

Capitolo 4

■ Esercizi

1. Una persona risparmia una determinata porzione del proprio reddito mensile per destinarla ai suoi due hobby: una collezione di vini e una di libri. Date le informazioni seguenti, illustrate la curva prezzo-consumo associata alle variazioni del prezzo del vino e la curva di domanda relativa al vino.

Prezzo del vino	Prezzo dei libri	Quantità di vino	Quantità di libri	Budget
€10	€10	7	8	€150
€12	€10	5	9	€150
€15	€10	4	9	€150
€20	€10	2	11	€150

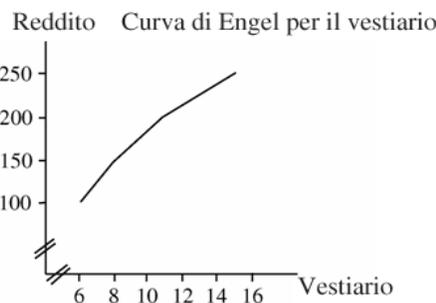
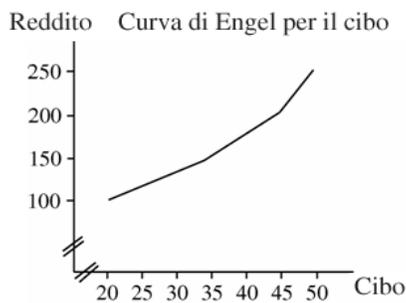
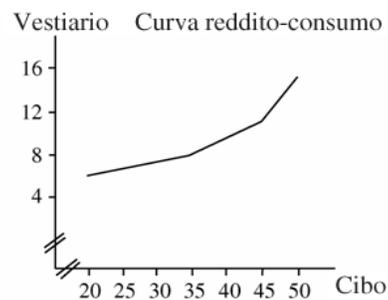
La curva prezzo-consumo unisce i quattro panieri ottimali indicati nella tabella, mentre la curva di domanda indica la quantità ottimale di vino rispetto al prezzo del vino in ciascuno dei quattro casi. Osservate i diagrammi seguenti.



2. Un individuo consuma due beni: vestiario e cibo. Date le informazioni seguenti, illustrate la curva reddito-consumo e la curva di Engel per vestiario e cibo.

Prezzo del vestiario	Prezzo del cibo	Quantità di vestiario	Quantità di cibo	Reddito
€10	€2	6	20	€100
€10	€2	8	35	€150
€10	€2	11	45	€200
€10	€2	15	50	€250

La curva reddito-consumo unisce i quattro panieri ottimali indicati nella tabella. Al crescere del reddito dell'individuo, il vincolo di bilancio si sposta e il paniere ottimale cambia. La curva di Engel illustra la relazione tra la quantità consumata di un bene e il reddito (sull'asse verticale). Entrambe le curve di Engel sono inclinate verso l'alto, quindi entrambi i beni sono normali.

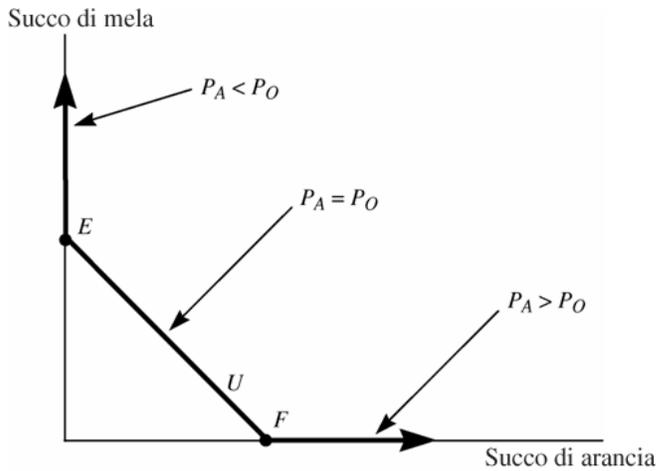


3. **Giorgia ricava sempre, da un biglietto in più per il balletto, un'utilità doppia rispetto a quella che ricava da un biglietto in più per una partita di pallacanestro, indipendentemente dal numero dei biglietti dei due tipi che possiede. Tracciate la curva reddito-consumo e la curva di Engel relativa ai biglietti per il balletto.**

Per Giorgia, i biglietti per il balletto e i biglietti per la pallacanestro sono perfettamente sostituti. Giorgia consumerà quindi solo biglietti per il balletto oppure solo biglietti per la pallacanestro, a seconda dei due prezzi. Se i biglietti per il balletto costano meno del doppio di quelli per la pallacanestro, sceglie solo biglietti per il balletto. Se i biglietti per il balletto costano più del doppio di quelli per la pallacanestro, sceglie i secondi. Lo si può determinare confrontando l'utilità marginale per euro di ciascun tipo di biglietto, considerando che l'utilità marginale che Giorgia ricava da un biglietto in più per il balletto è doppia dell'utilità marginale che ricava da un biglietto in più per la pallacanestro, indipendentemente dal numero di biglietti di cui è in possesso. La curva reddito-consumo coincide allora con l'asse del bene scelto da Giorgia. Mano a mano che il reddito cresce e che il vincolo di bilancio si sposta, Giorgia acquista una quantità maggiore del bene scelto e una quantità nulla dell'altro bene. La curva di Engel relativa al bene scelto è una retta inclinata verso l'alto, e il numero di biglietti si ricava dividendo il reddito per il prezzo di un biglietto. Per il bene non scelto, la curva di Engel coincide con l'asse verticale (reddito) perché Giorgia non acquisterà mai biglietti di questo tipo, indipendentemente da quanto alto sia il suo reddito.

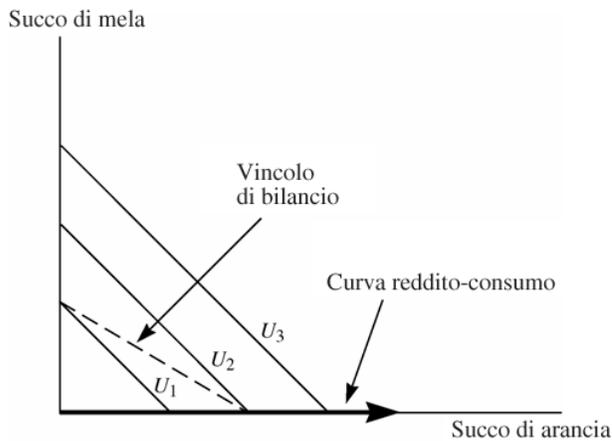
4. a. Succo d'arancia e succo di mela sono noti per essere perfetti sostituti. Tracciate l'appropriata curva prezzo-consumo (considerando variabile il prezzo del succo d'arancia) e la curva reddito consumo.

Sappiamo che le curve di indifferenza per i beni perfettamente sostituti sono lineari, come il segmento EF del diagramma prezzo-consumo seguente. In questo caso, il consumatore acquista sempre il più economico dei due beni (assumendo un rapporto di scambio di uno a uno). Se il prezzo del succo d'arancia è inferiore a quello del succo di mela, il consumatore acquista solamente succo d'arancia e la curva prezzo-consumo coincide con l'asse del succo d'arancia (dal punto F verso destra).



