



**Università degli Studi di Trieste**

**Dipartimento di Ingegneria e Architettura**

**Laurea Magistrale: Ingegneria Civile**

**Corso : Principi di Infrastrutture Viarie (cod. 239MI)**

## **Lezione 06: L'andamento planimetrico dell'asse stradale**

**Roberto Roberti**

**Tel.: 040/558.3588**

**E-mail: roberto.roberti@dia.units.it**

**Anno accademico 2016/2017**



# Sommario

**ELEMENTI COSTITUTIVI DELL'ASSE PLANIMETRICO STRADALE**

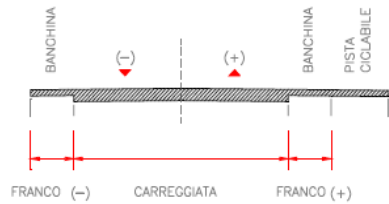
**I RETTIFILI**

**LE CURVE CIRCOLARI**

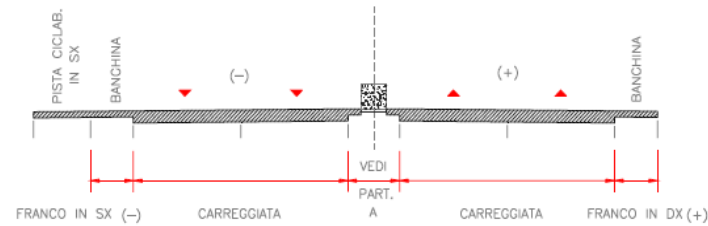
**LE CURVE DI TRANSIZIONE**

# Asse stradale

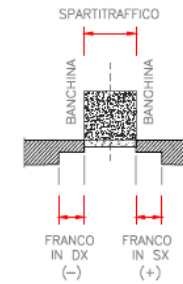
ELEMENTO A SINGOLA CARREGGIATA  
A DUE CORSIE



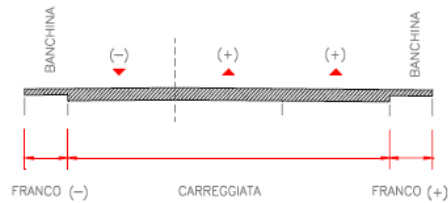
UNICO ELEMENTO A DUE CARREGGIATE



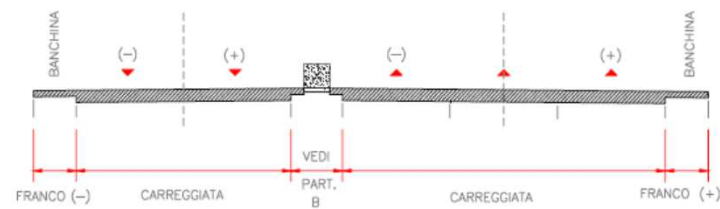
PARTICOLARE A



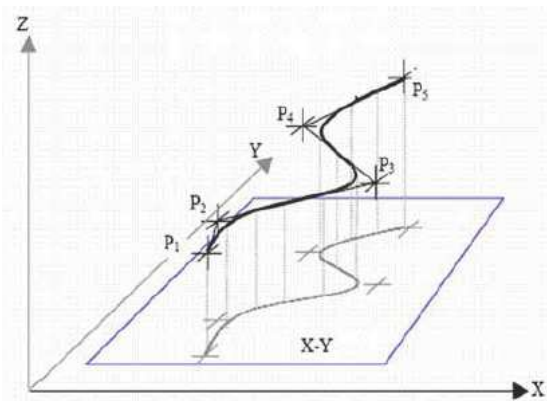
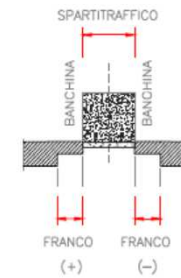
ELEMENTO A SINGOLA CARREGGIATA  
A TRE CORSIE



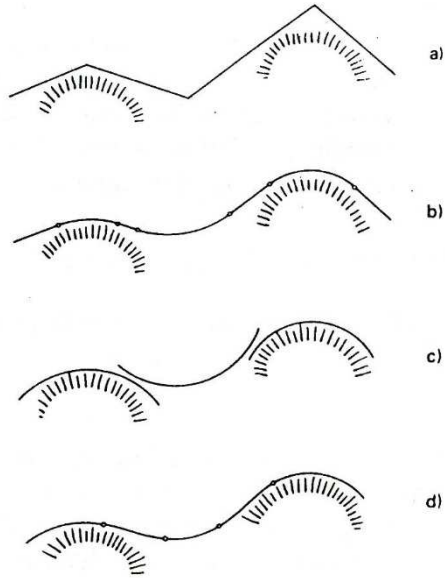
DUE ELEMENTI DISTINTI AD UNA CARREGGIATA CIASCUNO



PARTICOLARE B

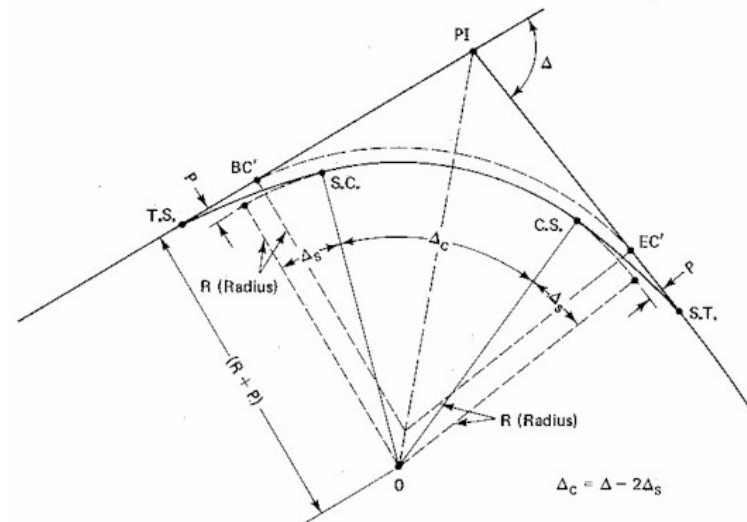
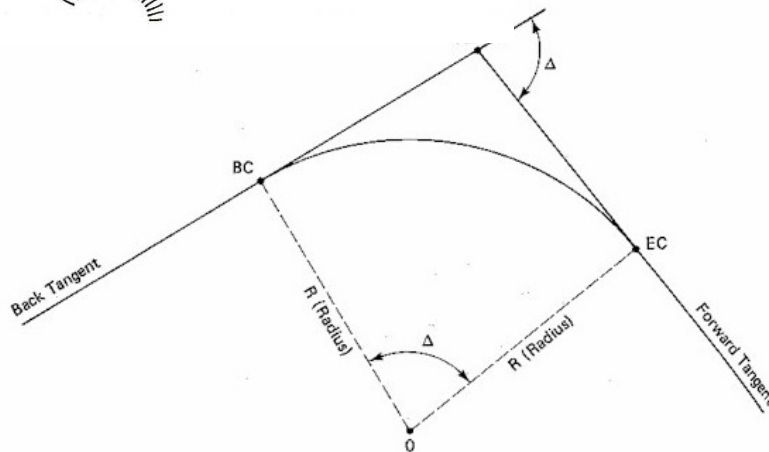


# Elementi costitutivi dell'asse planimetrico



Gli elementi che compongono planimetricamente l'asse stradale sono:

- i rettili;
- le curve circolari;
- le curve di transizione.



# I rettifili

## Svantaggi dei rettifili:

- Non si percepisce il reale pericolo;
- Se sono troppo lunghi portano ad affrontare la curva successiva a velocità elevata;
- Abbagliamento notturno;
- Noia.
- Problematiche ambientali

## Vantaggi:

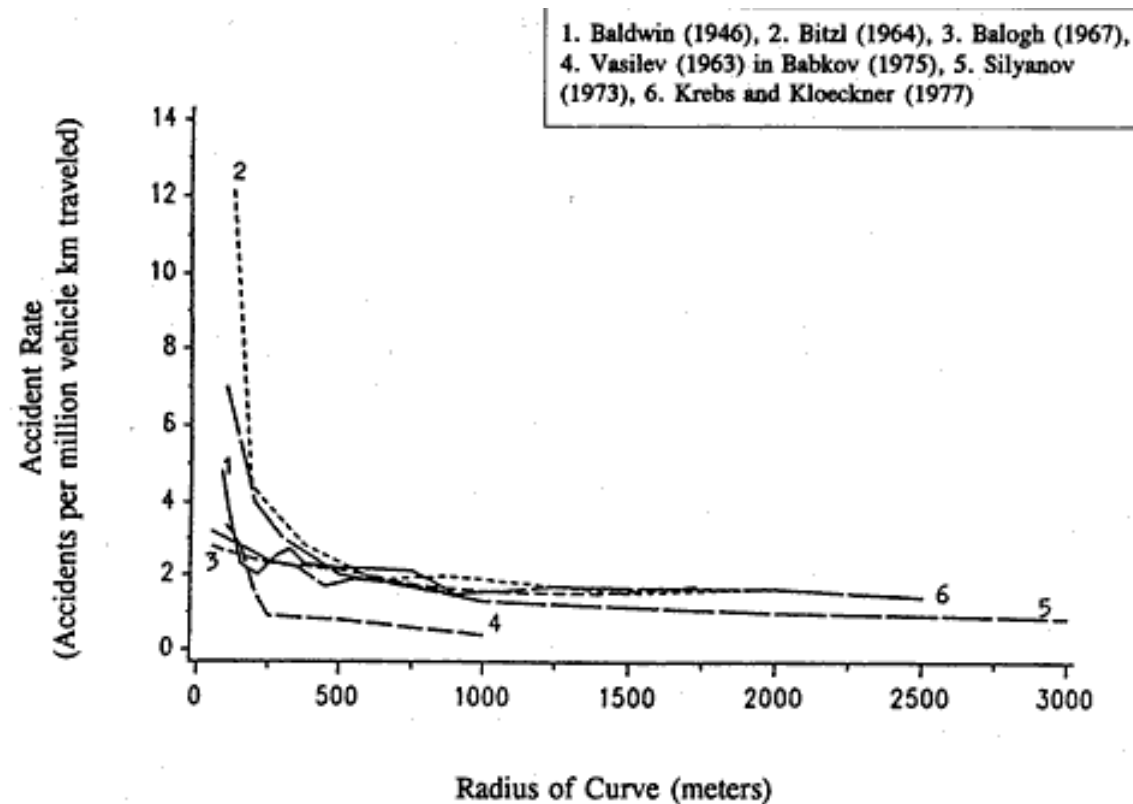
- Buona visibilità;
- Facilità di sorpasso.

$$L_{\max} \text{ [m]} \leq 22 V_{p(\max)} \text{ [km/h]}$$

Per poter essere percepito, il rettilineo deve avere una lunghezza minima, con V quella massima desunta dal diagramma di velocità nel rettilineo considerato.

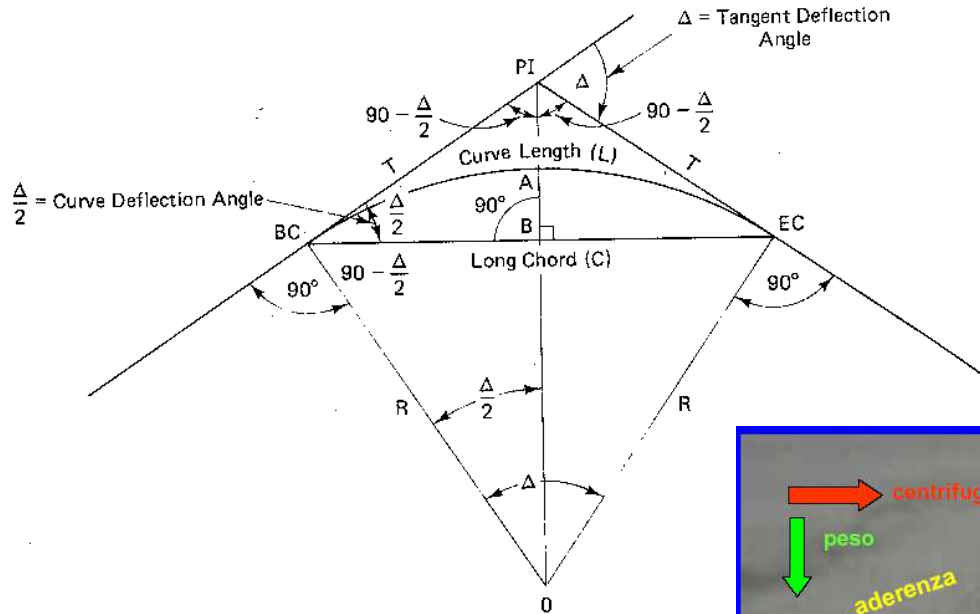
V [km/h]	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
Lmin [m]	30	40	50	65	90	115	150	190	250	300	360

# Fattore umano e progettazione stradale

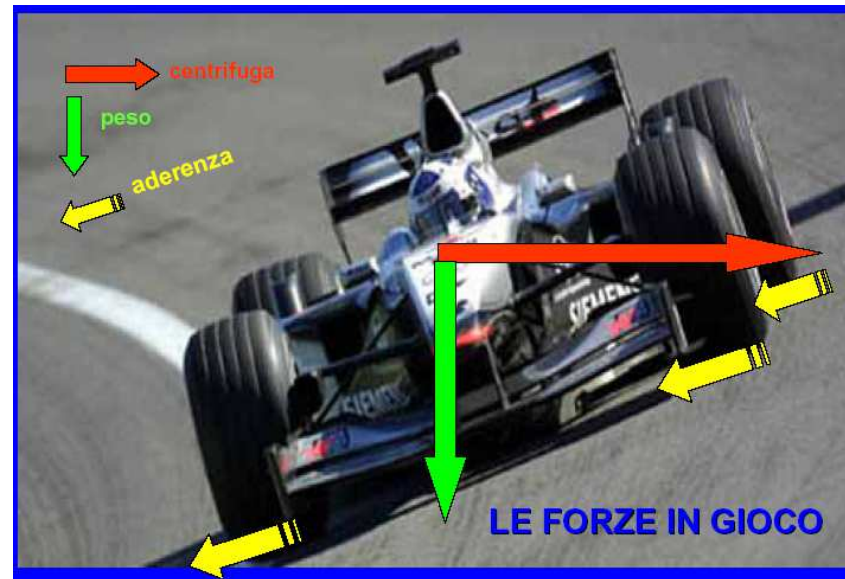


Relazioni tra raggio di curvatura e incidentalità

# La curva circolare



$$L \geq \frac{V_p}{3,6} \cdot t = \frac{V_p}{3,6} \cdot 2,5$$



# Le pendenze trasversali

STRADE TIPO	PIATTAFORMA	PENDENZE TRASVERSALI
A, B, D a due o più corsie per carreggiata		
E a quattro corsie		
altre strade		

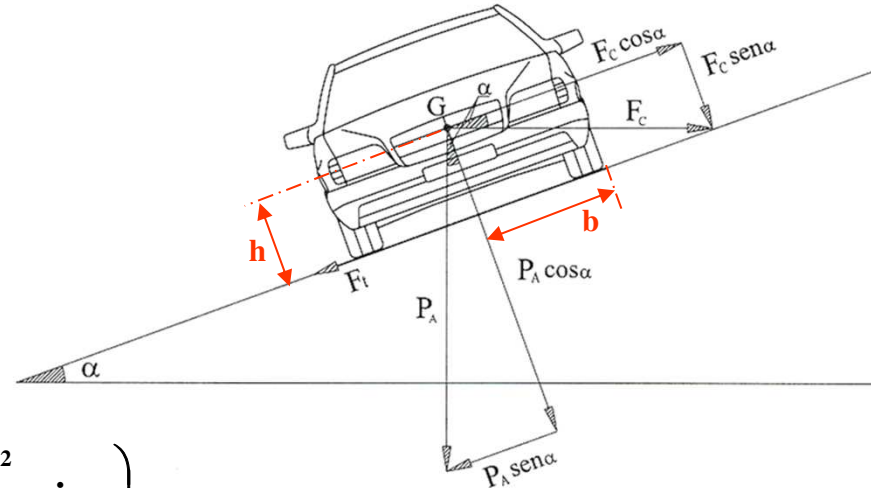


# Equilibrio del veicolo in curva (1)

## EQUILIBRIO ALLO SABANDAMENTO

$$F_C \cos\alpha - P_A \sin\alpha = F_t$$

$$F_C \cos\alpha - P_A \sin\alpha = f_t (P_A \cos\alpha + F_C \sin\alpha)$$



$$\frac{m \cdot v^2}{R} \cdot \cos\alpha - m \cdot g \cdot \sin\alpha = f_t \left( m \cdot g \cdot \cos\alpha + \frac{m \cdot v^2}{R} \cdot \sin\alpha \right)$$

$$\frac{v^2}{R} - g \cdot \tan\alpha = f_t \left( g + \frac{v^2}{R} \cdot \tan\alpha \right)$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{g \cdot (f_t + \tan\alpha)}{1 - f_t \cdot \tan\alpha}$$

$$\frac{v^2}{R} = g \cdot (f_t + \tan\alpha) = g \cdot f_t + g \cdot \tan\alpha$$

Se  $V$  in [km/h] e  $R$  in [m]

$$\frac{V^2}{R} = 127 \cdot (f_t + \tan\alpha)$$

$\mathbf{a}$  (centrifuga) =  $\mathbf{a}$  (non compensata) +  $\mathbf{a}$  (compensata)

# Equilibrio del veicolo in curva (2)

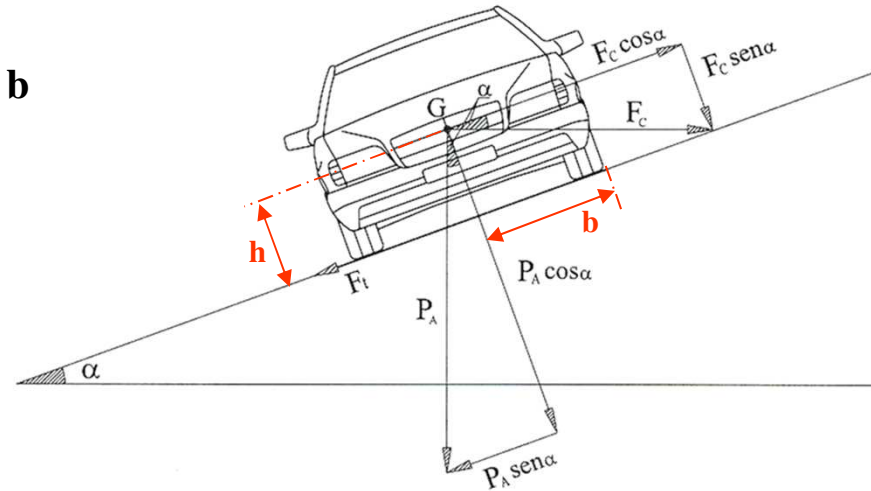
## EQUILIBRIO AL RIBALTAMENTO

$$(F_C \cos\alpha - P_A \sin\alpha) h = (P_A \cos\alpha + F_C \sin\alpha) b$$

$$\frac{v^2}{R} - g \cdot \tan\alpha = \frac{b}{h} \cdot \left( g + \frac{v^2}{R} \cdot \tan\alpha \right)$$

$$\frac{v^2}{R} = \frac{g \cdot \left( \frac{b}{h} + \tan\alpha \right)}{1 - \frac{b}{h} \cdot \tan\alpha}$$

$$\frac{v^2}{R} = g \cdot \left( \frac{b}{h} + \tan\alpha \right)$$



Se V in [km/h] e R in [m]

$$\frac{V^2}{R} = 127 \cdot \left( \frac{b}{h} + \tan\alpha \right) \quad \longleftrightarrow \quad \frac{b}{h} \gg f_t \quad \longleftrightarrow \quad \frac{V^2}{R} = 127 \cdot (f_t + \tan\alpha)$$

# Campo di variazione di q e f<sub>t</sub>

$$\frac{V^2}{R} = 127 \cdot (f_t + \tan\alpha) = 127 \cdot (f_t + q)$$

**q<sub>max</sub> = 0,07** per strade extraurbane ed autostrade urbane (tipi A, B, C, F) ;

**q<sub>max</sub> = 0,05** per strade urbane di tipo D;

**q<sub>max</sub> = 0,035** per strade urbane di tipo E, F.

**q<sub>min</sub> = 0,025**

**f<sub>t max</sub>** = massima aderenza trasversale **impegnabile** alle diverse velocità V

**f<sub>t max</sub> = [0,28 ÷ 0,53] \* f<sub>T,MAX, disp.</sub>** (f<sub>T,MAX, disp.</sub> massima aderenza trasversale **disponibile** alle diverse velocità),

V (km/h)	25	40	60	80	100	120	140
Strade D, E, F urbane	0,22	0,21	0,20	0,16			
Strade A, B, C, F extr.		0,21	0,17	0,13	0,11	0,10	0,09

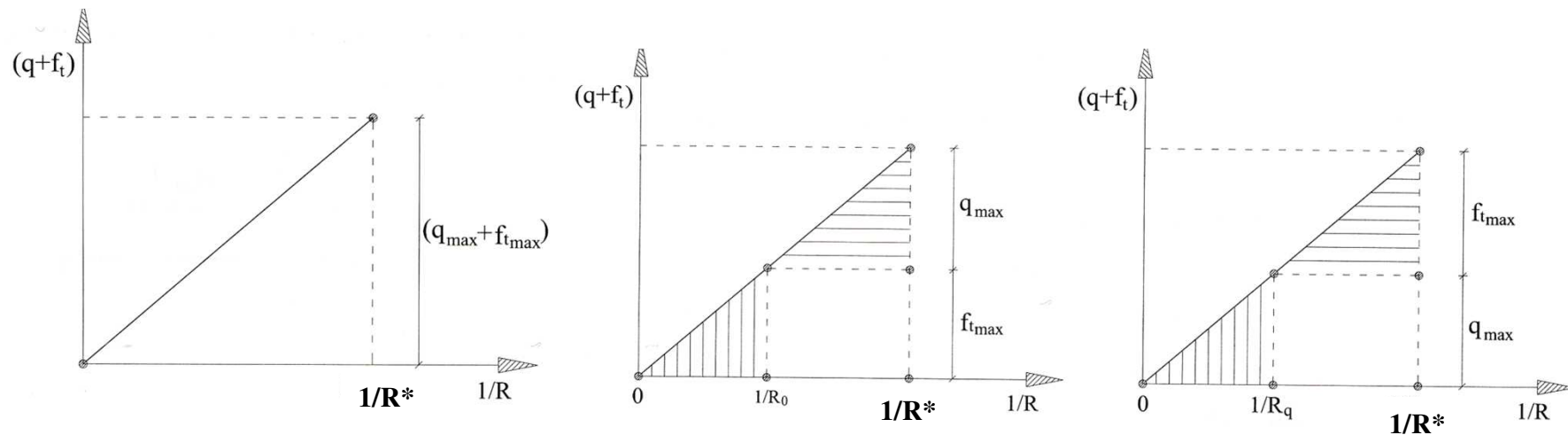
# Determinazione Raggio minimo

$$\frac{V^2}{R} = 127 \cdot (f_t + q) \quad \frac{V_{p,min}^2}{R_{min}} = 127 \cdot (f_{t,max} + q_{max}) \quad R_{min} = \frac{V_{p,min}^2}{127 \cdot (f_{t,max} + q_{max})}$$

$f_{t,max}$  = massima aderenza trasversale impegnabile alla velocità  $V_{p,min}$  (velocità di progetto minima per la classe della strada),  $q_{max}$  pendenza massima per la classe della strada,  $R_{min}$  è il raggio minimo ammesso per la classe della strada.

