

# Cenni di teoria delle onde sismiche

## Equazione d'onda (12)

La soluzione generale dell'equazione d'onda e' la funzione

$$f(x \pm vt)$$

La quantita'  $(x \pm vt)$  e' la **fase**.

Le superfici caratterizzate da identica **fase** (per le quali il moto dell'onda e' lo stesso) sono I fronti d'onda.

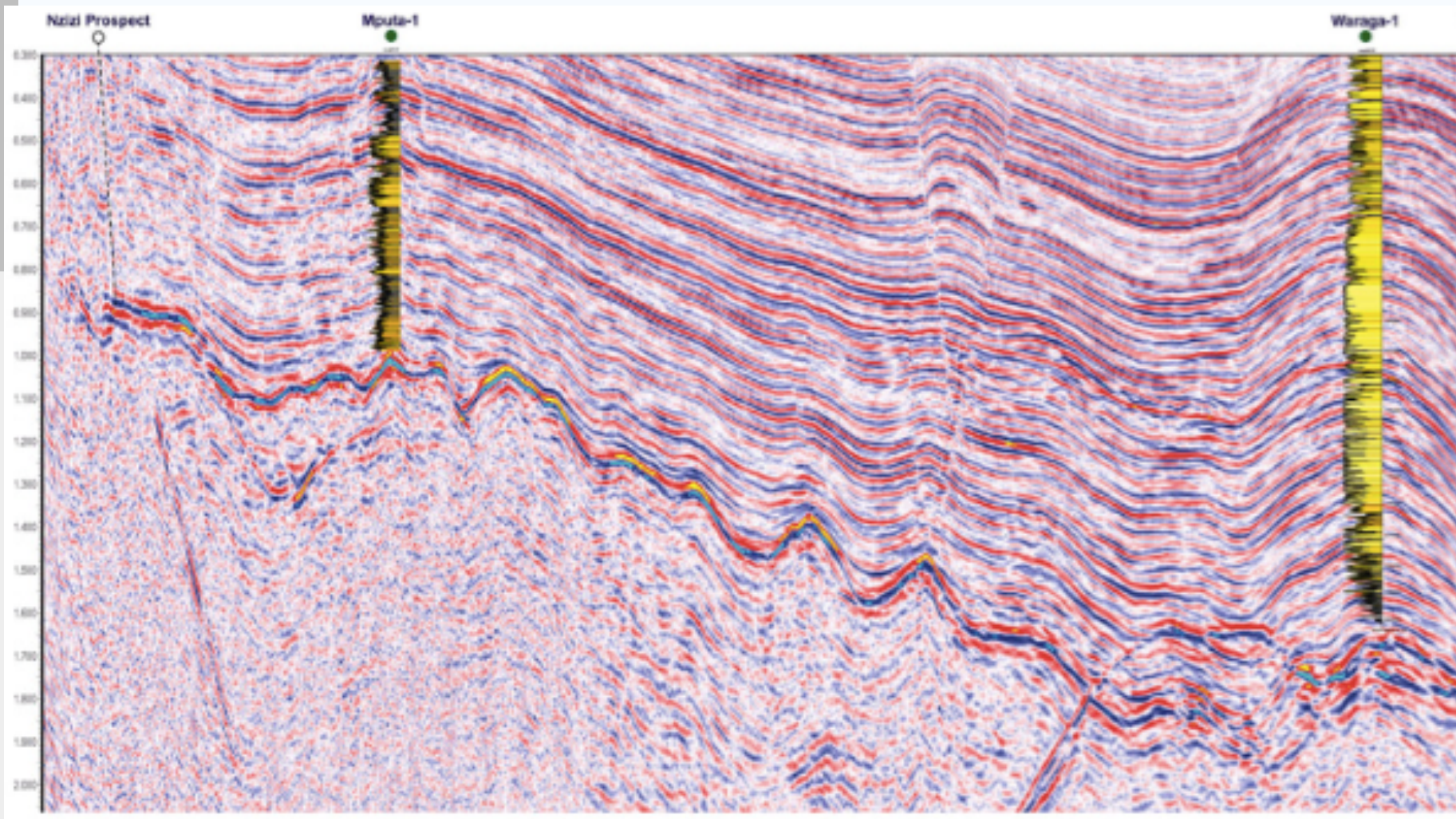
Se la perturbazione e' la stessa su un piano perpendicolare alla direzione di propagazione il fronte d'onda e' piano e si ha **un'onda piana**

# Cenni di teoria delle onde sismiche

## Onde P ed S

Due tipi di onde si possono propagare in un mezzo omogeneo ed isotropo:

- **Onde P (dilatazionali, longitudinali, irrotazionali, compressionali):** corrispondono a variazioni nella dilatazione  $\Delta$ .
- **Onde S (di taglio, trasversali, rotazionali):** corrispondono a variazioni in una o più componenti della rotazione  $\theta$ .