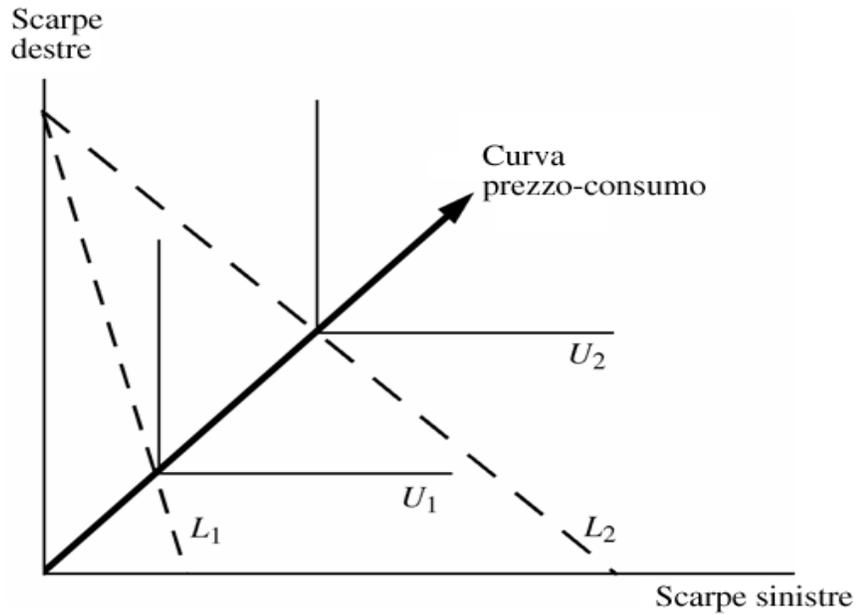
Se il succo di mela è più economico, il consumatore acquista solamente succo di mela e la curva prezzo-consumo si sovrappone all'asse del succo di mela (dal punto E verso l'alto). Se i due beni hanno lo stesso prezzo, il consumatore è indifferente tra i due: la curva prezzo-consumo coincide con la curva di indifferenza (tra E e F).

Assumendo che il prezzo del succo d'arancia sia inferiore al prezzo del succo di mela, il consumatore massimizza la propria utilità consumando solo succo d'arancia. Al variare del reddito, varia solo la quantità del succo d'arancia. Quindi, la curva reddito-consumo coincide con l'asse del succo d'arancia come nelle figura seguente. Se fosse più economico il succo di mela, la curva reddito-consumo giacerebbe sull'asse del succo di mela.

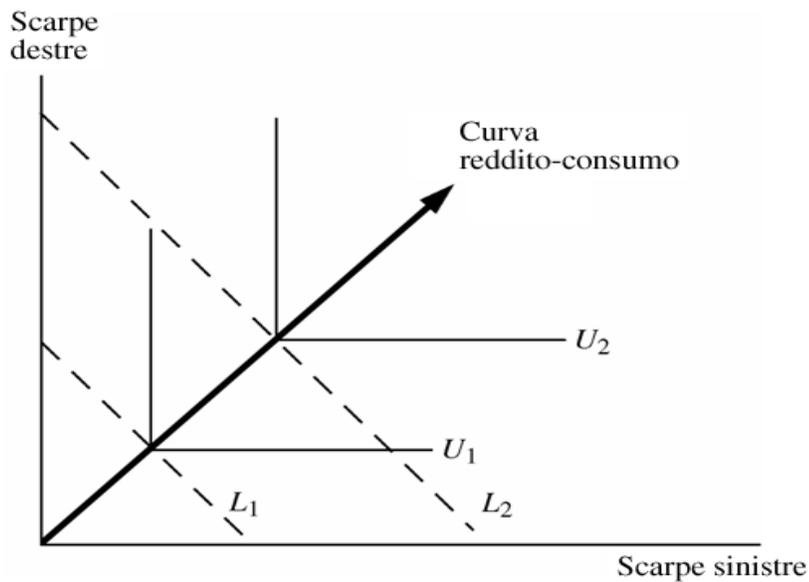


- b. Considerando le scarpe destre e le scarpe sinistre come beni perfettamente complementi, tracciate le curve prezzo-consumo e reddito-consumo appropriate.

Per i perfetti complementi, come scarpe destre e scarpe sinistre, le curve di indifferenza sono a forma di L. La massimizzazione dell'utilità si ha quando i vincoli di bilancio L_1 e L_2 toccano gli angoli di U_1 e U_2 , come nella figura seguente.



Nel caso dei perfetti complementi, anche la curva reddito-consumo è una retta passate per gli angoli delle curve di indifferenza a forma di L, come mostra la figura seguente.



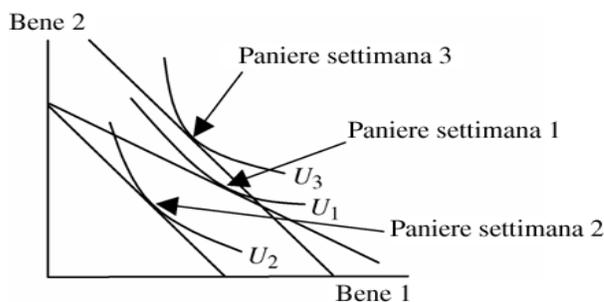
5. Ogni settimana Mario, Anna e Giorgia scelgono le quantità di due beni (x_1 e x_2) in modo da massimizzare le rispettive utilità. Ognuno di loro spende interamente il proprio reddito settimanale per questi due beni.

a. Supponete di possedere le seguenti informazioni sulle scelte compiute da Mario in un periodo di tre settimane:

	x_1	x_2	P_1	P_2	I
Settimana 1	10	20	2	1	40
Settimana 2	7	19	3	1	40
Settimana 3	8	31	3	1	55

L'utilità di Mario aumenta o diminuisce tra la settimana 1 e la settimana 2? E tra la settimana 1 e la settimana 3? Spiegate la vostra risposta, utilizzando un grafico.

L'utilità di Mario diminuisce tra la settimana 1 e la settimana 2 perché nella settimana 2 Mario consuma una minore quantità di entrambi i beni. Tra la settimana 1 e la settimana 2 il prezzo del bene 1 sale mentre il reddito di Mario rimane costante. Il vincolo di bilancio ruota spostandosi verso sinistra e Mario passa da U_1 a una curva di indifferenza più bassa, U_2 , come mostrato nel diagramma. Tra la settimana 1 e la settimana 3 l'utilità sale. L'incremento del reddito compensa abbondantemente l'aumento di prezzo del bene 1. Poiché il prezzo del bene 1 sale di €1, a Mario occorrerebbero €10 in più per acquistare lo stesso paniere di beni che aveva scelto nella settimana 1. Lo si determina moltiplicando le quantità della settimana 1 per i prezzi della settimana 2. Il reddito, invece, aumenta di €15, quindi il vincolo di bilancio si sposta verso destra oltre il paniere della settimana 1. Il paniere iniziale si trova quindi all'interno del nuovo paniere di bilancio, come si può vedere nel diagramma, e il paniere della settimana 3 si trova sulla più alta curva di indifferenza U_3 .



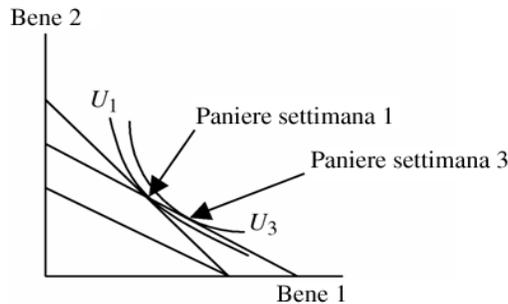
b. Consideriamo ora le seguenti informazioni sulle scelte compiute da Anna:

	x_1	x_2	P_1	P_2	I
Settimana 1	10	20	2	1	40
Settimana 2	6	14	2	2	40
Settimana 3	20	10	2	2	60

L'utilità di Anna aumenta o diminuisce tra la settimana 1 e la settimana 3? Anna considera normali entrambi i beni? Spiegate.

