

MODI DELLA FIBRA

DALLE EQUAZIONI DI MAXWEL

$$k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\nabla^2 \bar{E} + m^2(\omega) k_0^2 \bar{E} = 0$$

HO L'EQUAZIONE D'ONDA

IN COORDINATE CILINDRICHE ρ, ϕ, z

SEPARANDO LE VARIABILI
E RISOLVENDO IN E_z, H_z

$$E_z, H_z(\rho, \phi, z) = R(\rho) \Phi(\phi) Z(z)$$

$$\bar{E}_\rho = \frac{j}{k^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \mu_0 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right)$$

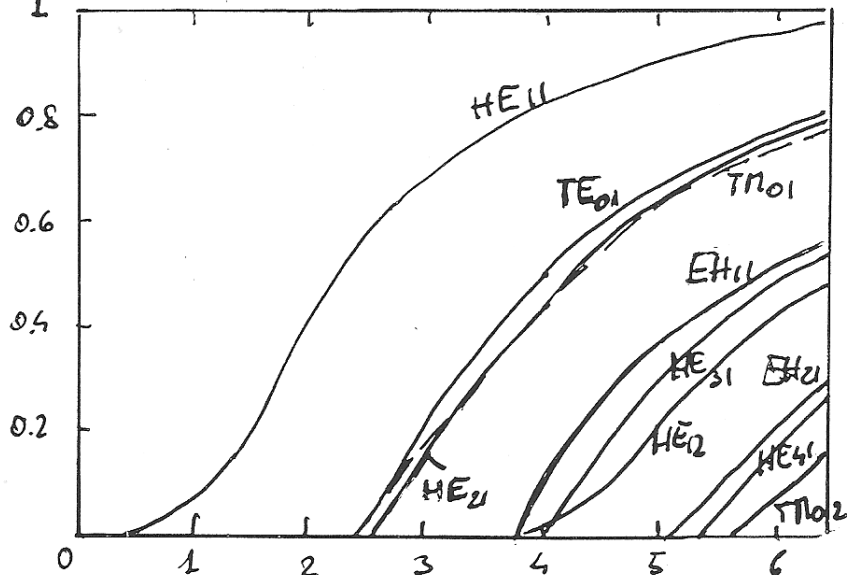
$$E_\phi = \frac{j}{k^2} \left(\beta \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \mu_0 \omega \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right)$$

$$H_\rho = \frac{j}{k^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial \rho} - \epsilon_0 m^2 \omega \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right)$$

$$H_\phi = \frac{j}{k^2} \left(\beta \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \epsilon_0 m^2 \omega \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right)$$

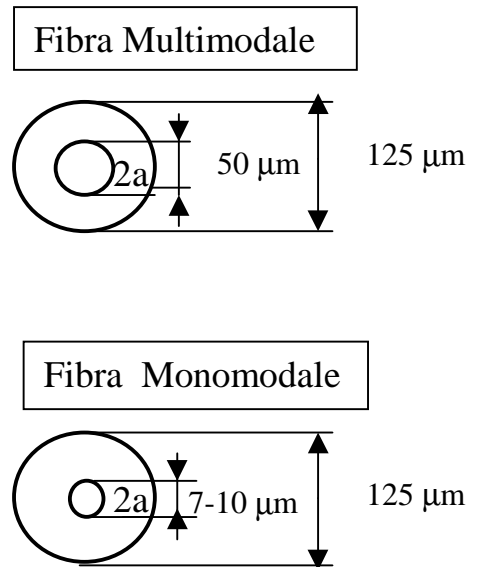
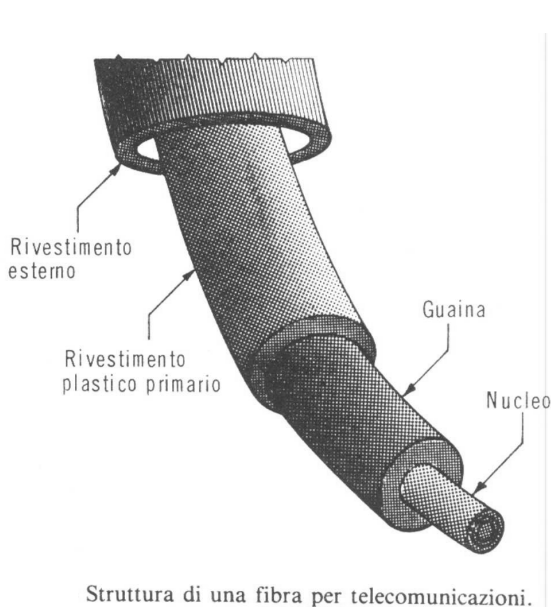
APPLICANDO LE CONDIZIONI AL CONTORNO SI OTTIENE L'EQUAZIONE CARATTERISTICA $\Rightarrow \beta$; MODI

$$b = \frac{(\beta/k_0)^2 - m_2^2}{m_1^2 - m_2^2}$$



$$v = k_0 a (m_1^2 - m_2^2)^{1/2}$$

SISTEMI DI TRASMISSIONE IN FIBRA OTTICA



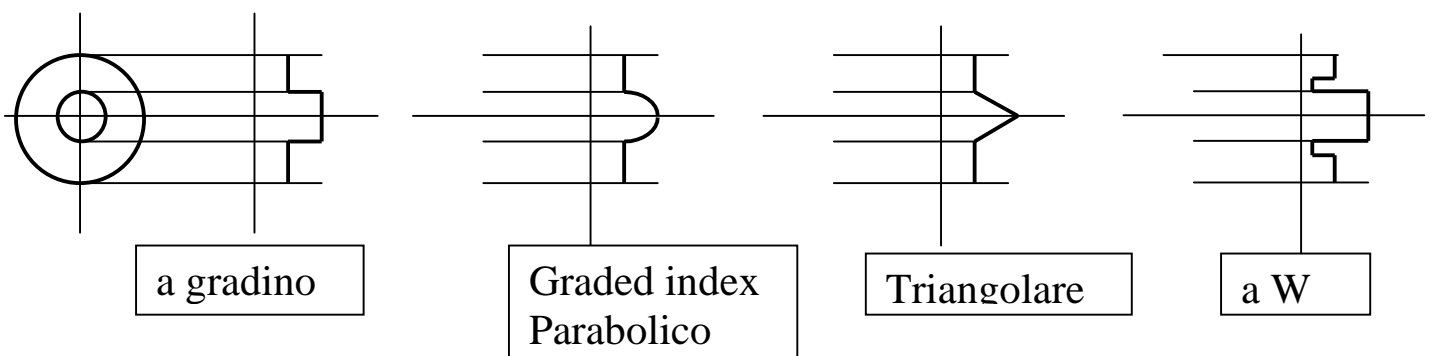
La fibra ottica è un sottile filo di vetro di grande purezza ed omogeneità in cui si distinguono due regioni una interna (**nucleo o core**) caratterizzato da un indice di rifrazione n_1 di poco superiore a quella n_2 della regione esterna (**mantello o cladding**).

Nel nucleo si propaga un'onda elettromagnetica di frequenza 10^{14} Hz confinata dalla discontinuità dell'indice.

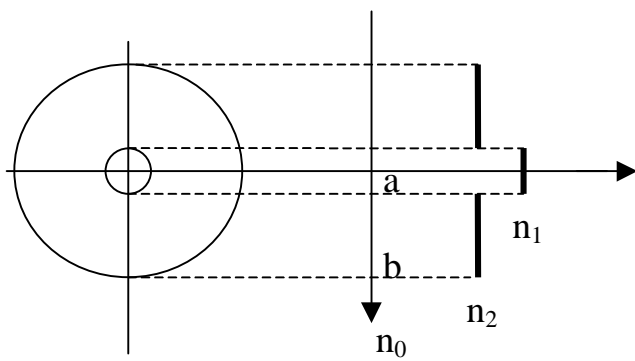
A seconda delle dimensioni del core si hanno fibre multimodali o monomodali.

Si dice **profilo d'indice** l'andamento dell'indice di rifrazione nel core e nel cladding.

Mediante l'adozione di questi profili si può agire sulla dispersione di una fibra.



PARAMETRI DELLA FIBRA OTTICA



Distanze radiali
 a è il raggio del core
 b è il raggio del cladding

La fibra ottica è schematizzabile come una struttura cilindrica a due strati in silice concentrici (**core** e **cladding**) aventi indici di rifrazione

$$n_1 \text{ e } n_2 \quad \text{con} \quad n_1 > n_2$$

ed uno strato esterno con indice n_0 che può essere considerato in teoria infinitamente esteso ma che in pratica è costituito dal rivestimento esterno

Si definisce un **salto d'indice** fra core e cladding

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_2^2} \quad \text{che si può considerare} \quad \Delta \cong \frac{n_1 - n_2}{n_2}$$

cioè circa coincidente con l'indice di rifrazione relativo fra core e cladding

La dipendenza dalla frequenza viene espressa mediante un parametro adimensionale chiamato frequenza normalizzata v che rappresenta il numero di modi che si possono propagare in fibra

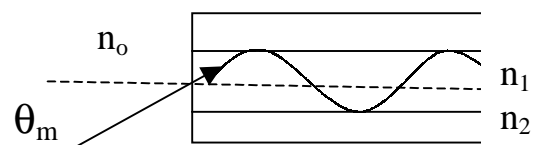
$$v = 2\pi \frac{a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 2\pi \frac{a}{\lambda} n_2 \sqrt{2\Delta} = a k \text{ NA} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

L'apertura numerica

$$\text{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

ha un particolare significato

dal momento che si ha $\text{NA} = n_0 \sin \theta_{\max}$



NA consente di individuare il massimo angolo di incidenza per cui un raggio luminoso può essere guidato nel nucleo

CAUSE DI ATTENUAZIONE

L'attenuazione delle fibre è imputabile a ad un insieme di fenomeni di **assorbimento** e di **diffusione** che si manifestano nel materiale

Tali fenomeni possono essere di tipo **estrinseco** cioè dovuti a fattori estranei al materiale e quindi eliminabili o **intrinseco** cioè dovuto a proprietà del materiale stesso e che quindi, essendo ineliminabili, fissano i limiti teorici.

Con riferimento alle cause **intrinseche** si distinguono:

quelle dovute all'assorbimento per transizione elettronica, quelle per vibrazione di legame ed infine quelle legate a fenomeni di diffusione di luce (scattering di Rayleigh, Brillouin e Raman).

L'attenuazione intrinseca a può essere espressa come somma di questi contributi

$$\alpha = \alpha_{UV} + \alpha_{IR} + \alpha_S = B_1 e^{B_2/\lambda} + C_1 e^{-C_2/\lambda} + \frac{A}{\lambda^4}$$

- A, B₁, B₂, C₁, C₂ sono costanti che dipendono dal materiale considerato.

- α_{UV} assorbimento dovuto a transizioni elettroniche tra i livelli energetici che caratterizzano gli orbitali atomici o molecolari del materiale (ultravioletto).

- α_{IR} assorbimento dovuto a modi vibrazionali della struttura molecolare (infrarosso).

- α_S rappresenta le perdite per diffusione dovuta a urti elastici di fotoni microfluttuazioni dell'indice di rifrazione (**scattering di Rayleigh**), urti anelastici dovuti a interazioni fotone- fonone (quanto di energia vibratoria del reticolo) detto **scattering di Brillouin**

Indicando con P(z) la potenza in un certo punto della fibra, al termine di un tratto d di fibra

$$\frac{P(z=0)}{P(z=d)} = e^{-\alpha_{ott} d} = e^{-L}$$

legata all'attenuazione specifica in dB/km dalla formula

$$\alpha_{dB} * d = 10 \log\left(\frac{P(z=0)}{P(z=d)}\right)$$

per cui $\alpha_{dB} = 4,34 \alpha_{ott}$

ATTENUAZIONE

Si utilizzano per la propagazione alcune bande di frequenza denominate **finestre ottiche**

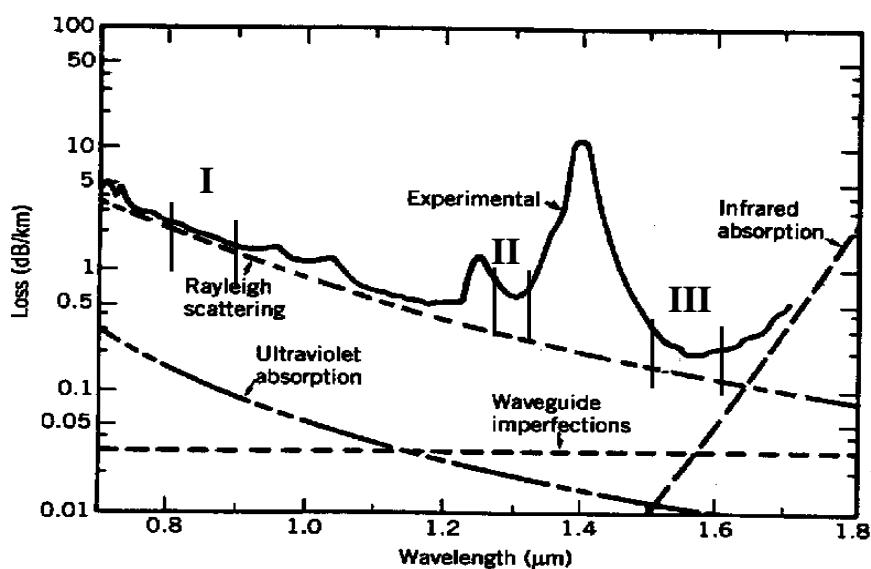
I finestra 800-900 nm (0.8-0.9 μm)

II finestra 1300 nm (1.3 μm)

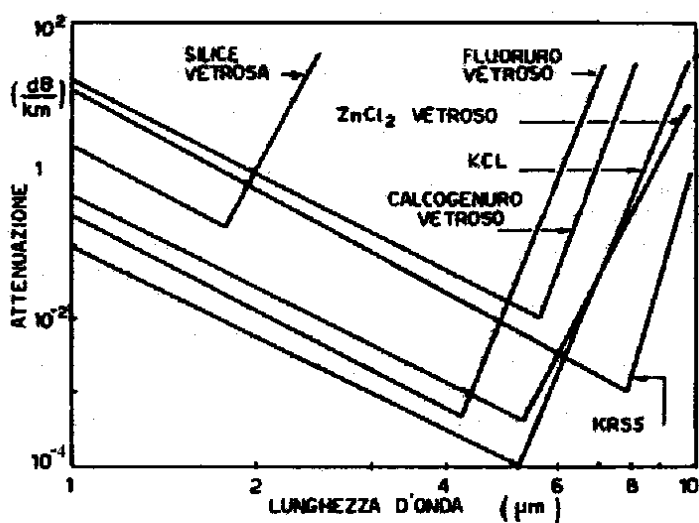
III finestra 1500 nm (1.55 μm)

ad una λ di 1.5 μm corrisponde una $f = 2 \cdot 10^{14} = 200 \text{ THz}$

A 1.55 μm , 1nm di larghezza di banda corrisponde a 125 GHz



Curva di attenuazione per fibre a base silicea



Curve di attenuazione a "V" di alcuni materiali nel medio infrarosso

GROUP VELOCITY DISPERSION (GVD)

La **dispersione cromatica** di un mezzo è il fenomeno per cui le componenti spettrali di un segnale non viaggiano con la stessa velocità ed arrivano ad una distanza d con ritardi diversi producendo una distorsione del segnale

Quando si considera la propagazione in una struttura guidante monomodale di assegnata geometria e indice di rifrazione si parla preferibilmente di **dispersione della velocità di gruppo** (GVD) $v_g = d\omega/d\beta$.

Per una determinata lunghezza d di un collegamento si ha che d/v_g è il tempo di ritardo di gruppo t_g

$$t_g = \frac{d}{2\pi} \left[\frac{\partial \beta}{\partial f} \right] = \frac{d}{c} \left[\frac{\partial \beta}{\partial k} \right] = - \frac{d \lambda^2}{2\pi c} \left[\frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \right]$$

Si definisce **coefficiente di dispersione** S la variazione del tempo di ritardo di gruppo rispetto alla lunghezza d'onda (dispersione per unità di lunghezza e unità di larghezza spettrale, usualmente ps/nm km)

$$S = \frac{\partial t_g}{\partial \lambda} = \frac{1}{d} = - \frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_e}{\partial \lambda^2} \quad D = S d \Delta \lambda = - \frac{d}{c} \lambda \frac{\partial^2 n_e}{\partial \lambda^2} \Delta \lambda$$

$n_e = \beta/k$ è l'indice effettivo visto dal modo con costante di fase β alla pulsazione ω

Si definisce pertanto **Dispersione** D il prodotto del coefficiente di dispersione S per la lunghezza d del collegamento e per la banda $\Delta \lambda$ relativa allo spettro del segnale

Si distinguono i casi in cui la banda $\Delta \lambda$ del segnale trasmesso

- è costituita dalla larghezza di banda di emissione della sorgente $\Delta \lambda_s$
- è costituita dallo spettro della portante ottica modulata

LA DISPERSIONE IN FIBRA OTTICA

Dalla conoscenza del coefficiente di dispersione S si può valutare la dispersione D tenendo conto della lunghezza della guida (L) e della larghezza di banda del segnale ottico (B o $\Delta\lambda$) che può essere dovuta alla larghezza di banda della sorgente o al segnale modulante

$$D = S L \Delta\lambda$$

Le principali cause di dispersione nelle fibre ottiche sono

- a) dispersione del materiale
- b) dispersione geometrica o di guida d'onda
- c) dispersione di profilo d'indice ($d\Delta/d\lambda$) cioè la variazione con la lunghezza d'onda della differenza relativa d'indice
- d) dispersione cromatica longitudinale dovuta ai cambiamenti dei parametri lungo la direzione di propagazione in una guida d'onda
- e) la dispersione di polarizzazione
- f) dispersione modale

le prime due cause sono le principali anche ai fini del controllo della dispersione

Supponendo che il salto d'indice Δ non dipenda da λ si ha

Si riesce ad esprimere la dispersione come somma di due contributi

$$S = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_2}{\partial \lambda^2} - \frac{n_2 \Delta}{\lambda c} \frac{\partial^2 (vb)}{\partial v^2} v = S_m + S_w$$

Si definisce Δ (salto d'indice) e $b(v)$ o $B(v)$ (coefficiente normalizzato di propagazione)

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_2^2} \cong \frac{n_1 - n_2}{n_2} \quad b(v) = \frac{(\beta'^2 - n_2^2)}{n_1^2 - n_2^2} \text{ con } \beta' = \frac{\beta c}{\omega}$$

v è la frequenza normalizzata

DISPERSIONE DEL MATERIALE

La dispersione del materiale è dovuta alla dipendenza dalla lunghezza d'onda degli indici di rifrazione dei vari strati. Le origini della dispersione del materiale sono

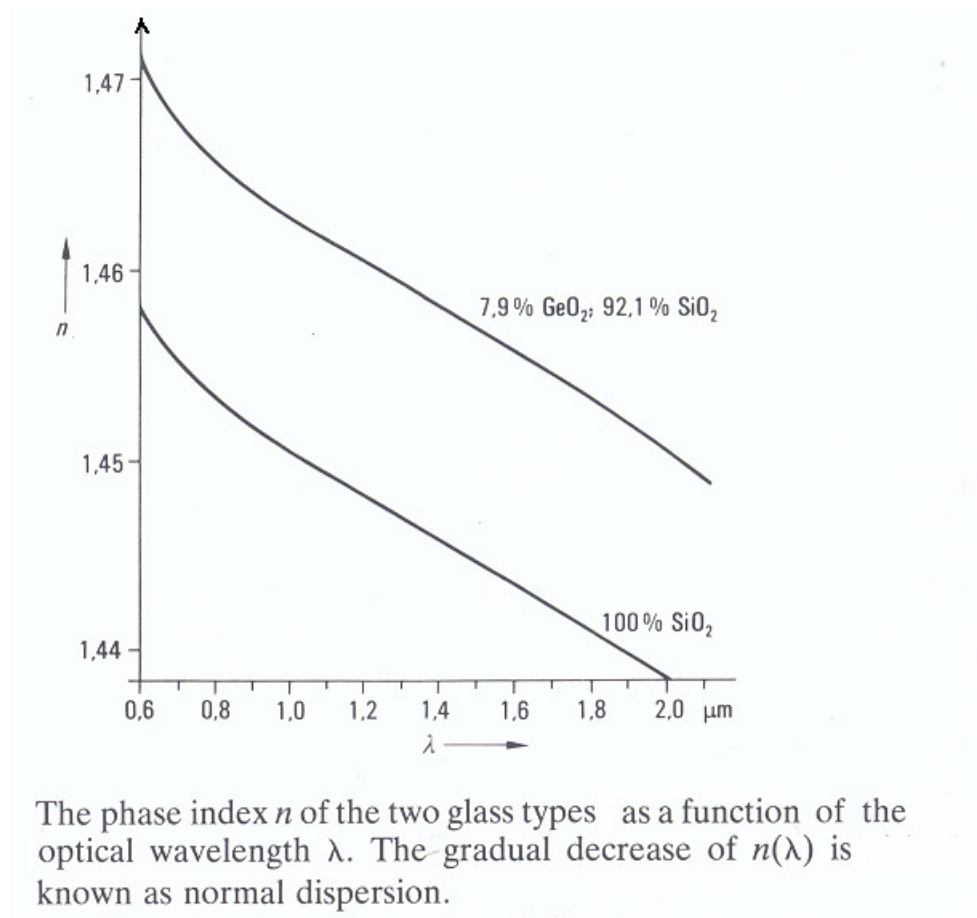
legate alle frequenze di risonanza alle quali il materiale assorbe la radiazione elettromagnetica attraverso le oscillazioni degli elettroni legati.