TIPI SECONDO IL CODICE	AMBITO TERRITORIALE	DENOMINAZIONE	$V_{p,min}$ [km/h]	$q_{max}$	$f_{t,max}$	Raggio minimo [m]
AUTOSTRADA A	EXTRAURBANO	STRADA PRINCIPALE	90	0,07	0,118	339
		STRADA DI SERVIZIO (EVENTUALE)	40	0,07	0,210	45
	URBANO	STRADA PRINCIPALE	80	0,07	0,130	252
		STRADA DI SERVIZIO (EVENTUALE)	40	0,035	0,210	51
EXTRAURBANA PRINCIPALE B	EXTRAURBANO	STRADA PRINCIPALE	70	0,07	0,147	178
		STRADA DI SERVIZIO (EVENTUALE)	40	0,07	0,210	45
EXTRAURBANA SECONDARIA C	EXTRAURBANO		60	0,07	0,170	118
URBANA DI SCORRIMENTO D	URBANO	STRADA PRINCIPALE	50	0,05	0,205	77
		STRADA DI SERVIZIO (EVENTUALE)	25	0,035	0,220	19
URBANA DI QUARTIERE E	URBANO		40	0,035	0,210	51
LOCALE F	EXTRAURBANO		40	0,07	0,210	45
	URBANO		25	0,035	0,220	19

# Raggi superiori al minimo, $V=\text{cost}$ (1)



$R^*$  rappresenta, per un determinato tipo di strada, il generico raggio minimo per una determinata velocità  $V$

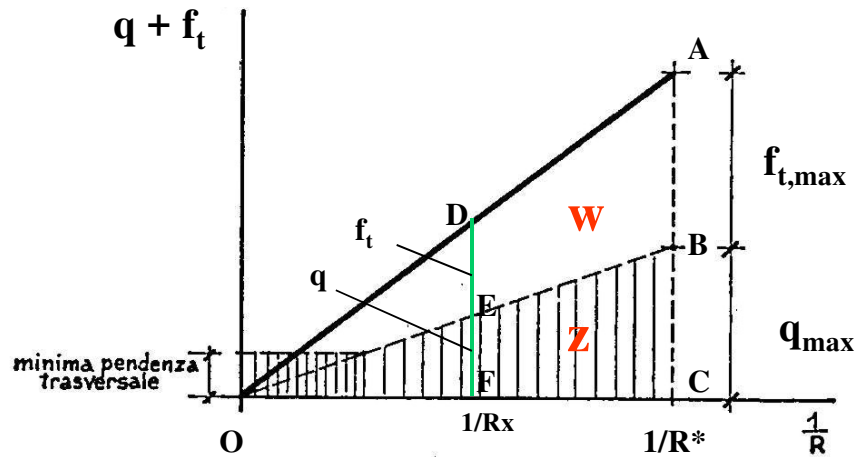
$q_{\max}$  e  $f_{t\max}$  rappresentano, per un determinato tipo di strada, rispettivamente la massima pendenza trasversale ammessa ed il massimo coefficiente di aderenza trasversale impegnabile alla velocità  $V$

$$(q + f_t) = \frac{V^2}{127 \cdot R}$$

$$R_0 = \frac{V^2}{127 \cdot f_{t,\max}}$$

$$R_q = \frac{V^2}{127 \cdot q_{\max}}$$

## Raggi superiori al minimo (2)



$$(q + f_t) = \frac{V^2}{127 \cdot R}$$

$$\frac{127 \cdot R}{V^2} \cdot f_t + \frac{127 \cdot R}{V^2} \cdot q = 1$$

$$w = \text{cost}$$

$$z = \text{cost}$$

$$\frac{q + f_t}{1/R_x} = \frac{q_{\max} + f_{t,\max}}{1/R^*}$$

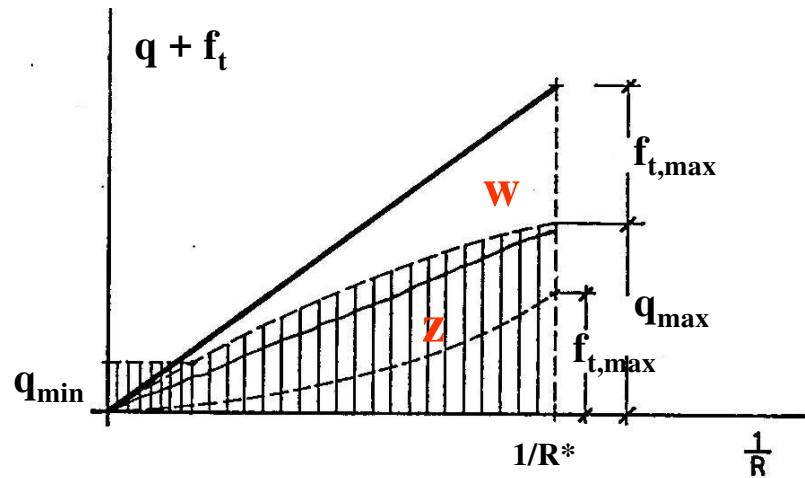
$$R_x \cdot (q + f_t) = R^* \cdot (q_{\max} + f_{t,\max})$$

$$\frac{q}{1/R_x} = \frac{q_{\max}}{1/R^*}$$

$$q \cdot R_x = q_{\max} \cdot R^*$$

$$\frac{q}{f_t + q} = \frac{q_{\max}}{f_{t,\max} + q_{\max}} = \text{cost}$$

## Raggi superiori al minimo (3)



$$(f_t + q) = \frac{V^2}{127 \cdot R}$$

$$\frac{127 \cdot R}{V^2} \cdot f_t + \frac{127 \cdot R}{V^2} \cdot q = 1$$

$w \neq \text{cost}$ 
 $z \neq \text{cost}$

$$z = K \cdot R^n = \frac{127 \cdot R}{V^2} \cdot q$$

$$0 < n < 1$$

$$q = \frac{V^2}{127} K \cdot R^{n-1}$$

$$q_{\max} = \frac{V^2}{127} K \cdot R^{* (n-1)}$$

$$q = q_{\max} \frac{R^{n-1}}{R^{* (n-1)}}$$

# Raggi superiori al minimo (4)

Esempio:  $V = 100 \text{ km/h}$ ;  $ft_{\max,100} = 0,11$   $q_{\max} = 0,07$ ;  $n-1 = -0,64$

$R^* = 437 \text{ m}$ ;  $R_0 = 716 \text{ m}$ ;  $R_q = 1125 \text{ m}$ ;

Criterio	$R_x = 1500 \text{ m}$		$R_x = 1000$		$R_x = 500 \text{ m}$	
	$ft_{R_x}$	$q_{R_x}$	$ft_{R_x}$	$q_{R_x}$	$ft_{R_x}$	$q_{R_x}$
I	0,052	0	0,079	0	0,110	0,047
II	0	0,052	0,009	0,070	0,087	0,070
III	0,032	0,020	0,048	0,031	0,096	0,061
IV	0,020	0,032	0,038	0,041	0,093	0,064

Esempio:  $V = 60 \text{ km/h}$ ;  $ft_{\max,60} = 0,17$   $q_{\max} = 0,07$ ;  $n-1 = -0,64$ ;

$R^* = 118 \text{ m}$ ;  $R_0 = 167 \text{ m}$ ;  $R_q = 405 \text{ m}$ ;

Criterio	$R_x = 500 \text{ m}$		$R_x = 250 \text{ m}$	$R_x = 140 \text{ m}$
	$ft_{R_x}$	$q_{R_x}$		
I	0,057	0		
II	0	0,057		
III	0,040	0,017		
IV	0,029	0,028		



## Raggi superiori al minimo (5)

$$q = \frac{V^2}{127} K \cdot R^{n-1} \quad \ln(q) = (n-1) \cdot \ln(R) + \ln\left(\frac{K \cdot V^2}{127}\right)$$

$$R^* = \frac{V^2}{127 \cdot (f_{t,\max} + q_{\max})}$$

$$q_{\max} = \frac{V^2}{127} K \cdot R^{*(n-1)} \quad \frac{q_{\max}}{R^{*(n-1)}} = \frac{K \cdot V^2}{127}$$

$$\ln(q) = (n-1) \cdot \ln(R) + \ln(q_{\max}) - (n-1) \ln(R^*)$$

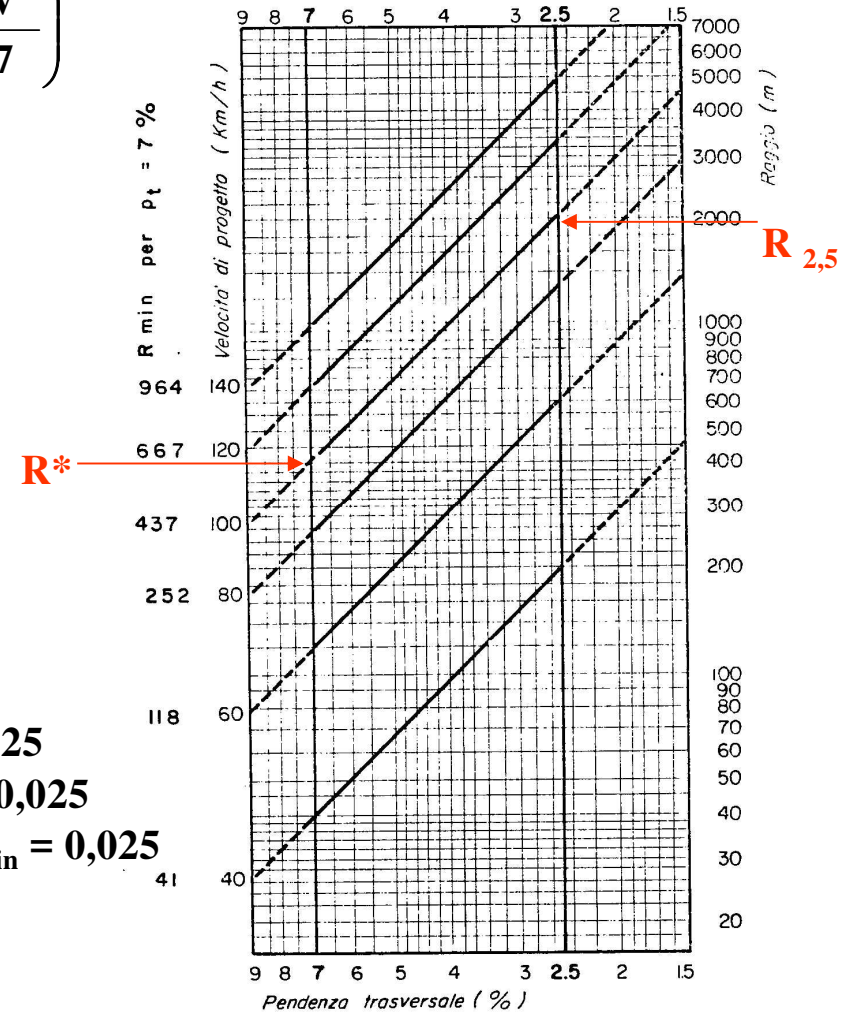
$$\frac{\ln(q_{\min}) - \ln(q_{\max})}{\ln(R_{2,5}) - \ln(R^*)} = (n-1) = -0,64$$

Strade extr.:  $R_{2,5} = 5 R^*$  ;  $q_{\max} = 0,07$  ;  $q_{\min} = 0,025$

Strade D:  $R_{2,5} = 2,95 R^*$  ;  $q_{\max} = 0,05$  ;  $q_{\min} = 0,025$

Strade E, F urb.:  $R_{2,5} = 1,69 R^*$  ;  $q_{\max} = 0,035$  ;  $q_{\min} = 0,025$

$$\ln(q) = -0,64 \cdot \ln(R) + \ln(q_{\max}) + 0,64 \cdot \ln(R^*)$$



# Raggi superiori al minimo (6)

$$\ln(q) = -0,64 \cdot \ln(R) + \ln(q_{\max}) + 0,64 \cdot \ln(R^*)$$

$$R^* = \frac{V_{p,\max}^2}{127 \cdot (f_{t,\max} + q_{\max})}$$

**R = 252 m**

**V<sub>p</sub> = 80 km/h, q = q<sub>max</sub> = 0,07, f<sub>t</sub> = 0,130**

**V<sub>p</sub> = 68 km/h, q ≈ 0,053, f<sub>t</sub> = 0,090**

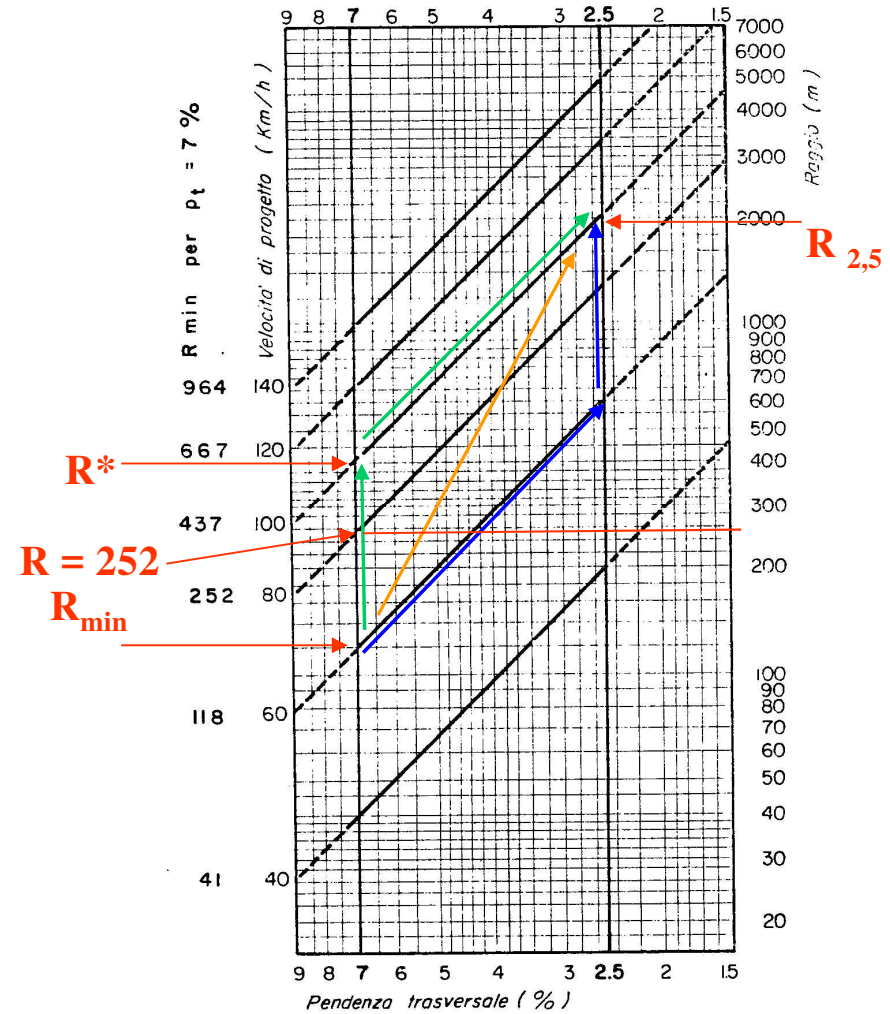
**V<sub>p</sub> = 60 km/h, q ≈ 0,043, f<sub>t</sub> = 0,069**

**V<sub>p</sub> = 80 km/h,**

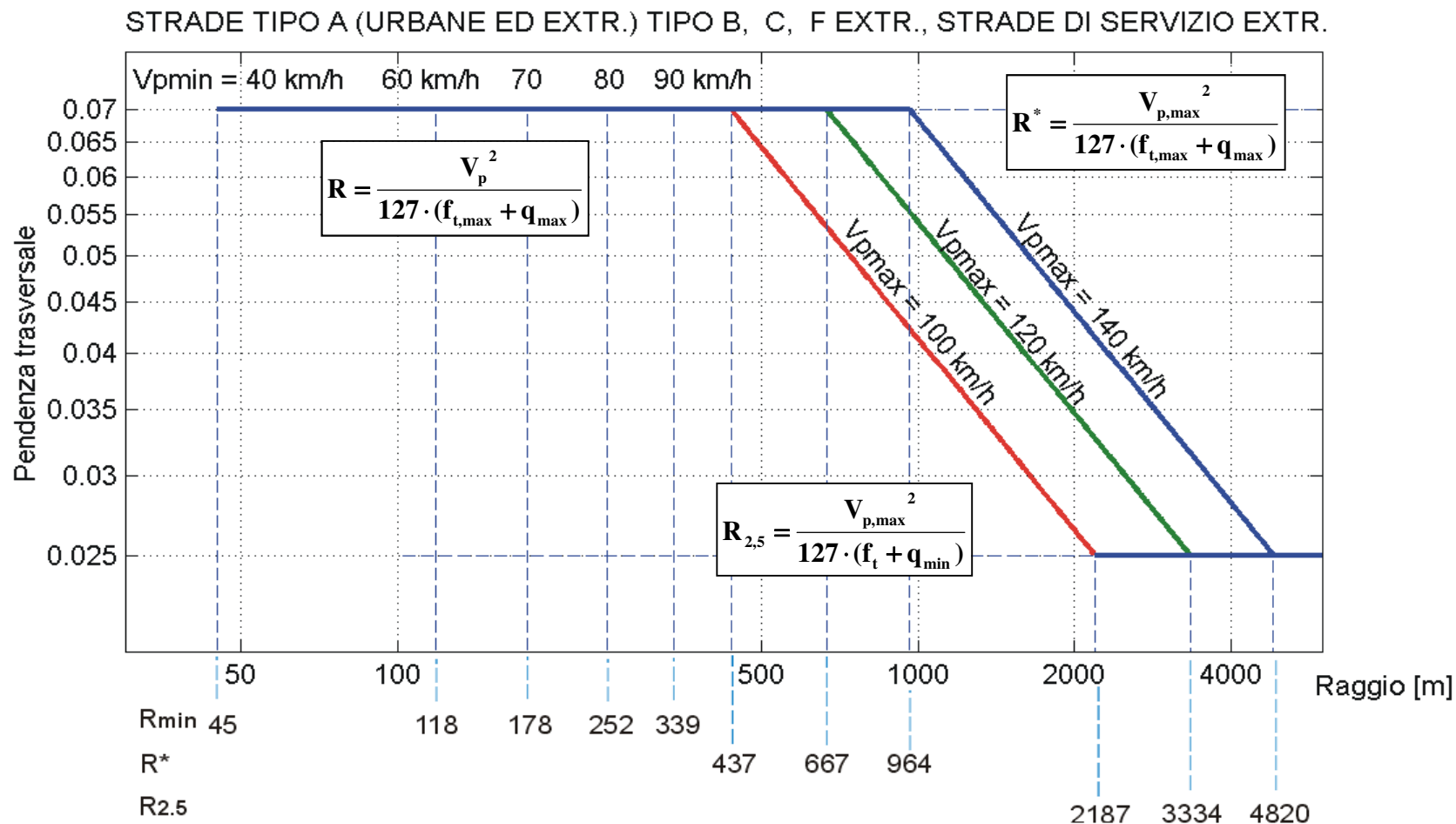
**f<sub>t</sub> = 0,13, q = q<sub>max</sub> = 0,07, R = 252**

**f<sub>t</sub> = 0,13, q ≈ 0,036, R = 304 m**

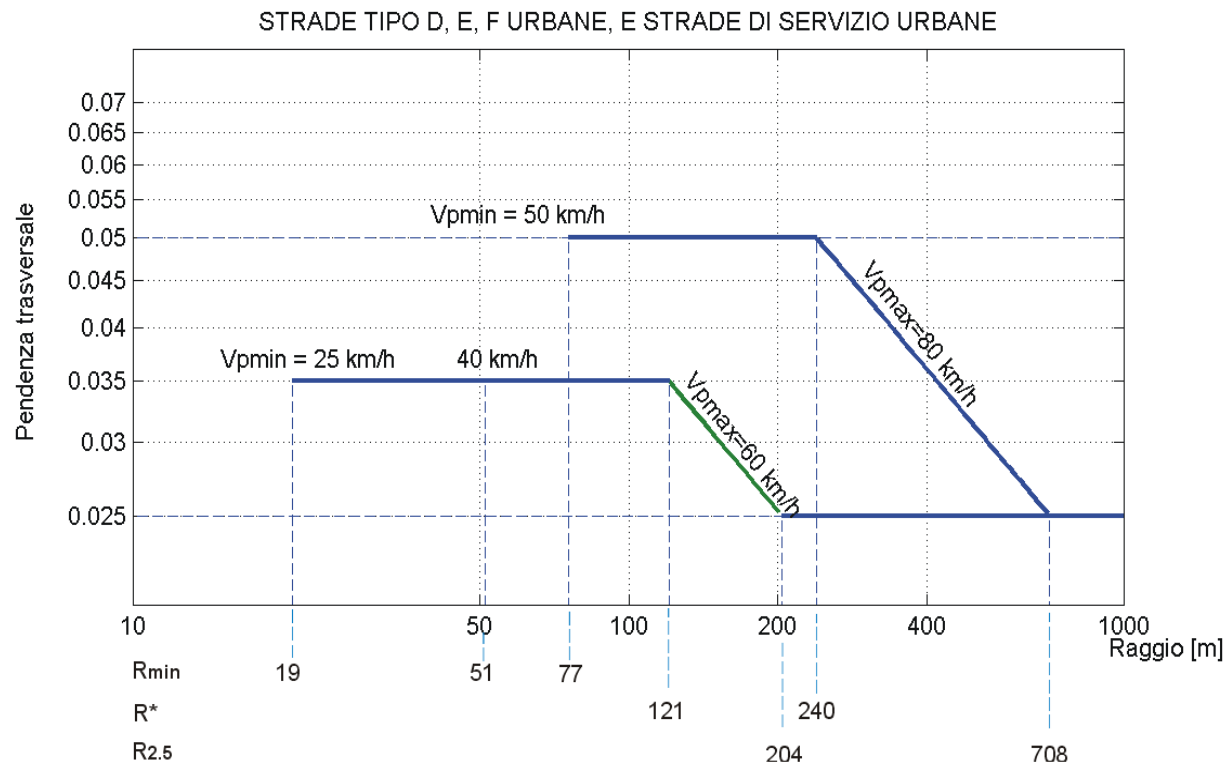
**f<sub>t</sub> = 0,13, q = 0,025, R = 325 m**



# Raggi superiori a quello minimo (5)



# Raggi superiori a quello minimo (6)



# Raggi superiori a quello minimo (7)

STRADA TIPO	A	B	C F extraurbane	D	E F urbane
R' [m]	10250	7500	5250	2000	1150

STRADA DI SERVIZIO	A extraurbane.	A urbane	B F extraurbane	D
R' [m]	5250	1150	5250	1150

$$R' = \frac{V_{p,max}^2}{127 \cdot [f_t + (-0,025)]}$$

**Valori minimi di raggio per mantenere la contropendenza della carreggiata**

$$J = \sqrt{i_c^2 + i_l^2}$$

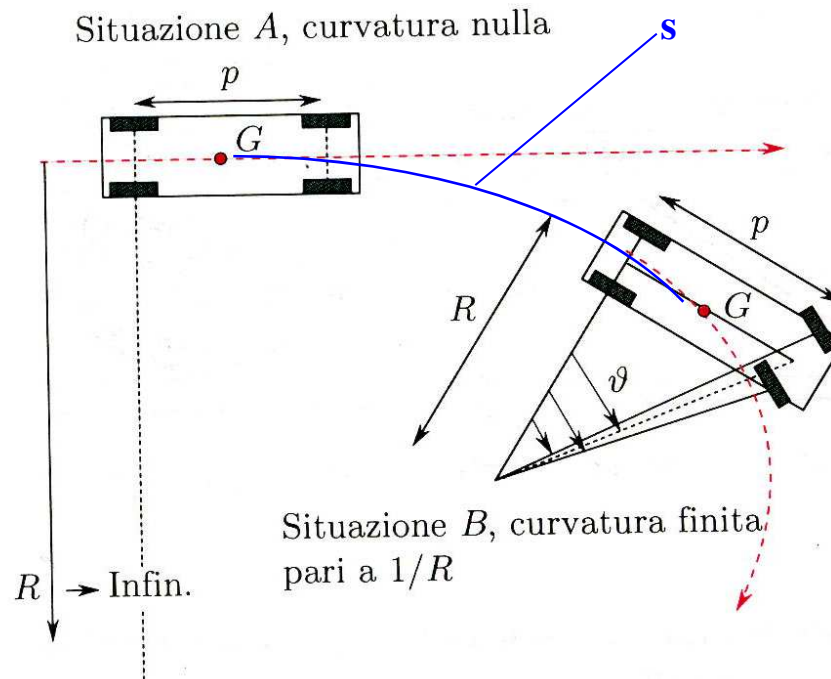
$$i_c = q * 100; i_l = i \%$$

**$J \leq 10 \%$  per strade di tipo A e B**

**$J \leq 12 \%$  per le altre strade in condizioni ordinarie**

**$J \leq 8 \%$  per tutte le strade in condizioni di frequente innevamento**

# Elementi a curvatura variabile



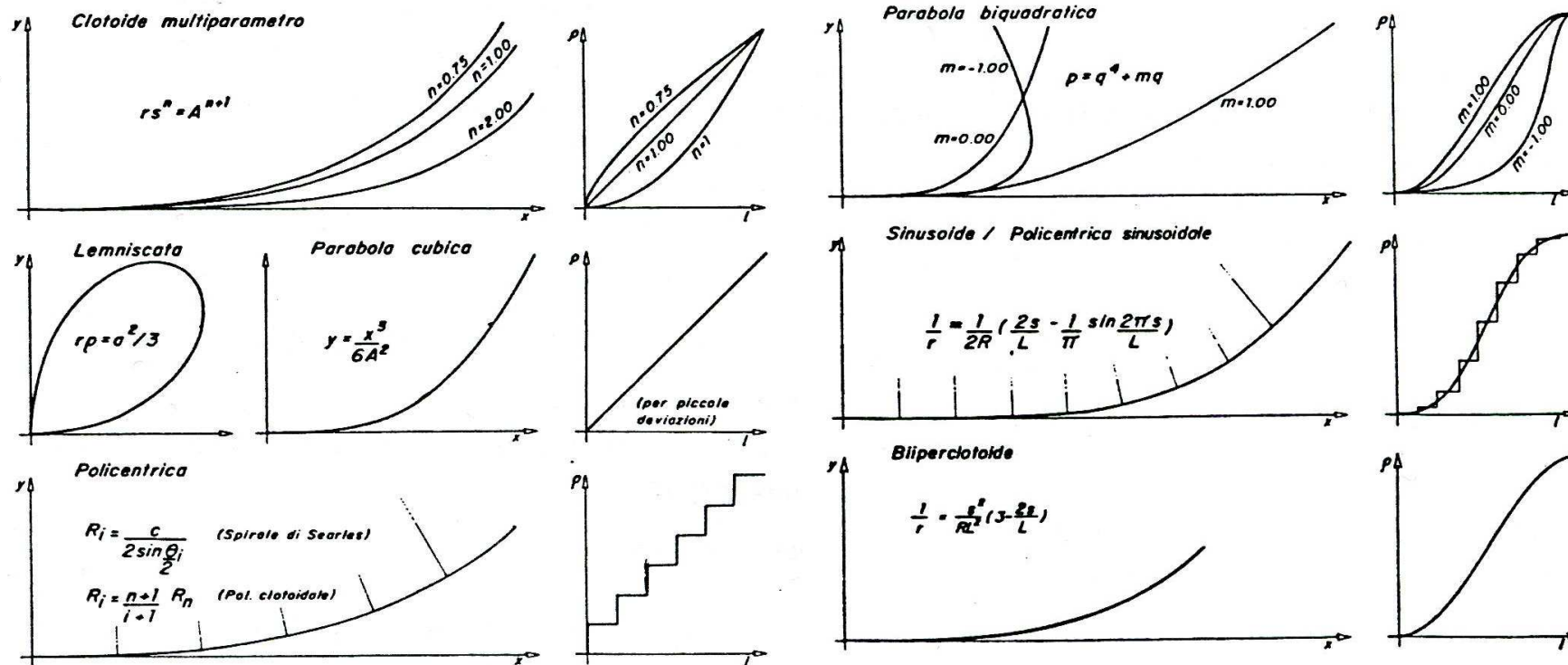
$$\frac{p}{R} = \sin(\vartheta) \cong \tan(\vartheta) \cong \vartheta$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$\dot{\vartheta} = \frac{\vartheta}{t} = \frac{p/R}{s/v} = \frac{p \cdot v}{R \cdot s}$$

$$R \cdot s = \frac{p \cdot v}{\dot{\vartheta}}$$

# Curve a curvatura variabile



lunghezza  
unitaria o  
ridotta

$$l = \frac{s}{L}$$

curvatura  
unitaria o  
ridotta

$$\rho = \frac{R}{r}$$

# Clotoide multiparametro (1)

Clotoide multiparametro

$$r * s^n = A^{n+1}$$

$r$  = raggio puntuale;

$s$  = ascissa curvilinea;

$A$  = parametro di scala

$n$  = fattore di forma

Per

$n = -1$

$r = s$  Spirale

$n = 0$

$r = A$  Cerchio

$0 < n < 1$  (p. e.  $n = 0,5$ )