L'utilità di Anna aumenta. Per potersi permettere il paniere della settimana 1 ai nuovi prezzi, Anna dovrebbe disporre di €20 in più, esattamente ciò che accade in questo caso. Tuttavia, dato che ai nuovi prezzi avrebbe potuto scegliere il paniere iniziale ma non lo ha fatto, deve avere trovato un paniere che la soddisfa maggiormente. Nel grafico seguente, il paniere della settimana 1 si trova nel punto in cui il vincolo di bilancio della settimana 1 è tangente alla curva di

indifferenza U_1 , che corrisponde anche all'intersezione tra il vincolo di bilancio della settimana 1 e quello della settimana 3. Il paniere della settimana 3 deve trovarsi lungo il vincolo di bilancio della settimana 3 in un punto al di sopra della curva di indifferenza della settimana 1. Questo paniere si trova su una curva di indifferenza più alta, U_3 nel grafico, quindi l'utilità di Anna è aumentata. Un bene si dice normale se viene scelto in quantità maggiore al crescere del reddito. Il bene 1 è un bene normale perché Anna ne consuma di più quando il suo reddito aumenta (a prezzi invariati) tra la settimana 2 e la settimana 3. Il bene 2 invece non è normale, perché Anna ne consuma una quantità minore (a parità di prezzi) quando il suo reddito aumenta, tra la settimana 2 e la settimana 3. Per Anna, quindi, il bene 2 è un bene inferiore.

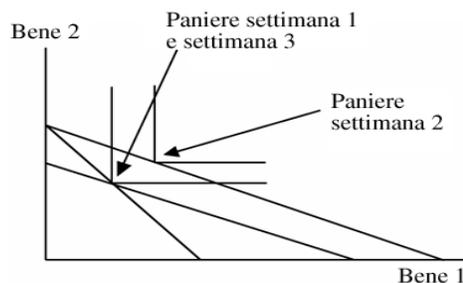


c. Infine, esaminate le seguenti informazioni sulle scelte di Giorgia:

	x_1	x_2	P_1	P_2	I
Settimana 1	12	24	2	1	48
Settimana 2	16	32	1	1	48
Settimana 3	12	24	1	1	36

Tracciate un grafico con retta di bilancio e curve di indifferenza che illustri i tre panieri scelti da Giorgia. Che cosa si può affermare in questo caso circa le preferenze di Giorgia? Individuate gli effetti di reddito e di sostituzione determinati da una variazione del prezzo del bene x_1 .

Nella settimana 2, il prezzo del bene 1 diminuisce, la retta di bilancio ruota spostandosi verso destra e Giorgia consuma quantità maggiori di entrambi i beni. Nella settimana 3 i prezzi rimangono ai nuovi livelli, ma il reddito di Giorgia si riduce. Ciò comporta una traslazione verso sinistra della retta di bilancio e fa sì che Giorgia consumi quantità minori di entrambi i beni. Notate che Giorgia consuma i due beni sempre nella proporzione fissa 1:2. Ciò significa che considera i due beni perfetti complementari e che le sue curve di indifferenza sono a forma di L. Intuitivamente, se i due beni sono complementari, non c'è ragione per sostituirne uno in favore dell'altro quando i prezzi cambiano, perché i due beni devono essere consumati sempre nelle stesse proporzioni. L'effetto di sostituzione, quindi, è nullo. Quando il rapporto tra i prezzi varia e l'utilità rimane costante (come accade tra la settimana 1 e la settimana 3), Giorgia sceglie di mantenere lo stesso paniere (12,24), quindi l'effetto di sostituzione è nullo.



L'effetto di reddito può essere dedotto dalle variazioni tra la settimana 1 e la settimana due 2 e tra la settimana 2 e la settimana 3. Tra la settimana 2 e la settimana 3, l'unica variazione è la diminuzione del reddito di €12, che fa sì che Giorgia acquisti 4 unità in meno del bene 1 e 8 unità in meno del bene 2. Poiché i prezzi non sono cambiati, si tratta di un mero effetto di reddito. Tra la settimana 1 e la settimana 2, il prezzo del bene 1 diminuisce di €1 e il reddito rimane invariato. Dato che nella settimana 1 Giorgia acquista 12 unità del bene 1, il calo del prezzo incrementa il suo potere d'acquisto di $(€1)(12) = €12$. A seguito di questo incremento di €12 del reddito reale, Giorgia acquista 4 unità in più del bene 1 e 8 unità in più del bene 2. Sappiamo che non è presente alcun effetto di sostituzione, quindi queste variazioni sono dovute unicamente all'effetto di reddito, lo stesso osservato (ma in direzione opposta) tra la settimana 1 e la settimana 2.

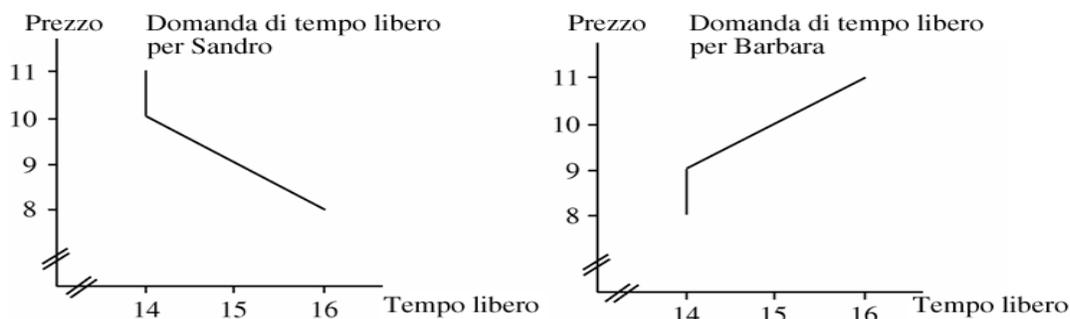
- 6. Due individui, Sandro e Barbara, traggono utilità dalle ore di tempo libero (L) che consumano e dalla quantità di beni (B) che consumano. Per massimizzare l'utilità, devono allocare le 24 ore del giorno tra tempo libero e lavoro. Assumete che tutte le ore non spese per lavorare siano ore libere. Il prezzo di un bene è €1 e il prezzo del tempo libero è uguale al salario orario.**

Disponiamo delle seguenti informazioni sulle scelte effettuate dai due:

		Sandro	Barbara	Sandro	Barbara
Prezzo di B	Prezzo di L	L (ore)	L (ore)	G (€)	G (€)
1	8	16	14	64	80
1	9	15	14	81	90
1	10	14	15	100	90
1	11	14	16	110	88

Illustrate graficamente le curve di domanda di Sandro e di Barbara rispetto al tempo libero. Collocate il prezzo sull'asse verticale e il tempo libero su quello orizzontale. Dato che entrambi massimizzano l'utilità, come si può spiegare la differenza tra le due curve di domanda relative al tempo libero?

È importante ricordare che meno tempo libero significa più ore trascorse lavorando. La curva di domanda di Sandro relativa al tempo libero è inclinata verso il basso. Al crescere del prezzo del tempo libero (il salario), Sandro sceglie di consumare meno tempo libero e quindi di dedicare più tempo al lavoro, con il nuovo salario più alto, per acquistare più beni. La curva di domanda di Barbara relativa al tempo libero è inclinata verso l'alto. Al crescere del prezzo del tempo libero, Barbara sceglie di consumarne di più (e di lavorare di meno), dato che le sue ore di lavoro generano un reddito orario maggiore. Osservate le curve di domanda di tempo libero mostrate di seguito.



Questa diversità della domanda può essere spiegata esaminando gli effetti di reddito e di sostituzione per i due individui. L'effetto di sostituzione misura l'effetto di una variazione del prezzo del tempo libero, a utilità costante (la retta di bilancio ruota mantenendosi tangente alla curva di indifferenza

attuale). Poiché l'effetto di sostituzione è sempre negativo, un incremento del prezzo del tempo libero fa sì che entrambe le persone consumino meno tempo libero. L'effetto di reddito misura la variazione del potere d'acquisto determinata dalla variazione del prezzo del tempo libero. In questo caso, quando il prezzo del tempo libero (il salario) aumenta, si ha un incremento del potere d'acquisto (la nuova retta di bilancio si sposta verso destra). Assumendo che entrambe le persone considerino il tempo libero un bene normale, l'incremento del potere d'acquisto farà salire la domanda di tempo libero. Per Sandro, la riduzione della domanda di tempo libero provocata dall'effetto di sostituzione supera l'incremento della domanda di tempo libero provocato dall'effetto di reddito, perciò nel suo caso la curva di domanda è inclinata negativamente. Per Barbara, l'effetto di reddito è maggiore dell'effetto di sostituzione, quindi la curva di domanda di tempo libero è inclinata positivamente.