L'indice di rifrazione dello strato considerato è ben approssimato dall'equazione di Sellmeier

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{i=1}^M \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - l_i^2}$$

in cui i coefficienti A_i e l_i sono legati alle ampiezze e alle frequenze delle risonanze. Generalmente si usano espressioni a tre termini. Ad esempio per fibre con il 100% di SiO_2 si usano i coefficienti della tabella

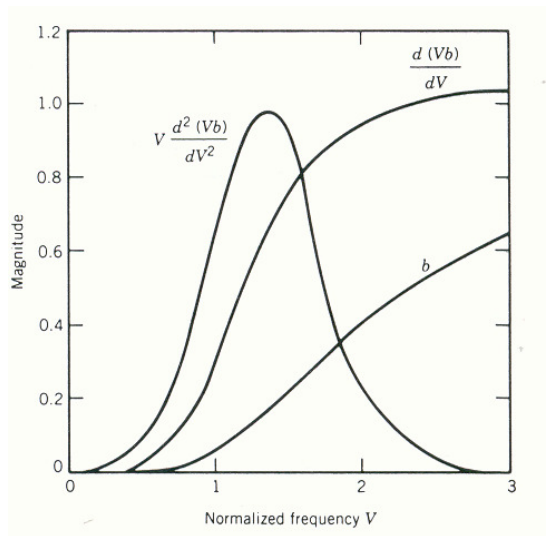
A_1	l_1 (μm)	A_2	l_2 (μm)	A_3	l_3 (μm)
0.696750	0.069066	0.408218	0.115662	0.890815	9.900559



LA DISPERSIONE DI GUIDA D'ONDA

La dispersione di guida d'onda dipende dai parametri geometrici e dal profilo d'indice della struttura, che influenzano la legge di variazione della velocità di gruppo con la frequenza.

$$S_w = -\frac{n_2 \Delta}{\lambda c} \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2} V$$



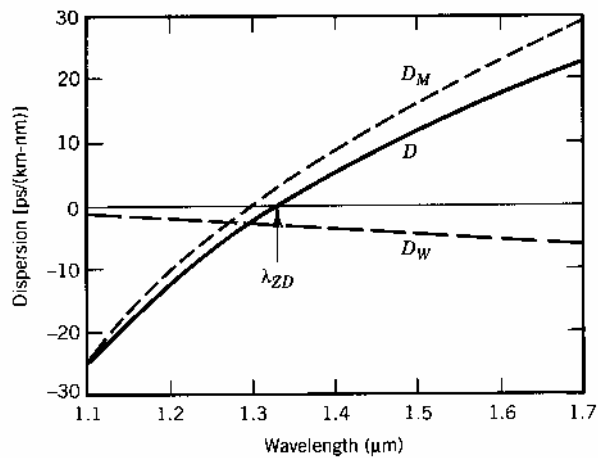
Particolare attenzione viene dedicata a questo contributo perché può essere controllato controllando i parametri della guida e perché presentando un segno opposto rispetto al contributo di dispersione del materiale può compensarlo

$$S = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_2}{\partial \lambda^2} - \frac{n_2 \Delta}{\lambda c} \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2} V = S_m + S_w$$

CONTROLLO DELLA DISPERSIONE

Con particolari profili d'indice è possibile spostare lo zero di dispersione dalla seconda alla terza finestra per il silicio

Si deve tuttavia lavorare per valori di Δ abbastanza elevati e le perdite intrinseche del materiale aumentano con Δ .



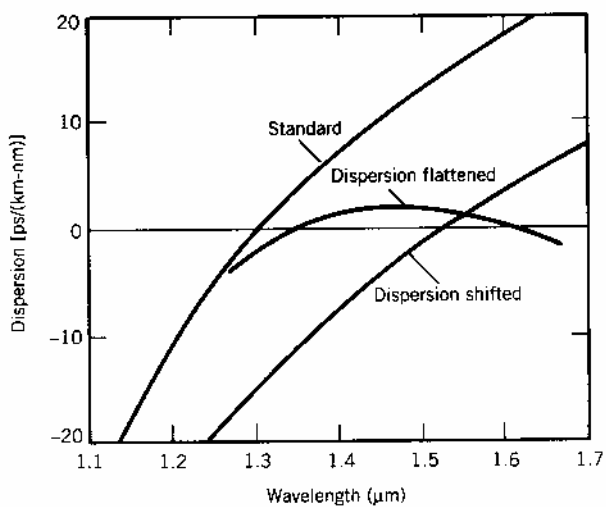
s_m coefficiente di dispersione del materiale (cromatico)

s_w coefficiente di dispersione di guida d'onda (geometrico)

Con un opportuno progetto della struttura guidante è possibile agire su S_w per compensare la dispersione del materiale

Si può rendere la dispersione piatta su un ampio campo di frequenze che comprenda eventualmente entrambe le finestre ottiche (strutture multistrato)

In questo caso si ha un'onda evanescente nell'inner cladding ma nuovamente un'onda che si propaga nell'outer cladding e si ha quindi una perdita per radiazione



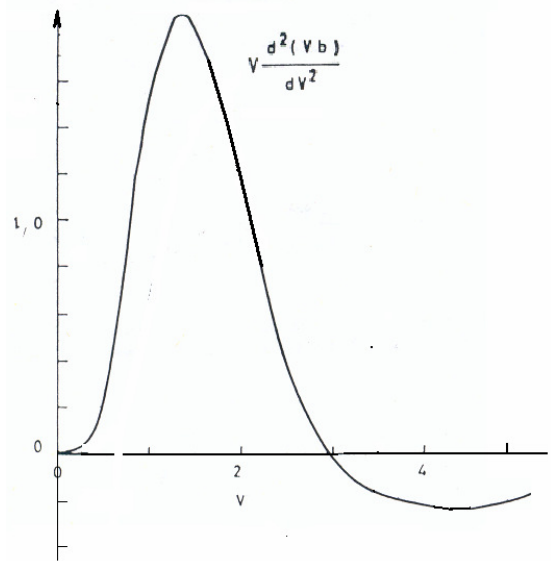
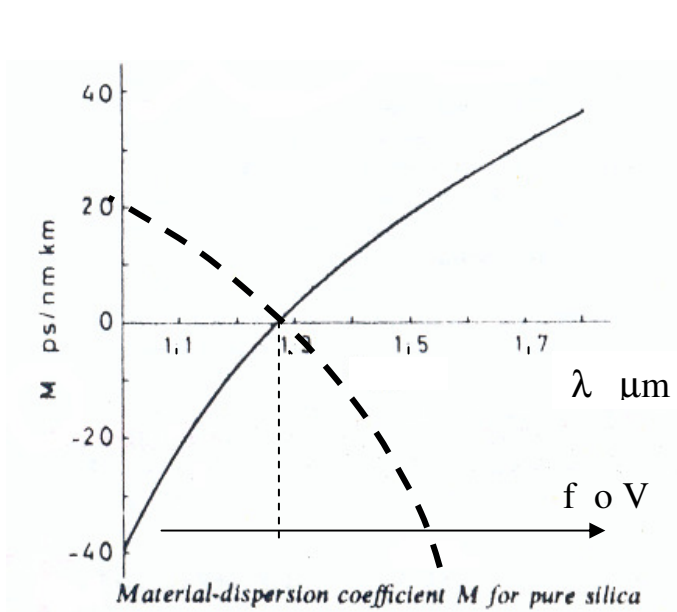
Con la sagomatura a triangolo ho lo spostamento (guide shifted)
 Con la sagomatura a w del profilo d'indice si può compensare su una banda ampia la dispersione

CONTROLLO DEL SEGNO DELLA DISPERSIONE

Un'attenzione particolare va dedicata al segno della dispersione ed al controllo della medesima. La dispersione si può esprimere come

$$S = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_2}{\partial \lambda^2} - \frac{n_2 \Delta}{\lambda c} \quad V \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2} = M - C \quad V \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2} \quad C > 0$$

Nell'espressione ricavata il coefficiente di dispersione del materiale (ps/(nm km)) Ha il segno indicato in figura (con riferimento al silicio) a seconda che sia espresso in funzione di λ (linea continua) o v (o f) (linea a tratto)



La dispersione geometrica ha un segno opposto al segno di $V \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2}$

- **Regione di dispersione normale** ($S(\lambda) < 0, \beta_2 > 0 \quad \frac{\partial v_g}{\partial \omega} < 0$)

Per $\lambda < \lambda_0$, dove sono ritardate le frequenze maggiori (λ minori).

- **Regione di dispersione anomala** ($S(\lambda) > 0, \beta_2 < 0 \quad \frac{\partial v_g}{\partial \omega} > 0$)

Per $\lambda > \lambda_0$, dove sono ritardate le frequenze minori (λ maggiori).

Osservando in termini di V si nota che se $V \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2}$ assume un segno negativo

Tale contributo fa assumere nel complesso segno negativo alla dispersione di gruppo. Si ottiene così quella che viene chiamata dispersione anomala in cui alle alte frequenze sono più veloci.

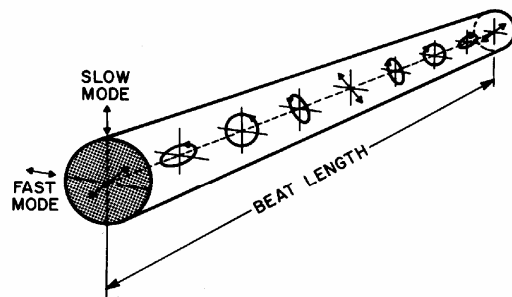
DISPERSIONE DI POLARIZZAZIONE

E' dovuta al fenomeno della **birifrangenza**. La natura degenerare dei modi polarizzati ortogonalmente si ha solo nelle guide monomodali ideali. Le guide reali a causa di un core non perfettamente cilindrico lungo la loro struttura (diametro non uniforme) presentano un certo grado di birifrangenza misurata proprio dalla differenza degli indici di modo (β/k) dei modi polarizzati ortogonalmente.

$$B = |(\beta/k)_x - (\beta/k)_y|$$

La birifrangenza porta a un periodico scambio di potenza tra le due componenti della polarizzazione. Il periodo L_B , denominato "beatlength", è dato da $L_B = \lambda/B$. Tipicamente $B = 10^{-7}$ $L_B = 10\text{m}$ per $\lambda = 1\mu\text{m}$.

Da un punto di vista fisico l'onda rimane polarizzata linearmente solo quando è polarizzata lungo uno degli assi principali altrimenti il suo stato di polarizzazione cambia lungo la lunghezza della fibra la lineare a ellittico e viceversa in maniera periodica



The state of polarization in a birefringent fiber over one beat length. Input beam is linearly polarized at 45° with respect to the slow and fast axes.

Se l'impulso di ingresso eccita entrambe le polarizzazioni esso appare allargato all'uscita poichè le due componenti hanno una differente velocità di gruppo

Questo fenomeno è chiamato dispersione di polarizzazione e il ritardo temporale ΔT per una fibra di lunghezza L è dato da

$$\Delta T = \left| \frac{L}{v_{gx}} - \frac{L}{v_{gy}} \right| = L \left| \frac{d\beta_x}{d\omega} - \frac{d\beta_y}{d\omega} \right|$$

La quantità $(\Delta T/L)$ è chiamata dispersione di polarizzazione Il suo valore per le convenzionali fibre monomodo è inferiore 0.1 ps/km ed è quindi trascurabile rispetto alla GVD

DISPERSIONE MODALE D_m

Si fa riferimento al valore di dispersione per unità di lunghezza sm detto Coefficiente di dispersione modale S_m (in ns per 1km di lunghezza)

$$D_m = d^\nu S_m$$

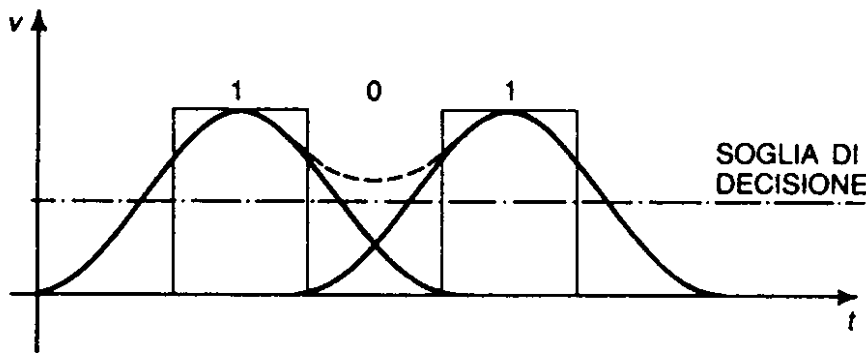
d è la lunghezza della fibra

ν è un coefficiente (fra 0.5 e 1) che tiene conto del mode-mixing cioè l'accoppiamento fra i modi in propagazione porta ad una situazione di regime per lunghezze dell'ordine di 1km.

Si ha in pratica una equalizzazione della velocità dei modi simile a quanto si verifica nella graded index per effetto del profilo graduale nel core che consente di diminuire la dispersione multimodale

Nel caso $\nu = 0,5$ la dispersione modale non cresce con d che si avrebbe nel caso $\nu = 1$ ma con \sqrt{d}

un impulso si allarga durante il transito nella fibra interferendo con gli impulsi vicini e generando errori in ricezione.



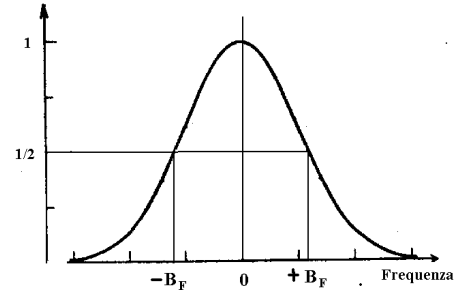
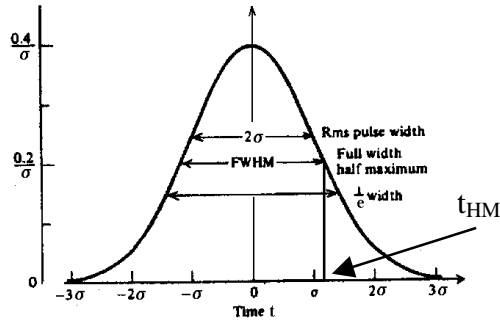
Valori tipici per la dispersione modale sono

Step index 50 ns/km

Graded index 1ns/km

BANDA DELLA FIBRA

Si fa in genere l'ipotesi che la fibra abbia una risposta all'impulso di tipo Gaussiano (andamento temporale della potenza)



$$h_F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

$$H_F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\omega^2\sigma^2}{2}}$$

In questo modo anche la trasformata è una Gaussiana per cui resta definita la funzione di trasferimento in potenza della fibra H_F .

Le prestazioni della fibra vengono caratterizzate anche con il parametro **Larghezza di Banda** definendo tale grandezza con riferimento alla frequenza alla quale il modulo della trasformata di Fourier dell'impulso gaussiano (che è ancora una gaussiana) è ridotto alla metà del valore massimo.

Si può quindi dedurre analiticamente il valore di B_F

$$B_F = \frac{1}{\pi\sigma} \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} = \frac{0.187}{\sigma}$$

e interpretare la relazione come larghezza di banda della fibra a 3 dB ottici mentre la deviazione standard σ può essere considerata l'allargamento e quindi la dispersione della fibra (in tempo)

E' tuttavia usuale valutare l'allargamento a metà del valor massimo dell'impulso che rappresenta la potenza $h_F(t_{HM}) = 0.5 h_F(0)$

e definire allargamento e quindi dispersione il doppio di questo valore t_{HM}

$$D = t_{FWHM} = 2 t_{HM} = 2 \sigma \sqrt{2 \ln 2}$$

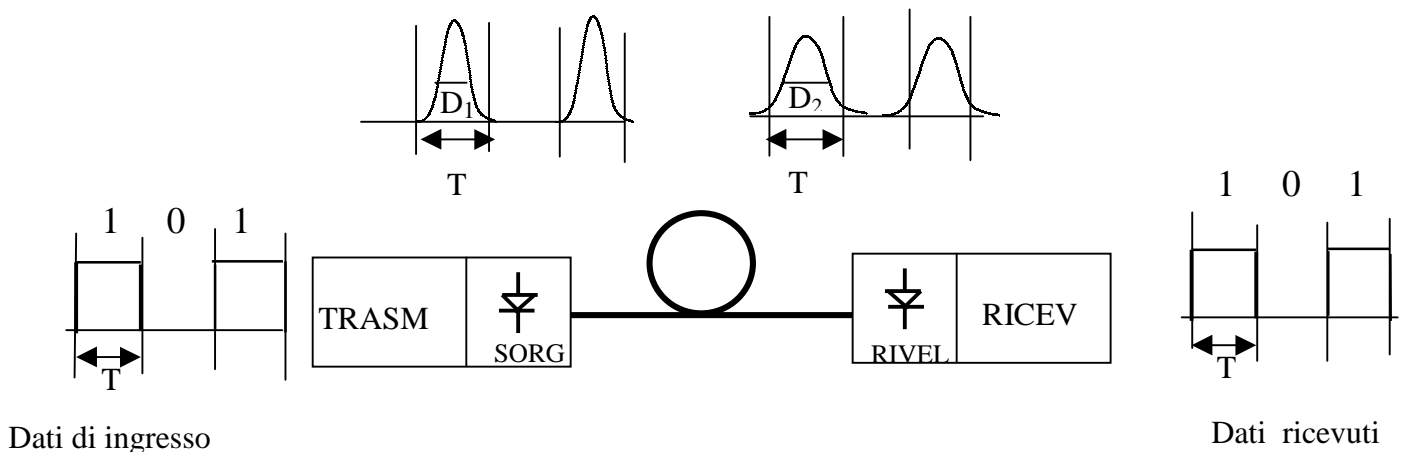
La banda ottica a 3dB può essere messa in relazione con questo parametro

$$B_F = \frac{0.44}{t_{FWHM}}$$

SISTEMA A MODULAZIONE DI INTENSITA' E DEMODULAZIONE DIRETTA (IMDD)

La sequenza numerica comanda l'emissione della potenza di un Laser o di un Led che vengono accesi e spenti ogni T secondi modulando così il fascio ottico nel modo più semplice. In ricezione un fotodiodo riceve la potenza ottica e genera impulsi di corrente.

Gli impulsi indicati rappresentano l'andamento della potenza della portante ottica negli intervalli di tempo T .



I principali elementi di progetto del sistema sono

- La velocità di trasmissione (bit rate)
- La lunghezza del collegamento

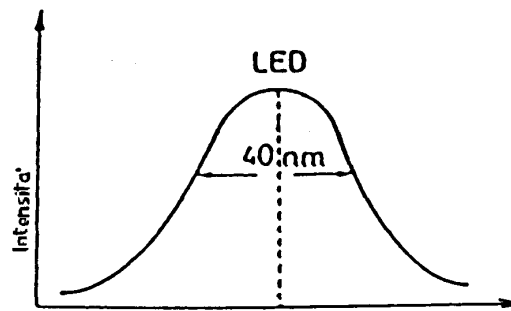
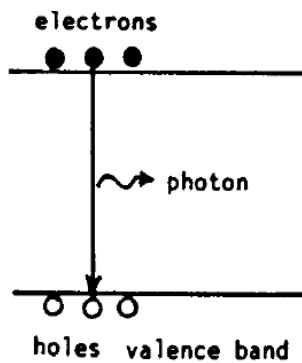
Da essi dipende la scelta dei componenti del sistema e le loro caratteristiche

- Finestra ottica
- Tipo di sorgente
- Tipo di fibra
- Tipo di rivelatore (fotodiodo)
- Caratteristica del ricevitore

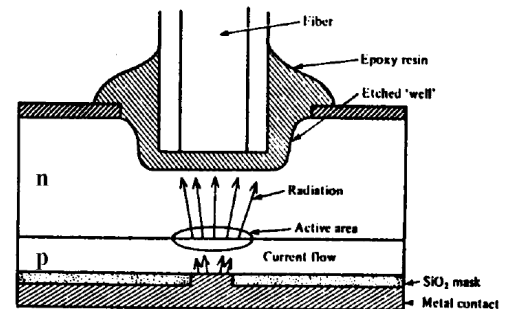
SORGENTI OTTICHE

Le sorgenti più economiche sono i **LED** (Light Emitting Diodes)

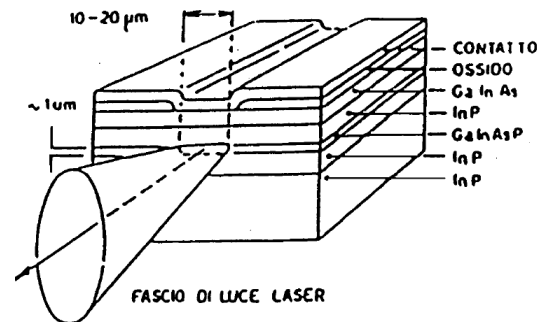
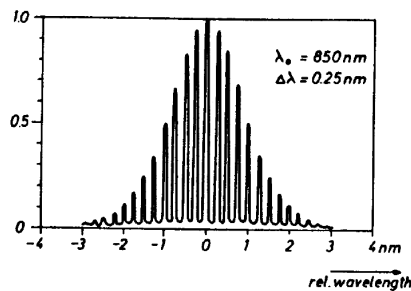
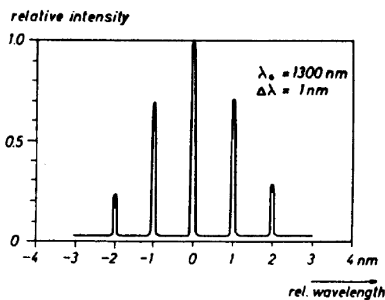
Quando sono percorsi da una corrente diretta gli elettroni della banda di conduzione possono passare nella banda di valenza, ricombinandosi con le lacune. La differenza di energia fra i due livelli viene emessa come quanti di luce o fotoni



Larghezze spettrali per sorgenti



Se l'emissione è stimolata ho il **LASER** (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)



I Laser generano modi longitudinali. Lo spettro di emissione è composto da più modi (linee). Con particolari accorgimenti si ottengono laser monomodo (Distributed Feedback).

