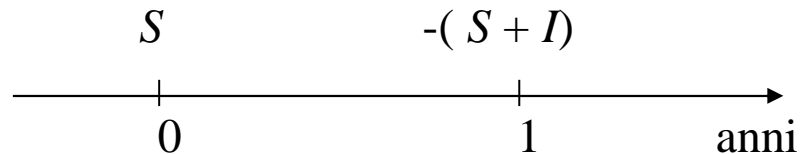


## OPERAZIONE DI FINANZIAMENTO SU DUE DATE

Abbiamo visto che un **contratto finanziario**, in base al quale venga effettuato il prestito della somma  $S$  a fronte della restituzione, dopo un anno, della somma  $S$  e della corresponsione di un importo  $I$  prefissato, definisce una operazione di finanziamento su due date (**operazione finanziaria elementare**).

Dal punto di vista del debitore:      **operazione di finanziamento**       $\{S, -(S + I)\}/\{0, 1\}$



0    indica l'istante di stipulazione del contratto

$S$     è detto **capitale** dato/preso a prestito

$I$     è detto **interesse**

Abbiamo definito **tasso di interesse** (annuo)       $i = \frac{I}{S} \Rightarrow I = i S$

Operazione di finanziamento su due date

Tale contratto finanziario introduce una **legge di equivalenza** intertemporale:

$S$  euro in 0      sono giudicati equivalenti a       $S + I$  euro in 1.

Ciò può essere espresso mediante la funzione valore:

$$W(0) = S$$

$$W(1) = S + I$$

che esprime la legge di equivalenza intertemporale introdotta dal contratto finanziario.

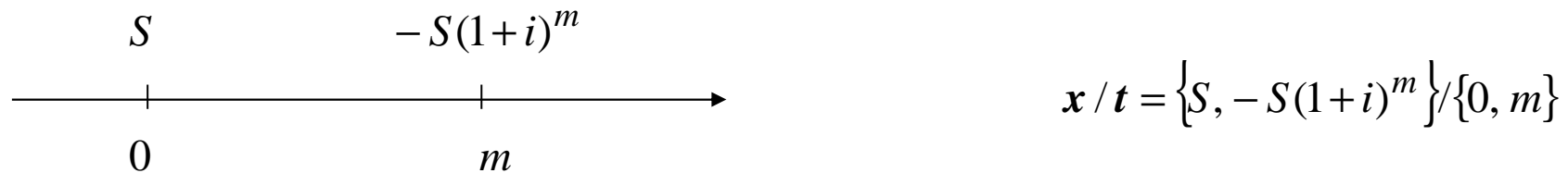
Si ha:

$$I = W(1) - W(0) \quad \text{l'interesse è l'incremento della funzione valore}$$

$$i = \frac{W(1) - W(0)}{W(0)} \quad \text{il tasso di interesse è l'incremento relativo della funzione valore}$$

Nel seguito considereremo contratti di finanziamento regolati sulla base della legge di capitalizzazione composta.

## AMMORTAMENTO CON RESTITUZIONE DEL CAPITALE E PAGAMENTO DEGLI INTERESSI IN UNICA SOLUZIONE



$i$  è il **tasso di interesse** coerente con l'unità di misura scelta per la durata  $m$

L'operazione è equa, infatti

$$W(0, x) = 0 \Leftrightarrow S - (S(1+i)^m)(1+i)^{-m} = 0$$

Introduciamo la nozione di **debito residuo** considerando il problema dell'estinzione anticipata del prestito in  $t$  con  $0 < t < m$ . Qual è la somma  $D_t$  da pagare in  $t$  per chiudere l'operazione mantenendo la condizione di equità?

Sia  $y/s = \{S, -D_t\}/\{0, t\}$  l'operazione finanziaria che descrive l'estinzione anticipata.

$$W(t, y) = 0 \Leftrightarrow S(1+i)^t - D_t = 0 \Leftrightarrow D_t = S(1+i)^t \Leftrightarrow D_t = M(t, x)$$

Quindi il montante  $M(t, x)$  esprime il **debito residuo** in  $t$

## OPERAZIONE DI FINANZIAMENTO SU PIU' DATE

Nell'operazione finanziaria

$$\{S, -S(1+i)^m\}/\{0, m\}$$

la somma prestata  $S$  è restituita in unica soluzione.

Abbiamo già visto come si può introdurre una operazione di finanziamento su più date considerando **m rate d'ammortamento**

$$\{S, -R_1, -R_2, \dots, -R_m\}/\{0, 1, 2, \dots, m\}$$

con  $R_k = C_k + I_k \quad k = 1, 2, \dots, m$  **rate d'ammortamento** del prestito

$C_k \quad k = 1, 2, \dots, m$  **quote capitale** tali che  $\sum_{k=1}^m C_k = S$

quindi le quote capitale realizzano la restituzione del prestito; si parla in tal caso di **ammortamenti progressivi**

$I_k \quad k = 1, 2, \dots, m$  **quote interesse**

la **quota interesse**  $I_k$  matura nell'intervallo  $[k-1, k]$