# Cenni di teoria delle onde sismiche

## Onde P ed S (3)

$\lambda$  e  $\mu$  sono quantità positive, quindi  $\sigma$  deve assumere valori inferiori ad 1 e compresi tra 0 e 0.5.

In particolare vale 0.05 per rocce molto dure e rigide e 0.45 per materiali morbidi e poco consolidati (sedimenti). Per i liquidi  $\sigma$  è uguale a 0.5 ( $\mu=0$   $\sigma=0.5$ ).

Utilizzando il rapporto di Poisson, possiamo scrivere per le onde P ed S

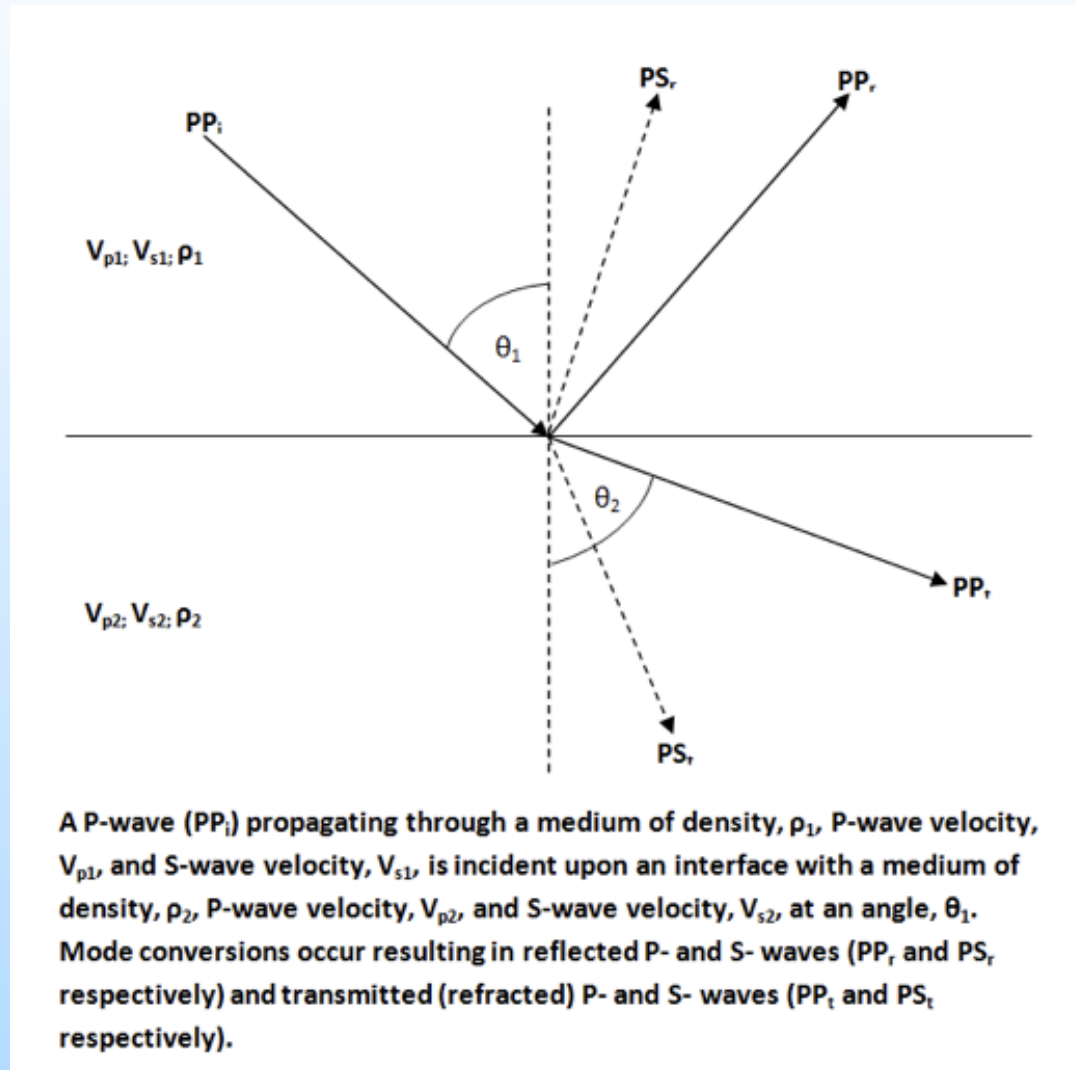
$$\frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\frac{\mu}{(\lambda + 2\mu)}} = \left( \frac{0.5 - \sigma}{1 - \sigma} \right)^{\frac{1}{2}}$$

# Cenni di teoria delle onde sismiche

## Onde P ed S (4)

Il rapporto  $\beta/\alpha$ , variando  $\sigma$  tra 0.5 e 0, puo' variare tra 0 ed un valore massimo di  $(2)^{-0.5}$ , e la velocita' delle onde S puo' quindi raggiungere un massimo del 70% della velocita' delle onde P.