Una caratteristica dei Laser è la coerenza della radiazione emessa: si ha coerenza temporale se la fase delle onde è stabile e coerenza spaziale se c'è interferenza fra porzioni dell'onda di una superficie trasversale rispetto alla direzione di propagazione.

La larghezza di banda di modulazione dei Laser è molto maggiore di quella dei LED (150MHz) e arriva ad alcuni GHz

La larghezza di banda di emissione si riduce ad alcuni nm.

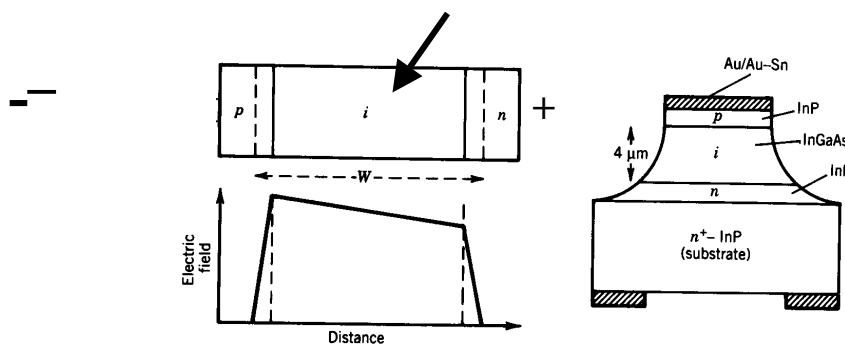
FOTODIODI

Si usano come rivelatori del segnale ottico due tipi di dispositivi

- Diodi PIN (Positive- Intrinsic- Negative)
- Diodi APD (Avalanche Photodiodes)

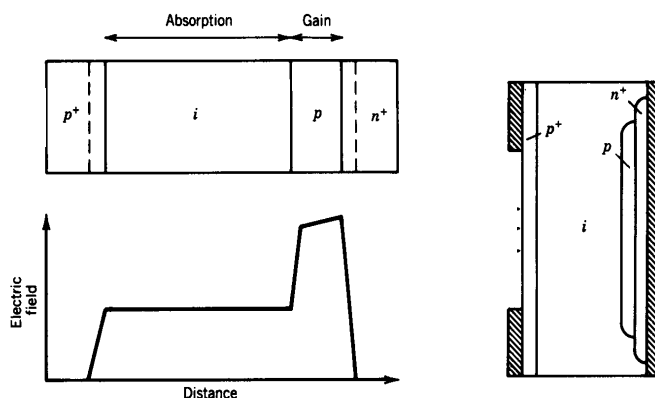
FOTODIODO PIN (p-i-n)

E' un diodo polarizzato inversamente con una zona intrinseca fra quelle drogate p e n. La radiazione ottica entra da una finestra sulla zona intrinseca e se l'energia è sufficiente, fa passare gli elettroni dalla banda di valenza a quella di conduzione.



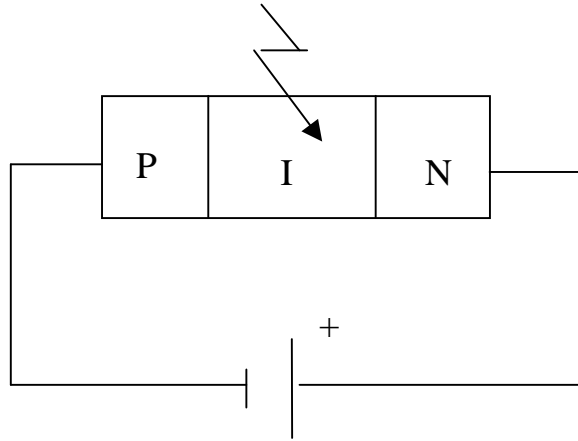
FOTODIODO A VALANGA

Polarizzando inversamente il diodo si stabilisce nella zona i-p-n un forte campo elettrico che causa la ionizzazione a impatto. Lavorando vicino alla tensione di breakdown della giunzione p-n, i portatori generano altri portatori dando origine a una moltiplicazione di cariche. Si genera tuttavia un rumore interno legato al processo di moltiplicazione.



FOTODIODI

La fotorivelazione è basata sull'effetto fotoelettrico .



Una radiazione luminosa incidente nella regione intrinseca di un diodo semiconduttore drogato PIN e polarizzato inversamente produce dei portatori liberi. Ogni coppia di portatori generata dopo un certo tempo di transito all'interno della giunzione produce degli impulsi in determinati istanti. La distribuzione degli arrivi segue la legge di Poisson per cui la probabilità di avere n portatori al tempo t è

$$P(t) = \frac{(\chi t)^n}{n!} e^{-\chi t}$$

χ è il ritmo statistico della generazione delle coppie elettrone lacuna che sarà

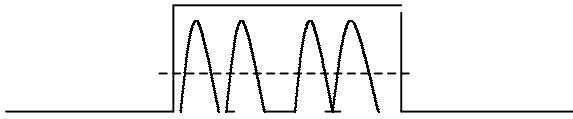
$$\chi = \eta \frac{P}{hf} \quad \eta = \frac{N^\circ \text{ elettr generati}}{N^\circ \text{ fotoni incidenti}}$$

rappresenta gli elettroni generati per fotone (0 – 1)

P è la potenza incidente, h la costante di Plank , f (o ν) la frequenza

Se la trasmissione è numerica si può ragionare in termini di fotoni per bit introducendo così il concetto di velocità di trasmissione R_b

TRASDUZIONE ELETTRICO- OTTICA

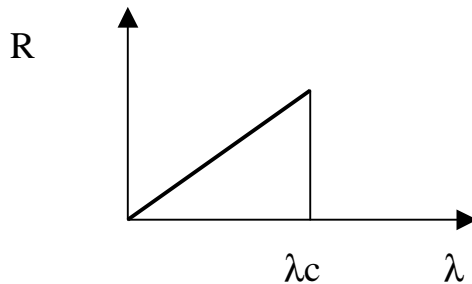


Il segnale di corrente che si ottiene è pari al valor medio. La fluttuazione rispetto a tale valor medio è il rumore quantico (q carica elettrone)

$I_p = \chi q = R P$ dove R è chiamata RESPONSIVITY

sostituendo χ ho

$$R = \eta \frac{q}{hf} = \eta \frac{q\lambda}{hc}$$



L'energia del fotone hf deve essere superiore a E_g che dipende dal materiale per far passare le cariche dalla banda di valenza a quella di conduzione per cui si ha una frequenza di taglio λ_c

L'attenuazione ammissibile dipende dalla bit rate R_b infatti

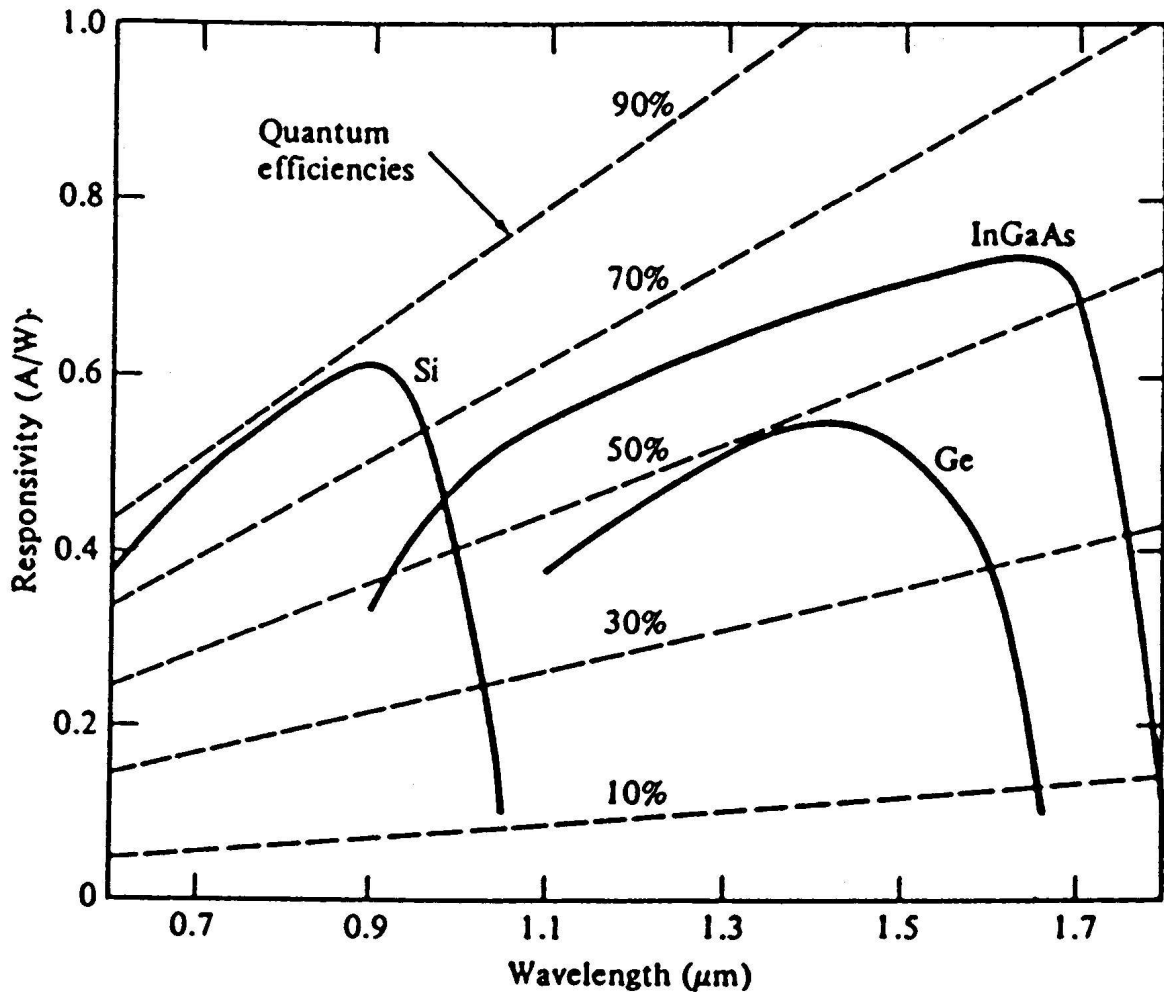
$$\alpha_{dB} d = 10 \log\left(\frac{P_T}{P_R}\right) \quad \text{ma} \quad \frac{P_R}{R_b} = E_b \quad \frac{E_b}{hf} = N_p$$

N_p è il numero medio di fotoni per bit richiesti dal ricevitore
Per cui $P_R = N_p hf R_b$

$$d = \frac{10}{\alpha_{dB}} \log\left(\frac{P_T}{N_p hf R_b}\right)$$

Al crescere della velocità di trasmissione diminuisce in maniera logaritmica d

RESPONSIVITY



The *quantum efficiency* η is the number of electron-hole carrier pairs generated per incident photon of energy $h\nu$ and is given by

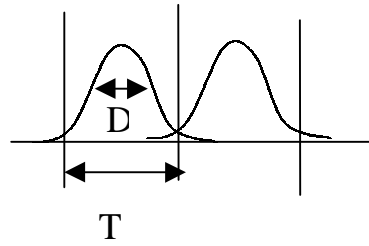
$$\eta = \frac{\text{Number of electron-hole pairs generated}}{\text{Number of incident photons}} = \frac{I_p/q}{P_0/h\nu}$$

Here I_p is the average photocurrent generated by a steady-state average optical power P_0 incident on the photodetector.

LIMITI SISTEMISTICI IMPOSTI DALLA DISPERSIONE

Sorgente luminosa a spettro ampio

$$D \leq \frac{T}{4} \quad R_b = \frac{1}{T} \quad D = S(\lambda_o) d \Delta\lambda$$



Da cui $R_b \leq \frac{1}{4D} = \frac{1}{4S(\lambda_o) d \Delta\lambda}$ per cui $R_b d \leq \frac{1}{4S(\lambda_o) \Delta\lambda}$

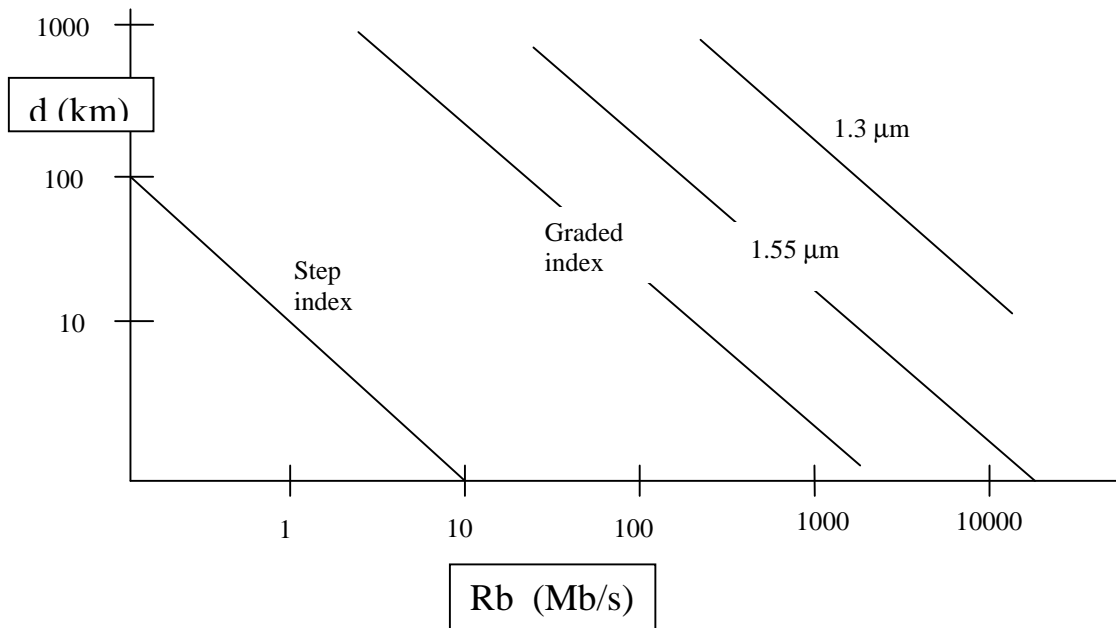
Sorgente a banda stretta

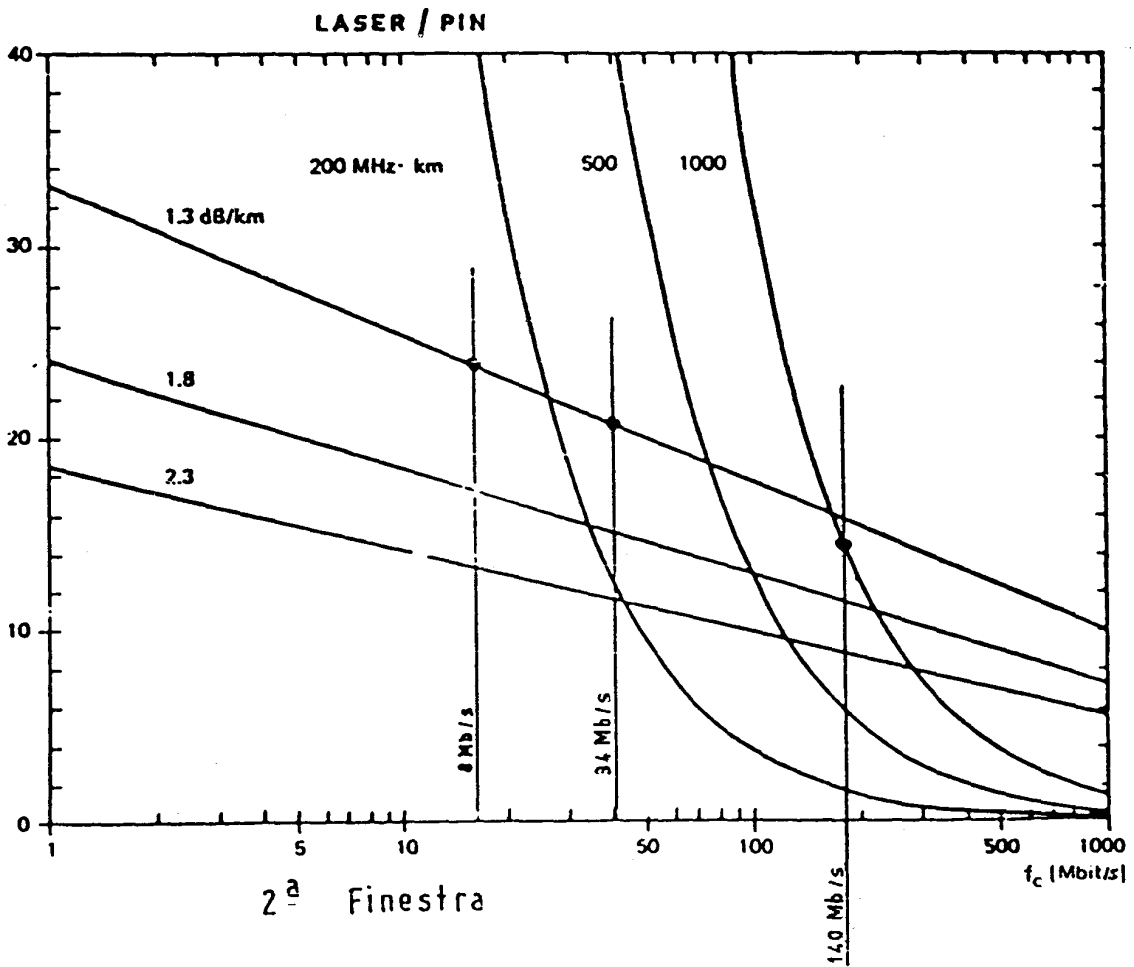
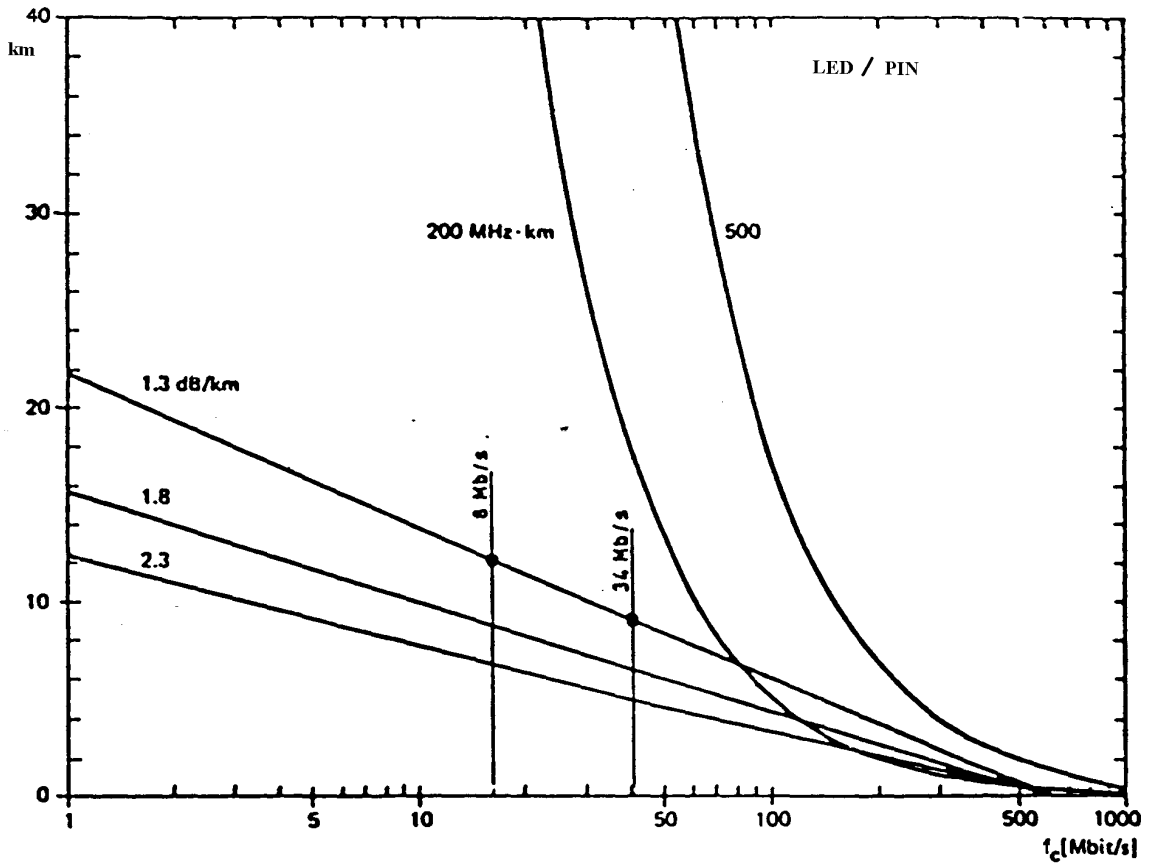
$\Delta\lambda$ è legata alla velocità di modulazione