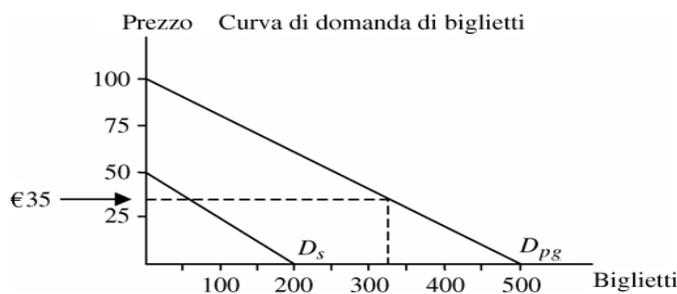
7. Il direttore di una compagnia teatrale di una piccola città universitaria sta valutando la possibilità di cambiare la politica dei prezzi dei biglietti. Ha ingaggiato una società di consulenza economica per stimare la domanda di biglietti. La società ha classificato le persone che frequentano il teatro in due gruppi e ha ricavato due funzioni di domanda. Le curve di domanda per il pubblico generico (Q_{pg}) e quella per gli studenti (Q_s) sono le seguenti:

$$Q_{pg} = 500 - 5P$$

$$Q_s = 200 - 4P$$

- a. Tracciate in un unico grafico le due curve di domanda, con P sull'asse verticale e Q su quello orizzontale. Se il prezzo attuale dei biglietti è €35, individuate la quantità domandata da ciascun gruppo.

Entrambe le curve di domanda sono inclinate negativamente e lineari. Per il pubblico generico, D_{pg} , l'intercetta verticale è 100 e l'intercetta orizzontale è 500. Per gli studenti, D_s , l'intercetta verticale è 50 e quella orizzontale è 200. Quando il prezzo è €35, il pubblico generico domanda $Q_{pg} = 500 - 5(35) = 325$ biglietti e gli studenti ne domandano $Q_s = 200 - 4(35) = 60$.



- b. Individuate l'elasticità della domanda rispetto al prezzo per ciascun gruppo al prezzo e alla quantità correnti.

Per il pubblico generico l'elasticità è $\epsilon_{pg} = \frac{P \Delta Q}{Q \Delta P} = \frac{35}{325}(-5) = -0,54$, mentre per gli studenti è

$\epsilon_s = \frac{P \Delta Q}{Q \Delta P} = \frac{35}{60}(-4) = -2,33$. Se il prezzo dei biglietti aumentasse del 10%, la domanda di biglietti del pubblico generico diminuirebbe del 5,4% e quella degli studenti diminuirebbe del 23,3%.

- c. Scegliendo un prezzo di €35 a biglietto, il direttore massimizza le entrate prodotte dalla vendita dei biglietti? Spiegate.

No, non massimizza le entrate perché nessuna delle due elasticità calcolate è uguale a -1 . La domanda del pubblico generico è anelastica al prezzo attuale. Quindi, se il direttore aumentasse il prezzo per il pubblico generico, la quantità domandata diminuirebbe di una percentuale inferiore

facendo aumentare le entrate. Poiché al prezzo attuale la domanda da parte degli studenti è elastica, il direttore potrebbe diminuire il prezzo per gli studenti; la quantità da essi domandata aumenterebbe in misura percentualmente maggiore, determinando un aumento delle entrate.

d. Quale prezzo dovrebbe scegliere per ciascun gruppo per massimizzare le entrate generate dalla vendita dei biglietti?

Per determinarlo, uguagliate la formula dell'elasticità a -1 e risolvete rispetto al prezzo e alla quantità. Per il pubblico generico:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{gp} &= \frac{-5P}{Q} = -1 \\ 5P &= Q = 500 - 5P \\ P &= 50 \\ Q &= 250.\end{aligned}$$

Per gli studenti:

$$\begin{aligned}\varepsilon_s &= \frac{-4P}{Q} = -1 \\ 4P &= Q = 200 - 4P \\ P &= 25 \\ Q &= 100.\end{aligned}$$

Questi prezzi generano un ricavo totale maggiore rispetto al prezzo di €35. Quando il prezzo è €35, le entrate ammontano a $(35)(Q_{pg} + Q_s) = (35)(325 + 60) = €13.475$. Con i prezzi differenziati, le entrate sono $P_{pg}Q_{pg} + P_sQ_s = (50)(250) + (25)(100) = €15.000$, un incremento di €1525, ovvero dell'11,3%.

8. Giovanna ha deciso di spendere ogni anno esattamente €500 per i libri di testo universitari, pur sapendo che i prezzi aumenteranno probabilmente a un tasso tra il 5 e il 10 per cento l'anno e che i nonni le doneranno una somma consistente il prossimo anno. Qual è l'elasticità rispetto al prezzo della domanda di libri di Giovanna? E l'elasticità rispetto al reddito?

Giovanna spende per i libri di testo la stessa cifra (€500) anche quando i prezzi aumentano. Sappiamo che il ricavo totale (cioè la spesa complessiva per un bene) rimane costante al variare dei prezzi solo se la domanda ha elasticità unitaria. Per Giovanna, quindi, l'elasticità della domanda di libri di testo rispetto al prezzo è -1 . L'elasticità rispetto al reddito deve essere nulla, perché Giovanna non intende acquistare più libri sebbene preveda di ricevere in regalo una somma di denaro consistente (un incremento del reddito).

9. ACME Corporation determina che ai prezzi correnti la domanda per i microchip che produce abbia un'elasticità di breve periodo rispetto al prezzo di -2 , e che l'elasticità rispetto al prezzo per i suoi dischi fissi sia -1 .

a. Se l'impresa decide di aumentare il prezzo di entrambi i prodotti del 10 per cento, che cosa accadrà alle vendite? E ai ricavi?

Sappiamo che la formula dell'elasticità della domanda è:

$$E_p = \frac{\% \Delta Q}{\% \Delta P}.$$

Per i microchip, $E_p = -2$, quindi $-2 = \% \Delta Q / 10$ e da ciò $\% \Delta Q = -2(10) = -20$. Quindi, un incremento del 10% del prezzo riduce la quantità venduta del 20%. Per i dischi fissi, $E_p = -1$, quindi un incremento del 10% del prezzo riduce le vendite del 10%.

I ricavi diminuiranno per i microchip perché la domanda è elastica e il prezzo è aumentato. Possiamo stimare la variazione dei ricavi nel modo seguente. Il ricavo è uguale al prezzo per la quantità venduta. Siano $TR_1 = P_1Q_1$ i ricavi prima della variazione del prezzo e $TR_2 = P_2Q_2$ i ricavi dopo la variazione. Si ha

$$\Delta TR = P_2Q_2 - P_1Q_1$$
$$\Delta TR = (1,1P_1)(0,8Q_1) - P_1Q_1 = -0,12P_1Q_1, \text{ ovvero una diminuzione del } 12\%.$$

I ricavi per i dischi fissi rimangono invariati perché l'elasticità della domanda è -1 .

- b. Siete in grado di stabilire, in base alle informazioni disponibili, quale prodotto genererà maggiori ricavi? Se sì, perché? Se no, quali ulteriori informazioni occorrerebbero?**

No. Sono noti i valori dell'elasticità della domanda ma non i prezzi né le quantità vendute, quindi non è possibile calcolare il ricavo per ciascun prodotto. Occorre conoscere i prezzi di microchip e dischi fissi e la quantità di ciascun prodotto venduta da ACME.

