

AMMORTAMENTO A RATE POSTICIPATE E QUOTE CAPITALI COSTANTI

$$x / t = \{S, -R_1, -R_2, \dots, -R_m\} / \{0, 1, 2, \dots, m\}$$

con $R_k = C_k + I_k$ $k = 1, 2, \dots, m$ rate d'ammortamento
 C_k $k = 1, 2, \dots, m$ quote capitale tali che
 $C_1 = C_2 = \dots = C_m = C$

quindi per il vincolo di chiusura $\sum_{k=1}^m C_k = S$ si ha $C = \frac{S}{m}$

I_k $k = 1, 2, \dots, m$ quote interesse con $I_k = i D_{k-1}$

essendo $D_k = S - \sum_{h=1}^k C_h = \sum_{h=k+1}^m C_h = S - kC = (m - k)C$ $k = 1, \dots, m - 1$
 $D_0 = S, D_m = 0$

L'operazione finanziaria x / t è equa.

Esempio:

Ammortamento di un prestito di 50.000 euro, al tasso annuo del 4,5%, con 4 rate annue posticipate e quote capitali costanti.

AMMORTAMENTO A RATE COSTANTI POSTICIPATE

Nell'ammortamento a rate costanti posticipate si ha

$$R_1 = R_2 = \dots = R_m = R$$

quindi

$$\mathbf{x} / \mathbf{t} = \{S, -R, -R, \dots, -R\} / \{0, 1, 2, \dots, m\}$$

Per la condizione di equità si ha

$$W(0, \mathbf{x}) = 0 \Leftrightarrow S - \sum_{k=1}^m R(1+i)^{-k} = 0 \Leftrightarrow S - Ra_{\overline{m}|i} = 0$$

Indicate con $R_k = C_k + I_k$ $k = 1, 2, \dots, m$ le rate d'ammortamento

si ha

$$I_k \quad k = 1, 2, \dots, m \quad \text{quote interesse} \quad \text{con} \quad I_k = i D_{k-1}$$

Il debito residuo $D_k = \sum_{h=k+1}^m C_h$ $k = 0, \dots, m-1$

è dato da

$$D_k = Ra_{\overline{m-k}|i} \quad k = 0, \dots, m-1$$

Ammortamento a rate costanti posticipate

Negli ammortamenti progressivi le quote interessi sono non crescenti.

Nel caso dell'ammortamento a rate costanti, le quote interesse sono decrescenti, quindi le quote capitale sono crescenti. Si ha che le quote capitale sono crescenti in progressione geometrica di ragione $(1+i)$

$$C_{k+1} = C_k(1+i) \quad k = 1, 2, \dots, m-1$$

Si ha allora

$$C_k = C_1(1+i)^{k-1} \quad k = 1, 2, \dots, m$$

essendo $C_1 = R - I_1 = R - iS = R - i(R a_{\overline{m}|i}) = R(1+i)^{-m} = Rv^m$

Quindi $C_k = Rv^{m-k+1} \quad k = 1, 2, \dots, m$

Si possono allora calcolare direttamente le quote capitale conoscendo la rata costante.

Osservazione:

$$C_k = R - I_k = R - iD_{k-1} = R - i(R a_{\overline{m-k+1}|i}) = R(1+i)^{-(m-k+1)} = Rv^{m-k+1} \quad k = 1, 2, \dots, m$$

Esempio:

Ammortamento di un prestito di 50.000 euro, al tasso annuo del 4,5%, con 4 rate annue costanti posticipate.

ESERCIZI SU AMMORTAMENTI A RATE POSTICIPATE

- Si contrae un prestito di 30.000 euro al tasso annuo del 5,8%.
Calcolare il numero minimo di rate di ammortamento costanti posticipate se l'importo massimo della rata che si è disposti a pagare è 3.600 euro.
- Esercizio tratto da un compito d'esame.

Un finanziamento di 100.000 euro è ammortizzato in 20 anni al tasso di interesse annuo del 5,2% mediante il versamento di rate semestrali costanti posticipate. Redigere le prime 2 e le ultime 2 righe del piano di ammortamento (in modo da evidenziare le grandezze finanziarie rilevanti, relative alle prime 2 ed alle ultime 2 rate).

Alla scadenza della dodicesima rata, il risparmiatore decide di estinguere parte del debito residuo versando, oltre alla rata in scadenza, 30.000 euro a titolo di rimborso parziale del prestito. Determinare l'ammontare del debito residuo subito dopo il pagamento della dodicesima rata. Calcolare inoltre l'ammontare della nuova rata costante di ammortamento, tenendo conto dell'estinzione parziale del prestito e mantenendo inalterate le scadenze delle rate ancora da pagare.