se Δf è la larghezza spettrale del segnale in frequenza

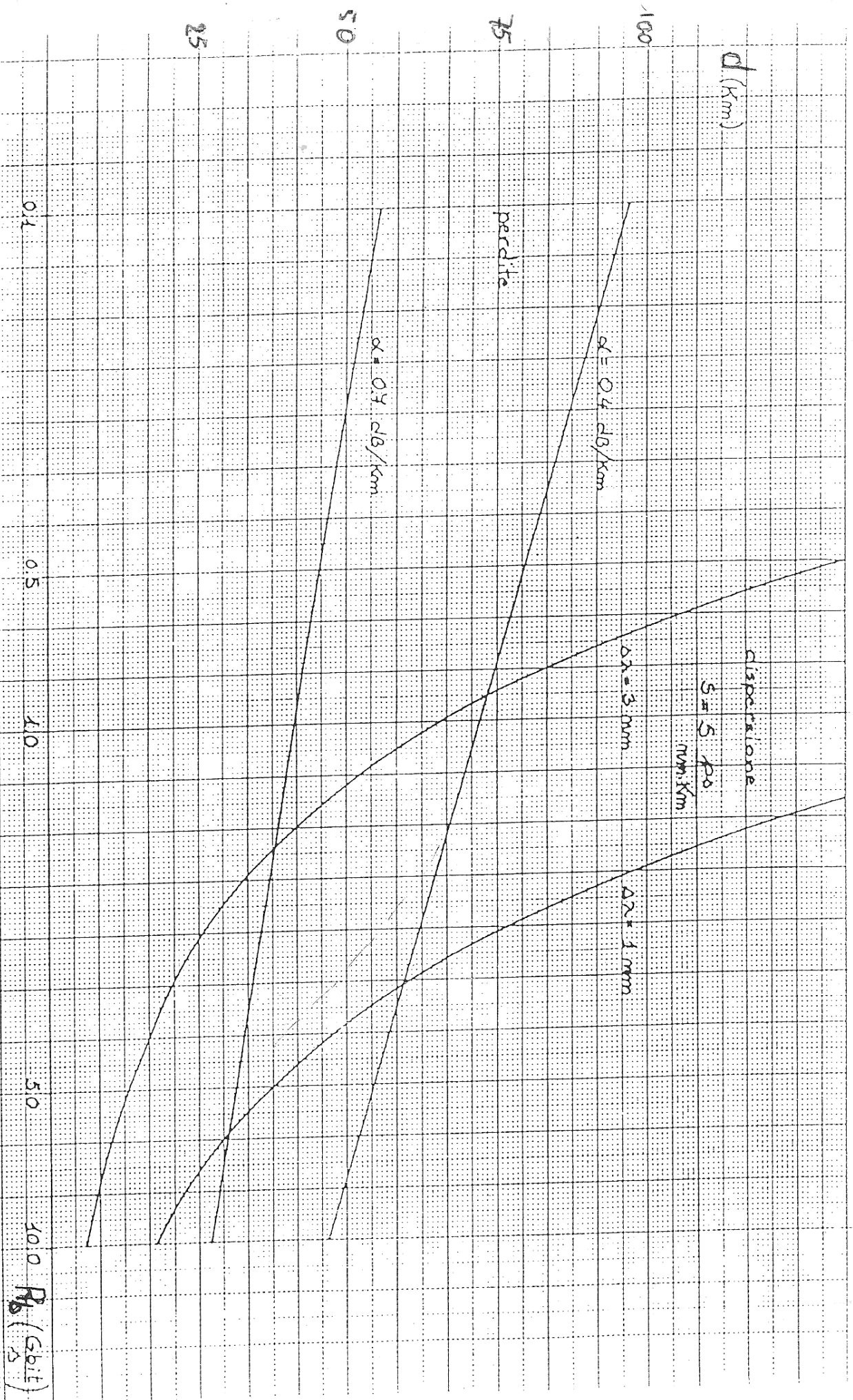
$$\Delta f \cong \frac{1}{2T} \quad \Delta f = \left. \frac{df}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_o} \Delta\lambda \text{ per cui } \Delta f = \frac{c}{\lambda_o^2} \Delta\lambda \quad \text{e} \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda_o^2}{2c} R_b$$

$$R_b^2 d \leq \frac{c}{2S(\lambda_o) \lambda_o^2}$$





2^a Finestra



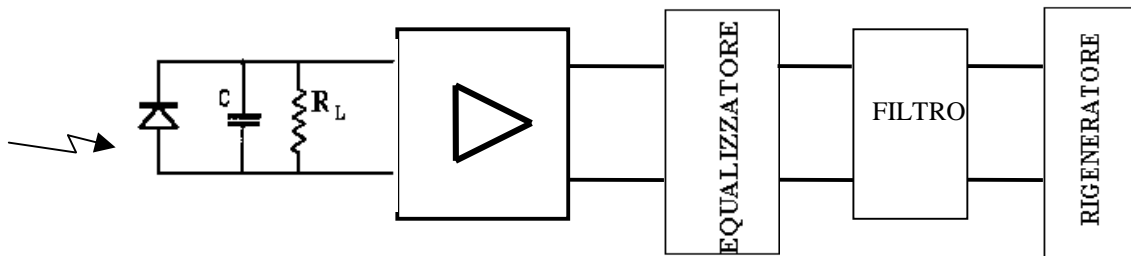
FRONT END OTTICO

IL front end di un ricevitore ottico è costituito da un fotodiodo e un amplificatore
 Ci sono due tipi di amplificatori :

Alta Impedenza (HZ)
Transimpedenza (TZ)

AMPLIFICATORE AD ALTA IMPEDENZA

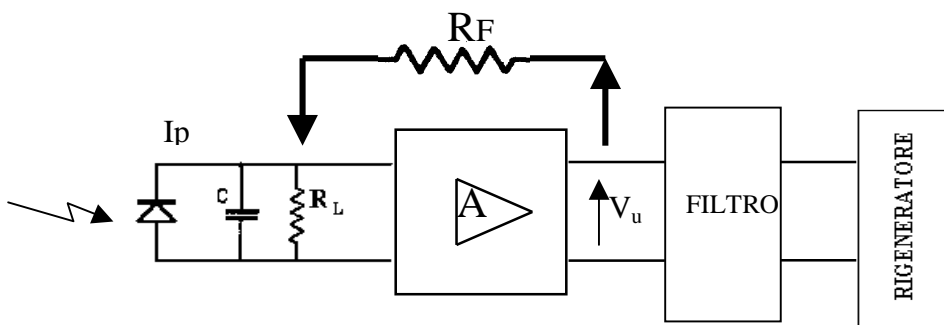
Il primo tipo di amplificatori minimizza i contributi di rumore ma allarga gli impulsi (limitando la banda) per cui deve essere seguito da un equalizzatore



La banda risulta limitata dall'elevato valore di R_L $B \leq \frac{1}{2\pi C R_L}$

Aumentando R_L diminuisce la banda ma anche il rumore la cui varianza $\sigma^2 = \frac{4kTB}{R_L}$

AMPLIFICATORE A TRANSIMPEDENZA(TZ)



Collegando l'uscita con l'ingresso mediante un resistenza di feedback l'impedenza di ingresso Appare come R_F/A R_F e R_L ai fini del calcolo del rumore risultano in parallelo.

$$\sigma^2 = \frac{4kTB}{(R_F // R_L)} \quad B \leq \frac{A}{2\pi C R_L} \quad H(f) = \frac{V_u}{I_p} = \frac{-R_F}{1 + j2\pi f \frac{R_F C}{A}}$$

SCHEMATIZZAZIONE DEL RICEVITORE

Immaginiamo di schematizzare, in linea di principio, il blocco ricevente

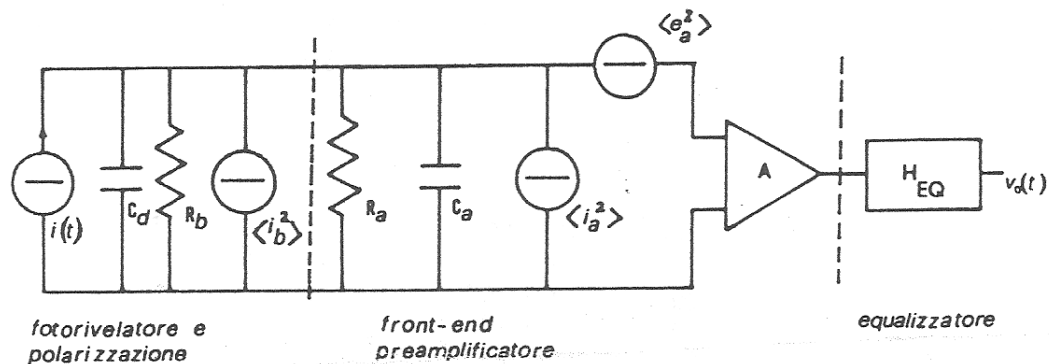


Fig. 2.5

C_d è la capacità del fotodiode

R_b è la resistenza di polarizzazione del fotodiode

R_a e C_a sono la resistenza e la capacità di ingresso del front-end

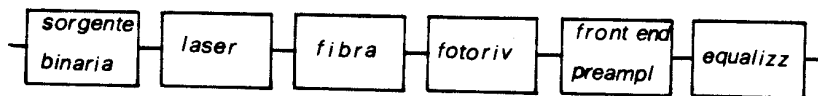
A è un amplificatore ideale di tensione

$\langle i_a^2 \rangle$ e $\langle e_a^2 \rangle$ rappresentano dei generatori di rumore riportati in ingresso. Le loro densità spettrali di potenza bilaterale le indichiamo con Φ_I e Φ_E . Per semplicità le supponiamo bianche, gaussiane ed incorrelate.

$\langle i_b^2 \rangle$ rappresenta il generatore di rumore termico dovuto alla R_b di polarizzazione. La sua densità spettrale bilaterale è

FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DELL'EQUALIZZATORE

Il canale di comunicazione può essere schematizzato



Si tratta di ricavare il modulo della funzione di trasferimento $H_{EQ}(\omega)$.

Per l'intero canale si può scrivere:

$$G_0(\omega) = R M G_M(\omega) \cdot H_F(\omega) H_{FE}(\omega) \cdot H_{EQ}(\omega)$$

R responsivity M guadagno

$G_0(\omega)$ fornisce un coseno rialzato

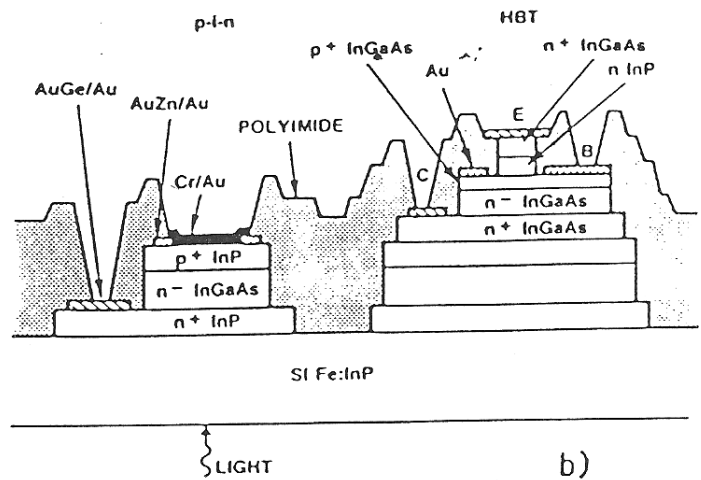
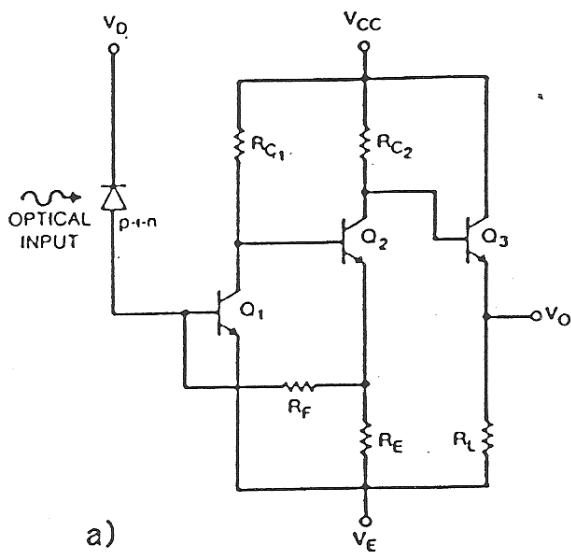
$H_{FE}(\omega)$ è la funzione di trasferimento corrente-tensione del front-end e del preamplificatore.

$G_M(\omega)$ rappresenta il segnale che esce dal fotoemittitore.

$H_F(\omega)$ è la funzione di trasferimento della fibra.

La funzione $H_{EQ}(\omega)$ è facilmente ricavabile dalla

$$H_{EQ}(\omega) = G_0(\omega) / R M G_M(\omega) H_F(\omega) H_{FE}(\omega)$$



Device Layer	Material	Thickness Å	Doping cm^{-3}
Emitter contact	$n^+:\text{InGaAs}$	3000	5×10^{18}
Emitter	$n:\text{InP}$	2000	1×10^{17}
Set back	$n^-:\text{InGaAs}$	200	5×10^{15}
Base	$p^+:\text{InGaAs}$	1000	2×10^{18}
Collector	$n^-:\text{InGaAs}$	2500	5×10^{15}
Subcollector	$n^+:\text{InGaAs}$	4000	5×10^{18}
p-Photodiode	$p^+:\text{InP}$	4000	2×10^{18}
i-photodiode	$n^-:\text{InGaAs}$	$1 \mu\text{m}$	5×10^{15}
n-photodiode	$n^+:\text{InP}$	4000	2×10^{18}
Substrate	Fe:InP		Semi-insulating

Fig. 5 -a) Schema circuitale del fotoricevitore monolitico
 b) Vista in sezione della struttura multistrato che realizza il diodo p-i-n ed il transistor HBT.
 c) Tabella dei parametri della struttura stratificata
 Tratto dal riferimento bibliografico [7]

RUMORE NEI RICEVITORI OTTICI

La corrente generata può essere scritta

$$I(t) = I_p + i_s(t) + i_T(t)$$

I_p è il valor medio e rappresenta la corrente di segnale

$i_s(t)$ è una corrente dovuta al rumore granulare (shot-noise o rumore quantico)

$i_T(t)$ è il contributo alla corrente dovuto al rumore termico

$i_s(t)$ deriva da un processo casuale che si può approssimare con una legge gaussiana a valor medio nullo

La densità spettrale bilatera del processo è

$$S_s(f) = q(I_p + I_d)$$

I_d è la corrente di buio che si ha in assenza di radiazione ottica incidente

$$\sigma_s^2 = q(I_p + I_d)2B$$

B è la banda del ricevitore

Il rumore quantico è un processo gaussiano bianco dipendente dal segnale

$i_T(t)$ è il contributo alla corrente dovuto al rumore termico. E' anche questo un processo gaussiano a valor medio nullo. La sua densità spettrale e la varianza sono

$$S_T(f) = \frac{2kT}{R_L} \quad \sigma_T^2 = \frac{4kTB}{R_L}$$

Il rapporto segnale rumore al ricevitore è (R = Responsivity)

$$SNR = \frac{I_p^2}{\sigma_s^2 + \sigma_T^2} = \frac{R^2 P_{in}^2}{\sigma_s^2 + \sigma_T^2}$$

Se $\sigma_s^2 \gg \sigma_T^2$ $SNR = \frac{R P_{in}}{2qB} = \eta N_p$ limite quantico

η = efficienza del processo di fotorivelazione, $N_p = N^\circ$ dei fotoni per bit

Questo vale per i ricevitori che usano un diodo PIN

Quando si hanno ricevitori con fotodiodi APD (a valanga) $I_p = M R P_{in}$

$$\sigma_s^2 = 2qM^2 F_A (I_p + I_d) B$$

M è il fattore di moltiplicazione, $F_A > 1$ è il fattore di rumore in eccesso

SNR peggiora se ho solo rumore quantico e migliora di M^2 se prevale il rumore termico

Il progetto di un sistema ottico parte dalla determinazione della sensibilità del ricevitore definita come la minima potenza ottica media all'ingresso del ricevitore, necessaria per avere la probabilità di errore sul bit voluta. Si deve quindi calcolare la probabilità media di errore sul bit in funzione del rapporto segnale rumore e quindi caratterizzare il sistema mediante il valore di potenza ottica richiesto.

Ho due livelli di corrente emessa dal fotodiode

I_1 corrente del fotodiode nel caso di trasmissione di un "1"

I_0 corrente del fotodiode nel caso di trasmissione di uno "0"

$I_1 = 2MRP_R$ P_R è la potenza media (la potenza di picco $P_P = 2P_R$)

M = numero medio di portatori per fotone R la responsivity

$I_0 = 0$ supponendo nulla la corrente di buio

$\sigma_1^2 = \sigma_s^2 + \sigma_T^2$ mentre $\sigma_0^2 = \sigma_T^2$

La probabilità di errore sul bit può essere scritta

$$P_{eb} = 1/2 [P(0R/1T) + P(1R/0T)]$$

Cioè la probabilità di decidere 0 quando trasmetto 1 e la

la probabilità di decidere 1 quando trasmetto 0

ricordando la funzione

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2/2} dy$$

e la definizione di soglia che minimizza la probabilità errore nel caso di

due simboli di valore I_1 e I_0

$$I_d = \frac{\sigma_0 I_1 + \sigma_1 I_0}{\sigma_0 + \sigma_1}$$

$$P_{eb} = Q\left(\frac{I_1 - I_0}{\sigma_0 + \sigma_1}\right) \quad P_{eb} = Q\left(\frac{I_1}{\sigma_0 + \sigma_1}\right) = Q\left(\frac{2MRP_R}{\sigma_T + \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_T^2}}\right)$$

Fissato il valore della P_{eb} da $Q(K) = P_{eb}$ ricavo il valore di K

Dalla conoscenza di $X \longrightarrow P_R = \frac{X}{R} (q \Delta f F_A X + \frac{\sigma_T}{M})$

Δf è la banda del sistema che viene assunta pari a $Rb/2$

Si voglia calcolare la sensibilità di un ricevitore ottico che lavora in terza finestra a $1.55 \mu\text{m}$. Il fotodiode (del tipo InGaAs) ha una Responsivity $R=1\text{A/W}$ e una corrente di buio $I_d=2\text{nA}$. $R_b=1\text{ Gbps}$. La resistenza di ingresso del front end è $R_L=1\text{K}\Omega$ e la cifra di rumore $F=2$.

Si calcoli la deviazione standard σ_T

$$\sigma_T^2 = \frac{4KTf\Delta f}{R_L} = \frac{4 * 1.3810^{-23} * 290 * 2 * 500 * 10^6}{10^3} = 1.6 * 10^{-14}$$

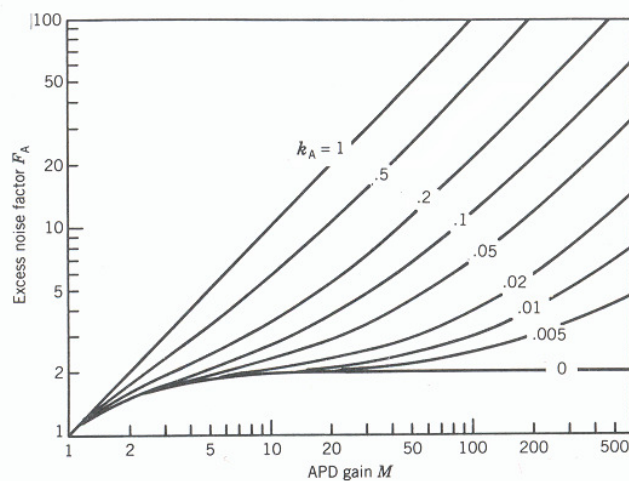
$$\sigma_T = 0.12610^{-6} \text{ A}$$

L'espressione di σ_s per un rivelatore APD è

$$\sigma_s^2 = 2 q M^2 F_A (R P_R + I_d) \Delta f \quad F_A(M) = k_A M + (1 - k_A) \left(2 - \frac{1}{M}\right)$$

F_A chiamato excess noise factor è legato al guadagno M dell'APD.

k_A è un rapporto di coefficienti di ionizzazione legato al processo di moltiplicazione a valanga (k_A varia fra 0 e 1 e F_A fra 2 e M ; k_A deve essere piccolo)



Excess noise factor F_A as a function of the average APD gain M for several values of the ionization-coefficient ratio k_A .

