

$$A_1 = b_1 \cdot h_1 = 500 \times 40 = 20000 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = b_2 \cdot h_2 = 150 \times 200 = 30000 \text{ mm}^2$$

$$J_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{500 \times 40^3}{12} = 2.66 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$J_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} = \frac{150 \times 200^3}{12} = 100 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E_1 A_1 = 30000 \times 20000 = 600 \times 10^6 \text{ N}$$

$$E_2 A_2 = 10000 \times 30000 = 300 \times 10^6 \text{ N}$$

$$E_1 J_1 = 30000 \times 2.66 \times 10^6 = 7.98 \times 10^{10} \text{ Nmm}^2$$

$$E_2 J_2 = 10000 \times 100 \times 10^6 = 1.00 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{E_1 A_1 s_{eq}}{k_u \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{600 \times 10^6 \times 120}{8333 \times 4000^2}} = 0.158 \quad \gamma_2 = 1$$

$$a = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + t = \frac{40}{2} + \frac{200}{2} + 0 = 120 \text{ mm}$$

$$a_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a}{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 + E_2 A_2} = \frac{0.158 \times 600 \times 10^6 \times 120}{0.158 \times 600 \times 10^6 + 300 \times 10^6} = 28.8 \text{ mm} \quad a_1 = a - a_2 = 120 - 28.8 = 91.2 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef} = \sum_i E_i J_i + \gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a_1^2 + \gamma_2 \cdot E_2 A_2 \cdot a_2^2 =$$

$$(EJ)_{ef} = 7.98 \times 10^{10} + 1.00 \times 10^{12} + 0.158 \times 600 \times 10^6 \times 91.2^2 + 1 \times 300 \times 10^6 \times 28.8^2 = 2.12 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Tensioni normali di progetto – lato calcestruzzo

$$\sigma_{N,1,d} = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1}{(EJ)_{ef}} M_{sdu} = \frac{0.158 \times 30000 \times 91.2}{2.12 \times 10^{12}} 14.27 \times 10^6 = 2.91 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{M,1,d} = \frac{E_1}{(EJ)_{ef}} \frac{h_1}{2} M_{sdu} = \frac{30000}{2.12 \times 10^{12}} \times \frac{40}{2} \times 14.27 \times 10^6 = 4.04 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{l,d} = \sigma_{N,1,d} \pm \sigma_{M,1,d}$$

$$\sigma_{c,1,d} = \sigma_{N,1,d} + \sigma_{M,1,d} = 2.91 + 4.04 = 6.95 \text{ N/mm}^2 < f_{cd} = 14.16 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,1,d} = \sigma_{N,1,d} - \sigma_{M,1,d} = 2.91 - 4.04 = -1.13 \text{ N/mm}^2 \quad |\sigma_{t,1,d}| < f_{ctd} = 1.21 \text{ N/mm}^2 \text{ (cls NON fessurato)}$$

Tensioni normali di progetto – lato legno

$$\sigma_{N,2,d} = \frac{\gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2}{(EJ)_{ef}} M_{sdu} = \frac{1 \times 10000 \times 28.8}{2.12 \times 10^{12}} 14.27 \times 10^6 = 1.94 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{M,2,d} = \frac{E_2}{(EJ)_{ef}} \frac{h_2}{2} M_{sdu} = \frac{10000}{2.12 \times 10^{12}} \times \frac{200}{2} \times 14.27 \times 10^6 = 6.73 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{N,2,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{M,2,d}}{f_{m,d}} = \frac{1.94}{8.0} + \frac{6.73}{13.5} = 0.74 < 1$$

Sollecitazioni taglianti di progetto

In favore di sicurezza e per semplicità, si suole attribuire tutto il taglio all'anima della trave composta, in questo caso alla trave di legno:

$$\tau_{2,max} = \frac{3}{2} \frac{V_{sdu}}{b_2 h_2} = \frac{3}{2} \times \frac{14.27 \times 10^3}{150 \times 200} = 0.71 \text{ N/mm}^2 < f_{v,d} = 1.47 \text{ N/mm}^2$$

Azioni di progetto sulla connessione

$$F_{l,sdu} = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a_1 \cdot s_{min}}{(EJ)_{ef}} V_{sdu} = \frac{0.158 \times 600 \times 10^6 \times 91.2 \times 80}{2.12 \times 10^{12}} \times 14.27 \times 10^3 = 4.66 \text{ kN}$$

$$F_{l,sdu} = 4.66 \text{ kN} < R_d = 6.00 \text{ kN}$$

Verifiche allo Stato Limite Ultimo SLU – TEMPO INFINITO:

Con il tempo a causa delle maggiori deformazioni lente nel calcestruzzo rispetto al legno, le forze agenti tendono a migrare dal calcestruzzo al legno. In altre parole le sollecitazioni diminuiscono nel calcestruzzo ed aumentano nel legno.