$r * s^{0,5} = A^{1,5}$  Ipoclotoidi

$n = 1$

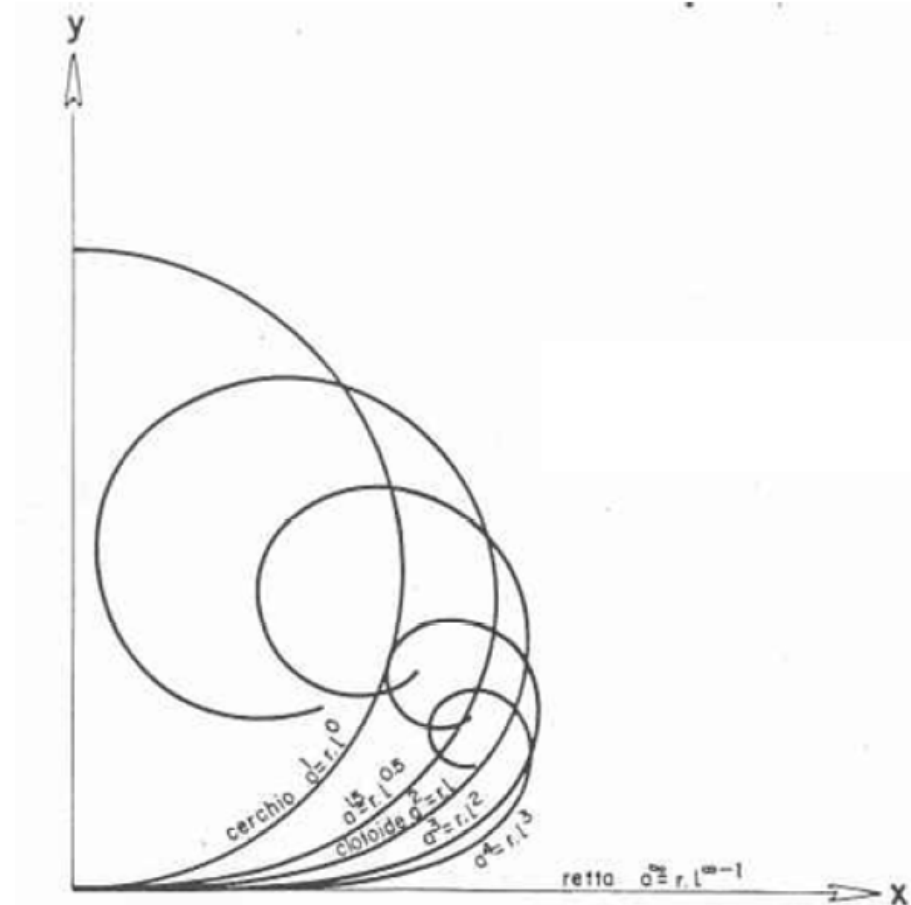
$r * s = A^2$  Clotoide

$1 < n < \infty$  (p.e.  $n = 2$ )

$r * s^2 = A^3$  Iperclotoidi

$n = \infty$

$r = \infty$  Retta





# Clotoide multiparametro (2)

Clotoide multiparametro

$$r * s^n = A^{n+1}$$

$r$  = raggio puntuale;

$s$  = ascissa curvilinea;

$A$  = parametro di scala

$n$  = fattore di forma

Per

$n = -1$

$r = s$

Spirale

$n = 0$

$r = A$

Cerchio

$0 < n < 1$  (p. e.  $n = 0,5$ )

$r * s^{0,5} = A^{1,5}$

Ipoclotoidi

$n = 1$

$r * s = A^2$

Clotoide

$1 < n < \infty$  (p.e.  $n = 2$ )

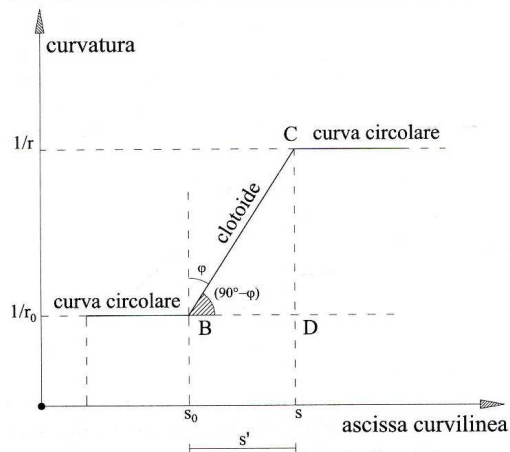
$r * s^2 = A^3$

Iperclotoidi

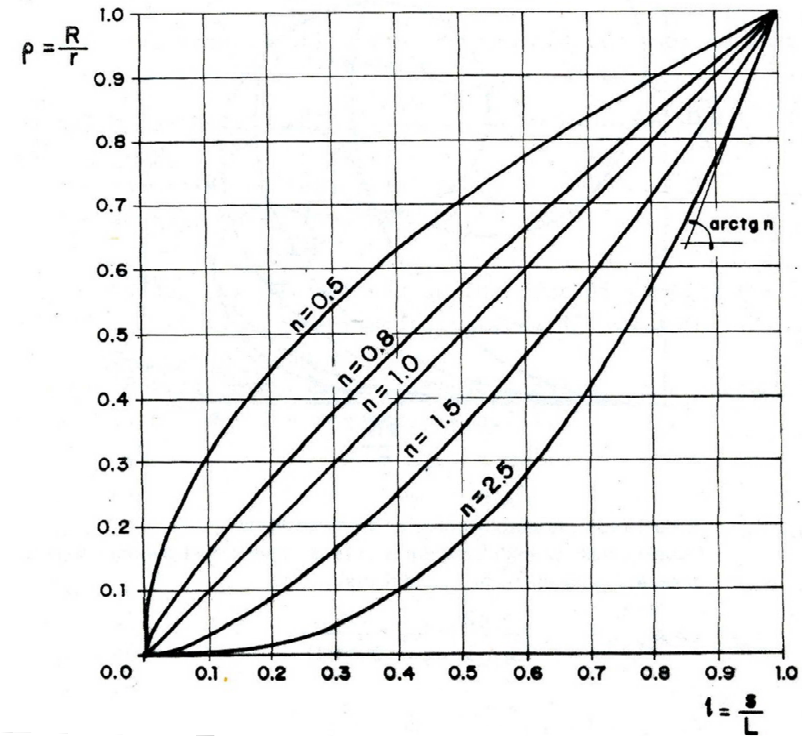
$n = \infty$

$r = \infty$

Retta



$$\text{tg}(\varphi) = A^2$$



# Clotoide multiparametro (3)

$$\vartheta \cong \frac{P}{R}$$

V (vel. Veic.)	$\theta$ (Ang. sterzo)	$\theta'$ (Vel. Sterzo)	a (acc. veic.)	L (lun.. Arco)	R (rag. curvat.)	Tipo curva
Costante	Nulla	Nulla	Qualsiasi	Infinito	Infinito	Retta
Costante	Costante	Nulla	Nulla	Finito	Costante	Cerchio
Costante	Variabile	Costante	Nulla	Finito	Variabile	Clotoide
Variabile	Variabile	Costante	Costante	Finito	Variabile	Ipocloide
Costante	Variabile	Variabile	Nulla	Finito	Variabile	Ipercloide
Variabile	Variabile	Variabile	Costante	Finito	Variabile	Clotoide

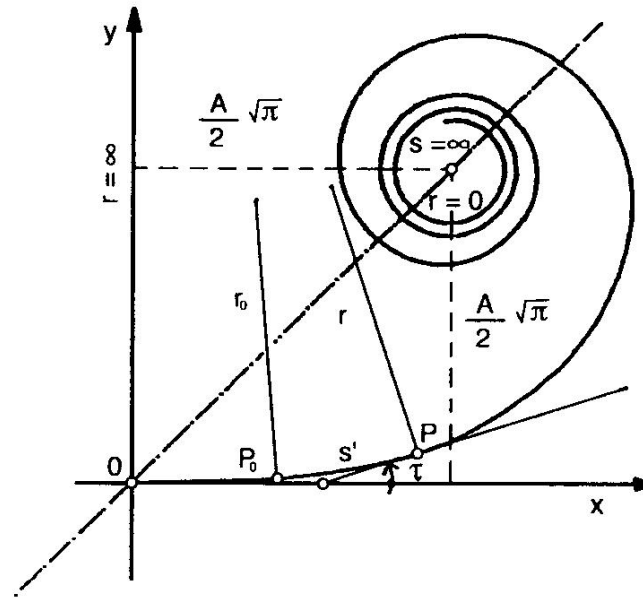
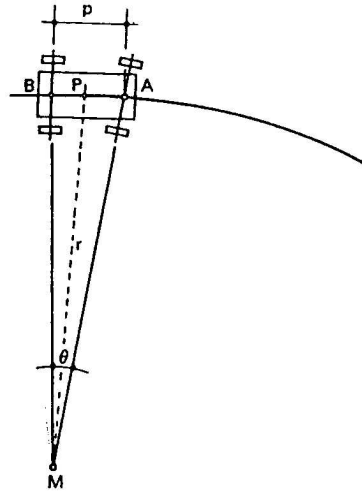
$$t = \frac{L}{v} \quad \dot{\vartheta} = \frac{\vartheta}{t} \quad R \cdot L = \frac{p \cdot v}{\dot{\vartheta}} = \text{cost} = A^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot L}{a}} \quad \dot{\vartheta} = \frac{\vartheta}{t} \quad R^2 \cdot L = \frac{p^2 \cdot a}{2 \cdot \dot{\vartheta}^2} = \text{cost} = A^3$$

$$t = \frac{L}{v} \quad \vartheta = \frac{1}{2} \cdot \ddot{\vartheta} \cdot t^2 = \frac{p}{R} \quad R \cdot L^2 = \frac{2 \cdot p \cdot v^2}{\ddot{\vartheta}} = \text{cost} = A^3$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot L}{a}} \quad \vartheta = \frac{1}{2} \cdot \ddot{\vartheta} \cdot t^2 = \frac{p}{R} \quad R \cdot L = \frac{p \cdot a}{\ddot{\vartheta}} = \text{cost} = A^2$$

# La Clotoide (1)

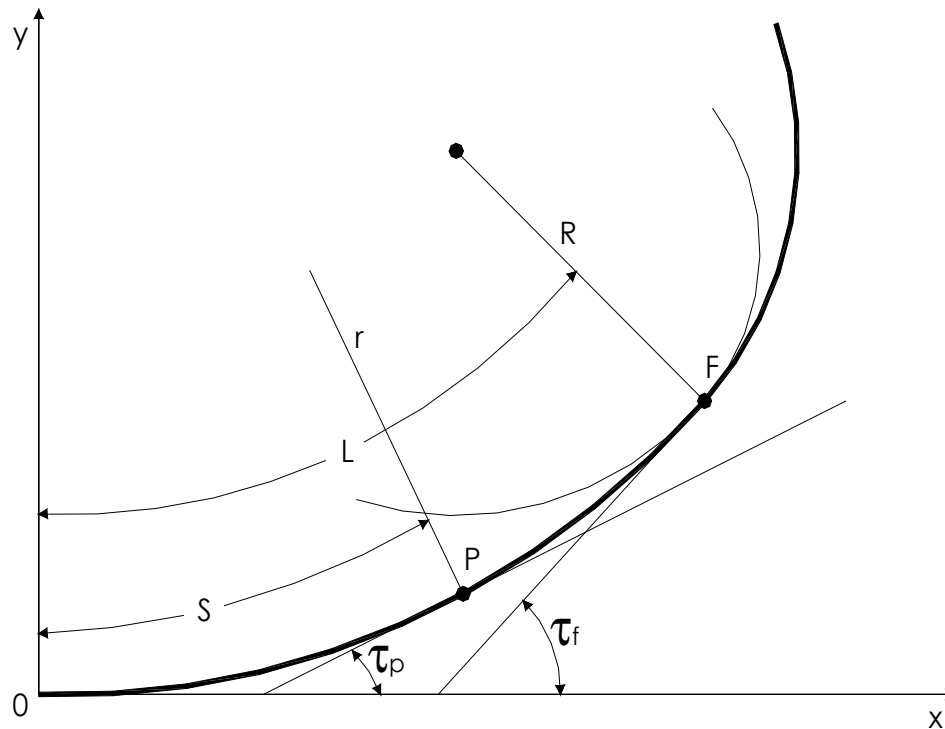


$$\left. \begin{aligned} \frac{s}{A^2} &= \frac{1}{r} \\ \frac{s_0}{A^2} &= \frac{1}{r_0} \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{A^2} = \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}}{s - s_0} = \frac{\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}}{s'}$$

$$\frac{\mathbf{p} \cdot \mathbf{v}}{A^2} = \frac{\frac{\mathbf{p}}{r} - \frac{\mathbf{p}}{r_0}}{\frac{s'}{v}} = \frac{\theta - \theta_0}{\Delta t} = \dot{\theta}$$

## La Clotoide (2)



**Clotoide**

$$\mathbf{r} * \mathbf{s} = \mathbf{A}^2$$

**r**, raggio puntuale

**s**, ascissa curvilinea

**A**, parametro di scala

**R**, raggio curva circolare

**L**, lunghezza clotoide

$\tau_f$  angolo di deviazione nel punto F

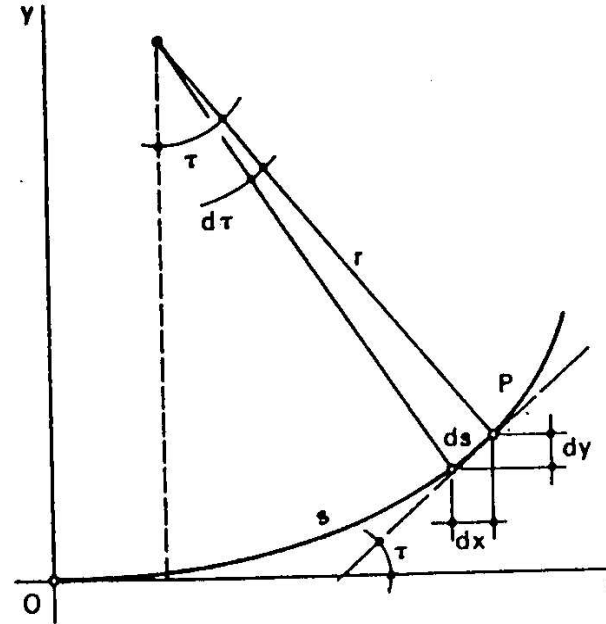
# Equazione cartesiana della clotoide (1)

$$dx = \cos \tau \, ds \quad dy = \sin \tau \, ds$$

Equazione intrinseca della clotoide  $r s = A^2$

$$d\tau = \frac{ds}{r} = \frac{s \cdot ds}{A^2} \quad \tau = \frac{s^2}{2 \cdot A^2} = \frac{s}{2 \cdot r} = \frac{A^2}{2 \cdot r^2}$$

$$s = A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \quad ds = A \frac{\sqrt{2}}{2} \tau^{-\frac{1}{2}} d\tau$$



$$x = \int_0^{\tau} dx = \int_0^{\tau} \cos \tau \cdot ds = \frac{A \sqrt{2}}{2} \cdot \int_0^{\tau} \tau^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos \tau \cdot d\tau = \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \int_0^{\tau} \tau^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - \dots\right) \cdot d\tau = \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \int_0^{\tau} \left(\tau^{-\frac{1}{2}} - \frac{\tau^{\frac{3}{2}}}{2!} + \dots\right) \cdot d\tau =$$

$$= \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \frac{\tau^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} + \dots \right]_0^{\tau} = \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \frac{\tau^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \dots \right]_0^{\tau} = A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \dots\right) \cong s$$

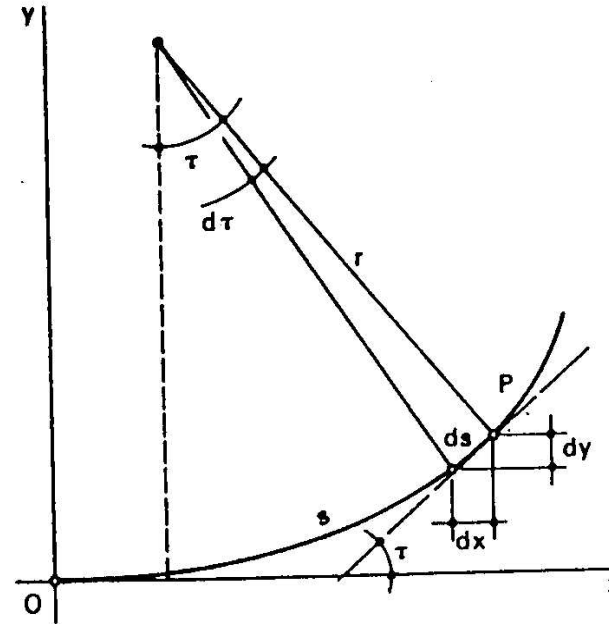
# Equazione cartesiana della clotoide (2)

$$dx = \cos \tau \, ds \quad dy = \sin \tau \, ds$$

Equazione intrinseca della clotoide  $r s = A^2$

$$d\tau = \frac{ds}{r} = \frac{s \cdot ds}{A^2} \quad \tau = \frac{s^2}{2 \cdot A^2} = \frac{s}{2 \cdot r} = \frac{A^2}{2 \cdot r^2}$$

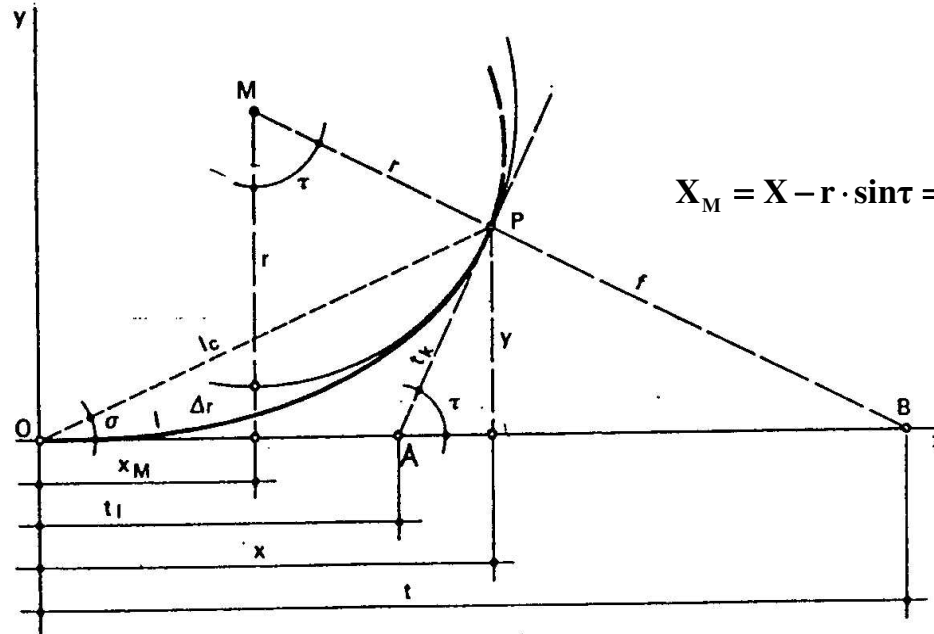
$$s = A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \quad ds = A \frac{\sqrt{2}}{2} \tau^{-\frac{1}{2}} d\tau$$



$$y = \int_0^\tau dy = \int_0^\tau \sin \tau \cdot ds = \frac{A \sqrt{2}}{2} \cdot \int_0^\tau \tau^{-\frac{1}{2}} \cdot \sin \tau \cdot d\tau = \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \int_0^\tau \tau^{-\frac{1}{2}} \cdot \left( \tau - \frac{\tau^3}{3!} + \frac{\tau^5}{5!} - \dots \right) \cdot d\tau = \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \int_0^\tau \left( \tau^{\frac{1}{2}} - \frac{\tau^{\frac{5}{2}}}{3!} + \dots \right) \cdot d\tau =$$

$$= \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \frac{\tau^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{1}{3!} \cdot \frac{\tau^{\frac{5}{2}+1}}{\frac{5}{2}+1} + \dots \right]_0^\tau = \frac{A \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \left[ \frac{\tau^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3!} \cdot \frac{\tau^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} + \dots \right]_0^\tau = A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( \frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - \dots \right) \cong \frac{s^2}{6 \cdot r}$$

# Elementi caratteristici della clotoide (3)

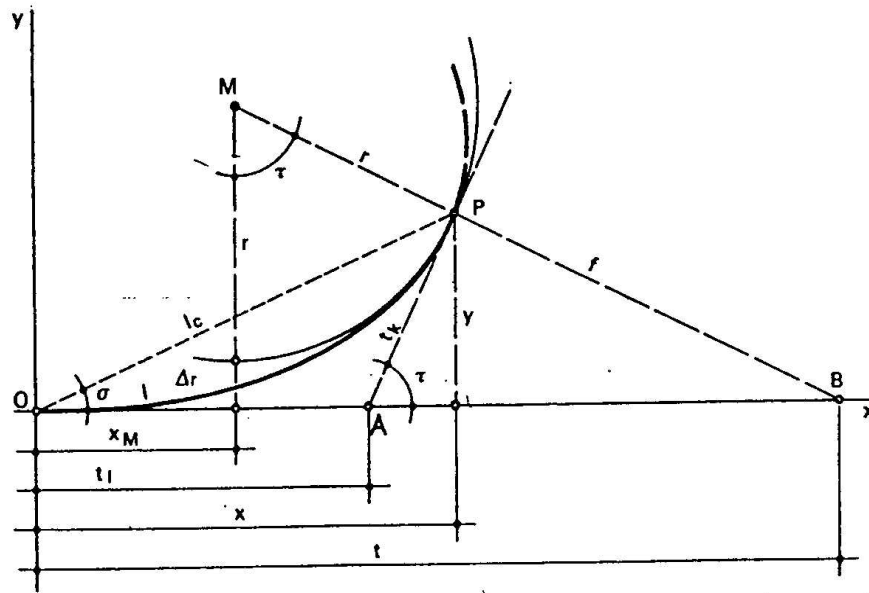


$$X_M = X - r \cdot \sin \tau = A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \dots \right) - r \cdot \left( \tau - \frac{\tau^3}{3!} + \frac{\tau^5}{5!} - \dots \right)$$

$$\begin{aligned} X_M &\cong A \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{10} \right) - r \cdot \left( \tau - \frac{\tau^3}{6} \right) = \frac{s}{\sqrt{2 \cdot \tau}} \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{10} \right) - \frac{s}{2 \cdot \tau} \cdot \left( \tau - \frac{\tau^3}{6} \right) = \\ &= \frac{s}{\sqrt{2 \cdot \tau}} \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{10} \right) - \frac{s}{2 \cdot \tau} \cdot \left( \tau - \frac{\tau^3}{6} \right) = \frac{s}{2} \left( 2 - \frac{\tau^2}{5} - 1 + \frac{\tau^2}{6} \right) = \frac{s}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{30} \right) = \frac{A^2}{2 \cdot r} \left( 1 - \frac{\tau^2}{30} \right) \end{aligned}$$

$$X_M = X - r \cdot \sin \tau \cong \frac{s}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{30} \right) = \frac{A^2}{2 \cdot r} \left( 1 - \frac{\tau^2}{30} \right)$$

# Elementi caratteristici della clotoide (4)



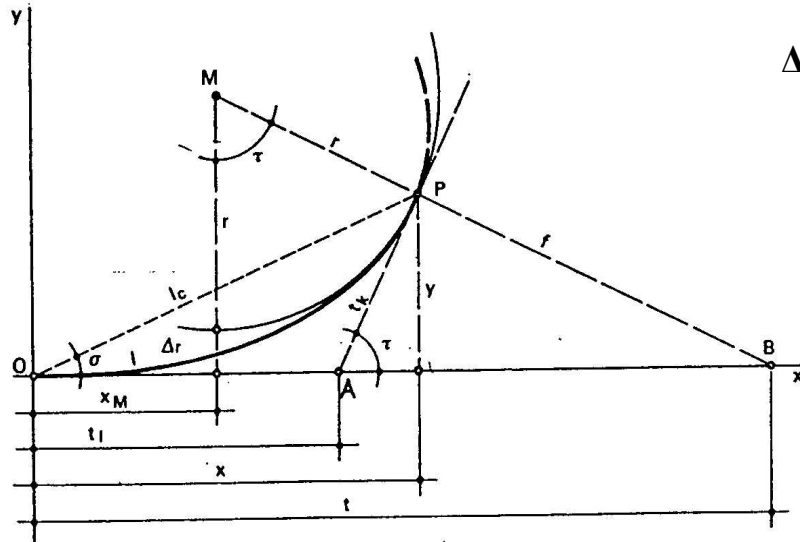
$$Y_M = Y + r \cdot \cos \tau = r + \Delta r$$

$$\Delta r = Y + r \cdot (\cos \tau - 1)$$

$$\begin{aligned} \Delta r = y + r \cdot (\cos \tau - 1) &= A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( \frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \dots \right) + r \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{2} + \frac{\tau^4}{24} - \dots - 1 \right) = \frac{s}{\sqrt{2 \cdot \tau}} \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( \frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \dots \right) + \frac{s}{2 \cdot \tau} \cdot \left( -\frac{\tau^2}{2} + \frac{\tau^4}{24} - \dots \right) \\ &= s \cdot \left( \frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \dots - \frac{\tau}{4} + \frac{\tau^3}{48} - \dots \right) = s \cdot \tau \cdot \left( \frac{1}{3} - \frac{\tau^2}{42} + \dots - \frac{1}{4} + \frac{\tau^2}{48} - \dots \right) \cong s \cdot \frac{s}{2 \cdot r} \cdot \left( \frac{1}{12} - \frac{\tau^2}{336} \right) = \frac{s^2}{24 \cdot r} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{28} \right) = \frac{A^4}{24 \cdot r^3} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{28} \right) \end{aligned}$$



# Elementi caratteristici della clotoide (5)



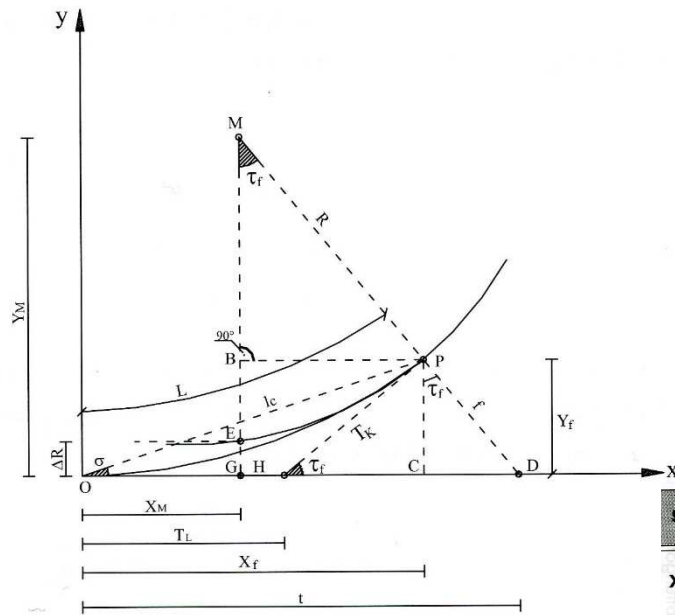
$$\Delta r = \frac{s^2}{24 \cdot r} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{28} + \frac{\tau^4}{1320} - \dots \right) = \frac{A^4}{24 \cdot r^3} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{28} + \frac{\tau^4}{1320} - \dots \right)$$

$$A = \sqrt[4]{\frac{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r}{\left( 1 - \frac{\tau^2}{28} + \frac{\tau^4}{1320} - \dots \right)}}$$

$$A \cong \sqrt[4]{\frac{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r}{\left( 1 - \frac{\tau^2}{28} \right)} \cdot \frac{\left( 1 + \frac{\tau^2}{28} \right)}{\left( 1 + \frac{\tau^2}{28} \right)}} = \sqrt[4]{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r \cdot \frac{\left( 1 + \frac{\tau^2}{28} \right)}{\left[ 1 - \frac{\tau^2}{28} \right]}} \cong \sqrt[4]{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r \cdot \left( 1 + \frac{\tau^2}{28} \right)} = \sqrt[4]{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r \cdot \left( 1 + \frac{s^2}{4 \cdot r^2 \cdot 28} \right)}$$

$$A \cong \sqrt[4]{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r \cdot \left( 1 + \frac{3}{14} \frac{s^2}{24 \cdot r^2} \right)} \cong \sqrt[4]{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r \cdot \left( 1 + \frac{3}{14} \frac{\Delta r}{r} \right)}$$