Nell'ipotesi si adotti un fotodiode di tipo APD con $M=100$ e $F_A=3$

$$P_R = \frac{X}{R} (q \Delta f F_A X + \frac{\sigma_T}{M}) = \frac{6}{1} (1.602 * 10^{-19} * 5 * 10^8 * 3 * 6 + \frac{0.12610^{-6}}{100}) = 1.62 * 10^{-8} \text{ (-48dBm)}$$

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 &= 2 q M^2 F_A (R P_R + I_d) \Delta f = \\ &= 2 * 1.602 * 10^{-19} * 10^4 * 3 * (1 * 16.2 * 10^{-8} + 1 * 10^{-9}) * 5 * 10^8 = 826.610^{-16} \\ \sigma_s &= 0.3 * 10^{-6} \text{ A} \end{aligned}$$

Valutare se ai fini del rapporto segnale rumore conviene utilizzare un rivelatore APD o PIN

Si parte dall'espressione del rapporto segnale rumore di un APD

$$\text{SNR} = \frac{I_p^2}{\sigma_S^2 + \sigma_T^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{\sigma_S^2 + \sigma_T^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{2 q M^2 F_A (R P_R + I_d) \Delta f + \frac{4 K T F \Delta f}{R_L}}$$

Se $\sigma_S \ll \sigma_T$

$$\text{SNR} = \frac{I_p^2}{\cancel{\sigma_S^2} + \sigma_T^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{\sigma_T^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{\frac{4 K T F \Delta f}{R_L}}$$

IL rapporto segnale rumore migliora con il fattore M^2 rispetto al caso di un PIN

Ma se $\sigma_S \gg \sigma_T$

$$\text{SNR} = \frac{I_p^2}{\sigma_S^2 + \cancel{\sigma_T^2}} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{\sigma_S^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{2 q M^2 F_A (R P_R + I_d) \Delta f} \cong \frac{R^2 P_R^2}{2 q F_A \Delta f}$$

Il rapporto segnale rumore si riduce della quantità F_A

Il rumore termico domina di solito nei sistemi non amplificati

Mentre il rumore quantico prevale nei casi sempre più frequenti

In cui si usi un amplificatore ottico all'ingresso del fotodiodo

P è la potenza incidente, h la costante di Plank, f (o ν) la frequenza

$h = 6.6256 \cdot 10^{-34}$ J/Hz è la costante di Plank

Electronic charge = $1.602 \cdot 10^{-19}$ $1\text{eV} = 1.60 \cdot 10^{-19}$ J (C*1V)

Invece della minima potenza ottica si potrebbe indicare anche il numero di fotoni per bit

Possiamo anche determinare il limite quantico di un sistema IM/DD
 Si consideri un ricevitore ideale con corrente di buio trascurabile in grado di individuare un "1" rivelando anche solo un fotone per bit (niente potenza niente fotoni)

$$P_{eb} = 1/2 [P(0R/1T)]$$

La statistica da considerare non è quella gaussiana ma la statistica di Poisson che mi dice la probabilità che N_p fotoni per bit generino n coppie lacune elettroni (se $t = T_b$)

$$P_n(t) = \frac{(\chi t)^n}{n!} e^{-\chi t} = \frac{(N_p)^n}{n!} e^{-N_p}$$

La probabilità di errore è 1/2 la probabilità di riconoscere "0" se ho trasmesso "1" Se $N_p > 0$ e $n = 0$ compio un errore

$$BER = P_e = \frac{1}{2} P(0/1) = \frac{1}{2} e^{-N_p}$$

Per $P_{eb} = 10^{-9}$ $N_p = 20$

Questo è il limite quantico nei sistemi IM/DD

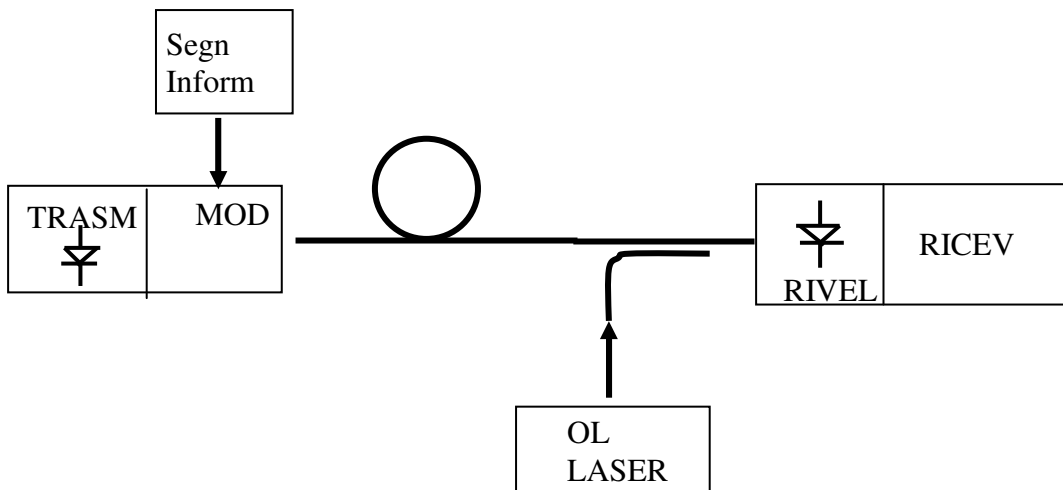
SISTEMI COERENTI

Diversamente dal caso di applicazioni a radiofrequenza il termine coerente applicato ai sistemi ottici significa:

Battimento del segnale ottico ricevuto e di quello di un oscillatore locale ottico (Laser a semiconduttore) avente la stessa frequenza della portante (sistemi omodina) o frequenza diversa (sistemi eterodina)

Il segnale ottico si ottiene modulando con il segnale di informazione la frequenza emessa da un laser monocromatico (a riga stretta) talvolta direttamente, ma più spesso mediante modulatore esterno.

I formati di modulazioni adottati sono quelli tradizionali visti per i sistemi radio: ASK, PSK, FSK e in più una tipicamente ottica la POLSK o modulazione di polarizzazione della radiazione ottica emessa.



Dopo il battimento fra OL e segnale la corrente del fotodiodo contiene le informazioni di ampiezza fase e frequenza relativa al segnale ricevuto. L'ampiezza è il prodotto dell'ampiezza del segnale ottico ricevuto e di quella dell'OL per cui può permettere di trascurare il rumore termico del ricevitore

Resta il rumore quantico (o shot) che essendo proporzionale all'intensità dell'OL fa raggiungere al rapporto segnale rumore un limite detto limite quantico del ricevitore

Il limite quantico F si misura in fotoni per bit (fot/bit) necessari ad assicurare una prestabilita probabilità di errore

Il limite quantico non dipende dalla velocità di trasmissione R (bit/s) mentre dipende da questa la sensibilità S del ricevitore espressa in dBm

$$S = 10 \log_{10}(hf_0 F R) + 30 \quad \text{con } h \text{ costante di Planck e } f_0 \text{ frequenza portante}$$

Questi sistemi garantiscono

- una maggior sensibilità del ricevitore (minor potenza ottica in ingresso a parità di tasso di errore e quindi tratte più lunghe)
- una maggiore selettività in frequenza(sistemi FDM).

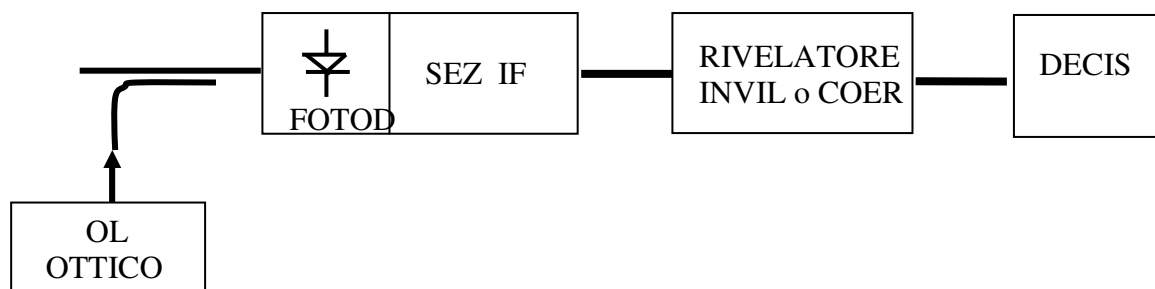
ma richiedono elevate prestazioni tecnologiche di alcuni componenti fondamentali:
Laser, modulatori , rivelatori

Gli amplificatori ottici hanno consentito di aumentare il segnale in ingresso ottenendo gli stessi vantaggi che derivavano dall'aumento di sensibilità del ricevitore coerente che è dovuta alla potenza fornita dal segnale di pompa .

FORMATI di MODULAZIONE E LIMITI QUANTICI

ASK (Amplitude Shift Keying)

Il laser di trasmissione può essere modulato direttamente (frequenza di emissione sensibile alla modulazione di ampiezza) o mediante modulatore esterno



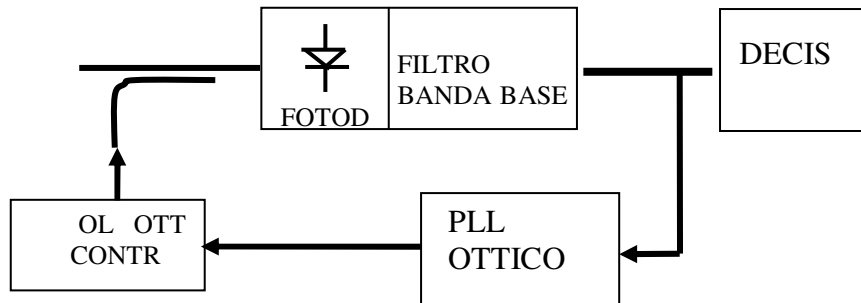
La demodulazione di tipo elettrico può essere ad involucro o coerente

$$Pe = \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{4}\eta F} \quad \text{per} \quad Pe = 10^{-9} \quad F = 80Fot/bit$$

In cui η è l'efficienza quantica del fotodiodo, F il numero di fotoni per bit

PSK (Phase Shift Keying) con Rivelazione ottica omodina

La modulazione PSK si ottiene mediante modulatore elettro ottico posto dopo il laser



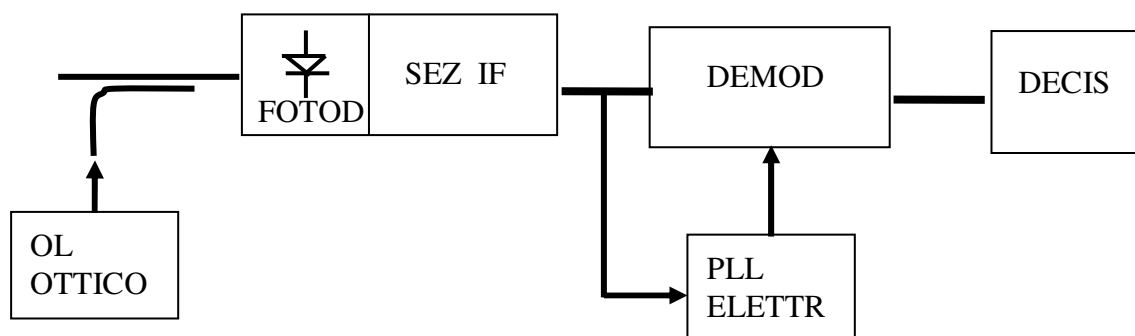
In ricezione un PLL ottico insegue la fase del segnale ricevuto e pilota un oscillatore locale che fornisce la portante, Considerando il solo rumore quantico

$$Pe = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{2\eta F}) \quad \text{o anche} \quad Pe = \frac{e^{-2\eta F}}{\sqrt{2\pi\eta F}} \quad \text{dacui} \quad F = 9 \text{ Fot/bit}$$

Questo è il limite quantico più basso che può essere realizzato

PSK con rivelazione eterodina

Questo ricevitore è l'equivalente di un ricevitore coerente eterodina a radiofrequenza



$$Pe = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\eta F}) \quad \text{o anche} \quad Pe = \frac{e^{-\eta F}}{\sqrt{\pi\eta F}} \quad \text{dacui} \quad F = 18 \text{ Fot/bit}$$

Uno dei principali fattori che influenzano le prestazioni dei sistemi coerenti impedendo loro di raggiungere in pratica i limiti quantici è la non idealità degli oscillatori ottici che non emettono portanti monocromatiche ma aventi una larghezza di riga finita

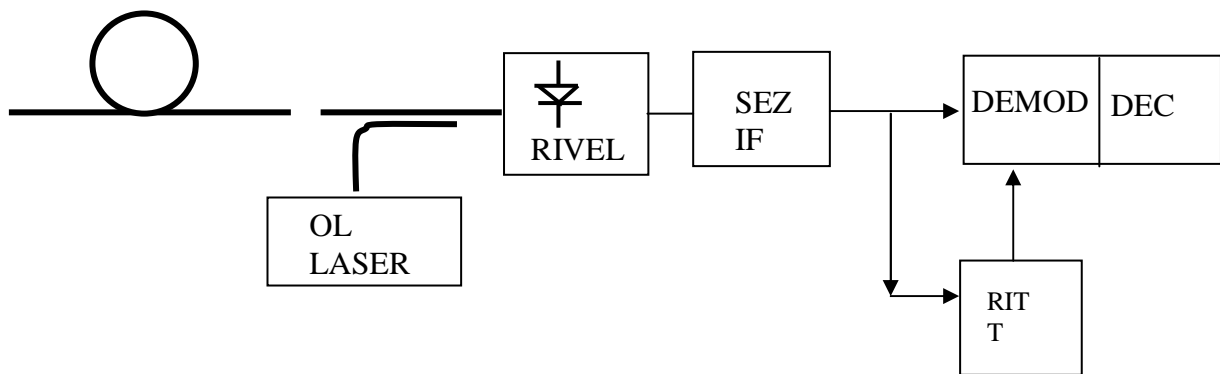
Il campo elettromagnetico emesso presenta fluttuazioni di intensità e di fase

MODULAZIONE COERENTE DPSK

Semplice ed attualmente utilizzato il sistema DPSK che utilizza una modulazione e una demodulazione differenziale

La fase del simbolo trasmesso è la stessa di quella del simbolo precedente se il simbolo di sorgente ha il valore "1", cambia se ha il valore "0"

Un modulatore esterno in LiNbO3 effettua la modulazione di fase di 180°. Applicando una opportuna tensione a degli elettrodi di controllo il segnale ottico nella guida viene sfasato (effetto Pockel)



La linea di ritardo consente il confronto di un simbolo con il successivo. La differenza di fase di 180 gradi consente di ottenere un livello alto o basso del segnale in uscita e di effettuare quindi la decisione

La probabilità di errore è

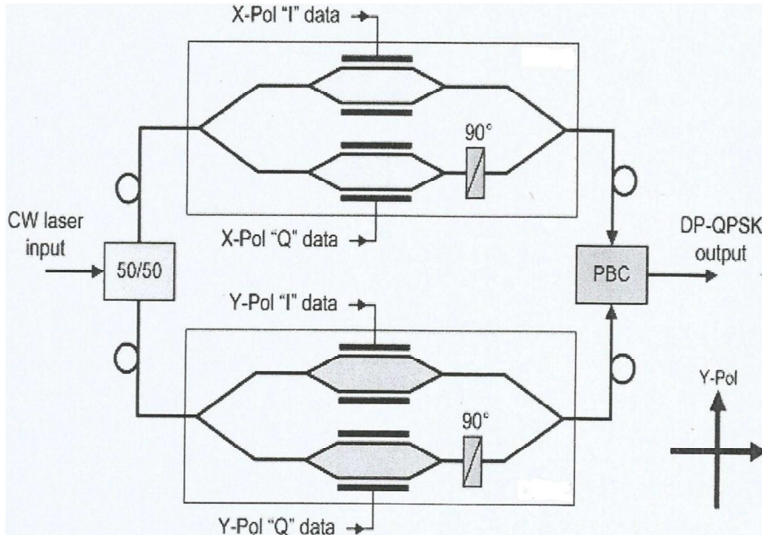
$$Pe = \frac{1}{2} e^{-\eta F}$$

e fornisce un limite quantico $F = 20$ fot/bit per $Pe = 10^{-9}$

Si è iniziato l'uso delle tecniche del tipo POLSK o a modulazione di polarizzazione abbinata a modulazioni PSK

MODULAZIONI DP-BPSK e DP-QPSK

Sono una "combinazione" tra una modulazione di polarizzazione e una normale BPSK o QPSK. Ad esempio si fa una semplice modulazione BPSK (cioè con due singoli stati, 0 o 1) su ognuna delle due componenti con polarizzazione ortogonale. Per modulazioni QPSK in generale



Viene attuata innanzitutto un multiplexing di polarizzazione per poi venir attuata la vera e propria modulazione QPSK. Quindi, innanzitutto tramite un normale beam splitter di polarizzazione (PBS), si va a dividere la portante nelle sue due componenti di polarizzazione ortogonali, attuando quindi il multiplexing di polarizzazione dopodiché, si svolge una normale QPSK su entrambi i rami. Un processore di trasmissione comanda le tensioni di guida sui Mach Zehnder.

In ricezione un Optical Hybrid 90° mescola il segnale di ingresso con i 4 stati in quadratura di un segnale di riferimento (OL) ottenendo $S+R$, $S-R$, $S+jR$, $S-jR$, che vanno a un algoritmo di decisione.

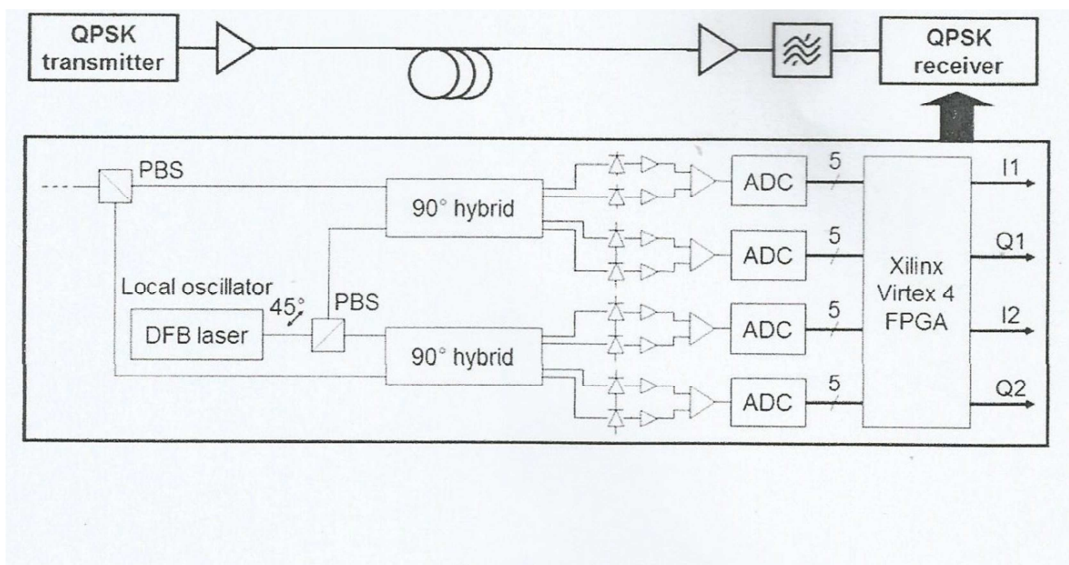
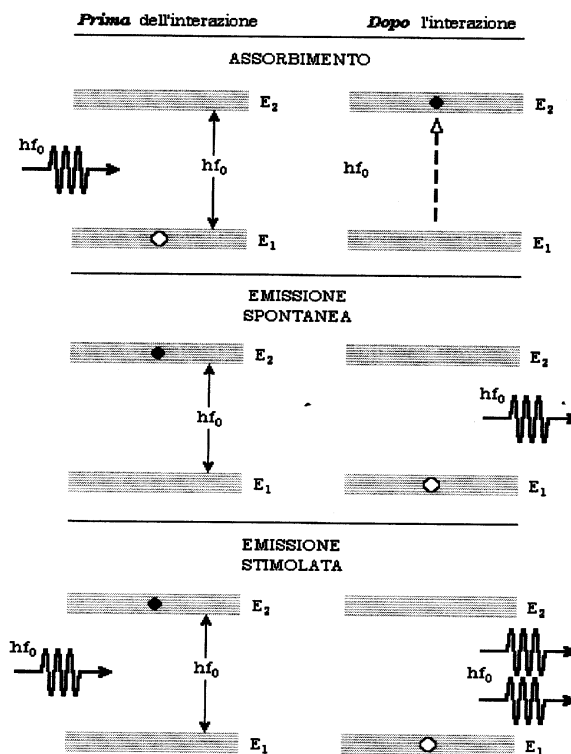


FIGURA 4.10

Amplificazione nelle fibre drogate con ERBIO

All'interno dell'atomo, un elettrone può assumere solo determinati valori di energia in corrispondenza dei quali si individuano i cosiddetti livelli energetici (struttura elettronica dell'atomo).

L'interazione della radiazione elettromagnetica con la materia avviene mediante tre fenomeni fondamentali: **assorbimento**, **emissione spontanea** ed **emissione stimolata**, di fotoni da parte di un atomo



Fenomeni di interazione materia/radiazione.

La transizione di un elettrone da un livello ad un altro produce un **assorbimento** di energia nel caso in cui il salto avvenga verso livelli ad energia superiore, un'**emissione** nel caso opposto. La quantità assorbita o liberata è naturalmente pari alla differenza di energia fra i due livelli.