- 10. Osservando il comportamento di un individuo nelle situazioni descritte di seguito, determinate l'elasticità della domanda rispetto al reddito per ciascun bene (determinate, cioè, se si tratta di un bene normale o di uno inferiore). Se non siete in grado di determinare l'elasticità rispetto al reddito, quali ulteriori informazioni vi occorrono?**

- a. Mario spende tutto il proprio reddito in libri e caffè. In una libreria, frugando tra i libri usati trova €20. Immediatamente acquista un nuovo libro di poesia rilegato.**

I libri sono un bene normale perché il consumo di libri aumenta con il reddito. Il caffè è un bene neutrale perché il consumo di caffè non varia quando il reddito aumenta.

- b. Mario perde €10 con i quali intendeva acquistare un doppio espresso. Decide di vendere il suo nuovo libro a un amico, con uno sconto, e di utilizzare il denaro per acquistare caffè.**

Quando il suo reddito diminuisce di €10, Mario decide di possedere meno libri, quindi i libri sono un bene normale. Il caffè sembra essere un bene neutro perché la decisione di acquistare il doppio espresso non cambia con la variazione del reddito.

- c. Fare i bohémien diventa l'ultima moda tra gli adolescenti. Di conseguenza, i prezzi del caffè e dei libri salgono del 25 per cento. Mario riduce il proprio consumo di entrambi i beni della medesima percentuale.**

Libri e caffè sono entrambi beni normali perché la reazione di Mario a una diminuzione del reddito reale consiste nella riduzione del consumo di entrambi i beni. Inoltre, l'elasticità rispetto al reddito è la medesima per i due beni perché Mario riduce il consumo dei due beni della stessa percentuale.

- d. Mario abbandona la scuola d'arte e ottiene invece un master in direzione aziendale. Smette di leggere libri e di bere caffè. Ora legge il *Wall Street Journal* e beve acqua minerale in bottiglia.**

I suoi gusti sono cambiati completamente e non sappiamo come reagirebbe a delle variazioni di prezzo e di reddito. Occorre osservare come il suo consumo di *WSJ* e di acqua minerale cambi al variare del suo reddito.

- 11. Supponete che l'elasticità della domanda di cibo rispetto al reddito sia 0,5 e che l'elasticità della domanda rispetto al prezzo sia $-1,0$. Supponiamo inoltre che Felicia spenda €10000 l'anno in cibo, che il prezzo del cibo sia €2 e che il suo reddito sia €25.000.**

- a. Se un'imposta sul consumo facesse salire il prezzo del cibo a €2,50, che cosa accadrebbe al consumo di cibo di Felicia? (Suggerimento: poiché si tratta di una variazione di prezzo consistente, assumete che l'elasticità rispetto al prezzo sia riferita a un arco di domanda e non a un punto).**

La formula dell'elasticità d'arco è:

$$E_p = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta P} \right) \left(\frac{(P_1 + P_2)/2}{(Q_1 + Q_2)/2} \right).$$

Sappiamo che $E_p = -1$, $P_1 = 2$, $P_2 = 2,50$ (quindi $\Delta P = 0,50$) e che $Q_1 = 5.000$ unità (perché Felicia spende €10.000 e ciascuna unità di cibo costa €2). Sappiamo inoltre che Q_2 , la nuova quantità, è $Q_2 = Q_1 + \Delta Q$. Quindi, in assenza di variazioni del reddito, possiamo risolvere rispetto a ΔQ :

$$-1 = \left(\frac{\Delta Q}{0,5} \right) \left(\frac{(2 + 2,5)/2}{(5.000 + (5.000 + \Delta Q))/2} \right).$$

Semplificando e ridisponendo i termini, si ottiene $\Delta Q = -1000$. Ciò significa che Felicia riduce il proprio consumo di cibo da 5.000 a 4.000 unità. Per verificarlo, ricordate che la spesa complessiva deve rimanere invariata perché l'elasticità rispetto al prezzo è -1 . Dopo la variazione di prezzo, Felicia spende $(2,50)(4.000) = \$10.000$, la stessa cifra che spendeva prima della variazione di prezzo.

b. Supponete che Felicia ottenga un rimborso fiscale di €2.500, allo scopo di alleviare l'effetto dell'imposta. Quale sarebbe in questo caso il suo consumo di cibo?

Un rimborso di €2.500 è un incremento di reddito di €2.500. Per calcolare la reazione della domanda al rimborso fiscale, utilizzate la definizione di elasticità d'arco del reddito.

$$E_r = \left(\frac{\Delta Q}{\Delta RD} \right) \left(\frac{(RD_1 + RD_2)/2}{(Q_1 + Q_2)/2} \right).$$

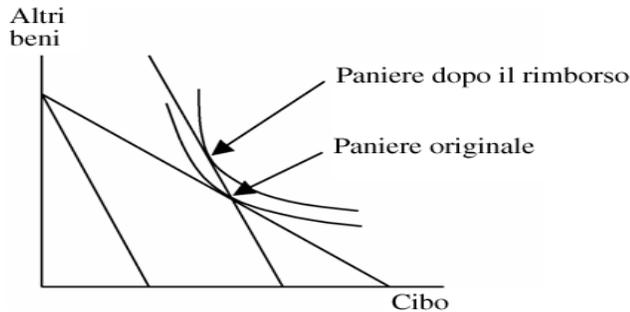
Sappiamo che $E_r = 0,5$, $RD_1 = 25.000$, $\Delta RD = 2.500$ (quindi $RD_2 = 27.500$) e $Q_1 = 4.000$ (dalla risposta al punto 11a). Assumendo che non vi siano variazioni di prezzo, risolviamo rispetto a ΔQ .

$$0,5 = \left(\frac{\Delta Q}{2.500} \right) \left(\frac{(25.000 + 27.500)/2}{(4.000 + (4.000 + \Delta Q))/2} \right).$$

Semplificando e ridisponendo i termini, si ottiene $\Delta Q = 195$ (approssimativamente). Ciò significa che Felicia incrementa il proprio consumo di cibo da 4.000 a 4.195 unità.

c. Ricevendo un rimborso pari all'imposta pagata, Felicia si trova in una situazione più favorevole o più sfavorevole della precedente? Tracciate un grafico e spiegate.

Dopo il rimborso, Felicia si trova in una situazione più favorevole. L'entità del rimborso è sufficiente a consentirle di acquistare il proprio paniere iniziale di cibo e di altri beni. Ricordiamo che inizialmente Felicia consuma 5.000 unità di cibo. Quando il prezzo unitario aumenta di cinquanta centesimi per unità, le occorrono $(5000)(€0,50) = €2.500$ in più per acquistare la stessa quantità di cibo senza ridurre il consumo di altri beni. La cifra corrisponde esattamente all'importo del rimborso. Tuttavia, Felicia non sceglie di tornare al paniere iniziale. Possiamo quindi inferire che abbia trovato un paniere migliore che le procuri un livello di utilità più alto. Nel grafico seguente, quando il prezzo del cibo aumenta, la retta di bilancio ruota spostandosi verso sinistra. Successivamente, per effetto del rimborso questa nuova retta di bilancio subisce una traslazione verso destra. Il paniere scelto dopo il rimborso si trova sul tratto del nuovo vincolo di bilancio che in precedenza non era raggiungibile, e che è al di sopra della curva di indifferenza iniziale. Il nuovo paniere si trova su una curva di indifferenza più alta, quindi dopo il rimborso Felicia è in una situazione più favorevole.



12. Siete dei piccoli imprenditori e vorreste prevedere ciò che accadrebbe alla quantità domandata del vostro prodotto se decideste di aumentarne il prezzo. Non conoscete con precisione la curva di domanda del vostro prodotto, ma sapete che nel primo anno avete venduto 1200 unità al prezzo di €45, e che nel secondo anno avete venduto 1800 unità al prezzo di €30.

- a. Se prevedete di aumentare il prezzo del 10 per cento, quale potrebbe essere una stima ragionevole di ciò che accadrà alla quantità domandata in termini percentuali?