# Elementi caratteristici della clotoide (6)

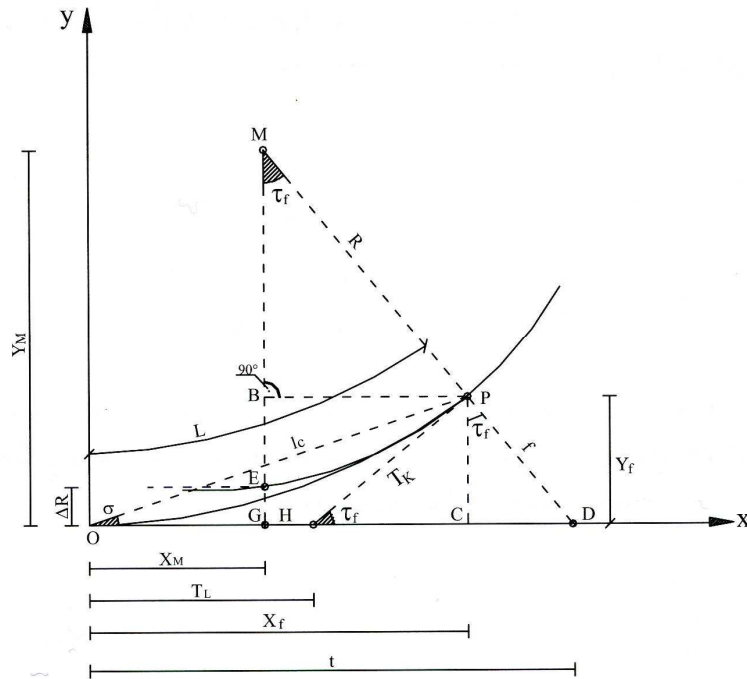


tangente lunga

$$t_l = x_f - y_f \cotg \tau_f$$

SIMBOLI	FORMULE ESATTE	FORMULE APPROSSIMATE
$x_f$	$A \cdot \sqrt{2\tau_f} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-2)}}{(4i-3) \cdot [(2i-2)!]} \right]$	$L$
$y_f$	$A \cdot \sqrt{2\tau_f} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-1)}}{(4i-1) \cdot [(2i-1)!]} \right]$	$\frac{L^2}{6R}$
$\Delta R$	$\frac{A^4}{24R^3} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{6 \cdot \tau_f^{(2i-2)}}{(2i)! \cdot (4i-1)} \right] = \frac{L^2}{24R} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{6 \cdot \tau_f^{(2i-2)}}{(2i)! \cdot (4i-1)} \right]$	$\frac{A^4}{24R^3} = \frac{L^2}{24R}$
$x_M$	$A \cdot \frac{\sqrt{2\tau_f}}{2} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-2)}}{(2i-1)! \cdot (4i-3)} \right]$	$\frac{L}{2}$
$y_M$	$A \cdot \frac{\sqrt{2\tau_f}}{2} \cdot \left[ \frac{1}{\tau_f} + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-1)}}{(2i)! \cdot (4i-1)} \right]$	$R + \frac{A^4}{24R^3} = R + \frac{L^2}{24R}$
$T_L$	$T_L = A \cdot \sqrt{2\tau_f} \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} \cdot \tau_f^{(2i-2)}}{(4i-3) \cdot [(2i-2)!]} - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1} \cdot \tau_f^{(2i-1)}}{(4i-1) \cdot [(2i-1)!]} \times \left[ \frac{\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-2)}}{(2i-2)!}}{\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-1)}}{(2i-1)!}} \right] \right\}$	$\frac{2}{3} \cdot L$

# Elementi caratteristici della clotoide (7)



**tangente corta**  $t_k = y_f / \text{sen} \tau_f$   
**lunghezza della corda**  $l_c = x_f / \text{cos} \sigma$   
**angolo  $\sigma = \text{arctg } y_f / x_f$**

SIMBOLI	FORMULE ESATTE	FORMULE APPROSSIMATE
$T_k$	$\frac{A \cdot \sqrt{2\tau_f} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-1)}}{(4i-1) \cdot [(2i-1)!]} \right]}{\left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-1)}}{(2i-1)!} \right]}$	$\frac{1}{3} \cdot L$
$\sigma$	$\text{arctg} \left[ \frac{\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-1)}}{(4i-1) \cdot [(2i-1)!]} \right]}{\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-2)}}{(4i-3) \cdot [(2i-2)!]}}$	$\text{arctg} \left( \frac{A^2}{6R^2} \right)$
$l_c$	$l_c = \left\{ \frac{A \cdot \sqrt{2\tau_f} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-1)}}{(4i-1) \cdot [(2i-1)!]}}{\left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-1)}}{(4i-1) \cdot [(2i-1)!]} \right]} \right\} \cdot \left[ \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \cdot \frac{\tau_f^{(2i-2)}}{(4i-3) \cdot [(2i-2)!]} \right]$	$L$

# Tabelle per la clotoide unitaria

APPENDICE "A" - n = 1,00

s	$\tau^c$	$x_f$	$y_f$	$x_M$	$y_M$	$\Delta r$	$t_L$	$t_K$	r	$\sigma^c$	$l_c$
0.005	0.000796	0.005000	0.000000	0.002500	200.000000	0.000000	0.003333	0.001667	200.000000	0.000265	0.005000
0.010	0.003183	0.010000	0.000000	0.005000	100.000000	0.000000	0.006667	0.003333	100.000000	0.001061	0.010000
0.015	0.007162	0.015000	0.000001	0.007500	66.666667	0.000000	0.010000	0.005000	66.666667	0.002387	0.015000
0.020	0.012732	0.020000	0.000001	0.010000	50.000000	0.000000	0.013333	0.006667	50.000000	0.004244	0.020000
0.025	0.019894	0.025000	0.000003	0.012500	40.000001	0.000001	0.016667	0.008333	40.000000	0.006631	0.025000
0.030	0.028648	0.030000	0.000004	0.015000	33.333334	0.000001	0.020000	0.010000	33.333333	0.009549	0.030000
0.035	0.038993	0.035000	0.000007	0.017500	28.571430	0.000002	0.023333	0.011667	28.571429	0.012998	0.035000
0.040	0.050930	0.040000	0.000011	0.020000	25.000003	0.000003	0.026667	0.013333	25.000000	0.016977	0.040000
0.045	0.064458	0.045000	0.000015	0.022500	22.222226	0.000004	0.030000	0.015000	22.222222	0.021486	0.045000
0.050	0.079577	0.050000	0.000021	0.025000	20.000005	0.000005	0.033333	0.016667	20.000000	0.026526	0.050000
0.055	0.096289	0.055000	0.000028	0.027500	18.181825	0.000007	0.036667	0.018333	18.181818	0.032096	0.055000
0.060	0.114592	0.060000	0.000036	0.030000	16.666676	0.000009	0.040000	0.020000	16.666667	0.038197	0.060000
0.065	0.134486	0.065000	0.000046	0.032500	15.384627	0.000011	0.043333	0.021667	15.384615	0.044829	0.065000
0.070	0.155972	0.070000	0.000057	0.035000	14.285729	0.000014	0.046667	0.023333	14.285714	0.051991	0.070000
0.075	0.179049	0.075000	0.000070	0.037500	13.333351	0.000018	0.050000	0.025000	13.333333	0.059683	0.075000
0.080	0.203718	0.080000	0.000085	0.040000	12.500021	0.000021	0.053333	0.026667	12.500000	0.067906	0.080000
0.085	0.229979	0.085000	0.000102	0.042500	11.764731	0.000026	0.056667	0.028333	11.764706	0.076660	0.085000
0.090	0.257831	0.090000	0.000121	0.045000	11.111141	0.000030	0.060000	0.030000	11.111111	0.085944	0.090000
0.095	0.287275	0.095000	0.000143	0.047500	10.526352	0.000036	0.063333	0.031667	10.526316	0.095758	0.095000
0.100	0.318310	0.100000	0.000167	0.050000	10.000042	0.000042	0.066667	0.033333	10.000000	0.106103	0.100000
0.105	0.350937	0.105000	0.000193	0.052500	9.523858	0.000048	0.070000	0.035000	9.523810	0.116979	0.105000
0.110	0.385155	0.110000	0.000222	0.055000	9.090965	0.000055	0.073333	0.036667	9.090909	0.128385	0.110000
0.115	0.420965	0.114999	0.000253	0.057500	8.695716	0.000063	0.076667	0.038333	8.695652	0.140322	0.115000

$$s = \frac{L}{A} = \frac{A}{R} \uparrow \uparrow \tau^c = \frac{L}{2 \cdot R} \frac{200}{\pi} \uparrow r = \frac{R}{A}$$

# Esempio utilizzo Tabelle

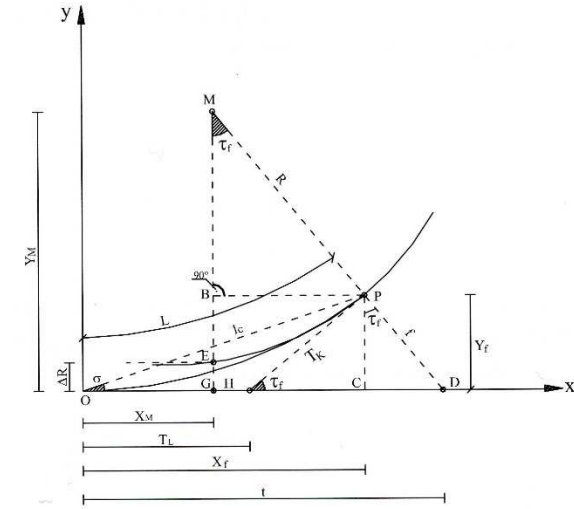
**A = 272 m; R = 340 m**

$$r = \frac{R}{A} = \frac{340}{272} = 1,25$$



(segue) APPENDICE "A" - n = 1,00

s	$r^c$	$x_f$	$y_f$	$x_M$	$y_M$	$\Delta r$	$t_L$	$t_k$	r	$\sigma^c$	$l_c$
0.695	15.375163	0.690957	0.055718	0.346825	1.452807	0.013958	0.464757	0.232961	1.438849	5.122520	0.693200
0.700	15.597184	0.695810	0.056922	0.349301	1.442832	0.014261	0.468142	0.234676	1.428571	5.196416	0.698134
0.705	15.820797	0.700658	0.058143	0.351776	1.433008	0.014568	0.471529	0.236391	1.418440	5.270838	0.703067
0.710	16.046001	0.705503	0.059382	0.354250	1.423330	0.014879	0.474918	0.238108	1.408451	5.345786	0.707997
0.715	16.272797	0.710342	0.060637	0.356723	1.413796	0.015195	0.478308	0.239826	1.398601	5.421261	0.712926
0.720	16.501184	0.715178	0.061910	0.359195	1.404404	0.015515	0.481700	0.241546	1.388889	5.497261	0.717852
0.725	16.731163	0.720008	0.063200	0.361667	1.395149	0.015839	0.485094	0.243268	1.379310	5.573788	0.722777
0.730	16.962734	0.724834	0.064508	0.364138	1.386031	0.016168	0.488489	0.244991	1.369863	5.650840	0.727699
0.735	17.195896	0.729655	0.065833	0.366608	1.377046	0.016501	0.491886	0.246715	1.360544	5.728419	0.732619
0.740	17.430649	0.734472	0.067177	0.369077	1.368191	0.016839	0.495285	0.248441	1.351351	5.806522	0.737537
0.745	17.666994	0.739283	0.068537	0.371546	1.359463	0.017182	0.498685	0.250169	1.342282	5.885152	0.742453
0.750	17.904931	0.744089	0.069916	0.374013	1.350862	0.017529	0.502088	0.251899	1.333333	5.964306	0.747367
0.755	18.144459	0.748890	0.071313	0.376480	1.342383	0.017880	0.505492	0.253630	1.324503	6.043986	0.752278
0.760	18.385579	0.753686	0.072728	0.378946	1.334026	0.018236	0.508898	0.255363	1.315789	6.124190	0.757186
0.765	18.628290	0.758476	0.074161	0.381411	1.325787	0.018597	0.512306	0.257098	1.307190	6.204920	0.762093
0.770	18.872593	0.763261	0.075613	0.383875	1.317664	0.018963	0.515716	0.258835	1.298701	6.286174	0.766997
0.775	19.118488	0.768040	0.077082	0.386338	1.309655	0.019333	0.519129	0.260573	1.290323	6.367953	0.771898
0.780	19.365973	0.772813	0.078571	0.388800	1.301759	0.019708	0.522543	0.262313	1.282051	6.450256	0.776797
0.785	19.615051	0.777580	0.080078	0.391261	1.293973	0.020087	0.525960	0.264056	1.273885	6.533084	0.781693
0.790	19.865720	0.782342	0.081603	0.393721	1.286295	0.020472	0.529378	0.265800	1.265823	6.616435	0.786586
0.795	20.117981	0.787097	0.083148	0.396180	1.278723	0.020861	0.532799	0.267547	1.257862	6.700310	0.791477
0.800	20.371833	0.791847	0.084711	0.398639	1.271255	0.021255	0.536222	0.269295	1.250000	6.784710	0.796365
0.805	20.627276	0.796590	0.086294	0.401096	1.263891	0.021655	0.539648	0.271046	1.242236	6.869632	0.801250



$$L = s \cdot A = 0,800 \cdot 272 = 217,60 \text{ m}$$

$$X_f = x_f \cdot A = 215,382 \text{ m}$$

$$Y_f = y_f \cdot A = 23,04 \text{ m}$$

$$X_M = x_M \cdot A = 108,42 \text{ m}$$

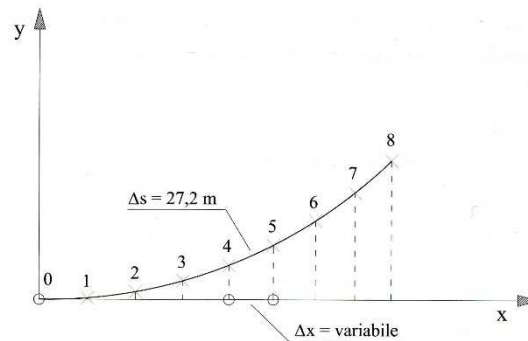
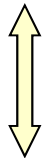
$$Y_M = y_M \cdot A = 345,78 \text{ m}$$

$$\Delta R = \Delta r \cdot A = 5,78 \text{ m}$$

# Esempio tracciamento clotoide

$$\Delta S = \frac{L}{8} = \frac{217,60}{8} = 27,20$$

$$\Delta s = \frac{\Delta S}{A} = \frac{27,2}{272} = 0,10$$



APPENDICE "A" - n = 1,00

s	c°	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	x <sub>M</sub>	y <sub>M</sub>	Δr	t <sub>L</sub>	t <sub>k</sub>	r	σ°	t <sub>c</sub>
0.005	0.000796	0.005000	0.000000	0.002500	200.000000	0.000000	0.003333	0.001667	200.000000	0.000265	0.005000
0.010	0.003183	0.010000	0.000000	0.005000	100.000000	0.000000	0.006667	0.003333	100.000000	0.001061	0.010000
0.015	0.007162	0.015000	0.000001	0.007500	66.666667	0.000000	0.010000	0.005000	66.666667	0.002387	0.015000
0.020	0.012732	0.020000	0.000001	0.010000	50.000000	0.000000	0.013333	0.006667	50.000000	0.004244	0.020000
0.025	0.019894	0.025000	0.000003	0.012500	40.000001	0.000001	0.016667	0.008333	40.000000	0.006631	0.025000
0.030	0.028648	0.030000	0.000004	0.015000	33.333334	0.000001	0.020000	0.010000	33.333333	0.009549	0.030000
0.035	0.038993	0.035000	0.000007	0.017500	28.571430	0.000002	0.023333	0.011667	28.571429	0.012998	0.035000
0.040	0.050930	0.040000	0.000011	0.020000	25.000003	0.000003	0.026667	0.013333	25.000000	0.016977	0.040000
0.045	0.064458	0.045000	0.000015	0.022500	22.222226	0.000004	0.030000	0.015000	22.222222	0.021486	0.045000
0.050	0.079577	0.050000	0.000021	0.025000	20.000005	0.000005	0.033333	0.016667	20.000000	0.026526	0.050000
0.055	0.096289	0.055000	0.000028	0.027500	18.181825	0.000007	0.036667	0.018333	18.181818	0.032096	0.055000
0.060	0.114592	0.060000	0.000036	0.030000	16.666676	0.000009	0.040000	0.020000	16.666667	0.038197	0.060000
0.065	0.134486	0.065000	0.000046	0.032500	15.384627	0.000011	0.043333	0.021667	15.384615	0.044829	0.065000
0.070	0.155972	0.070000	0.000057	0.035000	14.285729	0.000014	0.046667	0.023333	14.285714	0.051991	0.070000
0.075	0.179049	0.075000	0.000070	0.037500	13.333351	0.000018	0.050000	0.025000	13.333333	0.059683	0.075000
0.080	0.203718	0.080000	0.000085	0.040000	12.500021	0.000021	0.053333	0.026667	12.500000	0.067906	0.080000
0.085	0.229979	0.085000	0.000102	0.042500	11.764731	0.000026	0.056667	0.028333	11.764706	0.076660	0.085000
0.090	0.257831	0.090000	0.000121	0.045000	11.111141	0.000030	0.060000	0.030000	11.111111	0.085944	0.090000
0.095	0.287275	0.095000	0.000143	0.047500	10.526352	0.000036	0.063333	0.031667	10.526316	0.095758	0.095000
0.100	0.318310	0.100000	0.000167	0.050000	10.000042	0.000042	0.066667	0.033333	10.000000	0.106103	0.100000
0.105	0.350937	0.105000	0.000193	0.052500	9.523858	0.000048	0.070000	0.035000	9.523810	0.116979	0.105000
0.110	0.385155	0.110000	0.000222	0.055000	9.090965	0.000055	0.073333	0.036667	9.090909	0.128385	0.110000
0.115	0.420965	0.114999	0.000253	0.057500	8.695716	0.000063	0.076667	0.038333	8.695652	0.140322	0.115000

PUNTO	s	COORD. CARTESIANE	
		X (m)	Y (m)
0	0,00	0,00	0,00
1	0,10	27,20	0,04
2	0,20	54,40	0,36
3	0,30	81,58	1,22
4	0,40	108,73	2,90
5	0,50	135,79	5,66
6	0,60	162,67	9,77
7	0,70	189,26	15,48
8	0,80	215,38	23,04

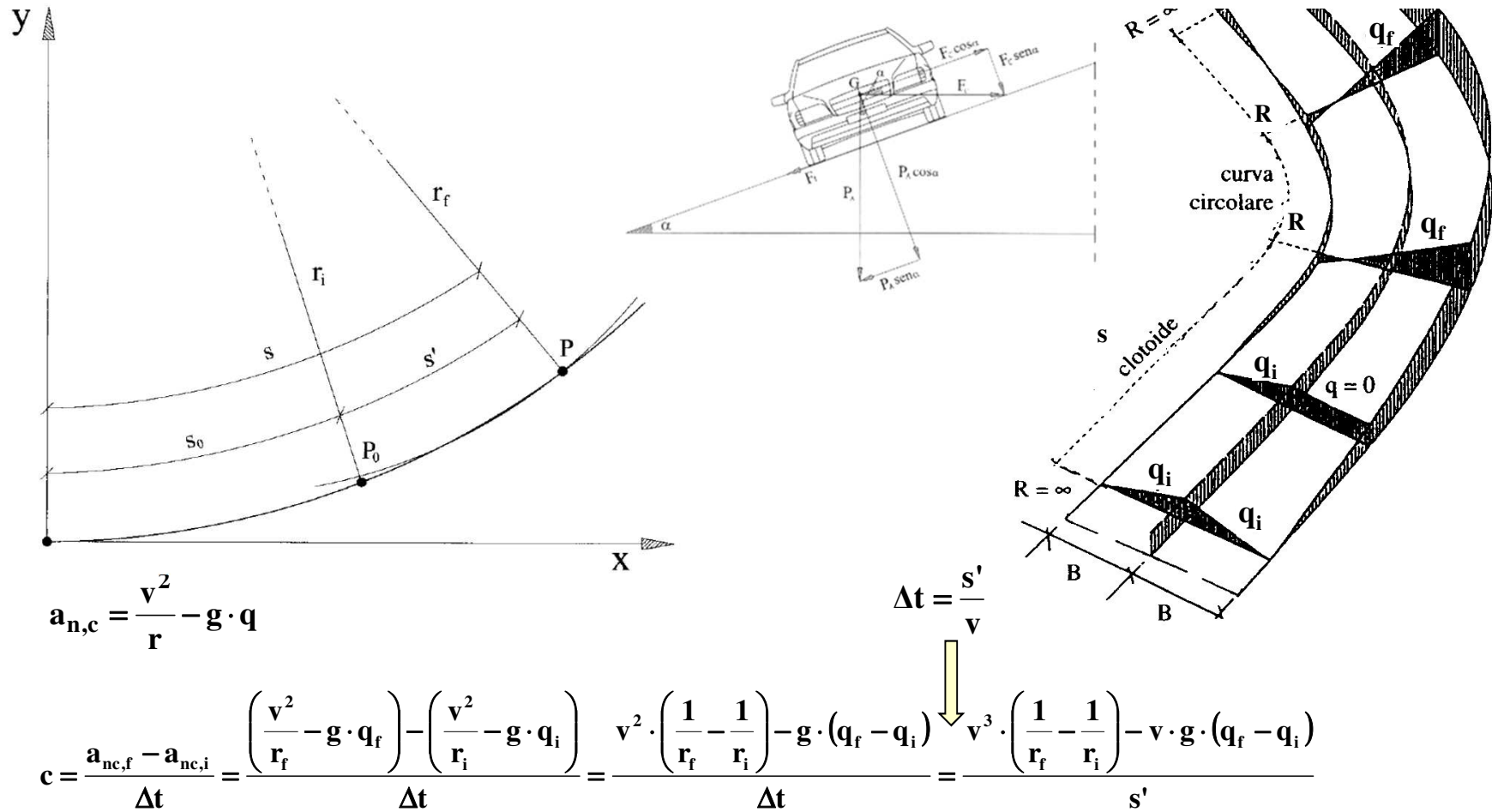
# Scelta del parametro A

Le clotoidi vengono inserite nel tracciato in modo da garantire:

- una variazione di accelerazione centrifuga non compensata (contraccollo) contenuta entro valori accettabili (criterio dinamico);
- una limitazione della pendenza (o sovrapendenza) longitudinale delle linee di estremità della piattaforma (criterio costruttivo);
- la percezione ottica corretta dell'andamento del tracciato (criterio ottico).

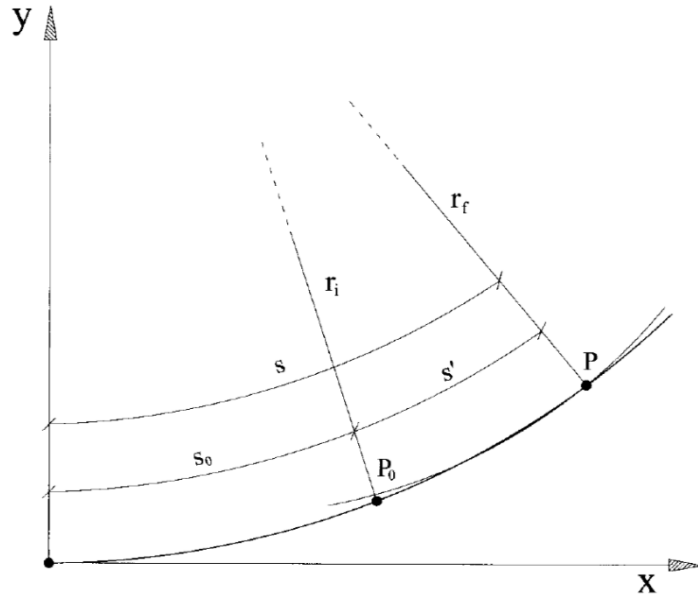
# Criterio di verifica del contraccollo (1)

**Criterio 1 (Limitazione del contraccollo):** Lungo un arco di clotoide si vuole una graduale variazione dell'accelerazione trasversale non compensata nel tempo (contraccollo c).