Se un fotone a frequenza f_0 e quindi energia hf_0 interagisce con un atomo può essere assorbito provocando la transizione di un elettrone dal livello E_1 al livello E_2

Gli elettroni eccitati, a partire da questo stato, possono tornare allo stato originario attraverso l'emissione spontanea di un fotone con energia hf_0 oppure, se un fotone interagisce con un atomo con un elettrone sul livello E_2 , per mezzo dell'emissione stimolata di un ulteriore fotone secondario che ha la stessa energia e la stessa direzione (quantità di moto) del fotone primario.

Al campo elettromagnetico, dovuto ai fotoni primari, si aggiungono i contributi dei fotoni secondari (in fase con i fotoni primari) dando luogo all'emissione coerente, caratterizzata da un'unica frequenza di emissione.

L'emissione stimolata viene convogliata all'esterno, ottenendo (teoricamente) un alto grado di coerenza temporale ovvero un raggio monocromatico.

I fotoni che si creano per emissione spontanea hanno direzioni di propagazione aleatorie e si ricombinano con relazioni arbitrarie fornendo una emissione incoerente ovvero caratterizzata da uno spettro di emissione ampio.

Nella condizione d'equilibrio termico, le densità degli atomi nello stato fondamentale E_1 ed eccitato E_2 , indicate rispettivamente con N_1 e N_2 , sono regolate dalla distribuzione di Boltzmann

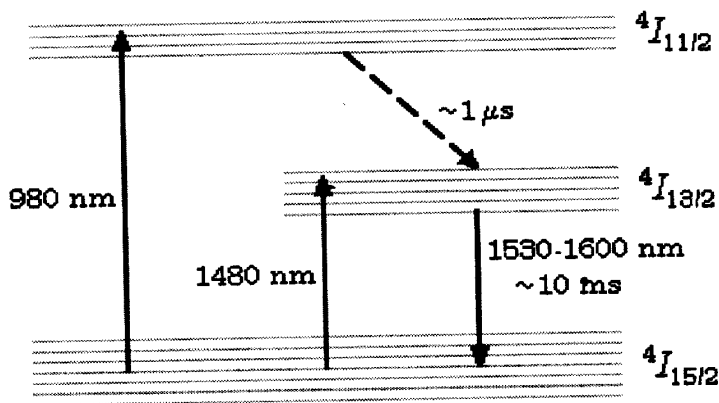
$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{e^{-\frac{E_1}{kT}}}{e^{-\frac{E_2}{kT}}} = e^{\frac{(E_2 - E_1)}{kT}} = e^{\frac{h\nu_0}{kT}}$$

dove T è la temperatura assoluta e k è la costante di Boltzmann.

Generalmente il livello base è molto più popolato del livello eccitato. Per avere una considerevole emissione stimolata si deve avere che $N_2 \gg N_1$ ovvero si deve verificare il fenomeno dell'**inversione di popolazione**.

Quest'ultima condizione può ottenersi eccitando il materiale con una sorgente di energia esterna ed effettuando il cosiddetto **pompaggio**.

Si definiscono livello laser inferiore e livello laser superiore i livelli energetici tra i quali avviene la transizione radiativa di interesse. Per gli ioni di Erblio sono rispettivamente $I_{15/2}$ e $I_{13/2}$.



Sistema laser a tre livelli.

IL MECCANISMO DI AMPLIFICAZIONE

Il fenomeno di amplificazione prende inizio portando gli ioni Er^{3+} , mediante la radiazione di pompa, ad un livello eccitato più alto di quello laser superiore (**livello di pompa**).

Attraverso transizioni non irradianti, lo ione si porta molto velocemente al livello laser superiore ($I 13/2$), che viene anche chiamato **metastabile** dove il tempo di vita medio di uno ione in tale livello è molto elevato rispetto a quello degli altri livelli per cui si arriva a una **inversione di popolazione**. In queste condizioni è molto probabile che avvenga una interazione ione-fotone che porta all'amplificazione del segnale.

Il modello appena descritto prende il nome di **sistema laser a tre livelli**.

La lunghezza d'onda della radiazione di pompa che permettono un salto al livello superiore superiore sono 980 e 800 nm. Un'altra lunghezza d'onda di pompa molto usata è quella in corrispondenza a 1480 nm. In tal caso il livello di pompa coincide con il livello laser superiore (**sistema a due livelli**).

La lunghezza d'onda di segnale, invece, è legata al salto energetico tra i due livelli laser che varia attorno ai 1550 nm corrispondente a quella utilizzata nei sistemi di telecomunicazione in terza finestra.

Processi secondari

Alcuni processi secondari tendono a degradare le prestazioni dell'amplificatore **Processo ASE (Amplified Spontaneous Emissions)** è causata dal tempo di vita medio finito di un elettrone nel livello metastabile.

Di conseguenza un elettrone, raggiunto il livello laser superiore, tende, dopo un certo tempo, a ricadere nel livello inferiore. Questo fenomeno svuota il livello laser superiore, e crea rumore in ricezione. Infatti, la transizione dell'elettrone verso il livello laser inferiore libera un fotone di energia, il quale possiederà una lunghezza d'onda prossima a quella di segnale ma una direzione casuale; interesserà altri ioni di Erblio lungo il suo percorso provocando una radiazione che si somma al segnale e il cui spettro sarà concentrato attorno alla frequenza di segnale .

Processo ESA

Uno ione nello stato $I 13/2$ può assorbire un fotone della lunghezza d'onda della radiazione di pompa; questo si verifica solo quando esiste un livello più alto che si trova esattamente alla distanza energetica corrispondente a quella frequenza. Sebbene lo ione ritorni quasi istantaneamente al livello laser superiore si ha comunque un assorbimento di un fotone di pompa .

Processo Upconversion

Può accadere che due ioni di Erblio si trovino eccitati al livello laser superiore e vi sia uno scambio di energia non radiativa da un atomo (donatore) all'altro (accettore) che poi si diseccita dopo aver provocato una diminuzione di atomi eccitati al livello laser superiore.

Popolazione dei livelli

Le principali variabili che determinano l'entità dei fenomeni descritti in precedenza sono le popolazioni dei vari livelli energetici. Quindi le equazioni che permettono di descrivere il comportamento dell'amplificatore ottico sono le equazioni di bilancio (**Rate Equations**); esse modellizzano l'interazione della radiazione (potenza inviata in fibra) con un sistema atomico di cui sono note le densità di popolazione iniziali dei vari livelli. Le equazioni di bilancio per un sistema a tre livelli in cui non si considerano i fenomeni di ESA e upconversion sono :

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = -(W_{12} + R)N_1 + (W_{21} + A_{21})N_2 + (R' + A_{31})N_3$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = W_{12}N_1 - (W_{21} + A_{21})N_2 + A_{32}N_3$$

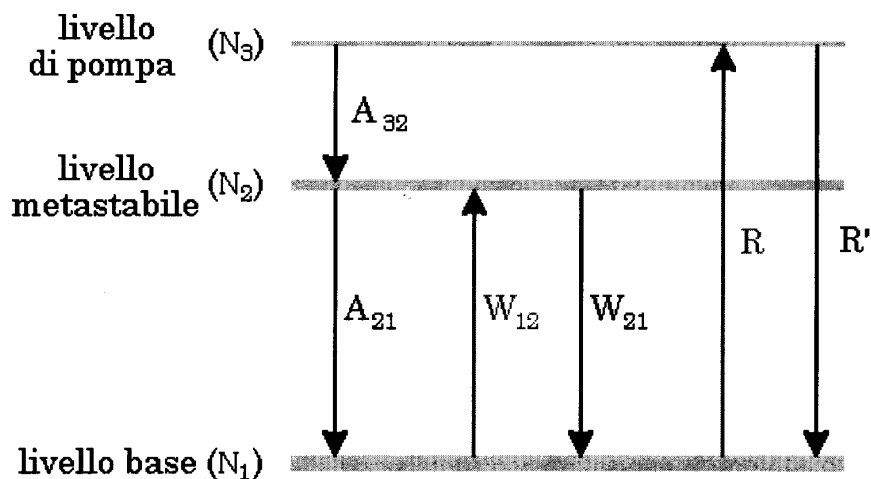
$$\frac{\partial N_3}{\partial t} = RN_1 - (R' + A_{32} + A_{31})N_3$$

In aggiunta a queste equazioni si deve considerare anche la legge di conservazione:

$$N_1(x, y, z) + N_2(x, y, z) + N_3(x, y, z) = N_t(x, y)$$

dove $N_t(x, y)$ è il profilo di concentrazione sulla generica sezione considerando la distribuzione indipendente da z .

La definizione dei coefficienti presenti nelle equazioni richiedono l'introduzione delle sezioni d'urto di assorbimento (σ_a) e di emissione (σ_e). Esse sono fisicamente delle superfici ed indicano la probabilità di assorbimento ed emissione per unità di area; dipendono dal tipo di materiale e dalla temperatura



Transizioni considerate nelle equazioni di bilancio.

R è il tasso di transizioni dovuto all'assorbimento della generica radiazione di pompa (ovviamente porta ad un incremento della popolazione nel livello di pompa a scapito di quella del livello laser inferiore). Il suo valore è dato dalla relazione:

$$R(x, y, z, t) = \int_0^{\infty} I_p(x, y, z, \nu) \frac{\sigma_{a13}(\nu)}{h\nu} d\nu$$

in cui σ_{a13} è la sezione d'urto di assorbimento corrispondente ai livelli laser inferiore e di pompa; ν è la frequenza; h è la costante di Plank e I_p è la densità di potenza di pompa nella posizione (x, y, z) .

R' è il tasso di transizioni di emissione dovuto alla radiazione di pompa. Il suo valore è:

$$R'(x, y, z, t) = \int_0^{\infty} I_p(x, y, z, \nu) \frac{\sigma_{e13}(\nu)}{h\nu} d\nu$$

dove σ_{e13} , è la sezione d'urto di emissione dal livello 3 al livello 1.

W_{21} è il tasso di transizioni per emissione stimolata dal livello laser superiore a quello inferiore. Il suo valore è:

$$W_{21}(x, y, z, t) = \int_0^{\infty} I_s(x, y, z, \nu) \frac{\sigma_{e21}(\nu)}{h\nu} d\nu \quad (2.5)$$

in cui σ_{e21} è la sezione d'urto di emissione tra i livelli laser superiore ed inferiore; $h\nu$ è l'energia di un fotone a quella lunghezza d'onda; I_s è la densità di potenza di segnale confinata nell'involuppo $\psi_s(x, y)$. In realtà il tasso è influenzato anche dalla potenza ASE; il termine I_s va quindi sostituito con $I_s(\nu) + I_{ASE}(\nu)$.

W_{12} è il tasso di assorbimento dei fotoni di segnale:

$$W_{12}(x, y, z, t) = \int_0^{\infty} I_s(x, y, z, \nu) \frac{\sigma_{a12}(\nu)}{h\nu} d\nu$$

dove σ_{a12} è la sezione d'urto di assorbimento spontanea tra i livelli laser. Anche in questo caso si può ripetere il discorso per l'ASE.

A_{ij} è il tasso di emissione spontanea tra i livelli i e j . Il valore sarà l'inverso del tempo di vita medio di uno ione in tale livello energetico.

Spesso in letteratura si trova un modello semplificato chiamato a due livelli. In tale modello si considera trascurabile la popolazione del livello di pompa dato il suo bassissimo tempo di vita medio. In tal caso le equazioni di bilancio diventano:

$$\frac{\partial N_1}{\partial t} = -(W_{12} + R)N_1 + (W_{21} + A_{21})N_2 + (R' + A_{31})N_3$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial t} = (W_{12} + R)N_1 - (W_{21} + A_{21})N_2 + A_{32}N_3$$

$$\frac{\partial N_3}{\partial t} = RN_1 - (R' + A_{32} + A_{31})N_3$$

con la condizione di conservazione:

$$N_1 + N_2 = N_t$$

Leggi di propagazione

Gli andamenti della potenza di segnale, della potenza di pompa e l'evoluzione dell'ASE lungo la fibra in entrambe le direzioni, possono essere espressi con le equazioni propagative (Propagation Equation)

$$\frac{dP_s(z, \nu_s)}{dt} = [\gamma_{21}(z, \nu_s) - \gamma_{12}(z, \nu_s)]P_s(z, \nu_s)$$

$$\frac{dP_{p\pm}(z, \nu_p)}{dz} = \pm \gamma_p(z)P_{p\pm}(z, \nu_p)$$

$$\frac{dS_{ASE\pm}(z, \nu)}{dz} = \pm [\gamma_{21}(z, \nu_s) - \gamma_{12}(z, \nu)]S_{ASE\pm}(z, \nu) \pm 2h\nu\gamma_{21}(z, \nu)$$

nelle quali il segnale e la pompa hanno rispettivamente frequenza ν_s e ν_p .

Per descrivere l'evoluzione dell'ASE sono necessarie due equazioni, in quanto i fotoni generati dal decadimento degli elettroni possono viaggiare in entrambe le direzioni (segno più se si studia l' ASE nella direzione di z crescente, viceversa segno meno).

Nella seconda equazione il segnale di pompa può essere co-propagante o contro-propagante, cioè il pompaggio può essere applicato all'estremità della fibra drogata in cui entra il segnale oppure all'estremità opposta.

I coefficienti di assorbimento e di emissione per il segnale e la pompa sono legate alle popolazioni dei livelli dalle seguenti relazioni

$$\gamma_p(z) = \iint_A \psi_p(x, y) [\sigma_{a13}N_1(x, y, z) - \sigma_{a13}N_3(x, y, z)] dx dy$$

$$\gamma_{12}(z, \nu) = \iint_A \psi(x, y) \sigma_{a21}(\nu) N_1(x, y, z) dx dy$$

$$\gamma_{21}(z) = \iint_A \psi(x, y, \nu) \sigma_{e21}(\nu) N_2(x, y, z) dx dy$$

dove A è l'area della regione attiva e $\psi(x, y, \nu)$ è l'intensità normalizzata di potenza alla generica frequenza ν . Per $\nu = \nu_s$ e $\nu = \nu_p$ ho, rispettivamente, le intensità normalizzate di potenza di segnale ($\psi_s(x, y)$) e di pompa ($\psi_p(x, y)$) che legano la potenza presente nella sezione z della fibra all'intensità di potenza:

$$I_{p,s}(x, y, z) = \psi_{p,s}(x, y)P_{p,s}(z) \quad (2.13)$$

in quanto verificano la seguente legge:

$$\iint_A \psi_{p,s}(x, y) dx dy = 1 \quad (2.14)$$

La differenza tra il coefficiente di emissione e quello di assorbimento determina dunque il **guadagno** alla specifica frequenza a cui si riferiscono

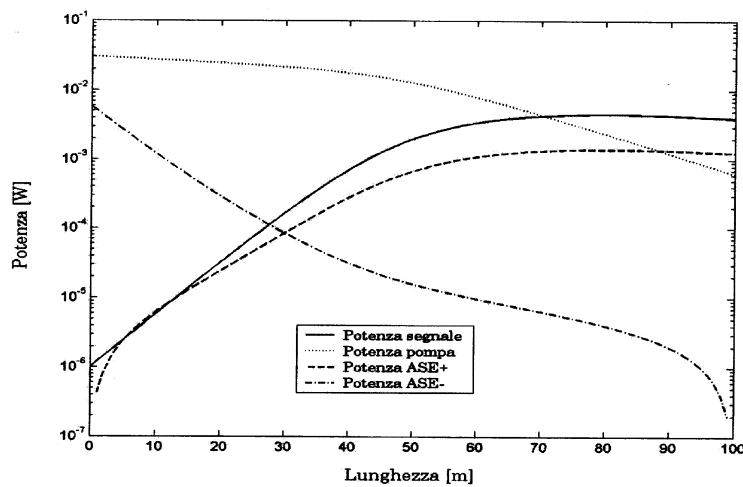
Il termine $2h\nu\gamma_{21}(x, \nu)$, che compare nell'equazione della potenza ASE, rappresenta il numero di fotoni che si genera nella sezione posizionata in x alla frequenza ν per effetto dell'emissione spontanea.

Comportamento degli EDFA

Si faccia riferimento a un amplificatore avente il nucleo di raggio $a = 2,5 \mu\text{m}$ e l'apertura numerica vale $0,19$. Gli ioni Er^{3+} sono distribuiti uniformemente nel core con una densità di $6 \cdot 10^{24}$ per m^3 . Se $\lambda_p = 980 \text{ nm}$, si deve descrivere il comportamento degli ioni di Erblio con un modello a tre livelli energetici.

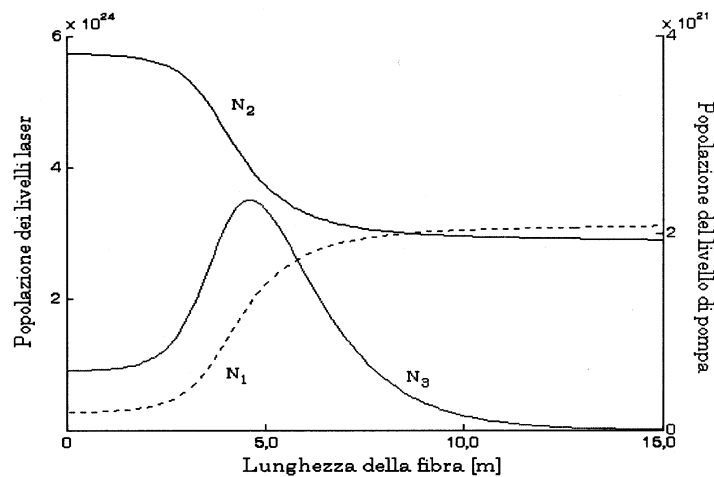
La potenza lungo la fibra raggiunge un punto di massimo e dopo inizia a diminuire. La lunghezza dell'amplificatore in corrispondenza del massimo valore di potenza, che corrisponde al massimo valore di guadagno, è detta ottima.

$P_{\text{ASE}+}$ ha un comportamento analogo alla potenza segnale, mentre la potenza $P_{\text{ASE}-}$ aumenta sempre lungo la fibra. La potenza del segnale di pompa diminuisce cedendo la sua energia agli altri segnali che si propagano.



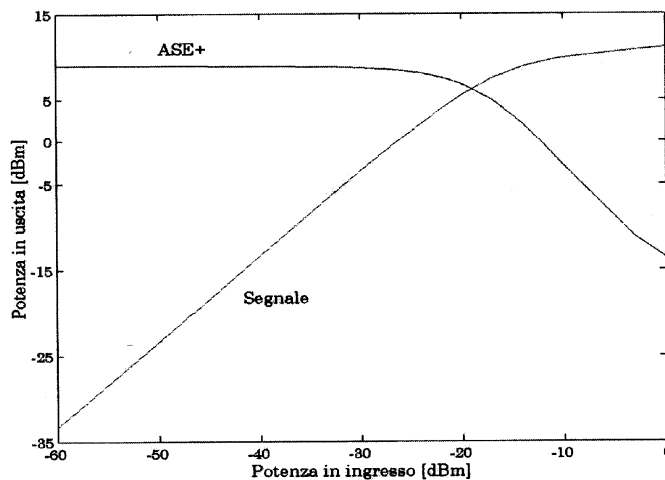
Andamento della potenza totale dei segnali propaganti nell'amplificatore ottico.

L'inversione di popolazione diminuisca man mano che si avanza nella fibra in concomitanza della diminuzione della potenza di pompa. Inoltre, visto il bassissimo tempo di vita medio nel livello di pompa, la popolazione di tale livello è molto inferiore alle popolazioni dei livelli laser.



Andamento delle popolazioni dei livelli energetici interessati dal fenomeno dell'amplificazione.

Guadagno e potenza di rumore



Potenza totale di segnale e potenza ASE+ in uscita dell'amplificatore ottico.

Il guadagno assume il massimo valore per piccoli valori della potenza di ingresso, per questo motivo si indica la prima parte della curva con il nome di Small Signal Region. Aumentando il segnale di ingresso il guadagno inizia a diminuire, si passa dunque alla Saturated Region.

Si deve, però, sottolineare il fatto che il massimo guadagno è accompagnato ad un elevato valore della potenza ASE che si propaga con il segnale. È quindi necessario far lavorare l'EDFA nella zona di saturazione, trovando un compromesso tra potenza di segnale (ossia guadagno) e potenza ASE in funzione delle caratteristiche del collegamento ottico.

Se G è il guadagno dell'amplificatore la densità spettrale di potenza del Rumore ASE è

$$S_A(f) = \frac{(G-1)n_{sp} hf_0}{2} \quad ns_p \cong \frac{N_2}{N_2 - N_1} \geq 1$$

(rumore bianco passa-banda) n_{sp} è il fattore di emissione spontanea che è molto vicino ad 1 quando l'inversione di popolazione è spiccata.,

Il segnale all'uscita del fotorivelatore è composto, oltre al rumore shot di fotorivelazione $i_{sh}(t)$, da tre termini derivanti dalla rivelazione del segnale: il termine utile di segnale, il termine di interazione segnale-rumore ed il termine dovuto alla rivelazione del solo rumore di amplificazione

$$I(t) = i_{sh}(t) + R \left[P_{out} + 2\sqrt{2P_{out}} n_{ASE}(t) \cos(2\pi f_0 t) + n_{ASE}^2(t) \right]$$

Se il segnale all'ingresso dell'amplificatore non è estremamente piccolo, si trova che il termine $n_{ASE}^2(t)$ dovuto al solo rumore d'amplificazione è trascurabile nel calcolo del rapporto $(SNR)_{out}$, nei confronti del termine di interazione segnale-rumore

I termini notevoli sono dunque quelli relativi al rumore shot ed al rumore di amplificazione convertito dal segnale nella banda del fotorivelatore.