Occorre dapprima determinare l'elasticità della domanda rispetto al prezzo. Poiché le variazioni del prezzo e della quantità sono consistenti in termini percentuali, è meglio utilizzare la misura dell'elasticità d'arco. $E_p = (\Delta Q / \Delta P) \times (\text{media } P / \text{media } Q) = (600 / -15) \times (37,50 / 1.500) = -1$. Con elasticità -1 , un incremento del 10% del prezzo comporta una diminuzione del 10% della quantità.

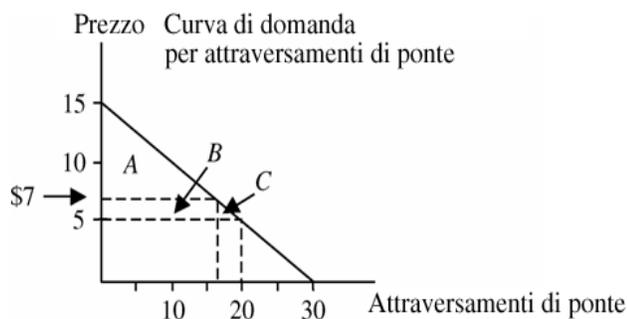
- b. Se aumentate il prezzo del 10 per cento, i ricavi aumenteranno o diminuiranno?

Quando l'elasticità è -1 , se il prezzo aumenta i ricavi rimangono costanti.

13. Supponete di essere i responsabili di un ponte a pedaggio i cui costi di esercizio sono sostanzialmente nulli. La domanda di attraversamento Q è data da $P = 15 - (1/2)Q$.

- a. Tracciate la curva di domanda di attraversamento del ponte.

La curva di domanda è lineare e inclinata negativamente. L'intercetta verticale è 15, quella orizzontale è 30.



- b. Quante persone attraverserebbero il ponte se non vi fosse pedaggio?

Se il prezzo fosse zero, $0 = 15 - (1/2)Q$, quindi $Q = 30$. La quantità domandata sarebbe 30.

- c. Quale perdita di surplus del consumatore è associata a un pedaggio di €5?

Se il pedaggio fosse di €5, la quantità domandata sarebbe 20. La perdita di surplus del consumatore è la differenza tra il surplus del consumatore quando il prezzo è zero e il surplus del consumatore quando il prezzo è €5. Quando il pedaggio è nullo, il surplus del consumatore è l'intera area al di sotto della curva di domanda, ovvero $(1/2)(30)(15) = 225$. Quando $P = 5$, il surplus del consumatore è l'area $A + B + C$ del grafico soprastante. Questo triangolo ha base 20 e

altezza 10, quindi il surplus del consumatore è $(1/2)(20)(10) = 100$. La perdita di surplus del consumatore è quindi pari a $€225 - 100 = €125$.

- d. Il gestore del ponte sta considerando la possibilità di aumentare il pedaggio a €7. A questo prezzo, quante persone attraverserebbero il ponte? I ricavi aumenterebbero o diminuirebbero? Quali indicazioni sull'elasticità della domanda fornisce la vostra risposta?**

Con un pedaggio di €7, la quantità domandata sarebbe 16. Inizialmente il ricavo era $€5(20) = €100$. Il nuovo ricavo è $€7(16) = €112$, quindi il ricavo aumenta di €12. Dato che le entrate salgono quando il pedaggio aumenta, la domanda è anelastica (un incremento del 40% del prezzo compensa abbondantemente la riduzione della quantità domandata).

- e. Determinate la perdita di surplus del consumatore associata a un aumento del prezzo del pedaggio da €5 a €7.**

La perdita di surplus del consumatore è data dall'area $B + C$ del grafico soprastante. Quindi, è $(16) \times (7 - 5) + (1/2) \times (20 - 16) \times (7 - 5) = €36$.

- 14. Vera ha deciso di aggiornare il sistema operativo del suo nuovo PC. Sente dire che il nuovo sistema operativo Linux è tecnologicamente superiore a Windows, oltre ad avere un prezzo significativamente inferiore. Tuttavia, confrontandosi con gli amici scopre che tutti utilizzano Windows. Essi ammettono che Linux è più interessante, ma aggiungono che si vedono relativamente poche copie di Linux in vendita nei negozi. Vera sceglie Windows. Sapete spiegare la sua decisione?**

Vera è influenzata da un'externalità di rete positiva (non da un effetto bandwagon). Quando sente dire che la scelta di software compatibili con Linux è limitata e che nessuno dei suoi amici utilizza Linux, decide di optare per Windows. Se non fosse stata interessata ad acquistare programmi e se non avesse ritenuto di essere bisognosa dell'aiuto degli amici, forse avrebbe scelto Linux.

- 15. Supponete di essere il consulente di una cooperativa agricola che sta decidendo se chiedere ai propri soci di ridurre della metà la produzione di cotone il prossimo anno. La cooperativa vi chiede di prevedere se questa scelta incrementerà o meno i ricavi dei soci. Sapendo che il cotone (C) e la soia (S) si contendono il suolo agricolo delle regioni meridionali, stimate che la domanda di cotone sia $C = 3,5 - 1,0P_C + 0,25P_S + 0,50RD$, dove P_C è il prezzo del cotone, P_S il prezzo della soia e RD il reddito. Dovreste sostenere il piano o opporvi a esso? Quali altre informazioni vi aiuterebbero a fornire una risposta definitiva?**

Se la produzione di cotone venisse ridotta della metà, il prezzo del cotone aumenterebbe, dato che in base all'equazione la curva di domanda è inclinata negativamente (il segno di P_C è negativo). Se il prezzo aumenta mentre la quantità domandata diminuisce, i ricavi possono sia aumentare sia diminuire. Dipende dall'elasticità o inelasticità della domanda. Se la domanda è elastica, una riduzione della produzione e un incremento del prezzo riducono i ricavi. Occorre raccogliere una grande quantità di informazioni prima di poter dare una risposta definitiva. In primo luogo, occorre conoscere i prezzi attuali del cotone e della soia, oltre al livello del reddito; poi è possibile calcolare la quantità di cotone domandata, C . Successivamente, occorre ridurre C della metà e determinare l'effetto che ciò avrà sul prezzo del cotone, assumendo che il reddito e il prezzo della soia non vengano influenzati (un assunto impegnativo). A questo punto è possibile calcolare le entrate iniziali e le entrate nella nuova situazione per scoprire se questa operazione incrementi o meno i ricavi dei soci.

Appendice al Capitolo 4

■ Esercizi

1. Quali delle seguenti funzioni di utilità sono coerenti con l'ipotesi della convessità delle curve di indifferenza, e quali no?

a. $U(X,Y) = 2X + 5Y$

b. $U(X,Y) = (XY)^{0,5}$

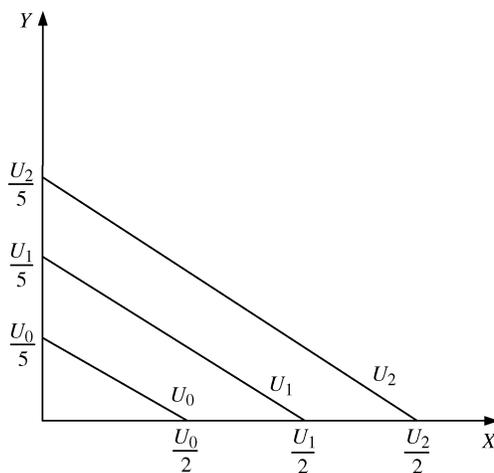
c. $U(X,Y) = \text{Min}(X,Y)$, dove Min è il valore minimo tra X e Y .

Le mappe di indifferenza per le tre funzioni di utilità sono presentate nelle figure 4A.1(a), 4A.1(b) e 4A.1(c). La prima è una serie di rette, la seconda una serie di iperboli e la terza una serie di curve a forma di L. Solamente la seconda funzione di utilità ha curve di indifferenza strettamente convesse.