Allo stadio finale i parametri di rigidezza vengono modificati attraverso i coefficienti di viscosità dei rispettivi materiali, come segue :

assumendo  $\psi_2 = 1$  secondo EC5

cls	$\varphi=1.46$ (pesato)	$E_{c,\infty} = \frac{E_{cm}}{(1+\psi_2\varphi)} = \frac{30000}{(1+1 \times 1.46)} = 12200 \text{ N/mm}^2$
legno [EC5]	$k_{def}=0.60$	$E_{0,\text{mean},\infty} = \frac{E_{0,\text{mean}}}{(1+\psi_2 k_{def})} = \frac{10000}{(1+1 \times 0.60)} = 6250 \text{ N/mm}^2$
connessione [EC5]	$k_{def}=0.60$	$k_{u,\infty} = \frac{k_u}{(1+\psi_2 k_{def})} = \frac{8333}{(1+1 \times 0.60)} = 5208 \text{ N/mm}^2$

Caratteristiche geometriche e meccaniche della trave

$$A_1 = b_1 \cdot h_1 = 500 \times 40 = 20000 \text{ mm}^2 \quad A_2 = b_2 \cdot h_2 = 150 \times 200 = 30000 \text{ mm}^2$$

$$J_1 = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{500 \times 40^3}{12} = 2.66 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad J_2 = \frac{b_2 h_2^3}{12} = \frac{150 \times 200^3}{12} = 100 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E_1 A_1 = 12200 \times 20000 = 244 \times 10^6 \text{ N} \quad E_2 A_2 = 6250 \times 30000 = 188 \times 10^6 \text{ N}$$

$$E_1 J_1 = 12200 \times 2.66 \times 10^6 = 3.25 \times 10^{10} \text{ Nmm}^2 \quad E_2 J_2 = 6250 \times 100 \times 10^6 = 6.25 \times 10^{11} \text{ Nmm}^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{E_1 A_1 s_{eq}}{k_u \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{244 \times 10^6 \times 120}{5208 \times 4000^2}} = 0.224 \quad \gamma_2 = 1$$

$$a = \frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} + t = \frac{40}{2} + \frac{200}{2} + 0 = 120 \text{ mm}$$

$$a_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a}{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 + E_2 A_2} = \frac{0.224 \times 244 \times 10^6 \times 120}{0.224 \times 244 \times 10^6 + 188 \times 10^6} = 27.0 \text{ mm} \quad a_1 = a - a_2 = 120 - 27.0 = 93.0 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef} = \sum_i E_i J_i + \gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a_1^2 + \gamma_2 \cdot E_2 A_2 \cdot a_2^2 =$$

$$(EJ)_{ef} = 3.25 \times 10^{10} + 6.25 \times 10^{11} + 0.224 \times 244 \times 10^6 \times 93.0^2 + 1 \times 188 \times 10^6 \times 27.0^2 = 1.27 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Tensioni normali di progetto – lato calcestruzzo

$$\sigma_{N,1,d} = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot a_1}{(EJ)_{ef}} M_{sdu} = \frac{0.224 \times 12200 \times 93.0}{1.27 \times 10^{12}} \times 14.27 \times 10^6 = 2.86 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{M,1,d} = \frac{E_1}{(EJ)_{ef}} \frac{h_1}{2} M_{sdu} = \frac{12200}{1.27 \times 10^{12}} \times \frac{40}{2} \times 14.27 \times 10^6 = 2.74 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{l,d} = \sigma_{N,1,d} \pm \sigma_{M,1,d}$$

$$\sigma_{c,1,d} = \sigma_{N,1,d} + \sigma_{M,1,d} = 2.86 + 2.74 = 5.60 \text{ N/mm}^2 < f_{cd} = 14.16 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,1,d} = \sigma_{N,1,d} - \sigma_{M,1,d} = 2.86 - 2.74 = 0.12 \text{ N/mm}^2 \text{ (cls compresso)} < f_{cd} = 14.16 \text{ N/mm}^2$$

Tensioni normali di progetto – lato legno

$$\sigma_{N,2,d} = \frac{\gamma_2 \cdot E_2 \cdot a_2}{(EJ)_{ef}} M_{sdu} = \frac{1 \times 6250 \times 27.0}{1.27 \times 10^{12}} \times 14.27 \times 10^6 = 1.90 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{M,2,d} = \frac{E_2}{(EJ)_{ef}} \frac{h_2}{2} M_{sdu} = \frac{6250}{1.27 \times 10^{12}} \times \frac{200}{2} \times 14.27 \times 10^6 = 7.02 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{N,2,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{M,2,d}}{f_{m,d}} = \frac{1.90}{8.0} + \frac{7.02}{13.5} = 0.76 < 1$$

Sollecitazioni taglianti di progetto

La verifica risulta identica al caso precedente (tempo zero), in quanto si era ipotizzato di attribuire tutto il taglio all'anima della trave composta (trave di legno):

Azioni di progetto sulla connessione

$$F_{l,sdu} = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a_1 \cdot s_{\min}}{(EJ)_{ef}} V_{sdu} = \frac{0.224 \times 244 \times 10^6 \times 93.0 \times 80}{1.27 \times 10^{12}} \times 14.27 \times 10^3 = 4.57 \text{ kN}$$

$$F_{l,sdu} = 4.57 \text{ kN} < R_d = 6.00 \text{ kN}$$

Verifiche allo Stato Limite di Esercizio SLE

Allo Stato limite di esercizio, vanno calcolate nuovamente le caratteristiche meccaniche in quanto la rigidità della connessione è pari a  $k_{ser} = 12500 \text{ N/mm}^2$ .