Il processo di conversione che si attua nella fotorivelazione è simile a quello realizzato intenzionalmente nei ricevitori coerenti tramite la combinazione tra il segnale ricevuto ed il LASER locale.

La componente del segnale ASE convertita in banda base, "rinforzata" dall'interazione col segnale utile si rivela dominante anche nei confronti del rumore shot, che viene così ulteriormente trascurato nel calcolo dello $(SNR)_{out}$.

La densità spettrale di potenza del disturbo $i(t)$ dovuto al rumore di amplificazione convertito dal segnale è dunque :

$$S_i(f) = R^2 \cdot 2 \left[2P_{out} \frac{(G-1)n_{sp} hf_0}{2} \right] = 2R^2 (G-1)G P_{in} n_{sp} hf_0$$

$$(SNR)_{out} = \frac{(RG P_{in})^2}{2B \cdot 2R^2 (G-1)G P_{in} n_{sp} hf} = \frac{G P_{in}}{4B (G-1)n_{sp} hf_0}$$

Per rapporto $(SNR)_{in}$ convenzionalmente si definisce il rapporto della potenza di segnale e del solo rumore shot di fotorivelazione

$$(SNR)_{in} = \frac{(R P_{in})^2}{2B qR P_{in}} = \frac{P_{in}}{2B hf_0}$$

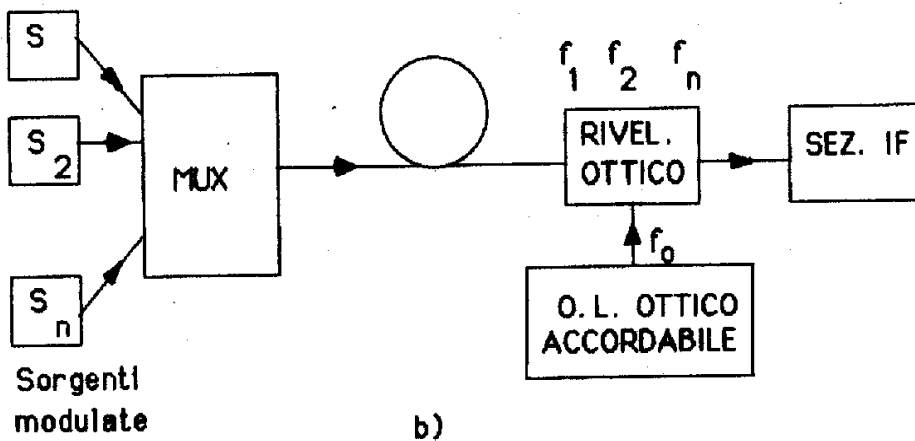
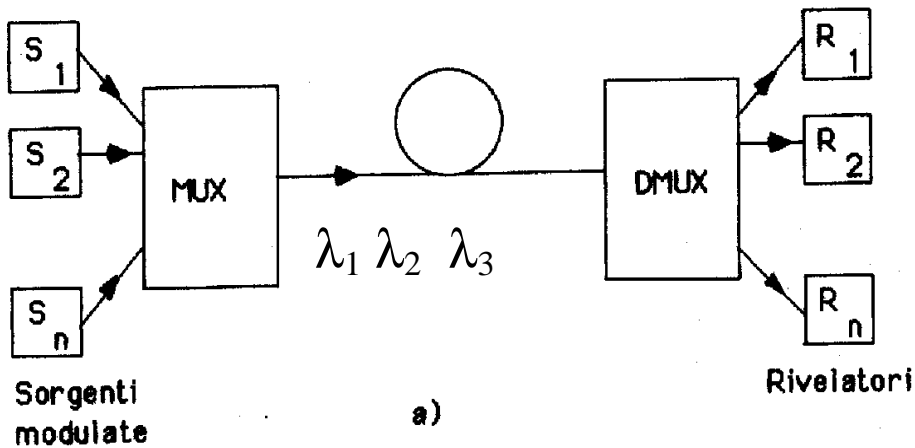
Eseguendo il rapporto $(SNR)_{in}$ e $(SNR)_{out}$ si ha la cifra di rumore F_A

$$F_A = \frac{P_{in}}{2B hf_0} \frac{4B (G-1)n_{sp} hf_0}{G P_{in}} = 2 n_{sp} \left(1 - \frac{1}{G}\right) \cong 2 n_{sp}$$

Quindi per un amplificatore ideale con conversione totale $F_A=3$ dB (circa 6dB per quelli reali)

SISTEMI A MULTIPLAZIONE DI LUNGHEZZA D'ONDA
WDM (Waveguide Division Multiplexing) E DI FREQUENZA
FDM (Frequency Division Multiplexing)

Si sfrutta meglio la grande larghezza di banda della finestra ottica a 1,5 μm mandando più frequenze sulla stessa fibra ciascuna modulata da un segnale numerico a elevata bit rate (2,10, 40 Gbps).



Sistemi di trasmissione multicanale

- a) moltiplicazione di lunghezza d'onda (WDM)
- b) moltiplicazione di frequenza (FDM)

I canali ottici così ottenuti possono essere commutati nei **nodi** della **rete di trasporto tutta ottica** che si può realizzare.

In ricezione un sistema di separazione delle portanti invia i canali ai diversi rivelatori.

E' possibile realizzare una separazione delle portanti mediante sistemi filtranti passivi o mediante sistemi eterodina o omodina tipici dei sistemi coerenti.

SISTEMI WDM (Waveguide Division Multiplexing)

Nel sistema di trasporto SDH (Synchronous Digital Hierarchy) e nel sistema SONET (Synchronous Optical NETwork) si operano delle moltiplicazioni TDM basate su moduli di trasporto chiamati STM

SONET		SDH	Velocità (Mbit/s)
Elettrico	Ottico	Ottico	Lordo
STS-1	OC-1		51.84
STS-3	OC-3	STM-1	155.52
STS-9	OC-9	STM-3	466.56
STS-12	OC-12	STM-4	622.08
STS-18	OC-18	STM-6	933.12
STS-24	OC-24	STM-8	1244.16
STS-36	OC-36	STM-12	1866.24
STS-48	OC-48	STM-16	2488.32
STS-192	OC-192	STM-64	9953.28

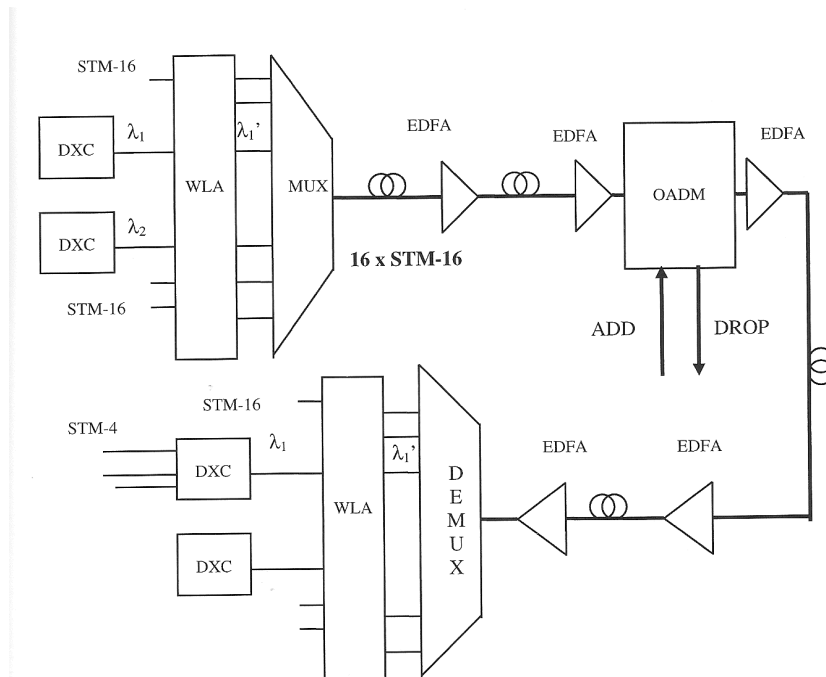
Si è inoltre sviluppata La tecnica ATM (Asynchronous Transfer Mode) ed il traffico Internet con tecnologia IP

Per cui c'è la necessità a livello ottico di introdurre nell'architettura di rete un livello ottico di trasporto indipendente dal segnale trasportato

La caratteristica di questa rete di trasporto è la **trasparenza** cioè la capacità di trasportare segnali generati da client diversi (SDH, ATM,IP)

Si è così realizzato un sistema multicanale ottico in cui le portanti ottiche modulate da segnali TDM

Costituiscono dei canali che viaggiano su una stessa fibra e possono essere commutati e instradati a livello ottico



DXC (Digital Cross Connect) sono permutatori numerici
 ADM (Add-Dropp Multiplexer) sono moltiplicatori inseritori estrattori
 EDFA (Erbium Doped Fiber Amplifiers) sono amplificatori ottici
 WLA (WaveLength Adapter)

NUMERO CANALE	FREQUENZA ASSOLUTA [THz]	LUNGHEZZA D'ONDA [nm]
60	196	1529,551
59	195,9	1530,332
58	195,8	1531,113
57	195,7	1531,896
56	195,6	1532,679
55	195,4	1534,248
54	195,3	1535,033
53	195,2	1535,82
52	195,1	1536,607
\	\	\
\	\	\
\	\	\
20	192	1561,417
19	191,9	1562,23
\	\	\
1	190	1577,853

Abbastanza diffusi sono i collegamenti a 16 λ operanti a 2.5 Gbit/s che usano prevalentemente i canali dispari dal 23 al 37 (Banda Rossa: in analogia al visibile) e dal 43 al 57 (Banda Blu). Si hanno così 200 GHz di separazione fra i canali.

La canalizzazione adottata prevedeva un distanziamento di 200 GHz ma si è passati presto ai 100 GHz con i sistemi DWDM (Dense Waveguide Division Multiplexing)

Le prestazioni degli attuali sistemi consentono 10 (40) Gbit/s di frequenza di cifra su ogni canale per un numero di canali che ormai può essere di 40 anche 128 canali

All'aumentare del numero dei canali cresce la potenza ottica in fibra e si verificano fenomeni non lineari tra cui il FWM (Four Wave Mixing) che è un'interazione non lineare che si verifica a causa della dipendenza dell'indice di rifrazione dall'intensità dell'onda che vi si propaga. La miscelazione di onde a frequenze f_i, f_j, f_k , danno onde a frequenze $f_{ijk} = f_i + f_j - f_k$

Nei sistemi multicanale il FWM limita le prestazioni non solo perché parte della potenza viene persa ma anche perché la comparsa di nuove frequenze causa interferenze sui canali molto simile al fenomeno della intermodulazione nel caso elettrico.

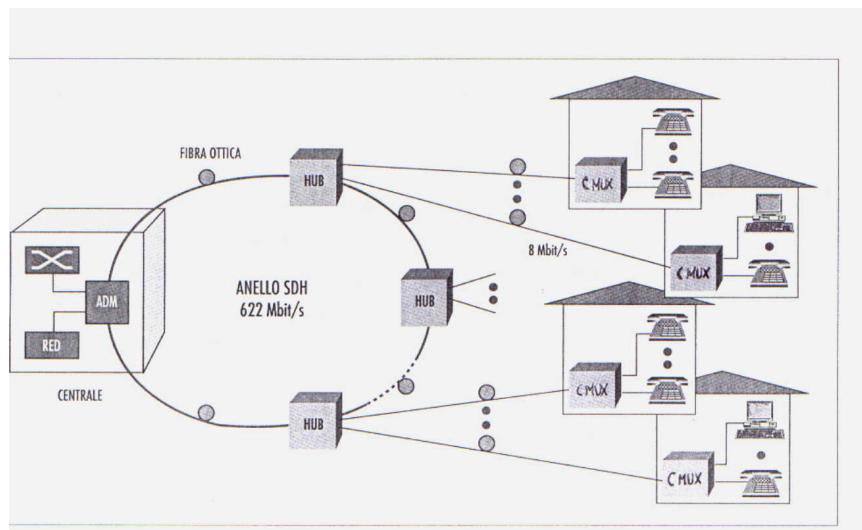
Particolarmente dannose le interferenze sul canale del segnale che danno una interazione di tipo coerente

LA RETE OTTICA DI ACCESSO

Questa rete presenta architetture molto diverse

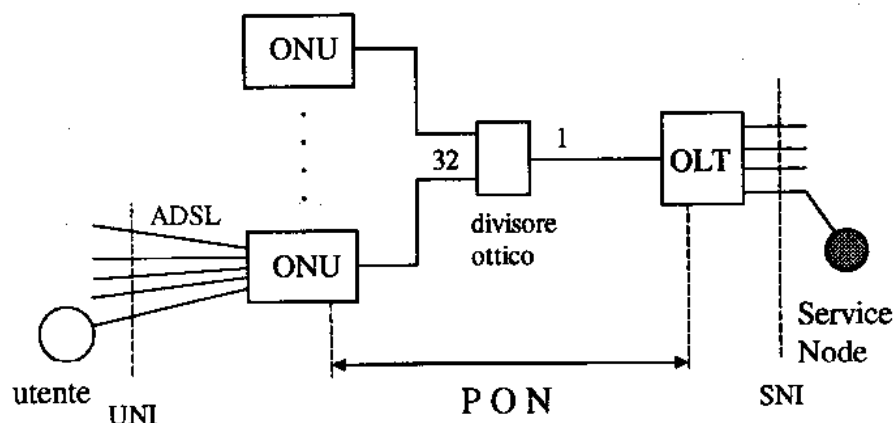
FFTC Fiber to the Curb (fino al marciapiede)

FFTB Fiber to the Building Terminazioni ottiche interne all'edificio



La rete prevede un anello nella sezione primaria. Dagli HUB(multiplicatori sincroni) dell'anello si dipartono i collegamenti verso gli utenti. I C-MUX sono multiplicatori che raccolgono i canali di utente.

Un altro tipo di rete di accesso è la PON (**Passive Optical Network**)



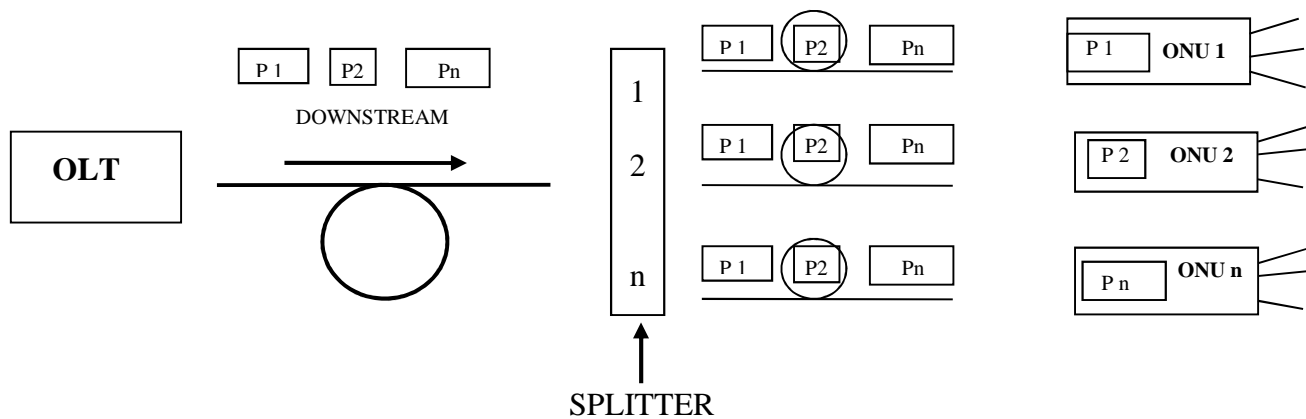
La PON è pensata come una rete di distribuzione realizzata mediante un divisore ottico a 1 ingresso e 32 uscite fra centrali urbane o meglio fra terminazioni della rete di trasporto denominate OLT(Optical Line Termination) e 32 centraline denominate ONU(Optical Network Unit) da cui possono diramarsi le terminazioni ADSL

RETI PON

Una terminazione detta OLT (Optical Line Termination) è collegata alla rete di trasporto da una parte ed alla rete di distribuzione dall'altra. Nel collegamento downstream (dalla OLT verso utenti) i segnali vengono distribuiti in modalità broadcast mediante un divisore ottico (splitter) a tutte le ONU (Optical Network Unit) ciascuna delle quali preleva i dati a lei indirizzati

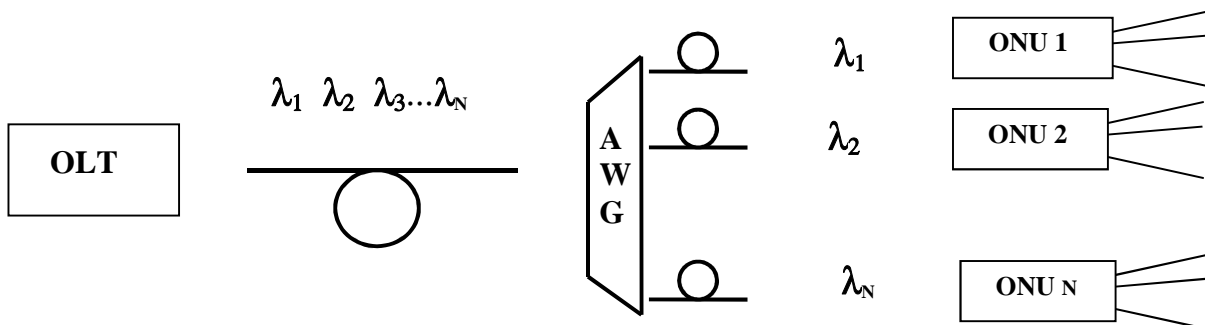
Le ONU sono situate generalmente in corrispondenza di armadi di distribuzione a loro volta collegate verso gli utenti da reti ancora in rame; Potrebbero essere doppini o cavi coassiali, ma è prevista anche la possibilità di spingere le ONU sempre più vicino all'utente fino a realizzare soluzioni che vengono indicate come FTTB (fiber to the Building) o FTTH (fiber to the Home). Secondo un altro standard vengono chiamate ONT (Optical Network Termination)

Come indicato in figura nel collegamento downstream il segnale, costituito da un flusso continuo di dati organizzati secondo i diversi protocolli di traffico, viene inviato dalla OLT ad un divisore ottico (splitter) con tipicamente un ingresso e n uscite (n=8,16, 32...) verso le ONU che prelevano i dati destinati ai loro utenti (indicati con P1 P2 Pn)

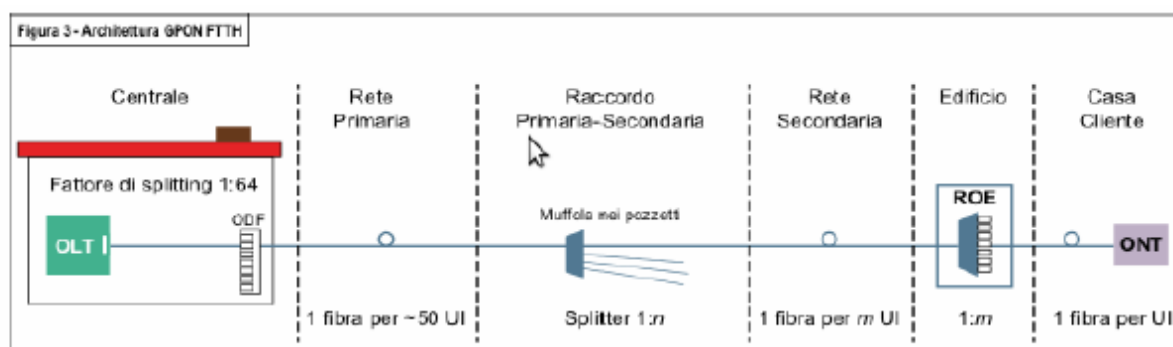


In direzione upstream (da ONU verso OLT) si realizza una moltiplicazione TDM (Time Division Multiplexing) per cui a ogni ONU viene assegnato da parte della OLT un intervallo temporale (slot) in cui trasmettere

È stato proposto un altro tipo di PON, la WDM PON che realizza la separazione delle ONU mediante l'assegnazione di portanti diverse secondo lo schema indicato in figura. In questo sistema si ricorre alla moltiplicazione DWDM per trasportare molte lunghezze d'onda su un'unica fibra, aumentando così enormemente la banda sia in upstream che in downstream



Nella rete GPON, partendo dalla centralina OLT una singola fibra monomodale raggiunge uno splitter passivo in prossimità dell'utente. Questo distribuisce la potenza ottica fra N percorsi, verso gli utenti. Il massimo fattore di splitting è 1:64 sul livello fisico, e 1:128 su quello logico, in previsione dell'uso di amplificatori ottici. Dallo splitter ottico si dipartono N fibre, una per utente (oppure verso altri splitter, creando così un'architettura ad albero). La distanza fra centralina e utente finale arriva fino a 20 km.