# Criterio di verifica del contraccollo (2)



$$\frac{s}{A^2} = \frac{1}{r_f}$$

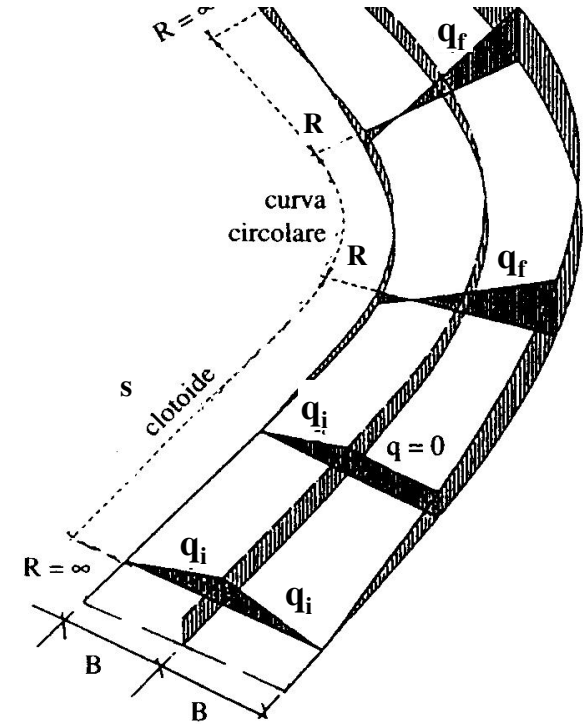
$$\frac{s_0}{A^2} = \frac{1}{r_i}$$

$$\frac{s'}{A^2} = \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}$$

$$c = \frac{v^3 \cdot \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) - v \cdot g \cdot (q_f - q_i)}{s'} = \frac{v^3}{A^2} - \frac{v \cdot g \cdot (q_f - q_i)}{A^2 \cdot \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)}$$

$$A^2 = \frac{v^3}{c} - \frac{v \cdot g \cdot (q_f - q_i)}{c \cdot \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)}$$

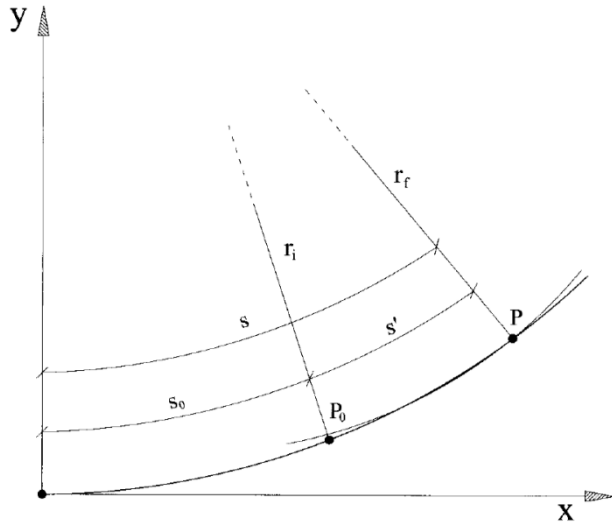
$$A = \sqrt{\frac{v^3}{c} - \frac{v \cdot g \cdot (q_f - q_i)}{c \cdot \left( \frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right)}}$$



Per  $r_i = \infty$  e  $r_f = R$

$$A = \sqrt{\frac{v^3}{c} - v \cdot g \cdot R \cdot \frac{q_f - q_i}{c}}$$

# Criterio di verifica del contraccollo (3)



$$A = \sqrt{\frac{v^3}{c} - v \cdot g \cdot R \cdot \frac{q_f - q_i}{c}}$$

$$c = \frac{\partial a_{nc}}{\partial t} \leq \frac{14}{v} = \frac{50,4}{V} = c_{max} \quad \left[ \frac{m}{s^3} \right]$$

[m/s]    [km/h]

$$A \geq A_{min} = \sqrt{\frac{v^3}{c}} = v^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{14}} = \frac{V^2}{3,6^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{14}} = 0,021 \cdot V^2 \quad [V = km/h]$$

$$\frac{1}{A^2} = \frac{1}{r_f \cdot s}$$

$$\frac{1}{A^2} = \frac{\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}}{s - s_0} = \frac{\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}}{s'}$$

$$\frac{v^3}{A^2} = \frac{\frac{v^2}{r_f} - \frac{v^2}{r_i}}{\frac{s'}{v}} = \frac{\Delta a_{nc}}{\Delta t} = c$$

$$\dot{\theta} = p \cdot v \cdot \frac{1}{A^2}$$

$$\dot{\theta} = p \cdot v \cdot \frac{c}{v^3} = p \cdot \frac{c}{v^2}$$

# Criterio di verifica del contraccollo (4)

$$r \cdot s^n = A^{n+1}$$

$$a_t = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2 \cdot s^n}{A^{n+1}}$$

$$c = v^3 \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} = \frac{v^3 \cdot n \cdot s^{n-1}}{A^{n+1}}$$

$$R \cdot L^n = A^{n+1}$$

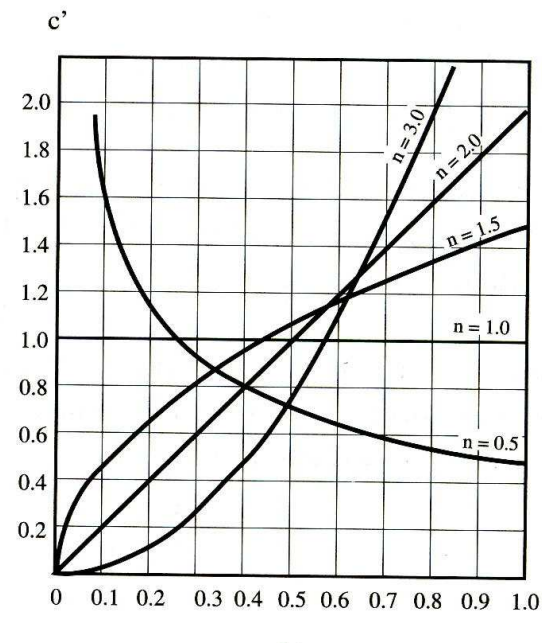
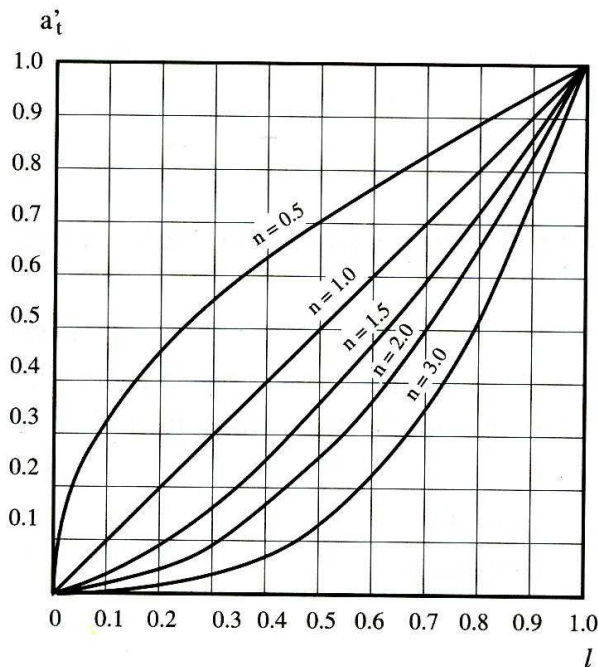
$$l = \frac{s}{L}$$

$$a_t = \frac{v^2}{R} \cdot l^n$$

$$a'_t = \frac{R \cdot a_t}{v^2} = l^n$$

$$c = \frac{v^3 \cdot n \cdot l^{n-1}}{R \cdot L}$$

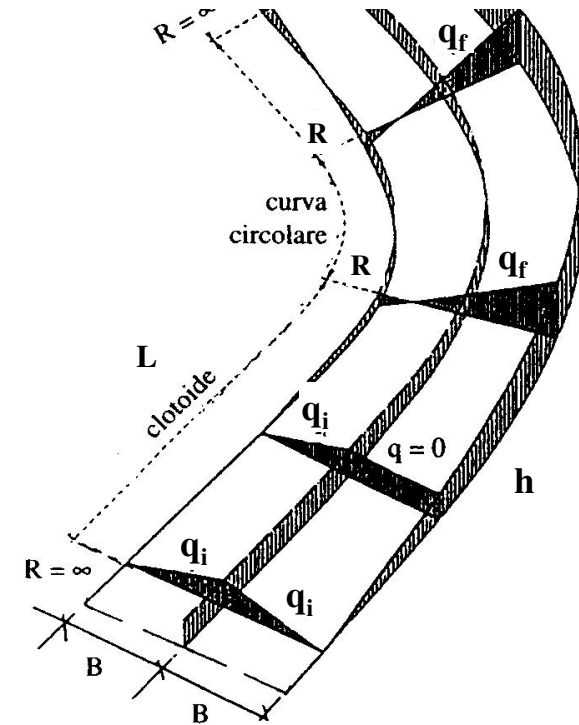
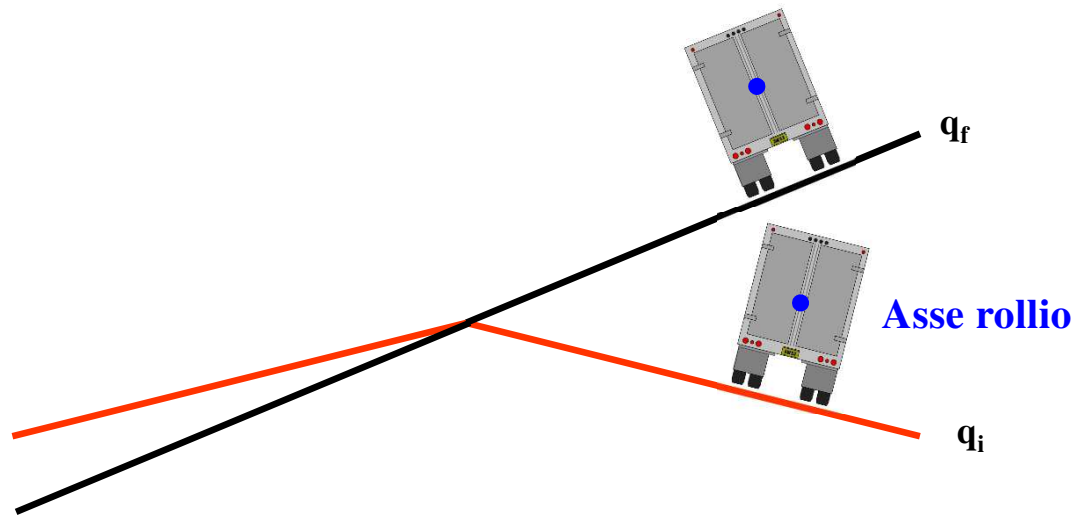
$$c' = \frac{c \cdot R \cdot L}{v^3} = n \cdot l^{n-1}$$



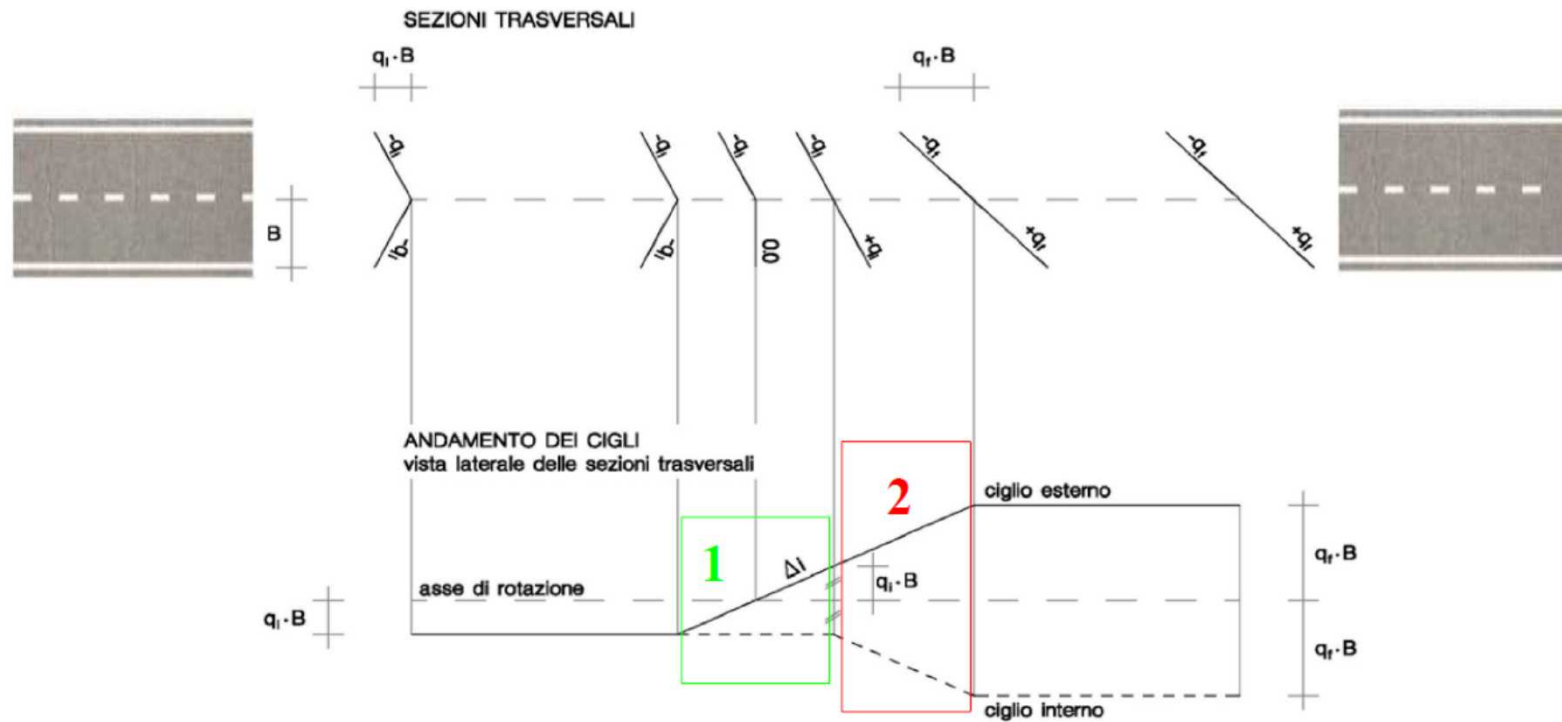
# Criterio di verifica della sovrappendenza (1)

**Criterio 2 (Limitazione della sovrappendenza longitudinale):**  
Nelle sezioni di estremità di un arco di clotoide la piattaforma stradale presenta differenti assetti trasversali, che vanno raccordati longitudinalmente, introducendo una pendenza (o una sovrappendenza) nelle linee di estremità della piattaforma.

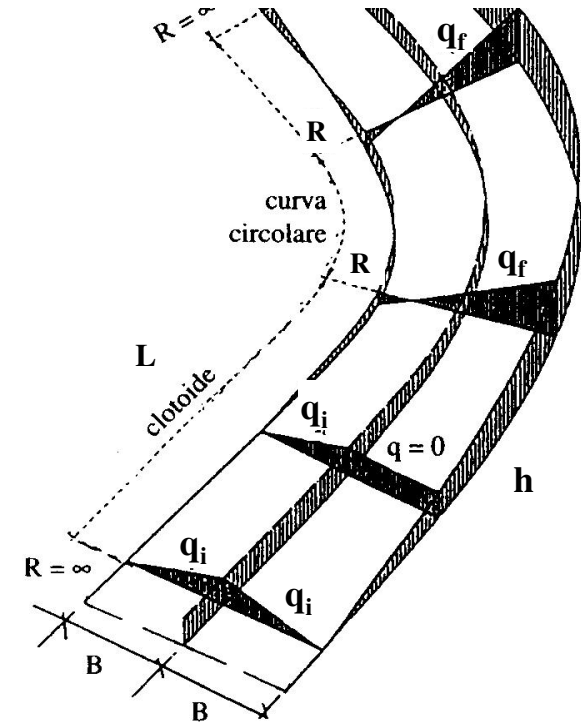
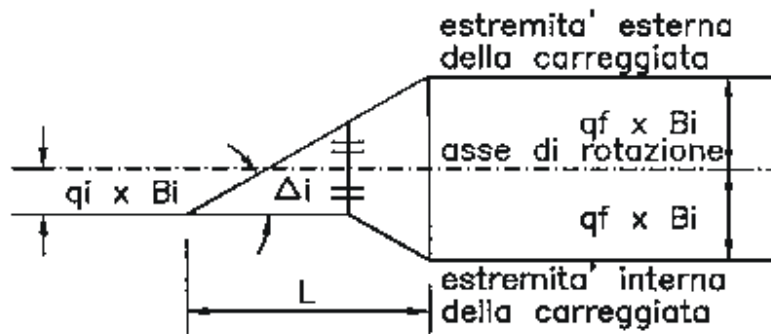
Per ragioni dinamiche (cioè per limitare la velocità di rotazione trasversale dei veicoli – velocità di rollio) la pendenza (o sovrappendenza) longitudinale  $\Delta i$  [%] delle estremità della carreggiata, o di parte di essa, non può superare un valore massimo.



# Criterio di verifica della sovrappendenza (2)



# Criterio di verifica della sovrappendenza (3)



$$\dot{q} = \frac{dq}{dt} = \frac{d(h/B)}{dt} = \frac{dh}{B \cdot ds} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{d(\Delta i \cdot s)}{B \cdot ds} \cdot v = \frac{\Delta i \cdot v}{B} \leq 0,05 \text{ rad/s}$$

$$\Delta i_{\max} \leq 0,05 \cdot 100 \frac{B}{v} \cong 18 \frac{B}{V} \quad [\%]$$

$$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ [\text{m/s}] & [\text{km/h}] \end{matrix}$$

## Criterio di verifica della sovrappendenza (4)

$$\frac{1}{A^2} = \frac{\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i}}{s_f - s_i} = \frac{\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i}}{\frac{\Delta h}{\Delta i/100}} = \frac{\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i}}{B \cdot (q_f - q_i) / (\Delta i/100)}$$

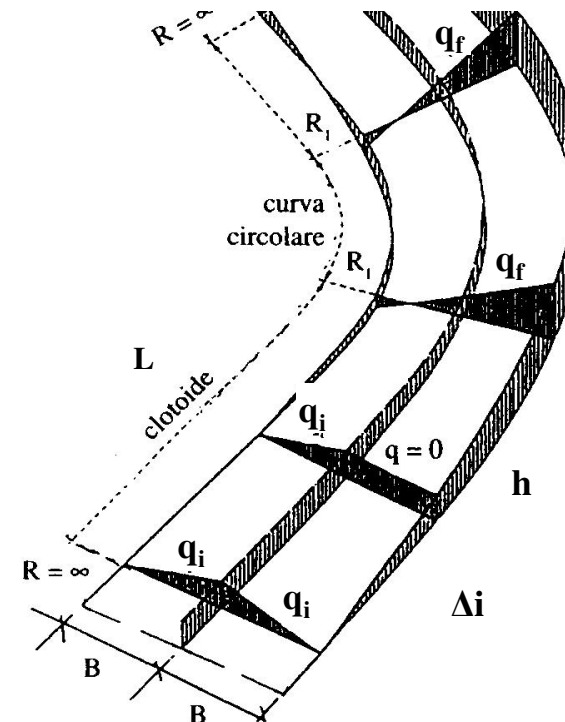
$$A \geq A_{\min} = \sqrt{\frac{B \cdot (q_f - q_i)}{\left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i}\right) \cdot \frac{\Delta i_{\max}}{100}}}$$

$$A \geq A_{\min} = \sqrt{\frac{R \cdot B \cdot (q_f - q_i)}{\Delta i_{\max} / 100}}$$

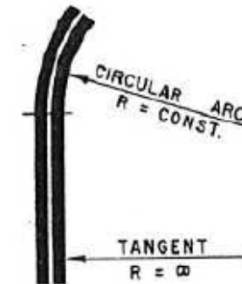
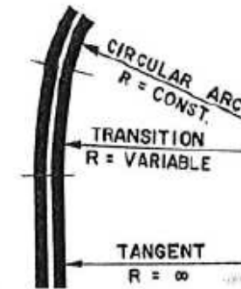
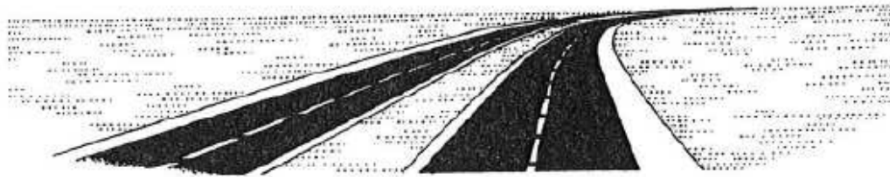
$$A \geq A_{\min} = \sqrt{\frac{R}{\Delta i_{\max}} \cdot 100 \cdot B \cdot (q_f + q_i)}$$

Se  $R_f = R$  e  $R_i = \infty$

Valida per  $q_i$  in contropendenza,  
e valori pendenze senza segno



# Criterio di verifica ottica (1)





## Criterio di verifica ottica (2)

**Criterio 3 (ottico):** per percepire otticamente il raccordo deve essere verificata la relazione

$$3^\circ \cong \frac{1}{18} \leq \tau_f = \frac{A^2}{2 \cdot R^2} \quad A \geq R/3; L \geq R/9$$

$$A = \sqrt[4]{24 \cdot R^3 \cdot \Delta R} \geq \sqrt[4]{24 \cdot R^3 \cdot 0,25}$$

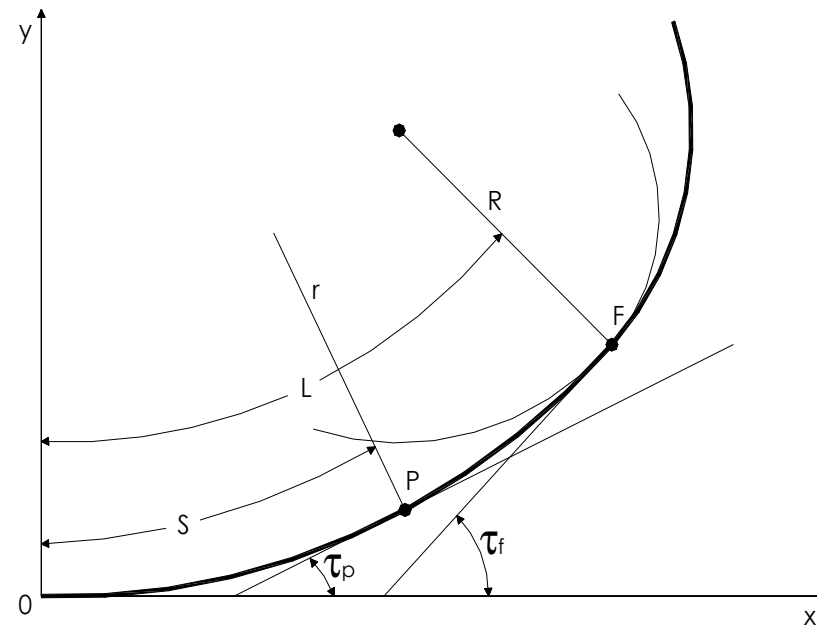
(norma Australiana)

Inoltre per la percezione dell'arco di cerchio deve essere

$$29^\circ \cong \frac{1}{2} \geq \tau_f = \frac{A^2}{2 \cdot R^2} \quad A \leq R; L \leq R$$

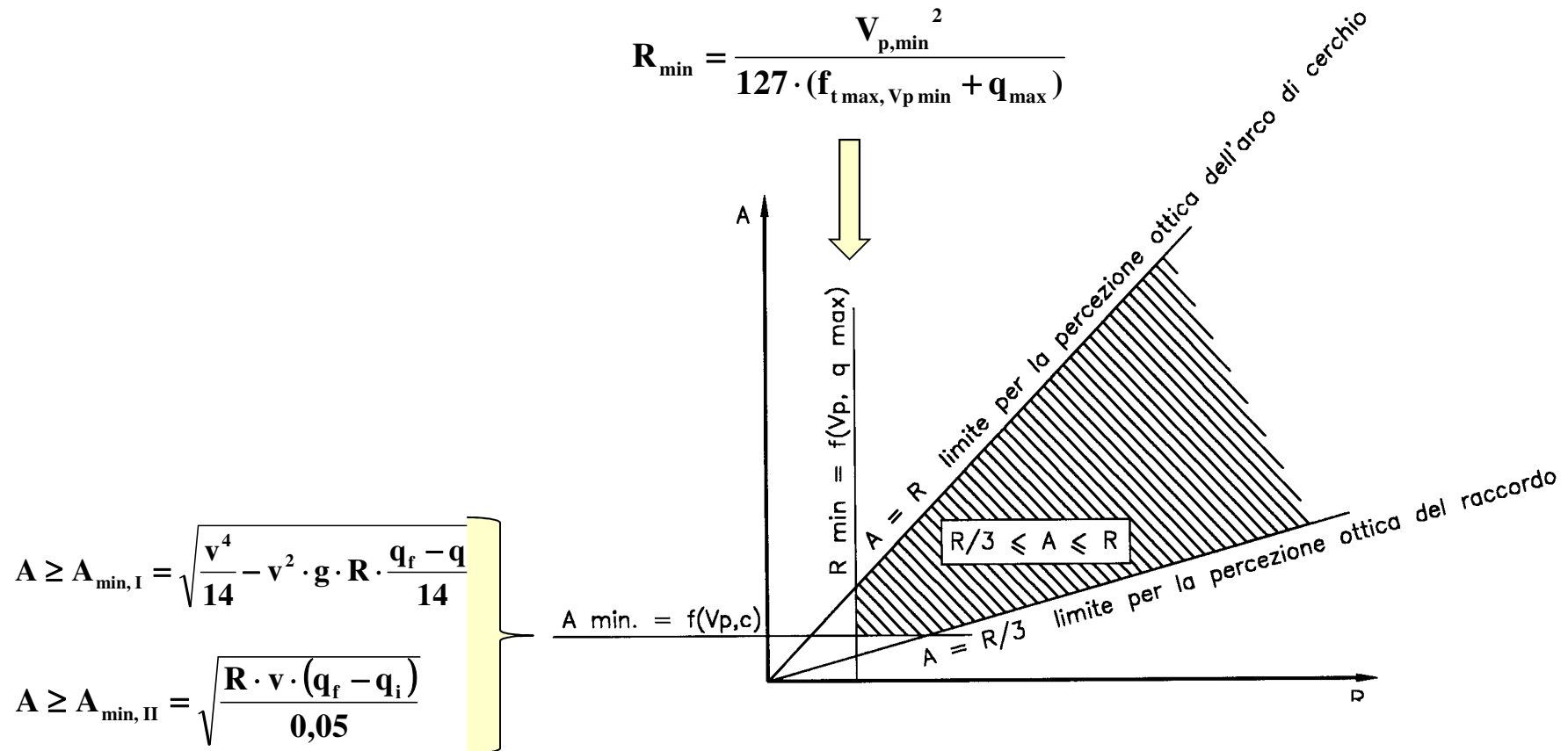
$$A = \sqrt[4]{24 \cdot R^3 \cdot \Delta R} \leq \sqrt[4]{24 \cdot R^3 \cdot 1}$$

(norma Inglese)