Verifica freccia istantanea – (TEMPO ZERO)Caratteristiche geometriche e meccaniche della trave

$$A_1 = 20000 \text{ mm}^2 \quad A_2 = 30000 \text{ mm}^2 \quad k_{ser} = 12500 \text{ N/mm}^2$$

$$J_1 = 2.66 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad J_2 = 100 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$E_1 A_1 = 600 \times 10^6 \text{ N} \quad E_2 A_2 = 300 \times 10^6 \text{ N}$$

$$E_1 J_1 = 7.98 \times 10^{10} \text{ Nmm}^2 \quad E_2 J_2 = 1.00 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{E_1 A_1 s_{eq}}{k_{ser} \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{600 \times 10^6 \times 120}{12500 \times 4000^2}} = 0.220 \quad \gamma_2 = 1$$

$$a = 120 \text{ mm} \quad a_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a}{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 + E_2 A_2} = 36.7 \text{ mm} \quad a_1 = a - a_2 = 83.3 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef} = \sum_i E_i J_i + \gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a_1^2 + \gamma_2 \cdot E_2 A_2 \cdot a_2^2 = 2.40 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Calcolo della freccia istantanea

$$u_{1,ist} = \frac{5}{384} \frac{G_k l^4}{(EJ)_{ef}} = \frac{5}{384} \frac{0.70 \times (4.00 \times 10^3)^4}{2.40 \times 10^{12}} = 0.97 \text{ mm} < \frac{1}{300} l = 13.3 \text{ mm}$$

$$u_{2,ist} = \frac{5}{384} \frac{Q_k l^4}{(EJ)_{ef}} = \frac{5}{384} \frac{4.15 \times (4.00 \times 10^3)^4}{2.40 \times 10^{12}} = 5.76 \text{ mm} < \frac{1}{300} l = 13.3 \text{ mm}$$

Verifica freccia finale – (TEMPO INFINITO)Caratteristiche geometriche e meccaniche della trave

$$A_1 = 20000 \text{ mm}^2 \quad A_2 = 30000 \text{ mm}^2 \quad k_{ser,\infty} = \frac{k_{ser}}{(1 + \psi_2 k_{def})}$$

$$J_1 = 2.66 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad J_2 = 100 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad k_{ser,\infty} = \frac{12500}{(1 + 1 \times 0.60)} = 7813 \text{ N/mm}^2$$

$$E_1 A_1 = 244 \times 10^6 \text{ N} \quad E_2 A_2 = 188 \times 10^6 \text{ N}$$

$$E_1 J_1 = 3.25 \times 10^{10} \text{ Nmm}^2 \quad E_2 J_2 = 6.25 \times 10^{11} \text{ Nmm}^2$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{E_1 A_1 s_{eq}}{k_{ser} \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \pi^2 \frac{244 \times 10^6 \times 120}{7813 \times 4000^2}} = 0.302 \quad \gamma_2 = 1$$

$$a = 120 \text{ mm} \quad a_2 = \frac{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a}{\gamma_1 \cdot E_1 A_1 + E_2 A_2} = 33.8 \text{ mm} \quad a_1 = a - a_2 = 86.2 \text{ mm}$$

$$(EJ)_{ef} = \sum_i E_i J_i + \gamma_1 \cdot E_1 A_1 \cdot a_1^2 + \gamma_2 \cdot E_2 A_2 \cdot a_2^2 = 1.42 \times 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Calcolo della freccia finale a tempo infinito

$$u_{1,\infty} = \frac{5}{384} \frac{G_k l^4}{(EJ)_{ef}} = \frac{5}{384} \frac{0.70 \times (4.00 \times 10^3)^4}{1.42 \times 10^{12}} = 1.64 \text{ mm}$$

$$u_{2,\infty} = \frac{5}{384} \frac{Q_k l^4}{(EJ)_{ef}} = \frac{5}{384} \frac{4.15 \times (4.00 \times 10^3)^4}{1.42 \times 10^{12}} = 9.74 \text{ mm}$$

$$u_{\infty, \text{net, fin}} = u_{1,\infty} + u_{2,\infty}$$

$$u_{\infty, \text{net, fin}} = 1.64 + 9.74 = 11.4 \text{ mm} < \frac{1}{200} l = 20.0 \text{ mm}$$

Pertanto le verifiche risultano soddisfatte.