Architettura GPON

La GPON sfrutta le modalità di accesso al mezzo condiviso mediante TDM (Time Division Multiplexing). In downstream l'OLT invia segnali con flusso continuo e in broadcast. Il segnale viene quindi ricevuto da tutte le ONU, ma acquisiscono solo quello relativo al proprio identificativo.

Nella direzione upstream ogni ONU può trasmettere solamente durante il proprio timeslot, mediante TDMA (Time Division Multiple Access), in un frame di durata $125\mu s$.

Entrambi i versi di trasmissione avvengono sulla stessa fibra, ma su lunghezze d'onda diverse, utilizzando le due finestre di trasmissione ottica a 1260-1360 nm in upstream e 1480-1500 nm in downstream, separate mediante CWDM (Coarse Wavelength Division Multiplexing).

La GPON inoltre sfrutta il protocollo di incapsulamento GEM (Gpon Encapsulation Method). Quest'ultimo consente di trasportare traffico ATM, Ethernet o TDM in modo nativo.

Da Maxwell a Schrödinger

Dalle equazioni di Maxwell si ricava l'equazione d'onda

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0$$

P è il vettore di polarizzazione che esprime la polarizzazione indotta.

Ricavare un'espressione accurata in funzione di E è complicato e richiede l'ausilio della meccanica quantistica ma lontano dalle frequenze di risonanza del mezzo si può descrivere P con i tensori di suscettibilità $\chi^{(i)}$

$$P = \epsilon_0 (\chi^{(1)} * E + \chi^{(2)} * E * E + \chi^{(3)} * E * E * E + \dots)$$

Per la silice si considera solo $\chi^{(1)}$ (polarizzazione lineare) e $\chi^{(3)}$

Il vettore di polarizzazione può essere decomposto in una parte lineare e una parte non lineare

$$P(r,t) = P_L(r,t) + P_{NL}(r,t)$$

$$\nabla^2 E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} = 0$$

Supponiamo che

- P_{NL} sia piccola rispetto a P_L

-il campo mantenga il suo stato di polarizzazione nella propagazione in fibra

-Detta $\Delta\omega$ la larghezza spettrale e ω_0 la frequenza centrale sia $\Delta\omega / \omega_0 \ll 1$ cioè i campi siano lentamente variabili

$\bar{E}(r,t)$ sia l'involuppo del vettore campo $E(r,t)$

Indicando con $E(r, \omega - \omega_0)$ la trasformata di Fourier della funzione $\bar{E}(r,t)$

$$\nabla^2 E + (1 + \chi^{(1)} + \epsilon_{NL}) k_0^2 E = 0$$

$$\epsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} |\bar{E}|^2 \text{ da cui } n = \sqrt{\epsilon_L + \epsilon_{NL}} \cong n_0 + \frac{3}{4} \frac{\chi^{(3)}}{n_0} \frac{|\bar{E}|^2}{2} = n_0 + n_2 |\bar{E}|^2$$

n_2 prende il nome di coefficiente non lineare dell'indice di rifrazione o coefficiente di Kerr

L'equazione d'onda può essere risolta con il metodo di separazione delle variabili

$$E(r, \omega - \omega_0) = F(x,y) A(r, \omega - \omega_0) e^{j\beta_0 z}$$

Si ottengono le seguenti equazioni differenziali per F e per A

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + [\varepsilon(\omega)k_0^2 - \beta^2]F = 0$$

$$2j\beta_0 \frac{\partial A}{\partial z} + [\beta^2 - \beta_0^2]A \cong 0 \quad \varepsilon(\omega)k_0^2 = \beta_0^2 \text{ per } \omega = \omega_0$$

Prima di tornare nel dominio del tempo si espande in serie di Taylor $\beta(\omega_0)$ attorno al punto $\omega = \omega_0$.

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1 \Delta\omega + \frac{1}{2}\beta_2 (\Delta\omega)^2 + \frac{1}{6}\beta_3 (\Delta\omega)^3 + \dots$$

$$\beta_n = \frac{\partial^n \beta}{\partial \omega^n} \quad \Delta\omega = \omega - \omega_0$$

Supponendo che β vari di $\Delta\beta$ per una variazione Δn dell'indice dovuta alla non linearità dovuta alla non linearità

indicando con $a(z,t)$ l'antitrasformata di Fourier di $A(z, \omega - \omega_0)$

$$\frac{\partial a(z,t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial a(z,t)}{\partial t} + \frac{1}{2}i\beta_2 \frac{\partial^2 a(z,t)}{\partial t^2} - \frac{1}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 a(z,t)}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2}a(z,t) + j\Delta\beta a(z,t) = 0$$

$$\frac{\partial a(z,t)}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial a(z,t)}{\partial t} - \frac{1}{2}i\beta_2 \frac{\partial^2 a(z,t)}{\partial t^2} + j\Delta\gamma |a(z,t)|^2 a(z,t)$$

γ è un coefficiente non lineare che dipende dalla non linearità n_2 ma anche da un parametro detto area efficace della fibra che tiene conto della configurazione di campo

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}}$$

Questa è l'equazione di propagazione che governa l'evoluzione di un impulso in una fibra dispersiva e che presenta una non linearità di tipo Kerr trascurando le perdite e la dispersione del terzo ordine.

ALLARGAMENTO

Mediante la separazione delle variabili il campo E ad una determinata frequenza può essere scritto come

$$\tilde{E}(r, \omega) = \hat{e} F(x, y) \tilde{A}(z, \omega) \quad \tilde{A}(z, \omega) = \tilde{A}(z=0, \omega) e^{j\beta z} = \tilde{A}_0 e^{j\beta z}$$

\hat{e} rappresenta il versore polarizzazione

$\tilde{A}(z, \omega)$ rappresenta l'ampiezza della componente sinusoidale alla frequenza ω

$F(x, y)$ è la configurazione trasversale del campo

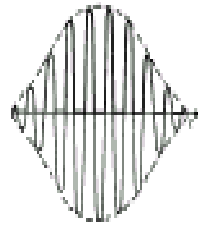
Se invece di una singola componente sinusoidale si propaga un segnale di spettro che modula una portante ω_0

$$E(r, \omega) = \hat{e} F(x, y) G(z, \omega)$$

$$G(z, \omega) = G(z=0, \omega) e^{j\beta z}$$

la sua trasformata

$$g(z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(z, \omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

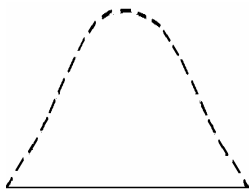


Se ci si riferisce alla frequenza della portante ω_0 e si espande $\beta(\omega)$ in serie di Taylor intorno a ω_0

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1 \Delta\omega + \frac{1}{2} \beta_2 (\Delta\omega)^2 + \frac{1}{6} \beta_3 (\Delta\omega)^3 + \dots$$

$$\beta_n = \frac{\partial^n \beta}{\partial \omega^n} \quad \Delta\omega = \omega - \omega_0$$

$a(z, t)$ rappresenta il profilo temporale del segnale riportato in banda base



$$g(z, t) = a(z, t) e^{j\beta_0 z} e^{-j\omega_0 t}$$

per cui $A(0, \Delta\omega) = G(0, \omega - \omega_0)$

l'andamento temporale dell'impulso è regolato dall'equazione

$$\frac{\partial a(z, t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial a(z, t)}{\partial t} + \frac{1}{2} i \beta_2 \frac{\partial^2 a(z, t)}{\partial t^2} - j \gamma_{NL} |a(z, t)|^2 a(z, t) = 0$$

Cerchiamo delle soluzioni parziali

I CASO

$$\frac{\partial a(z, t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial a(z, t)}{\partial t} = 0$$

ha come soluzione un qualsiasi $a(z, t)$ tale che

$$a(z, t) = a\left(z - \frac{1}{\beta_1} t\right) \quad \frac{1}{\beta_1} = \frac{1}{\frac{\partial \beta}{\partial \omega}} = v_g$$

cioè un campo che viaggia con velocità di gruppo costante e quindi non subisce distorsione ma solo ritardo

II CASO

Se β_2 è diverso da 0 il mezzo è dispersivo e l'equazione della propagazione diviene

$$\frac{\partial a(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{2} i \beta_2 \frac{\partial^2 a(z, t)}{\partial t^2} = 0$$

(trascurando l'effetto dovuto a β_1)

Passando nel dominio della trasformata di Fourier si ha

$$\frac{\partial A(z, \Delta\omega)}{\partial z} + \frac{1}{2} i \beta_2 [-(\Delta\omega)^2 A(z, \Delta\omega)] = 0$$

La cui soluzione è

$$A(z, \Delta\omega) = A(z=0, \Delta\omega) e^{j \frac{1}{2} \beta_2 (\Delta\omega)^2 z}$$

Che antitrasformando fornisce la soluzione $a(z, t)$

Esempio :consideriamo il caso in cui $a(z=0, t)$ cioè il segnale all'ingresso sia una gaussiana che ha come antitrasformata ancora una gaussiana

$$a(z=0, t) = a_o e^{-\frac{t^2}{2T_o^2}} \quad \leftrightarrow \quad A(z=0, \Delta\omega) \propto e^{-\frac{1}{2} T_o^2 (\Delta\omega)^2}$$

$$A(z, \Delta\omega) = A(z=0, \Delta\omega) e^{j \frac{1}{2} \beta_2 (\Delta\omega)^2 z} \quad A(z, \Delta\omega) \propto e^{-\frac{1}{2} (\Delta\omega)^2 (T_o^2 - j \beta_2 z)}$$

$$|a(z, t)| = a_o e^{-\frac{t^2}{2T_1^2}} \quad T_1^2 = |T_o^2 - j \beta_2 z| = T_o^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\beta_2 z}{T_o^2}\right)^2}$$

Poiché

$$\beta_2 = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{\partial \beta}{\partial \omega} \right) = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(\frac{1}{v_g} \right) = - \frac{1}{v_g^2} \frac{\partial v_g}{\partial \omega}$$

Se β_2 diverso da 0 la velocità di propagazione dipende dalla frequenza

Può essere $\beta_2 > 0$ per cui ho DISPERSIONE NORMALE

$$\frac{\partial v_g}{\partial \omega} < 0 \text{ Le alte frequenze sono più lente}$$

$\beta_2 < 0$ per cui ho DISPERSIONE ANOMALA

$$\frac{\partial v_g}{\partial \omega} > 0 \text{ Le alte frequenze sono più veloci}$$

Sia in regime di dispersione normale che di dispersione anomala la conseguenza della dispersione cromatica è un allargamento temporale dell'impulso

Valori tipici della dispersione sono

Fibre STEP-INDEX

$$\beta_2 \quad \lambda \cong 1300 \text{ nm} \quad \cong 0$$

$$\beta_2 \quad \lambda \cong 1550 \text{ nm} \quad = -20 \text{ ps}^2 / \text{km}$$

Fibre DISPERSION-SHIFTED

$$\beta_2 \quad \lambda \cong 1300 \text{ nm} \quad > 0$$

$$\beta_2 \quad \lambda \cong 1550 \text{ nm} \quad = -0.5 \text{ ps}^2 / \text{km}$$

III CASO

Presenza di un comportamento non lineare dovuto all'effetto KERR

È un effetto che si manifesta nella propagazione di un fascio ottico che comporta la dipendenza dell'indice di rifrazione dall'intensità dell'onda che si propaga

$$n(\omega) = n_{\text{LIN}}(\omega) + n_2 |E|^2$$

$$\frac{\partial a(z, t)}{\partial z} = j \gamma_{\text{NL}} |a(z, t)|^2 a(z, t)$$

la cui soluzione è $a(z, t) = a(0, t) e^{j \gamma_{\text{NL}} |a(z, t)|^2 z}$

L'effetto non lineare dà quindi luogo ad una auto modulazione della fase (SPM Self Phase Modulation) cioè provoca una variazione della fase istantanea dell'impulso (chirp) lungo z in dipendenza dell'intensità istantanea dell'impulso stesso per cui il segnale si modula in fase propagandosi e la non linearità causa un allargamento dello spettro dell'impulso

$$\gamma_{NL} \cong 2 \div 30 \quad \text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$$

E' opportuno dare dell'equazione di propagazione una formulazione adimensionale

Si opera un cambio di variabile $T = t - \frac{z}{v_g} = t - \beta_1 z$ ottenendo

$$\frac{\partial a}{\partial z} = -j \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 a}{\partial T^2} + j \gamma |a|^2 a$$

Ci si è messi in un sistema di riferimento che si muove con la velocità di gruppo v_g dell'involuppo del campo

Se T_0 è la durata dell'involuppo all'altezza $1/e$ e P_0 la potenza di picco dell'impulso iniziale $a(0,t)$

E' utile introdurre due lunghezze, conosciute come *lunghezza di dispersione* L_D e *lunghezza di non linearità* L_{NL}

che rappresentano le scale di lunghezza sulle quali diventano significativi gli effetti della dispersione e della non linearità. L_D rappresenta la distanza di propagazione per la quale la durata di un impulso gaussiano aumenta di un fattore $\sqrt{2}$ rispetto al valore iniziale. L_{NL} rappresenta quella distanza di propagazione per la quale la massima variazione di fase dell'impulso risulta unitaria

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$$

A seconda delle grandezze relative di L_D e L_{NL} e della lunghezza L della fibra, l'impulso evolverà in maniera diversa.

Introduciamo una scala dei tempi normalizzata alla larghezza dell'impulso in ingresso:

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0}$$

Similmente introduciamo un'ampiezza normalizzata U tale che :

$$a(z, t) = \sqrt{P_0} u'(z, t)$$

Si ottiene l'equazione

$$j \frac{\partial u'}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 u'}{\partial \tau^2} - \frac{1}{L_{NL}} |u'|^2 u'$$

Possiamo distinguere 4 regimi di propagazione :

I Caso $L \ll L_{NL}$; $L \ll L_D$

Come si può vedere dall'equazione per a(z,t) effetti dispersivi e quelli di non linearità non svolgono un ruolo significativo durante la propagazione.

Per L pari a 50km L_D e L_{NL} dovrebbero essere pari a 500Km almeno per una trasmissione libera da distorsioni. Per $\lambda=1550$ nm (III finestra) $|\beta_2| \approx 20 \text{ps}^2/\text{km}$ e $\gamma \approx 3 \text{W}^{-1}\text{km}^{-1}$ per le SMF.

Gli effetti dispersivi e di non linearità possono quindi essere trascurati per $L < 50 \text{Km}$ se $T_0 > 100 \text{ps}$ e $P_0 \sim 1 \text{mW}$.

Si può calcolare, invece, che per un impulso con $T_0 \sim 1 \text{ps}$ e $P_0 \sim 1 \text{W}$ i fenomeni di distorsione diventano già importanti dopo pochi metri.

II Caso $L \ll L_{NL}$; $L \geq L_D$

Possiamo trascurare l'effetto Kerr. L'evoluzione dell'impulso è governata dalla sola GVD. Quindi possiamo applicare il regime di dispersione dominante se i parametri della fibra e dell'impulso sono tali che:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1$$

Quindi per potenze dell'ordine dei mW l'unico effetto rilevante è la GVD.

Questo caso sarà esaminato in dettaglio perché è l'unico in cui possiamo trovare un'espressione analitica dell'impulso in uscita.

III Caso $L \geq L_{NL}$; $L \ll L_D$

Il termine di dispersione è trascurabile. In questo caso l'evoluzione dell'impulso è dominata dalla SPM che porta ad un allargamento spettrale dell'impulso.

IV Caso: $L \geq L_{NL}$; $L \geq L_D$

In questo caso GVD e SPM interagiscono durante la propagazione dell'impulso in fibra.

Nella regione di dispersione anomala ($\beta_2 < 0$) i due fenomeni tendono a compensarsi (è la situazione favorevole alla propagazione solitonica)

Analizzando quest'ultimo caso si introducono ulteriori normalizzazioni

$$Z = \frac{z}{L_D}, \quad T = \tau, \quad N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}$$

In regione di dispersione normale ($\text{sgn}(\beta_2) = +1$) è immediato verificare che la combinazione di SPM e GVD provoca senz'altro un allargamento dell'impulso: in questo caso, infatti, i due effetti tendono a sommarsi dando origine a chirp dello stesso segno.

Diversa è la situazione se si è in regione di dispersione anomala: si intuisce che in questo caso si può avere una compensazione più o meno completa tra il chirp negativo dovuto alla GVD e il chirp positivo dovuto alla SPM; L'entità della compensazione dipende dalla forma dell'impulso e dalla sua potenza. Si pone allora il problema di vedere se esiste un particolare involuppo, con un particolare valore di potenza, per il quale la compensazione sia perfetta, in modo da ottenere un regime di propagazione indistorto.

A tal fine, posto $\text{sgn}(\beta_2) = -1$, è utile normalizzare ulteriormente la funzione U definendo

$$u(Z, T) = N u'(Z, T)$$

Si ottiene così un'equazione, detta equazione di Schrödinger non lineare (NLSE, Non Linear Schrödinger Equation) che risulta

$$j \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial T^2} + |u|^2 u = 0$$

Questa equazione appartiene a una classe di equazioni risolubili tramite il metodo dello scattering inverso. Si dimostra che se N è un numero intero positivo detto ordine del solitone. La soluzione di ordine minimo ($N=1$) è detta solitone fondamentale e risulta

$$u(Z, T) = \text{sech}(T) e^{(jZ/2)}$$

e si propaga inalterata per una distanza idealmente infinita

necessari livelli di potenza irraggiungibili con i dispositivi attualmente disponibili. Si consideri, a titolo di esempio, un caso realistico in cui si voglia trasmettere un flusso di informazione ad una velocità di $R_b = 10$ Gbit/s su una linea in fibra ottica a dispersione spostata ($\beta_2 = -1$ ps²/km) suddivisa in tratte da 50 km ciascuna, con impulsi solitonici di durata $T_0 = 10$ ps. Un valore tipico per il coefficiente non lineare è $\gamma = 5$ W⁻¹ km⁻¹. Quindi la potenza di picco del solitone calcolata secondo la

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|}$$

risulta $P_0 = 2$ mW, mentre la potenza media (pari all'energia del singolo solitone moltiplicata per la velocità di trasmissione) risulta $P_M = 2P_0 T_0 R_b = 400$ μW.

Quindi i valori risultano compatibili con le sorgenti laser oggi disponibili sia in questo caso, sia nel caso di trasmissione su fibra a gradino d'indice per la quale, a parità degli altri valori dell'esempio appena riportato, si avrebbe $P_0 = 40$ mW e $P_M = 8$ mW.

L'equazione non lineare di Schrödinger descrive la propagazione in presenza di dispersione e di non linearità di tipo Kerr. Per la propagazione solitonica è importante tener conto di altri effetti

- perdite della fibra e guadagno degli amplificatori
- rumore degli amplificatori
- interazione fra solitoni: essendo in un sistema non lineare in cui non vale la sovrapposizione degli effetti se si considerano due solitoni vicini il comportamento di entrambi è diverso da quello di un singolo impulso.

Tecniche di compensazione della dispersione.

Oltre alle tecniche di adozione di profili d'indice che danno fibre shifted o flattened esiste un gran numero di altre tecniche per combattere gli effetti della dispersione.

Tecniche elettroniche

- precompensazione prima della trasmissione (prechirping)
- postcompensazione dopo la rivelazione

Tecniche ottiche:

- tratti di fibre ad alta dispersione (segno opposto)
- filtri ottici equalizzatori (interferometri)
- reticoli chirped (Bragg Gratings)
- coniugazione della fase ottica (OPC)
- solitoni (non linearità compensa la dispersione)

Nei reticoli di Bragg l'indice di rifrazione ha un andamento periodico lungo la fibra ottenuto mediante una esposizione olografica ai raggi ultravioletti. I dispositivi funzionano in modo riflettente

Tutte queste tecniche si propongono di cancellare il termine di fase indotto dalla dispersione durante la propagazione del segnale nella fibra ottica.

Le principali sono

DCF (Dispersion Compensating Fibers) : si possono introdurre tratti di fibra che compensino la dispersione di tratti precedenti

PRECHIRPING del segnale ottico : si può infatti agire direttamente sul trasmettitore introducendo una particolare modulazione della corrente di iniezione del laser a semiconduttore che produce sfasamenti di segno opposto a quelli che subiranno le componenti spettrali dell'impulso propagandosi.

OPC (optical phase conjugation): si possono sfruttare le non linearità della fibra stessa per operare una inversione di spettro a mezzo di un FWM (four wave mixing).

La tecnica di maggior interesse, anche perché la più semplice da realizzare, è quella dei moduli compensatori di dispersione. Questi dispositivi *DCM* (*Dispersion Compensation Module*) sono realizzati da sezioni di fibra ottica in grado di compensare l'effetto della tratta di fibra convenzionale che li precede. La compensazione della dispersione avviene poiché il tratto di fibra ottica da compensare è caratterizzato da un coefficiente di dispersione positivo e molto piccolo, mentre il DCM è caratterizzato da un coefficiente di dispersione negativo e con un modulo molto elevato.

Le lunghezze dei due tratti di fibra (convenzionale e compensatrice) vanno scelte opportunamente. (es: 100 km di fibra con 17 ps/(nm km) seguiti da 17 km di fibra avente -100 ps/(nm km))

Hanno maggiore attenuazione (0.5 dB/km) e possono concentrare il campo dando origine a non linearità della fibra