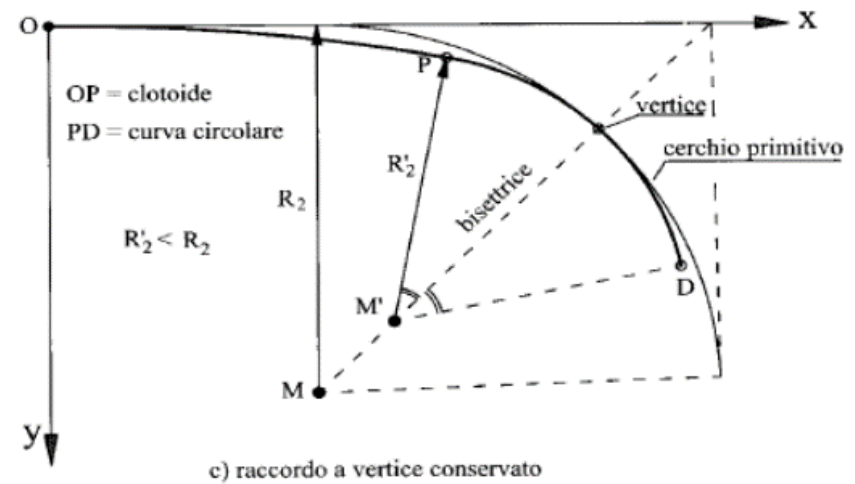
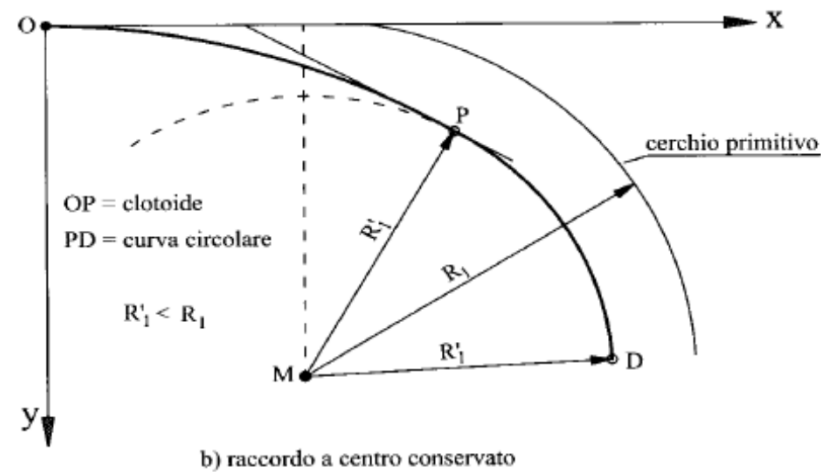
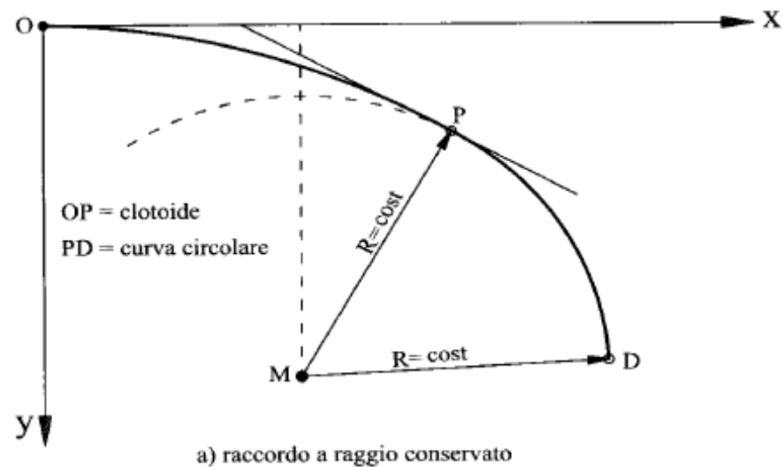


# Criterio di verifica ottica (3)

**Criterio 3 (ottico):** per percepire otticamente il raccordo deve essere verificata la relazione  $A \geq R/3$  ( $A \geq Ri/3$  nel caso di continuità), inoltre per la percezione dell'arco di cerchio deve essere  $A \leq R$



# Inserimento della clotoide nel tracciato (1)



# Inserimento della clotoide nel tracciato (2)

## CLOTOIDE DI TRANSIZIONE

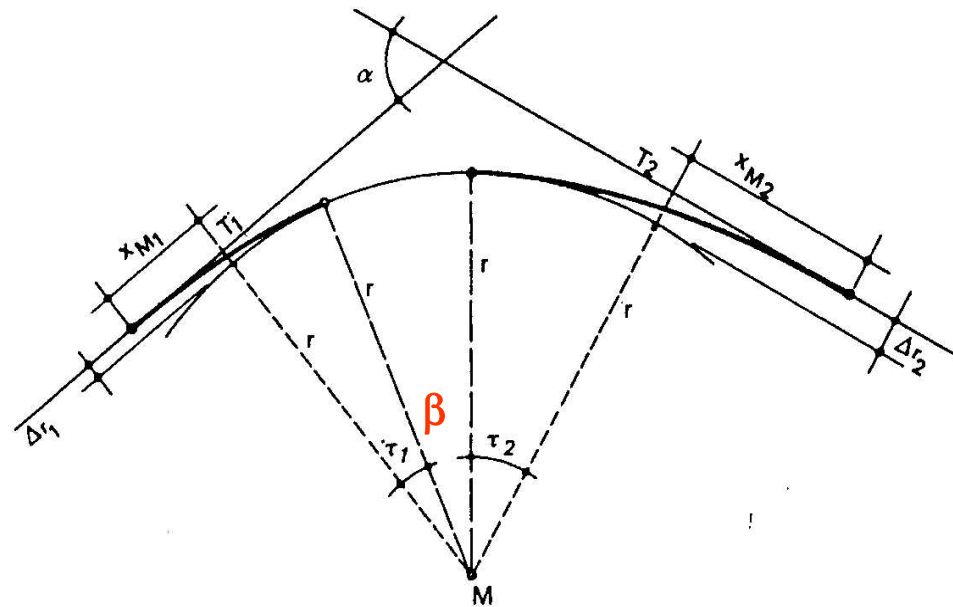
$$A_1 = \sqrt[4]{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r_1 \cdot \left(1 + \frac{3}{14} \frac{\Delta r_1}{r}\right)}$$

$$A_2 = \sqrt[4]{24 \cdot r^3 \cdot \Delta r_2 \cdot \left(1 + \frac{3}{14} \frac{\Delta r_2}{r}\right)}$$

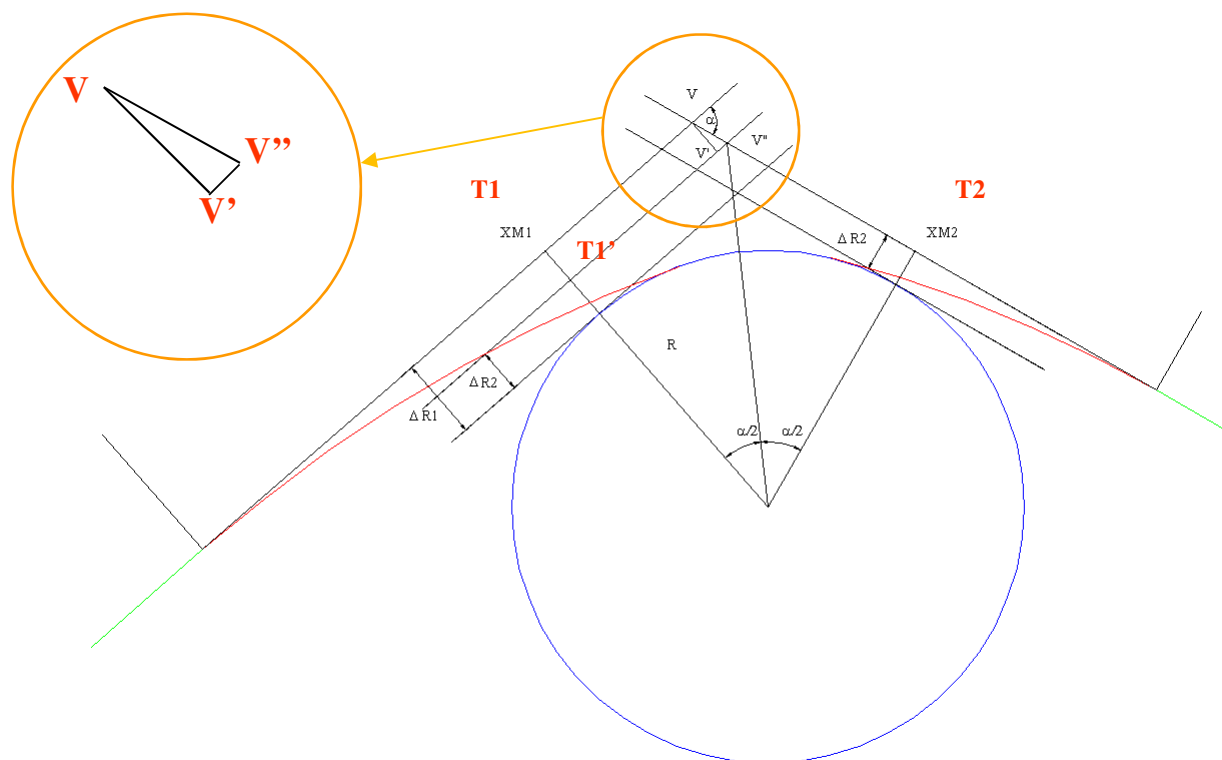
$$\tau_1 = \frac{A_1^2}{2 \cdot r^2} \quad \tau_2 = \frac{A_2^2}{2 \cdot r^2}$$

$$\tau_1 + \tau_2 \leq \alpha \quad \beta = \alpha - \tau_1 - \tau_2$$

$$\Delta r = \frac{s^2}{24 \cdot r} \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{28}\right) = \frac{A^4}{24 \cdot r^3} \cdot \left(1 - \frac{\tau^2}{28}\right)$$



## Inserimento della clotoide nel tracciato (3)



$$VV' = \Delta R_1 - \Delta R_2$$

$$VV'' = (\Delta R_1 - \Delta R_2) / \sin \alpha$$

$$V'V'' = (\Delta R_1 - \Delta R_2) / \tan \alpha$$

$$T_1'V'' = T_2V'' = (R + \Delta R_2) * \tan(\alpha/2)$$

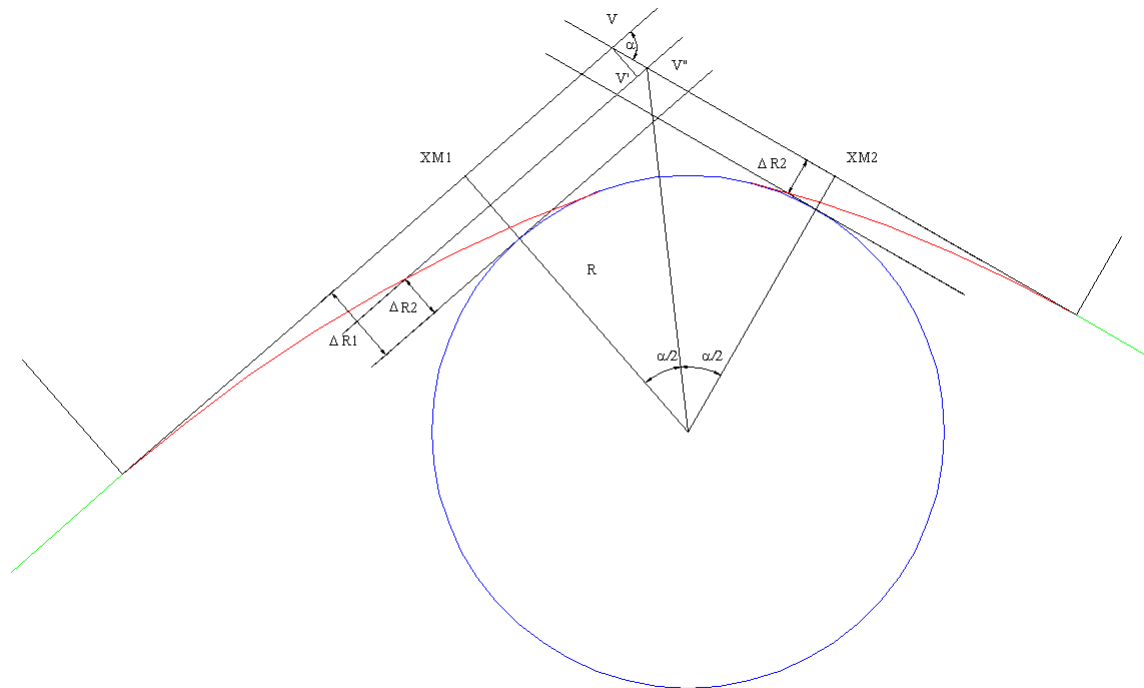
$$T_1V = T_1'V'' - V'V''$$

$$T_2V = T_2V'' + V''V$$

$$\beta = \alpha - \tau_1 - \tau_2$$

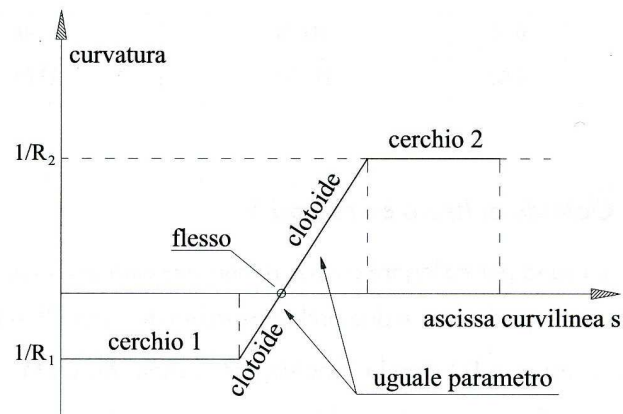
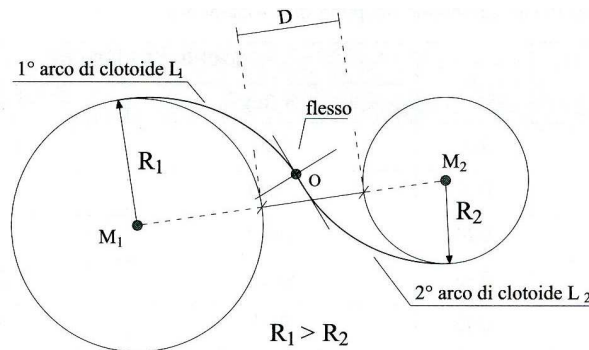
## Esempio di calcolo clotoide di transizione

Si consideri una strada di tipo C, nell' ipotesi di raccordo tra rettilineo e curva circolare, con angolo di deviazione tra i rettilinei di appoggio di  $90^\circ$ , si richiede: il raggio della curva, il calcolo dei parametri delle clotoidi (supponendo  $A1 \neq A2$ ), il tracciamento per punti della clotoide.

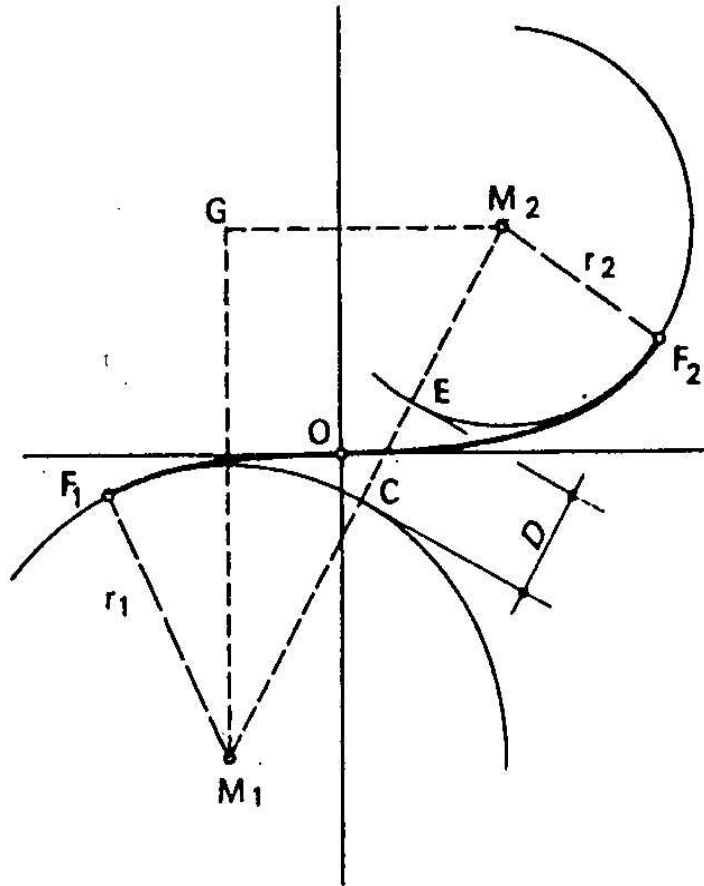


# Clotoide di flesso (1)

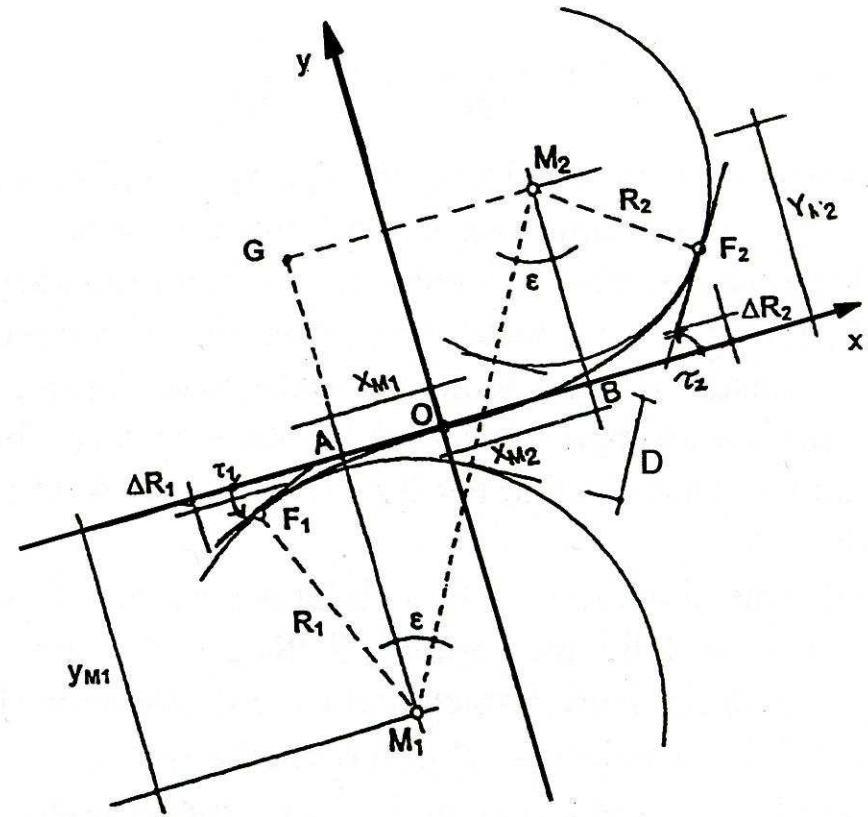
Il raccordo di flesso è utilizzato per raccordare due archi di cerchio le cui curvature hanno segno opposto. Questo raccordo è costituito da due clotoidi contrapposte le cui origini coincidono nel punto  $O$  (punto di flesso), in cui la curvatura è nulla.



## Clotoide di flessio (2)



$$M_1 M_2 = r_1 + r_2 + D$$

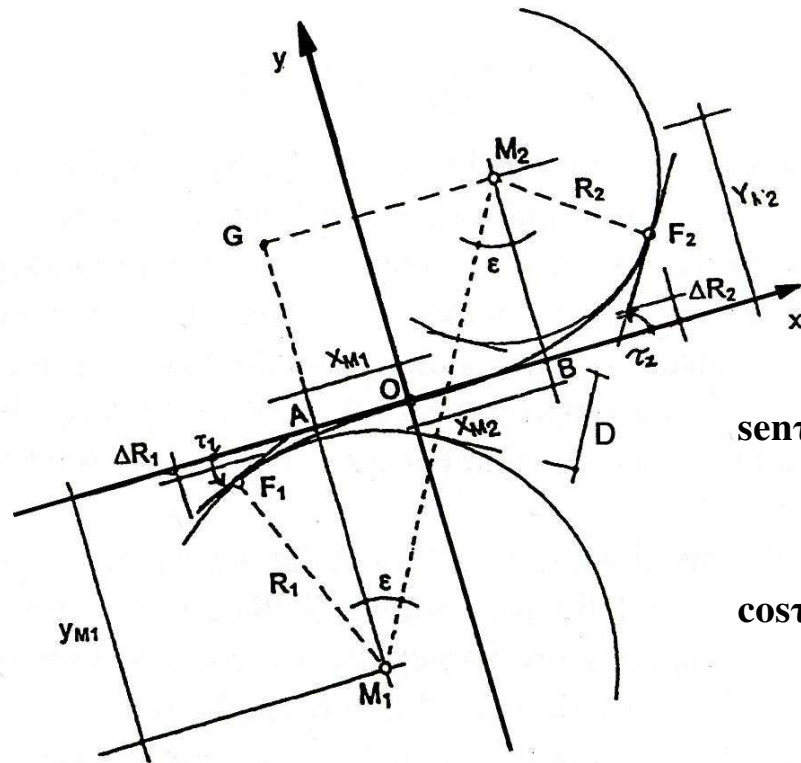


$$M_1 G = y_{M1} + y_{M2} \quad M_2 G = x_{M1} + x_{M2}$$

$$(M_1 M_2)^2 = (r_1 + r_2 + D)^2 = (x_{M1} + x_{M2})^2 + (y_{M1} + y_{M2})^2$$



## Clotoide di flessio (3)



$$(r_1 + r_2 + D)^2 = [(x_{F1} - r_1 \sin \tau_1) + (x_{F2} - r_2 \sin \tau_2)]^2 + [(y_{F1} + r_1 \cos \tau_1) + (y_{F2} + r_2 \cos \tau_2)]^2$$

$$\sin \tau = \tau - \frac{\tau^3}{3!} + \frac{\tau^5}{5!} - \dots$$

$$\cos \tau = 1 - \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - \dots$$

$$X_F = A \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \dots \right)$$

$$Y_F = A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( \frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - \dots \right)$$

$$\tau_1 = \frac{A_1^2}{2 \cdot r_1^2}$$

$$\tau_2 = \frac{A_2^2}{2 \cdot r_2^2} = \frac{k^2 \cdot A_1^2}{2 \cdot r_2^2} = \frac{k^2 \cdot r_1^2}{r_2^2} \cdot \frac{A_1^2}{2 \cdot r_1^2}$$

$$A_1 = f(r_1; r_2; D)$$

# Clotoide di flessio (4)

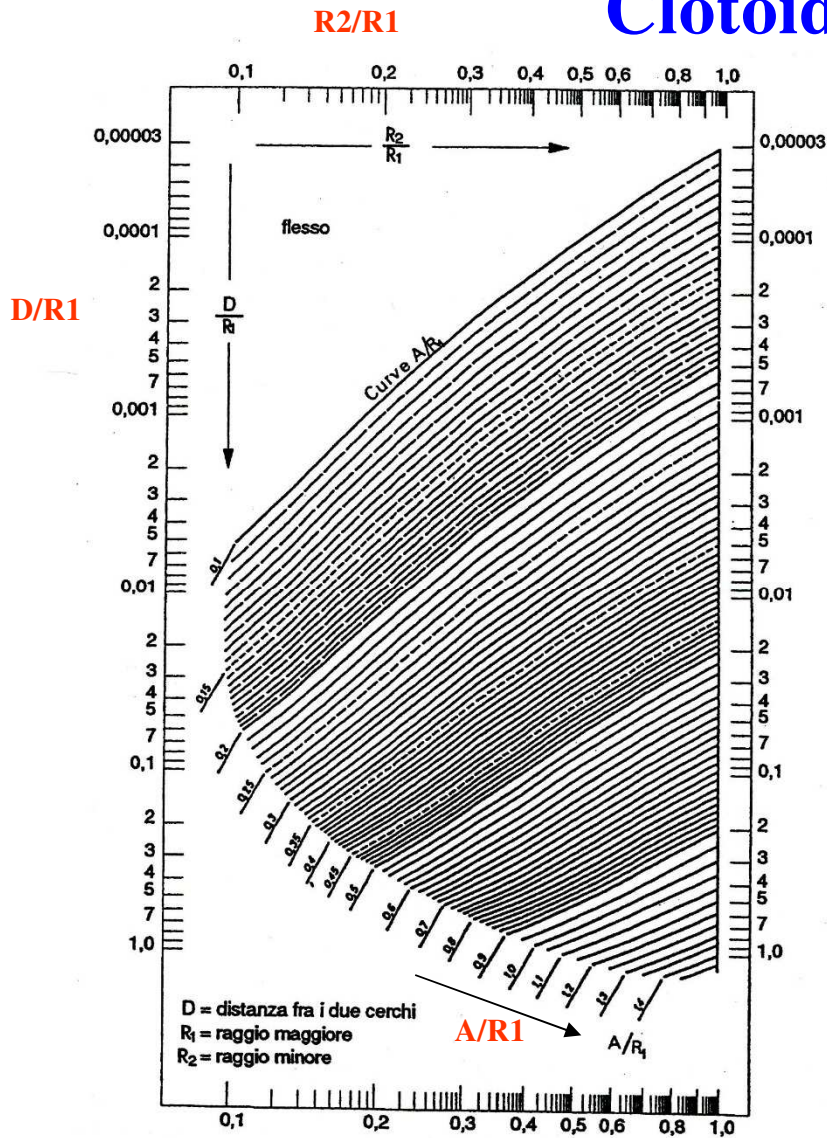
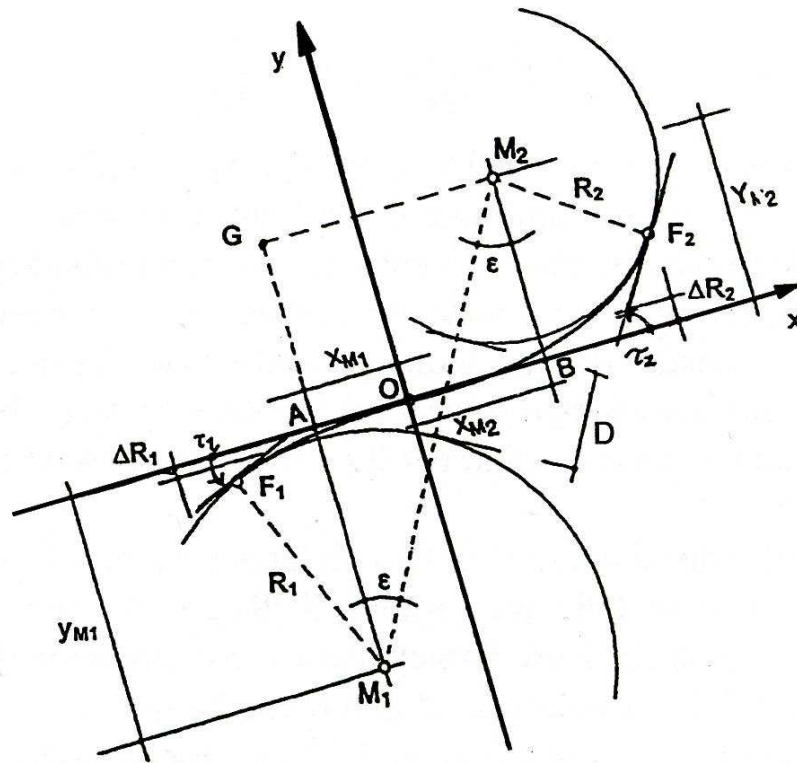