Per tracciare le curve di indifferenza che rappresentano le preferenze date da $U(X,Y) = 2X + 5Y$, uguagliate l'utilità a un dato valore U_0 e risolvete rispetto a Y , ottenendo

$$Y = \frac{U_0}{5} - \frac{2}{5}X.$$

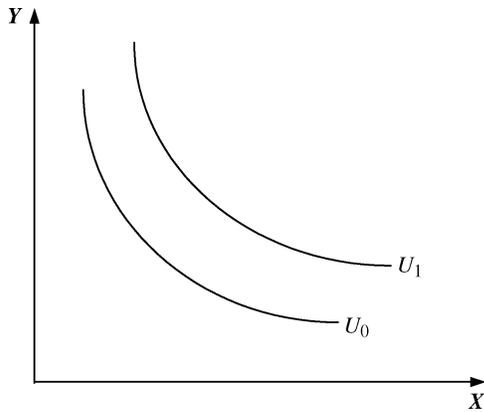
Poiché si tratta dell'equazione di una retta, le curve di indifferenza sono lineari, hanno intercetta $\frac{U_0}{5}$ e inclinazione $-\frac{2}{5}$. Il grafico mostra tre curve di indifferenza per tre diversi valori di U , dove $U_0 < U_1 < U_2$.



Per tracciare le curve di indifferenza che rappresentano le preferenze date da $U(X,Y) = (XY)^{0,5}$, uguagliate l'utilità a un dato valore U_0 e risolvete rispetto a Y , ottenendo

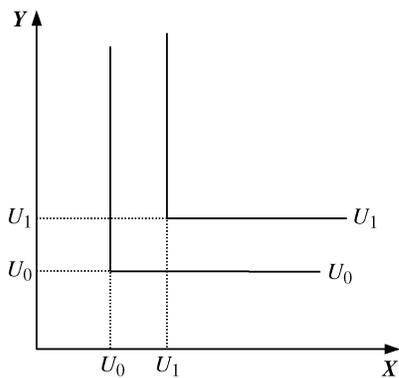
$$Y = \frac{U_0^2}{X}.$$

Inserendo alcuni valori di X e risolvendo rispetto a Y , sarete in grado di tracciare la curva di indifferenza per il valore di utilità U_0 , mostrata nella figura seguente assieme alla curva di indifferenza corrispondente a un valore di utilità maggiore, U_1 .



Per tracciare le curve di indifferenza che rappresentano le preferenze date da $U(X,Y) = \text{Min}(X,Y)$, notate prima di tutto che le funzioni di utilità di questa forma corrispondono a curve di indifferenza a forma di L e che rappresentano una relazione di complementarità tra X e Y . In questo caso, per ogni dato livello di utilità U_0 , il valore minimo tra X e Y sarà uguale a U_0 . Se X aumenta e Y non aumenta, l'utilità non cambia. Se variano sia X sia Y , l'utilità varia e si passa a una diversa curva di indifferenza. Osservate la tabella seguente, che illustra il modo in cui il valore dell'utilità dipende dalle quantità di X e Y nel paniere di consumo.

X	Y	U
10	10	10
10	12	10
12	12	12
12	11	11
8	11	8
8	9	8



2. **Mostrate che le due funzioni di utilità seguenti generano funzioni di domanda identiche per i beni X e Y .**

a. $U(X,Y) = \log(X) + \log(Y)$

b. $U(X,Y) = (XY)^{0.5}$

Se due funzioni di utilità sono equivalenti, le funzioni di domanda che si ricavano da esse sono identiche. Due funzioni di utilità sono equivalenti se trasformando una di esse è possibile ottenere l'altra. La trasformazione deve essere operata da una funzione che trasformi una serie di numeri in una diversa serie di numeri senza modificare l'ordine dei numeri stessi. Quindi, per esempio, è possibile utilizzare la funzione quadrato, perché essa non modifica l'ordine dei numeri che vengono elevati al quadrato (a patto che i numeri non siano negativi). Se w è maggiore di z , allora

w^2 è maggiore di z^2 . Anche la funzione logaritmica è utilizzabile come funzione di trasformazione, ed è la funzione che utilizzeremo in questo caso.

Estraendo il logaritmo di $U(X,Y) = (XY)^{0.5}$ si ottiene

$$\log U(X,Y) = 0,5 \log(XY) = 0,5 [\log(X) + \log(Y)].$$

Ora moltiplichiamo per 2 entrambi i membri, ricavando la funzione di utilità in a.

$$2(\log U(X,Y) = \log(X) + \log(Y)).$$

Quindi, le due funzioni di utilità sono equivalenti e produrranno funzioni di domanda identiche. Possiamo dimostrarlo anche in modo diretto ricavando le due funzioni di domanda e mostrando che si tratta della medesima funzione.

- a. Per ricavare le funzioni di domanda per X e Y , corrispondenti a $U(X,Y) = \log(X) + \log(Y)$, occorre massimizzare $U(X,Y)$ dato il vincolo di bilancio. Per farlo, scriviamo prima di tutto la funzione Lagrangiana, dove λ è il moltiplicatore di Lagrange:

$$\Phi = \log(X) + \log(Y) - \lambda(P_X X + P_Y Y - RD).$$

Differenziando rispetto a X , Y e λ e uguagliando le derivate a zero:*

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X} = \frac{1}{X} - \lambda P_X = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Y} = \frac{1}{Y} - \lambda P_Y = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = I - P_X X - P_Y Y = 0.$$

Le prime due condizioni implicano che $P_X X = \frac{1}{\lambda}$ e $P_Y Y = \frac{1}{\lambda}$.

La terza condizione implica che $RD - \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} = 0$, ovvero $\lambda = \frac{2}{RD}$.

Sostituendo questa espressione in $P_X X = \frac{1}{\lambda}$ e $P_Y Y = \frac{1}{\lambda}$ si ottengono le funzioni di domanda:

$$X = \left(\frac{RD}{2P_X} \right) \text{ e } Y = \left(\frac{RD}{2P_Y} \right).$$

Notate che la domanda di ciascun bene dipende solo dal prezzo del bene stesso e dal reddito, non dal prezzo dell'altro bene. Inoltre, il consumatore spende esattamente metà del proprio reddito per ciascun bene, indipendentemente dai prezzi dei beni.

- b. Per ricavare le funzioni di domanda per X e Y , corrispondenti a $U(X,Y) = (XY)^{0.5} = (X^{0.5})(Y^{0.5})$, scriviamo prima di tutto la funzione lagrangiana:

$$\Phi = (X)^{0.5}(Y)^{0.5} - \lambda(P_X X + P_Y Y - RD)$$

Differenziando rispetto a X , Y e λ e uguagliando le derivate a zero:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0,5 X^{-0,5} Y^{0,5} - \lambda P_X = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0,5 X^{0,5} Y^{-0,5} - \lambda P_Y = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = RD - P_X X - P_Y Y = 0$$

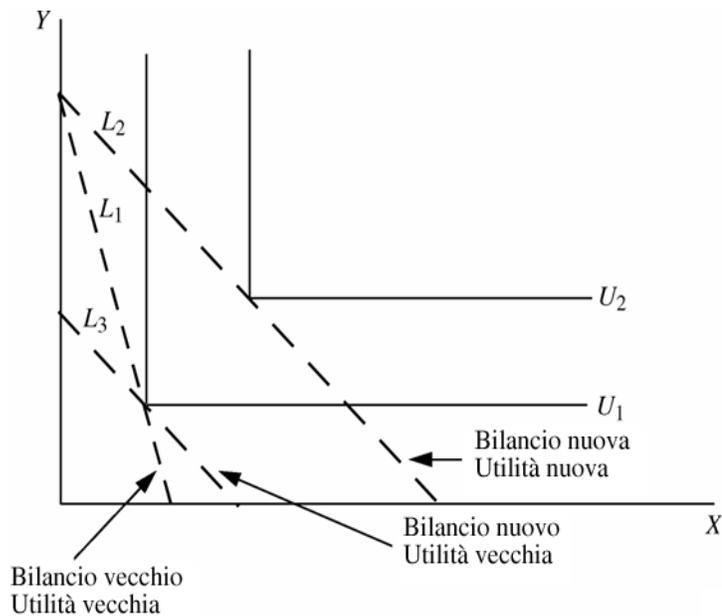
Nelle prime due condizioni, spostate a destra i termini che contengono λ e successivamente dividete la prima condizione per la seconda. Con qualche calcolo algebrico si ricava $\frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y}$, ovvero $P_Y Y = P_X X$. Sostituendo $P_Y Y$ nella terza condizione, si ricava $I = 2P_X X$. Quindi,

$X = \left(\frac{RD}{2P_X} \right)$ e $Y = \left(\frac{RD}{2P_Y} \right)$, le stesse funzioni di domanda già ricavate per l'altra funzione di utilità.