Diagramma di Osterloch

$$\frac{A}{r_1} = f\left(\frac{r_2}{r_1}; \frac{D}{r_1}\right)$$

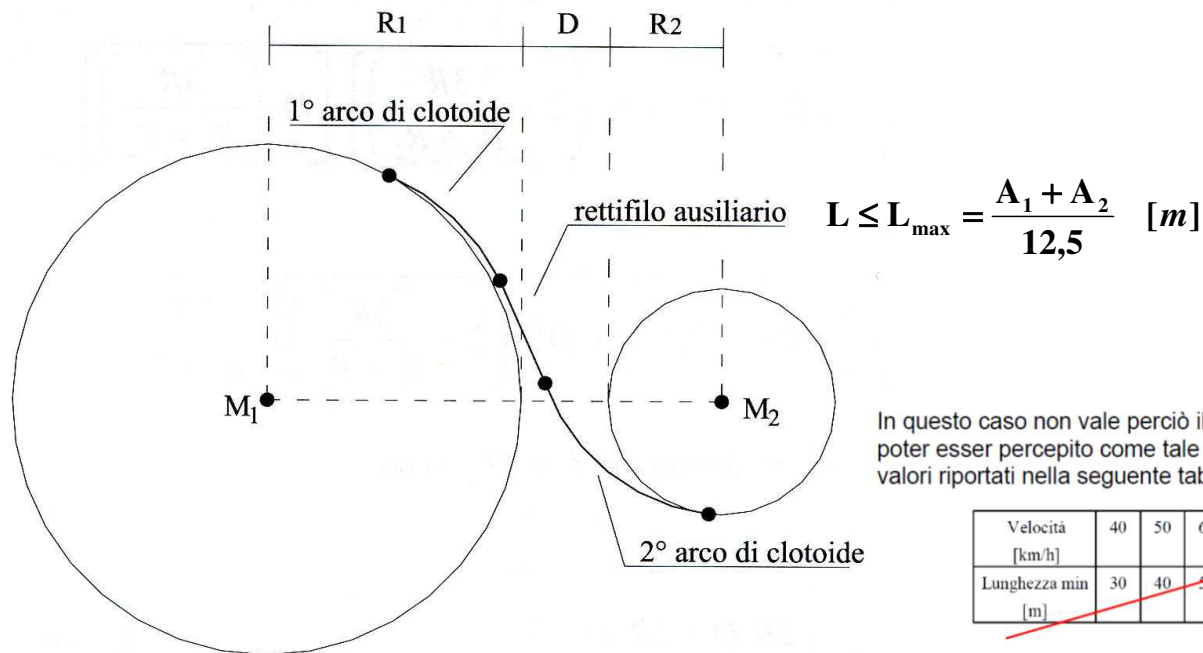
## Clotoide di flessio (5)



$$X_{M1} + X_{M2} = (Y_{M1} + Y_{M2}) \operatorname{tge} \epsilon$$

$$\epsilon = \operatorname{arctg} \frac{X_{M1} + X_{M2}}{Y_{M1} + Y_{M2}}$$

# Clotoide di flessione (6)



In questo caso non vale perciò il requisito minimo fissato secondo il quale un rettilo, per poter essere percepito come tale dall'utente, deve avere una lunghezza non inferiore ai valori riportati nella seguente tabella:

Velocità [km/h]	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
Lunghezza min [m]	30	40	50	65	90	115	150	190	250	300	360

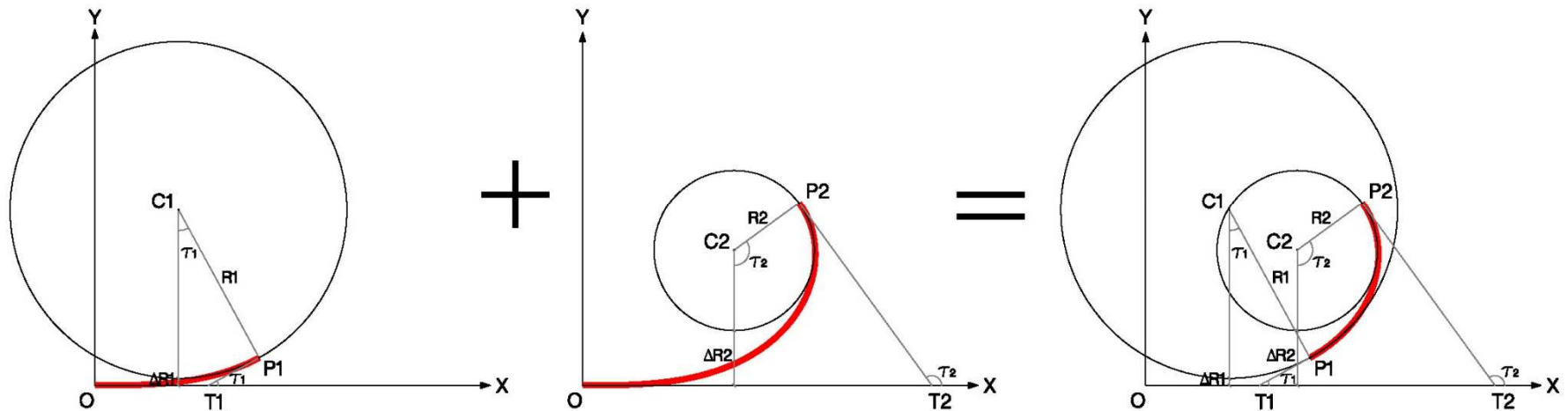
## Esempio

$V = 100 \text{ km/h}$     $R1 = 624 \text{ [m]}$     $R2 = 437 \text{ [m]}$     $D = 62,4 \text{ [m]}$     $A = 405 \text{ [m]}$     $L_{\max} = 64,8 \text{ [m]}$

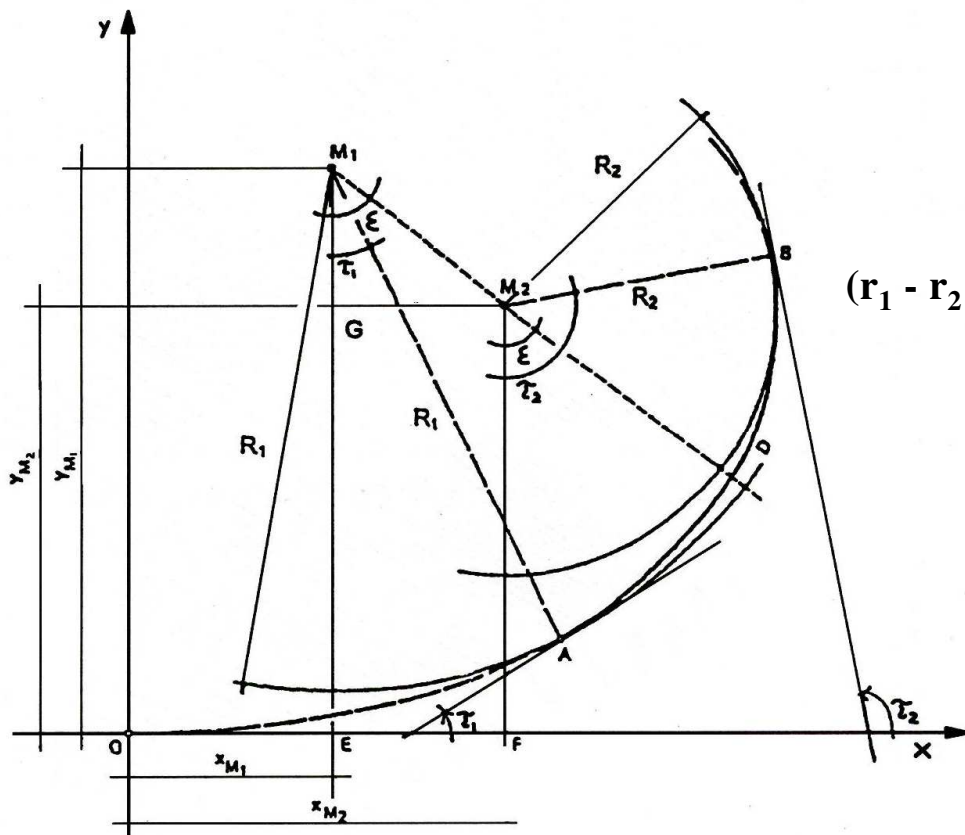
Transizione	NO	NO	SI	NO
Flesso	SI	NO	NO	NO
L	64,8	150	2200	

# Clotoide di Continuità (1)

Raccordo di continuità è un arco di clotoide che raccorda due archi di cerchio l'uno interno all'altro le cui curvature hanno segno uguale, cioè percorsi nello stesso senso.



## Clotoide di Continuità (2)



$$(M_1M_2)^2 = (GM_2)^2 + (GM_1)^2$$

$$(r_1 - r_2 - D)^2 = (x_{M1} - x_{M2})^2 + (y_{M1} - y_{M2})^2$$

$$(r_1 - r_2 - D)^2 = [(x_A - r_1 \sin \tau_1) - (x_B - r_2 \sin \tau_2)]^2 + [(y_A + r_1 \cos \tau_1) - (y_B + r_2 \cos \tau_2)]^2$$

$$\sin \tau = \tau - \frac{\tau^3}{3!} + \frac{\tau^5}{5!} - \dots$$

$$X_{A,B} = A \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( 1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \dots \right)$$

$$\cos \tau = 1 - \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - \dots$$

$$Y_{A,B} = A \cdot \sqrt{2 \cdot \tau} \cdot \left( \frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - \dots \right)$$

$$A = f(r_1; r_2; D)$$

## Clotoide di Continuità (3)

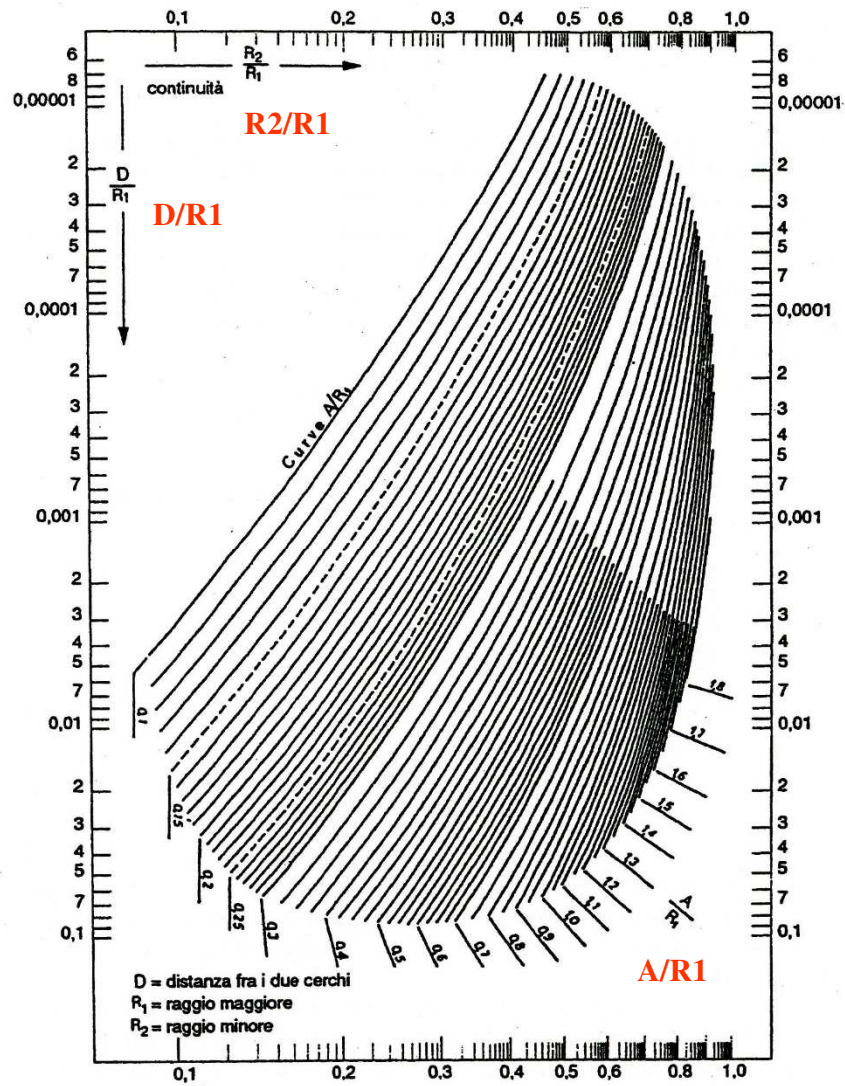
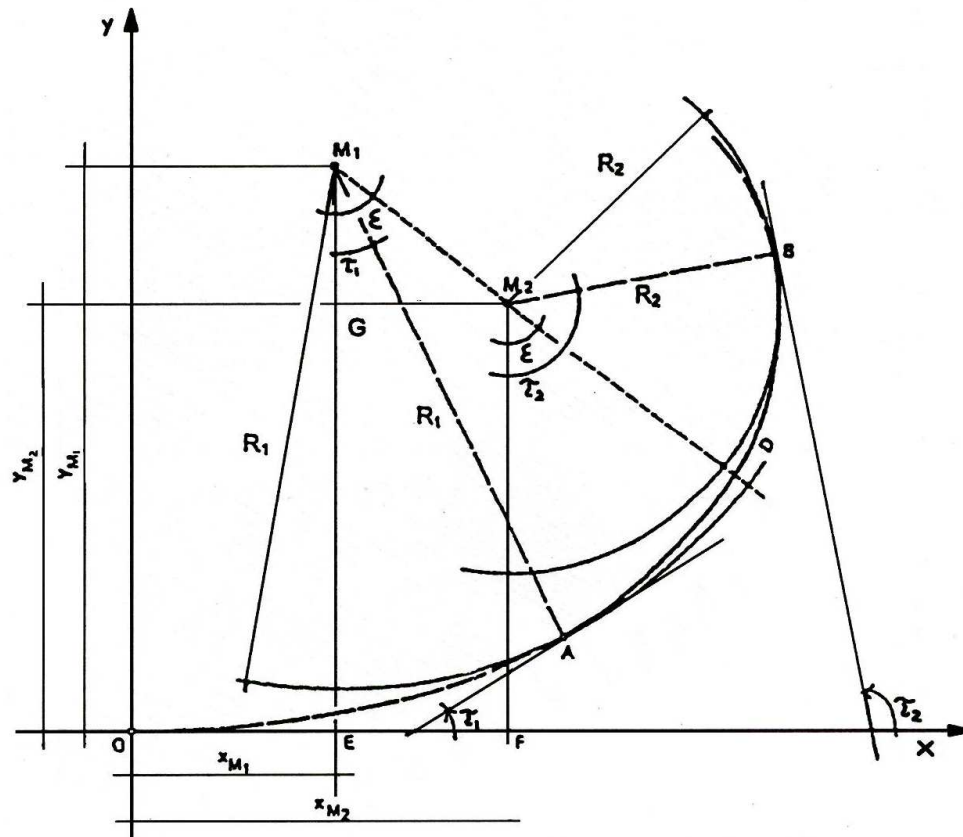


Diagramma di Osterloch

$$\frac{A}{r_1} = f\left(\frac{r_2}{r_1}; \frac{D}{r_1}\right)$$

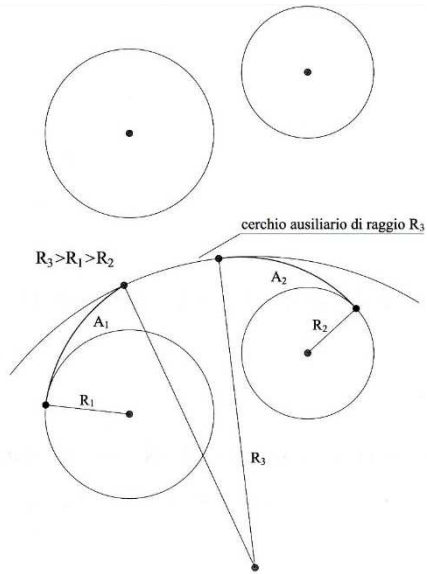
## Clotoide di Continuità (4)



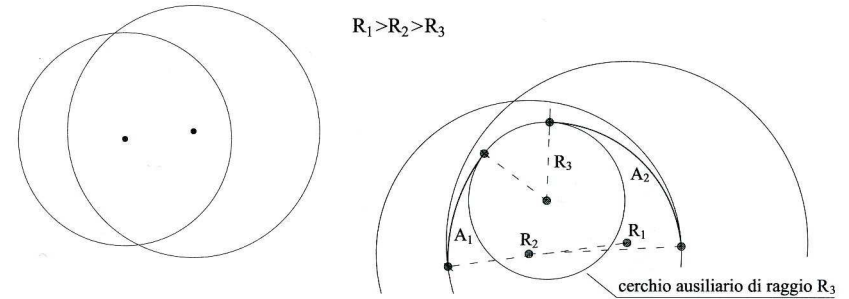
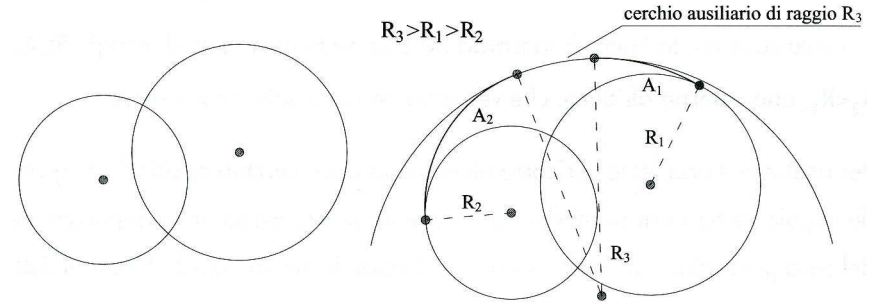
$$\epsilon = \operatorname{arctg} \frac{X_{M1} - X_{M2}}{Y_{M1} - Y_{M2}}$$



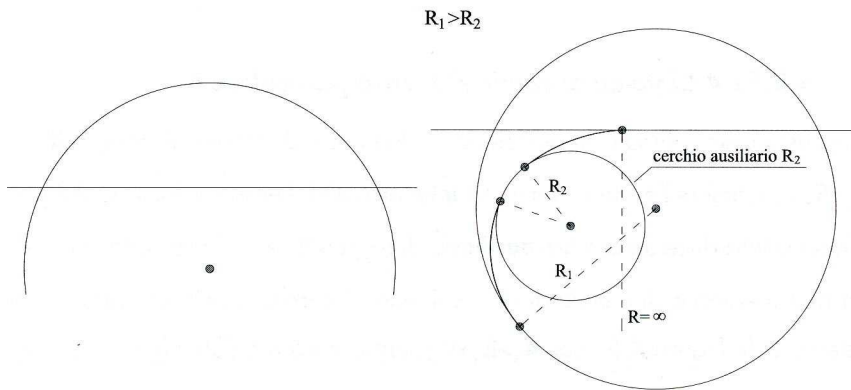
# Clotoide di Continuità, casi particolari



**Cerchi esterni**

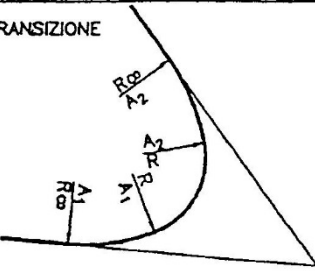
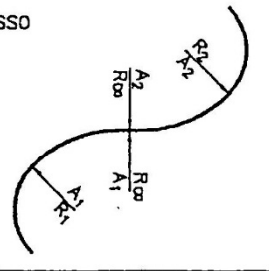
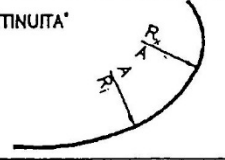
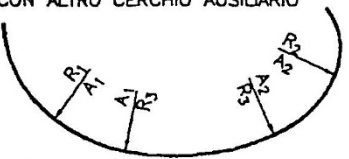



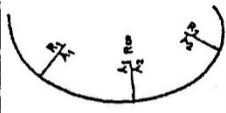
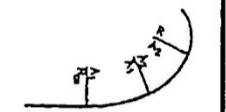
**Cerchi intersecantisi**



**Cerchio intersecante rettilineo**

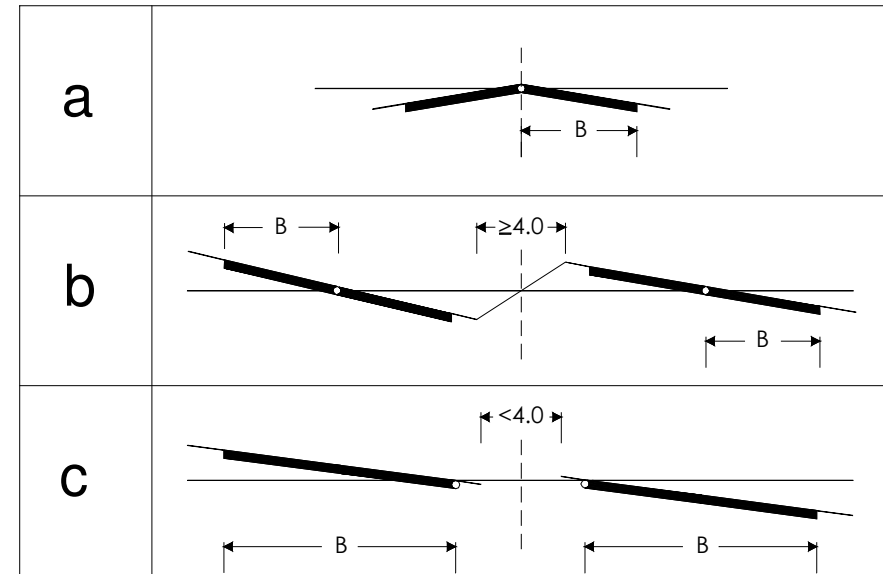
# Limitazione nell'uso dei raccordi

TIPOLOGIA	LIMITI
<p>TRANSIZIONE</p> 	$A_1 > A_{min}$ $A_2 > A_{min}$ $\frac{R_2}{3} < A_1 < R_1$ $\frac{R_1}{3} < A_2 < R_2$ $\frac{2}{3} < \frac{A_1}{A_2} < \frac{3}{2}$
<p>FLESSO</p> 	$R_2 < R_1$ $A_1 > A_{min}$ $A_2 > A_{min}$ FLESSO ASIMMETRICO $A_1 \neq A_2$ $\frac{R_1}{3} < A_1 < R_1$ $\frac{R_2}{3} < A_2 < R_2$ $\frac{2}{3} < \frac{A_1}{A_2} < \frac{3}{2}$ FLESSO SIMMETRICO $A_1 = A_2 = A$ $\frac{R_1}{3} < A < R_2$
<p>CONTINUITA'</p> 	$R_x < R_1$ $R_x$ all'interno di $R_1$ , ma non concentrico $A_{min} < A$ $\frac{R_1}{3} < A < R_x$
<p>RACCORDO TRA DUE CERCHI SECANTI            CON ALTRO CERCHIO AUSILIARIO</p> 	$A_1 > A_{min}$ $A_2 > A_{min}$ $\frac{R_2}{3} < A_1 < R_1$ $\frac{R_1}{3} < A_2 < R_2$ $\frac{2}{3} < \frac{A_1}{A_2} < \frac{3}{2}$

CASI DA EVITARE		
<p>TRANSIZIONE SENZA IL CERCHIO</p> 	<p>FALSO OVALE</p> 	<p>PIU' CURVE DI RACCORDO CONSECUTIVE</p> 

# Sezione stradale in curva (1)

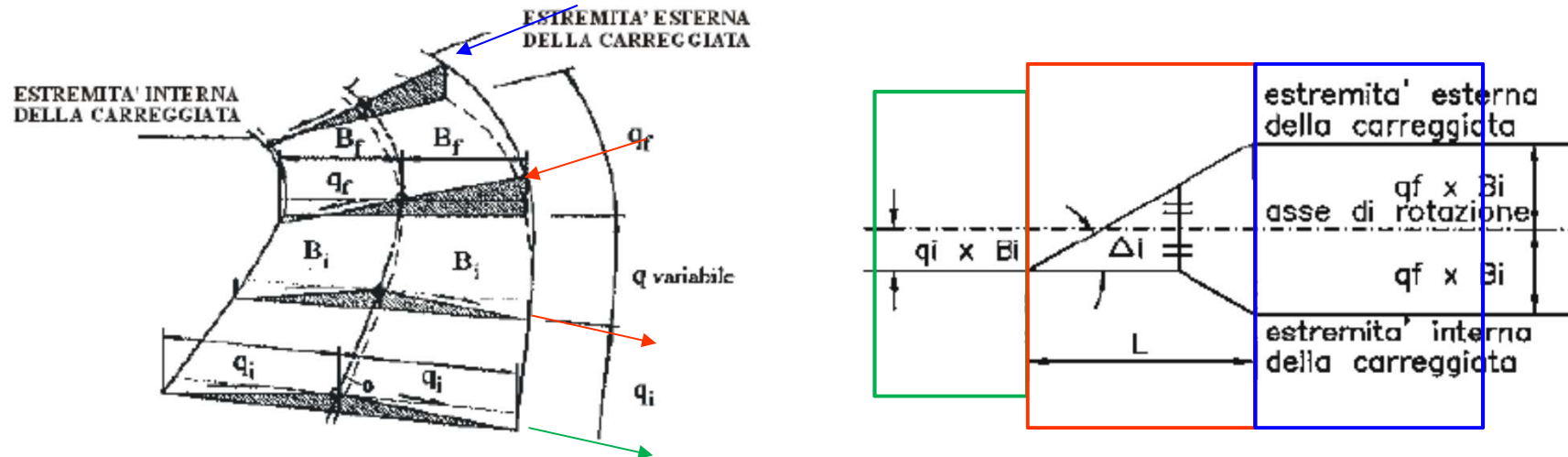
STRADE TIPO	PIATTAFORMA	PENDENZE TRASVERSALI
A, B, D a due o più corsie per carreggiata		
E a quattro corsie		
altre strade		



Lungo le curve a raggio variabile si realizza il graduale passaggio della pendenza trasversale dal valore proprio di un elemento a quello relativo al successivo.

Questo passaggio si ottiene facendo ruotare la carreggiata stradale, o parte di essa, secondo i casi, intorno al suo asse (preferibile...) ovvero intorno alla sua estremità interna (in strade a doppia carreggiata con spartitraffico  $< 4\text{m}$ )

## Sezione stradale in curva (2)

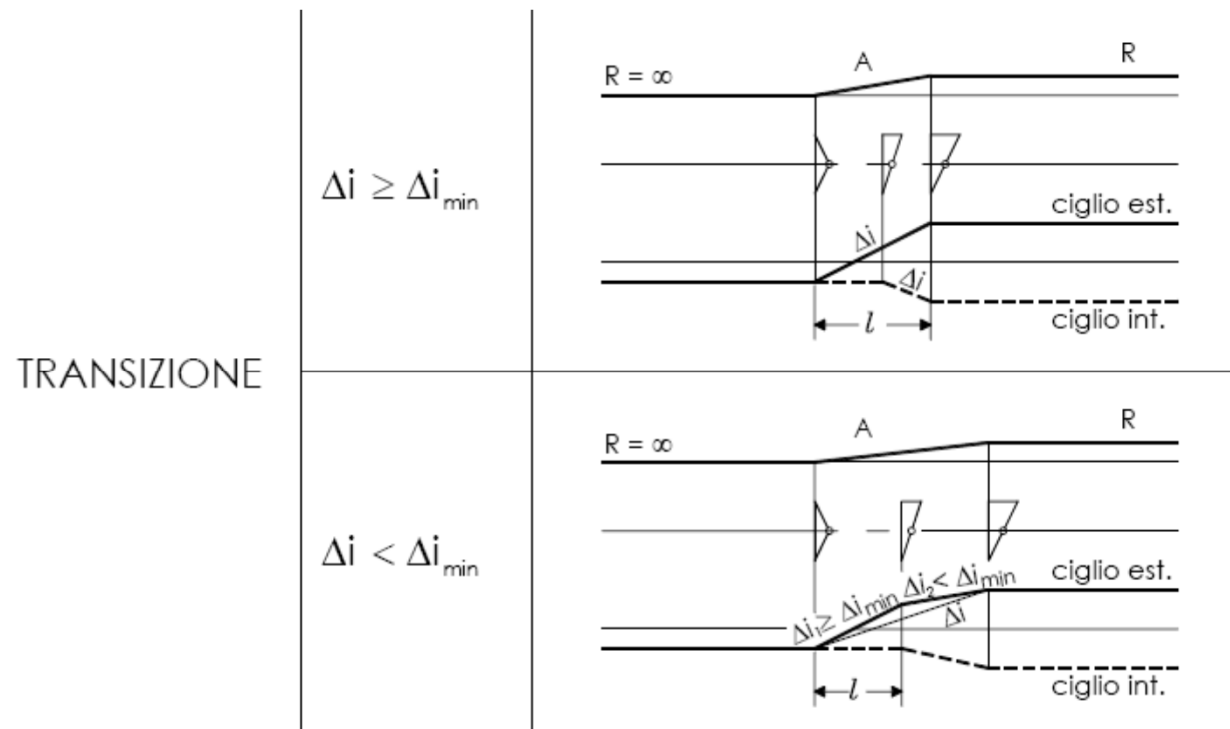


Per limitare la zona in cui la pendenza trasversale della carreggiata è inferiore alla minima del 2,50% è necessario che la sovrappendenza longitudinale  $\Delta i$  delle estremità della carreggiata sia superiore ad un valore minimo:

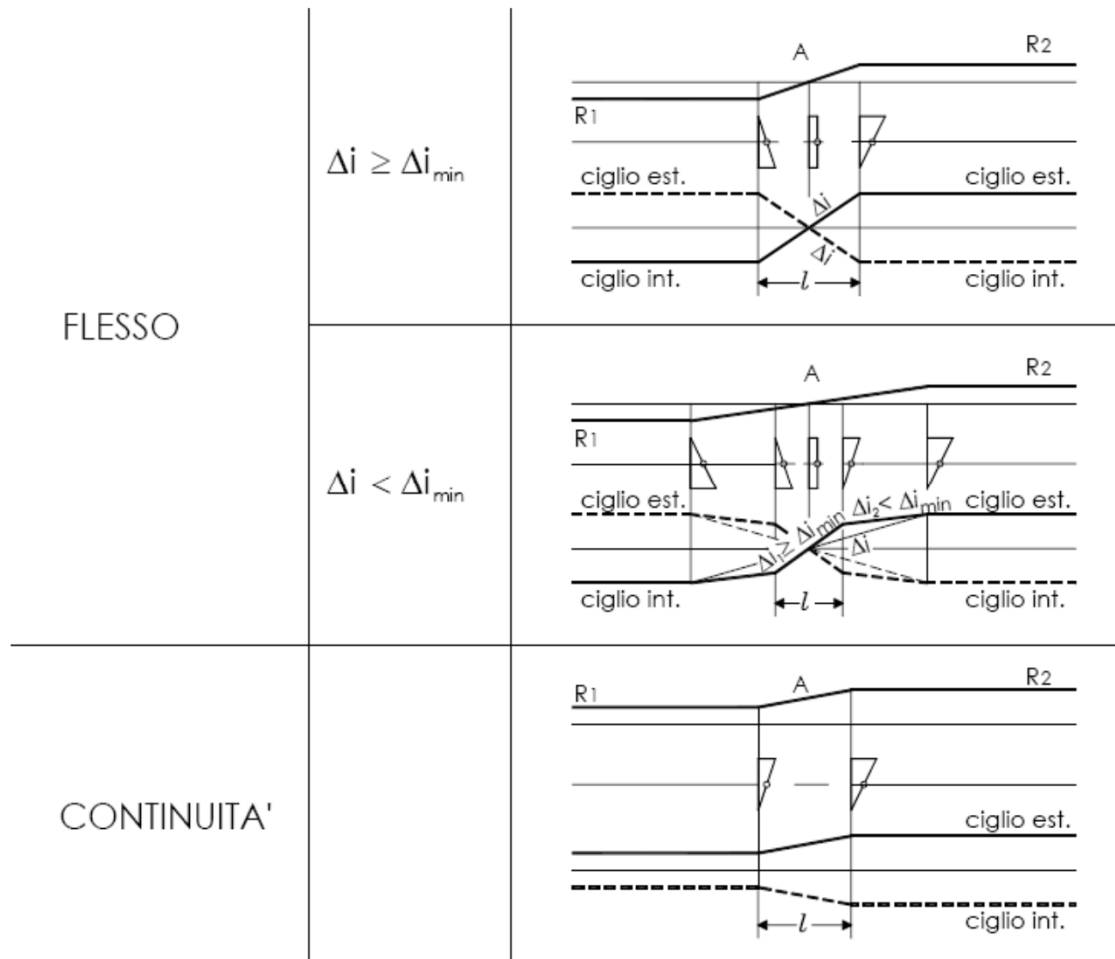
$$\Delta i_{\min} = 0,1 \times B_i \quad [\%]$$

## Sezione stradale in curva (3)

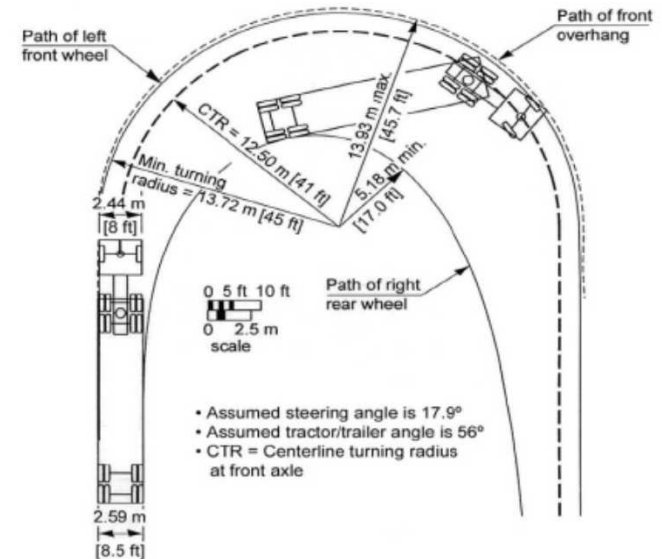
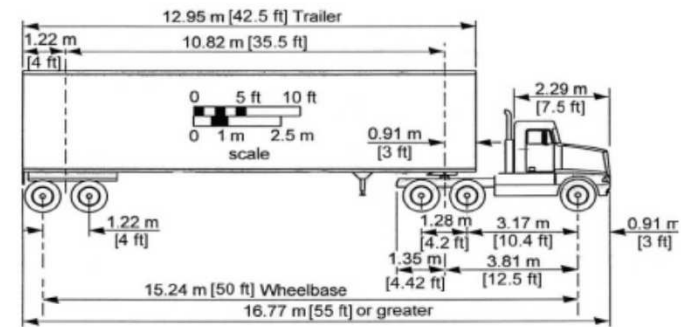
Se la pendenza  $\Delta i$  è inferiore a  $\Delta i_{\min}$ , è necessario spezzare in due parti il profilo longitudinale di quella estremità della carreggiata che è esterna alla curva, realizzando un primo tratto con pendenza maggiore o uguale a  $\Delta i_{\min}$ , fino a quando la pendenza trasversale della via ha raggiunto il 2,5%; la pendenza risultante per il tratto successivo potrà anche essere inferiore a  $\Delta i_{\min}$ .



## Sezione stradale in curva (4)



# Allargamento della sezione in curva (1)



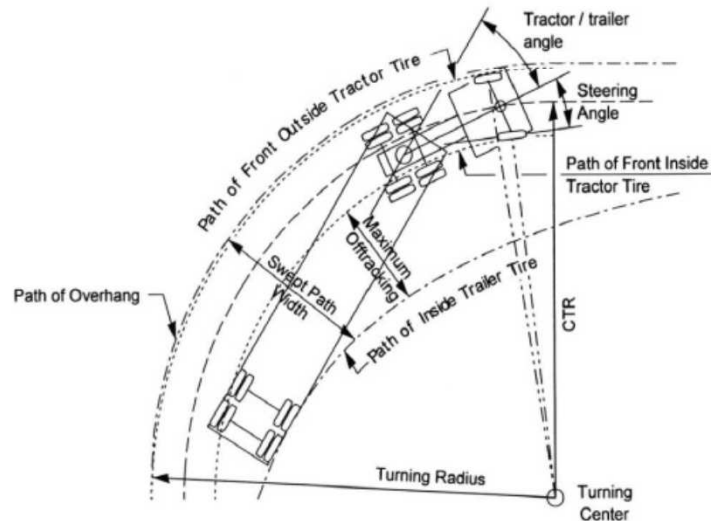
# Allargamento della sezione in curva (2)

Allo scopo di consentire la **sicura iscrizione dei veicoli** nei tratti curvilinei del tracciato, conservando i necessari franchi fra la sagoma limite dei veicoli ed i margini delle corsie, è necessario che nelle curve circolari **ciascuna corsia sia allargata** di una quantità  $E$ , data dalla relazione:

$$E = \frac{K}{R} \quad [\text{m}]$$

$$K = 45$$

$R$  = raggio esterno (in m) della corsia;

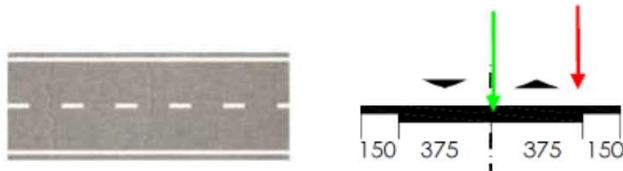




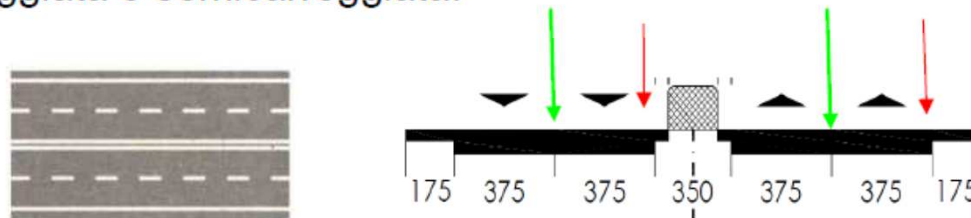
# Allargamento della sezione in curva (3)

$$E = \frac{K}{R} \quad [\text{m}]$$

se  $R > 40\text{m}$  con strada 1 carreggiata e 2 corsie posso usare il raggio in asse;



Per strade a più di 2 corsie per senso di marcia, si può assumere il raggio dell'asse della carreggiata o semicarreggiata.



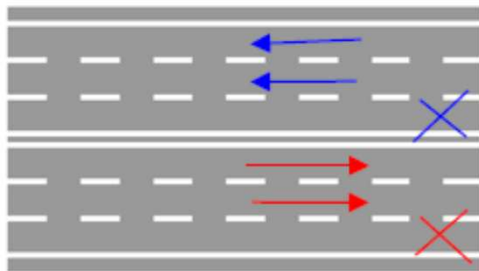
R (m)	40	60	80	100	125	150	175	200	225
e (m)	1.13	0.75	0.56	0.45	0.36	0.30	0.26	0.23	0.20

## Allargamento della sezione in curva (4)

L'allargamento non si applica se è inferiore a **20 cm**.

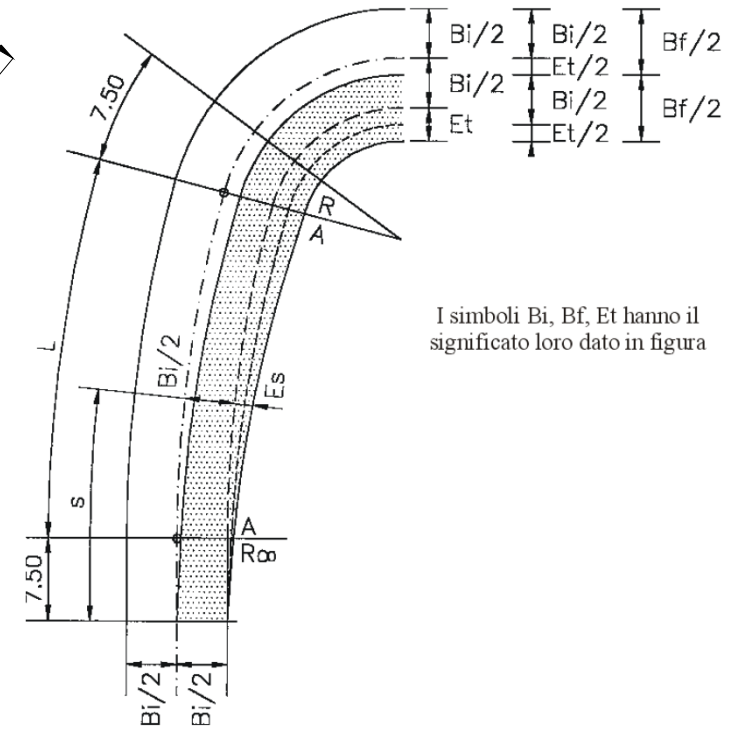
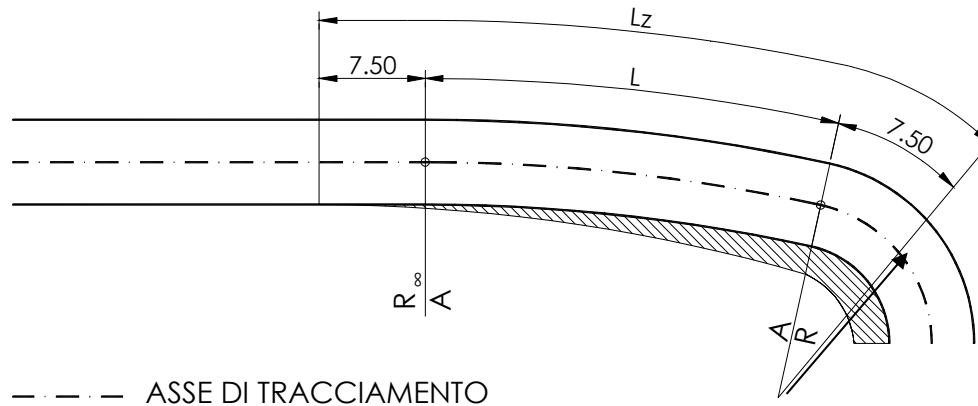
Può essere **ridotto fino alla metà** se è poco probabile l'incrocio in curva di autoarticolati, autobus...

L'allargamento della carreggiata o semicarreggiata è dato dalla **somma** degli allargamenti delle due corsie più interne alla curva.



# Allargamento della sezione in curva (1)

$$L_z = 2 \cdot 7,5 + L$$

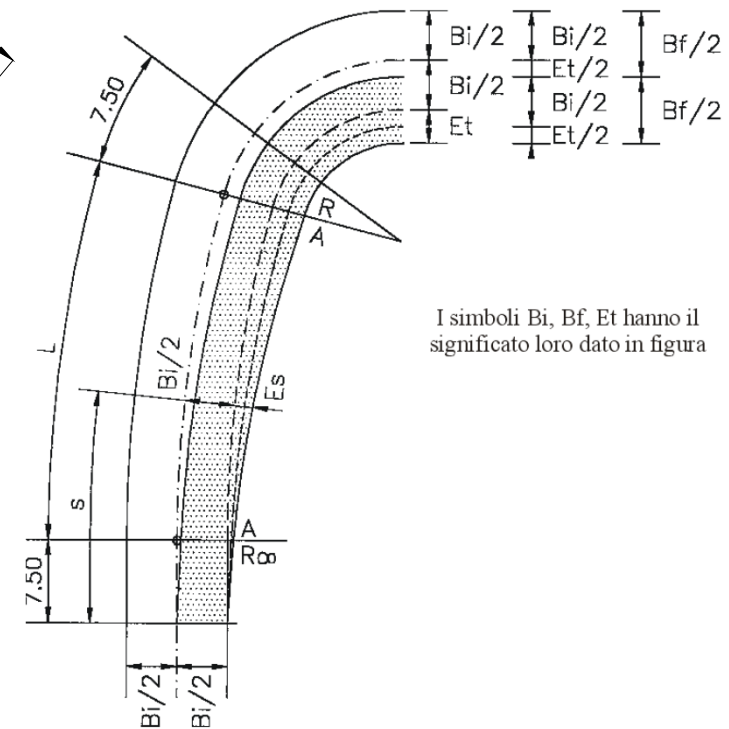
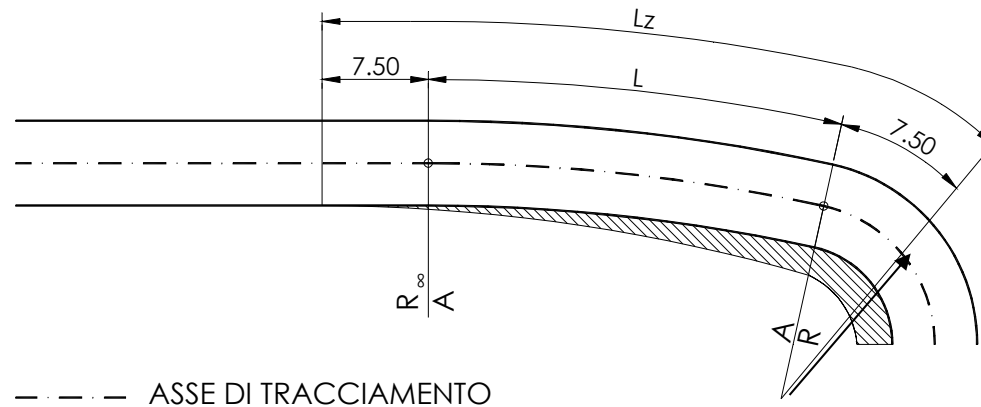


L'allargamento complessivo « $E_t$ » della carreggiata deve essere riportato tutto sul lato interno della curva

# Allargamento della sezione in curva (5)

$$L_Z = 2 \cdot 7,5 + L$$

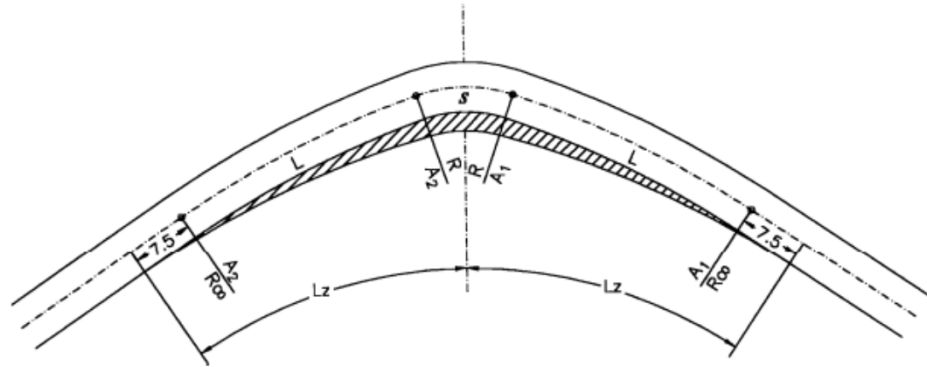
$$L_{Z,\min} = 15$$



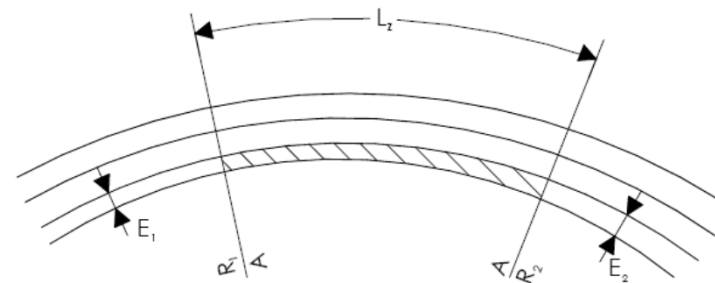
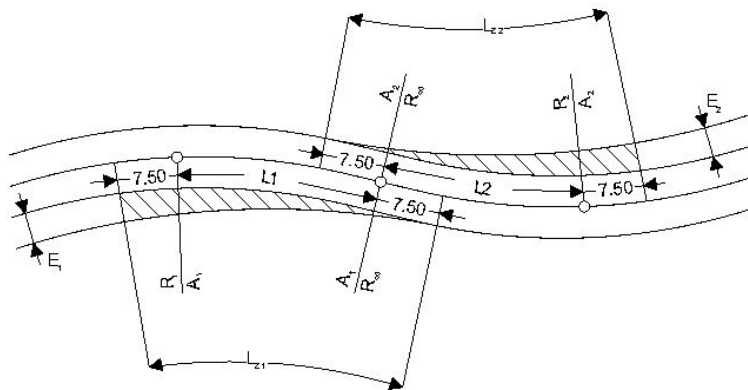
L'allargamento complessivo della carreggiata deve essere riportato tutto **sul lato interno** della curva.

# Allargamento della sezione in curva (6)

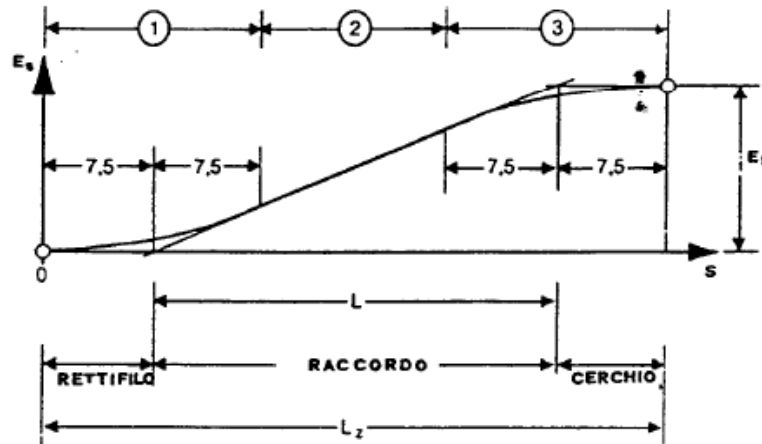
$$L_z = 7,5 + L + \frac{s}{2}$$



$$L_z = 2 \cdot 7,5 + L$$



## Allargamento della sezione in curva (7)



$$E_s = \frac{E_t}{30 \cdot L} \cdot s^2$$

$$0 \leq s \leq 15 \text{ m}$$

$$E_s = \frac{E_t}{L} \cdot (s - 7,5)$$

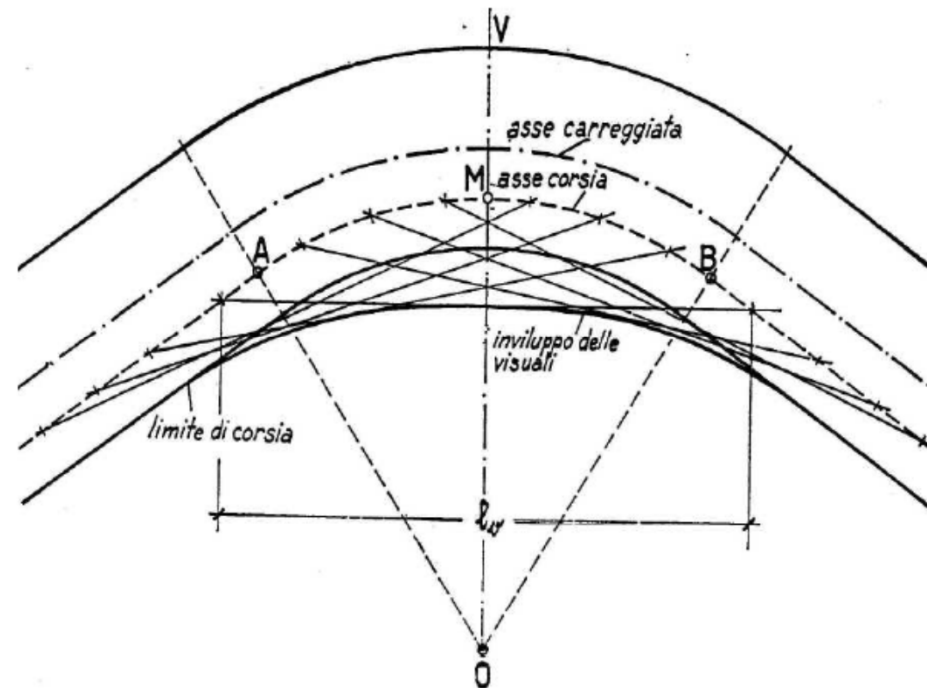
$$15 \leq s \leq (Lz - 15) \text{ m}$$

$$E_s = E_t - \frac{E_t}{30 \cdot L} (Lz - s)^2$$

$$(Lz - 15) \leq s \leq Lz \text{ m}$$

## Allargamento della sezione in curva (8)

L'allargamento delle corsie in curva necessario al corretto inserimento dei veicoli non va confuso con l'eventuale allargamento della piattaforma necessario a garantire le distanze di visibilità.



# Discussione



**Galileo Galilei (1564 – 1642):**

“Misura ciò che è misurabile e rendi misurabile ciò che non è misurabile.”