3. **Considerate una funzione di utilità data da $\text{Min}(X, Y)$, come nell'esercizio 1(c). Qual è l'equazione di Slutsky che scompone la variazione della domanda di X determinata da una variazione del prezzo? Qual è l'effetto di reddito? Qual è l'effetto di sostituzione?**

L'equazione di Slutsky completa è $dX/dP_X = \partial X/\partial P_X|_{U=U^*} - X(\partial X/\partial RD)$, dove il primo termine del secondo membro rappresenta l'effetto di sostituzione, mentre il secondo termine rappresenta l'effetto di reddito. L'effetto di sostituzione è nullo, dato che con questo tipo di funzione di utilità a proporzioni fisse non si ha alcun effetto di sostituzione al variare del prezzo. Quindi, l'equazione di Slutsky per la funzione di utilità a proporzioni fisse è $dX/dP_X = -X(\partial X/\partial RD)$. Un esempio numerico aiuterà a spiegarne il funzionamento. Supponiamo che il consumatore inizialmente acquisti 10 unità di X e supponiamo di sapere che ne acquisterebbe un'unità in più se il suo reddito aumentasse di €5 (quindi $\partial X/\partial RD = 1/€5 = 0,2$). Utilizzando l'equazione di Slutsky, $dX/dP_X = -10(0,2) = -2$. Quindi, se il prezzo di X aumenta di €1, il consumatore acquista 2 unità in meno di X , e ciò è dovuto unicamente all'effetto di reddito. All'opposto, se il prezzo di X diminuisce di €1, il consumatore acquista 2 unità in più.

La figura seguente mostra che, quando il prezzo di X diminuisce, la retta di bilancio del consumatore ruota spostandosi verso destra, da L_1 a L_2 . Una traslazione che riporti la nuova retta di bilancio alla curva di indifferenza iniziale, U_1 , produce l'ipotetica retta di bilancio L_3 , che utilizziamo per determinare l'effetto di sostituzione. Dato che il consumatore acquisterebbe lo stesso paniere di X e Y che aveva scelto con il vincolo di bilancio iniziale, l'effetto di sostituzione è nullo. L'effetto di reddito è dato dallo spostamento dalla retta di bilancio da L_3 a L_2 , che comporta un incremento dell'utilità da U_1 e U_2 e un incremento del consumo di X .



4. Sandra ha la seguente funzione di utilità:

$$U(X, Y) = \sqrt{X} + \sqrt{Y}$$

dove X è il consumo di dolci, il cui prezzo è $P_X = €1$, e dove Y è il consumo di caffè, con $P_Y = €3$.

a. Determinate la domanda di dolci e di caffè di Sandra.

Utilizzando il metodo della lagrangiana, l'equazione lagrangiana è

$$\Phi = \sqrt{X} + \sqrt{Y} - \lambda(P_X X + P_Y Y - RD).$$

Per ricavare le funzioni di domanda, occorre massimizzare l'equazione Lagrangiana rispetto a X , Y e λ , ovvero massimizzare l'utilità dato il vincolo di bilancio. Le condizioni necessarie perché si abbia un punto di massimo sono

$$(1) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 0,5X^{-0,5} - P_X \lambda = 0$$

$$(2) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0,5Y^{-0,5} - P_Y \lambda = 0$$

$$(3) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = RD - P_X X - P_Y Y = 0.$$

Combinando le condizioni (1) e (2) si ottiene

$$\lambda = \frac{1}{2P_X X^{0,5}} = \frac{1}{2P_Y Y^{0,5}}, \text{ quindi } P_X X^{0,5} = P_Y Y^{0,5}, \text{ da cui}$$

$$(4) \quad X = \left(\frac{P_Y}{P_X} \right)^2 Y.$$

Sostituire ora l'espressione (4) nella (3) e risolverete rispetto a Y . Una volta ricavato Y , potete sostituirlo nella (4) e risolvere rispetto a X . Notate che algebricamente esistono diversi modi per risolvere questo tipo di problema e che non necessariamente occorre farlo come qui descritto. Le funzioni di domanda sono:

$$Y = \frac{P_X RD}{P_Y^2 + P_Y P_X} \text{ ovvero } Y = \frac{RD}{12}$$

$$X = \frac{P_Y RD}{P_Y^2 + P_Y P_X} \text{ ovvero } X = \frac{3RD}{4}.$$

b. Ipotizzate che Sandra abbia un reddito $RD = €100$. Quanti dolci e quanti caffè consumerà?

Sostituire i valori relativi a prezzo e reddito nelle funzioni di domanda; si ricava che Sandra consuma $X = 75$ dolci e $Y = 8,33$ caffè.

c. Qual è l'utilità marginale del reddito?

Come mostrato nell'appendice, l'utilità marginale del reddito è uguale a 8. Dal punto (a),

$$\lambda = \frac{1}{2P_X X^{0,5}} = \frac{1}{2P_Y Y^{0,5}}.$$

Effettuando la sostituzione in una delle due parti dell'equazione si ottiene $\lambda = 0,058$. È l'incremento di utilità di cui Sandra beneficerebbe se potesse spendere un euro in più.

5. Maurizio ha la seguente funzione di utilità:

$$U(X, Y) = 20X + 80Y - X^2 - 2Y^2$$

dove X è il consumo di CD, il cui prezzo è €1, e Y è il consumo di DVD, il cui prezzo di noleggio è €2. Maurizio progetta di spendere €41 per entrambe le forme di intrattenimento. Determinate il numero di CD e di DVD a noleggio che massimizzano l'utilità di Maurizio.

Indicando con X il numero di CD e con Y il numero di DVD noleggiati, l'equazione Lagrangiana è $\Phi = 20X + 80Y - X^2 - 2Y^2 - \lambda(X + 2Y - 41)$.

Per determinare il consumo ottimale di ciascun bene, massimizzate l'equazione Lagrangiana rispetto a X , Y e λ ; ciò equivale a massimizzare l'utilità dato il vincolo di bilancio. Le condizioni necessarie per avere un punto di massimo sono

$$(1) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial X} = 20 - 2X - \lambda = 0$$

$$(2) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 80 - 4Y - 2\lambda = 0$$

$$(3) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = X + 2Y - 41 = 0.$$

Notate che nella condizione (3) entrambi i membri sono stati moltiplicati per -1 . Combinando le condizioni (1) e (2) si ottiene

$$\lambda = 20 - 2X = 40 - 2Y$$

$$(4) \quad 2Y = 20 + 2X.$$

Ora sostituite l'espressione (4) nella (3) e risolverete rispetto a X . Una volta risolto rispetto a X , potete tornare a sostituire questo valore nella (4) e risolvere rispetto a Y . Notate che algebricamente esistono diversi modi per risolvere questo problema e che non necessariamente occorre farlo come qui descritto. Il paniere ottimale è $X = 7$ CD e $Y = 17$ DVD.