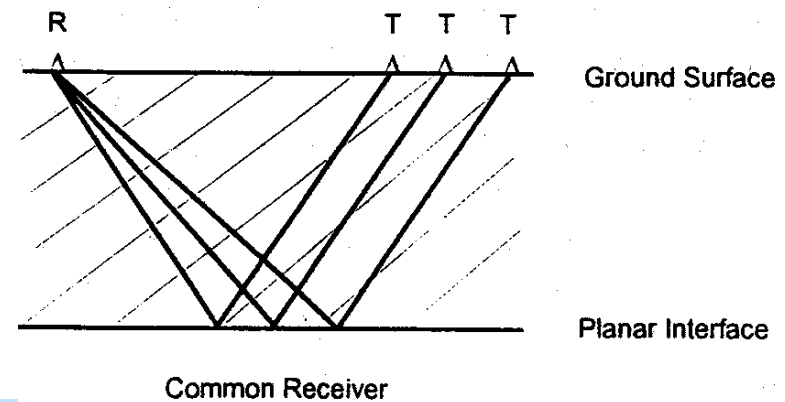
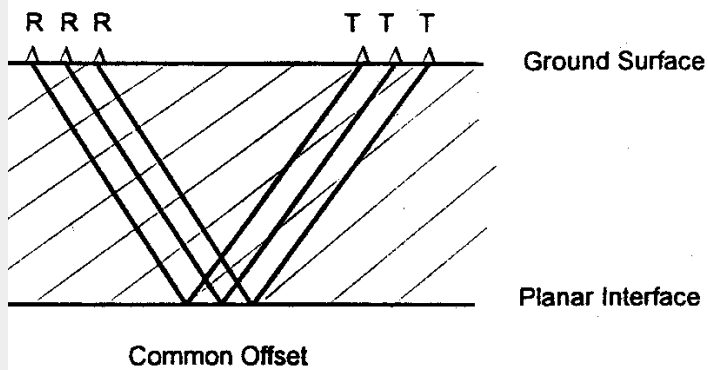
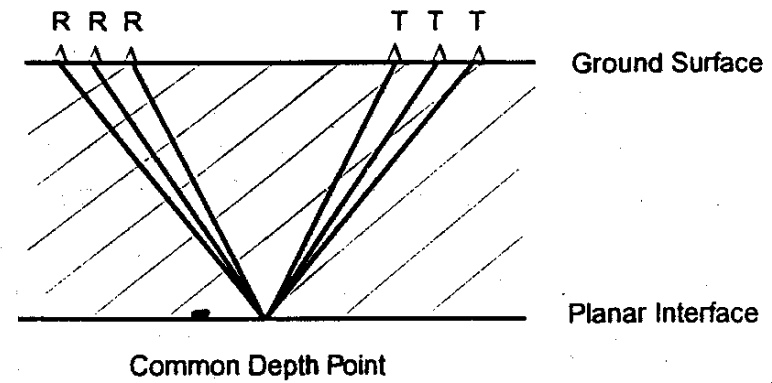
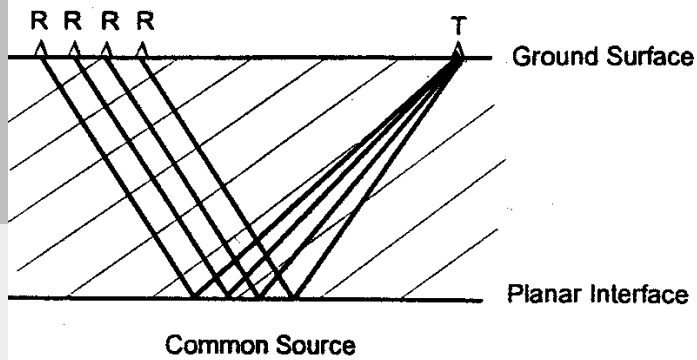
# Cenni di teoria delle onde sismiche



# Cenni di teoria delle onde sismiche

$$\begin{bmatrix} R_P \\ R_S \\ T_P \\ T_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_1 & -\cos \phi_1 & \sin \theta_2 & \cos \phi_2 \\ \cos \theta_1 & -\sin \phi_1 & \cos \theta_2 & -\sin \phi_2 \\ \sin 2\theta_1 & \frac{V_{P1}}{V_{S1}} \cos 2\phi_1 & \frac{\rho_2 V_{S2}^2 V_{P1}}{\rho_1 V_{S1}^2 V_{P2}} \cos 2\phi_1 & \frac{\rho_2 V_{S2} V_{P1}}{\rho_1 V_{S1}^2} \cos 2\phi_2 \\ -\cos 2\phi_1 & \frac{V_{S1}}{V_{P1}} \sin 2\phi_1 & \frac{\rho_2 V_{P2}}{\rho_1 V_{P1}} \cos 2\phi_2 & \frac{\rho_2 V_{S2}}{\rho_1 V_{P1}} \sin 2\phi_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sin \theta_1 \\ \cos \theta_1 \\ \sin 2\theta_1 \\ \cos 2\phi_1 \end{bmatrix}$$

# Geometria delle onde sismiche e modalita' acquisizione dati

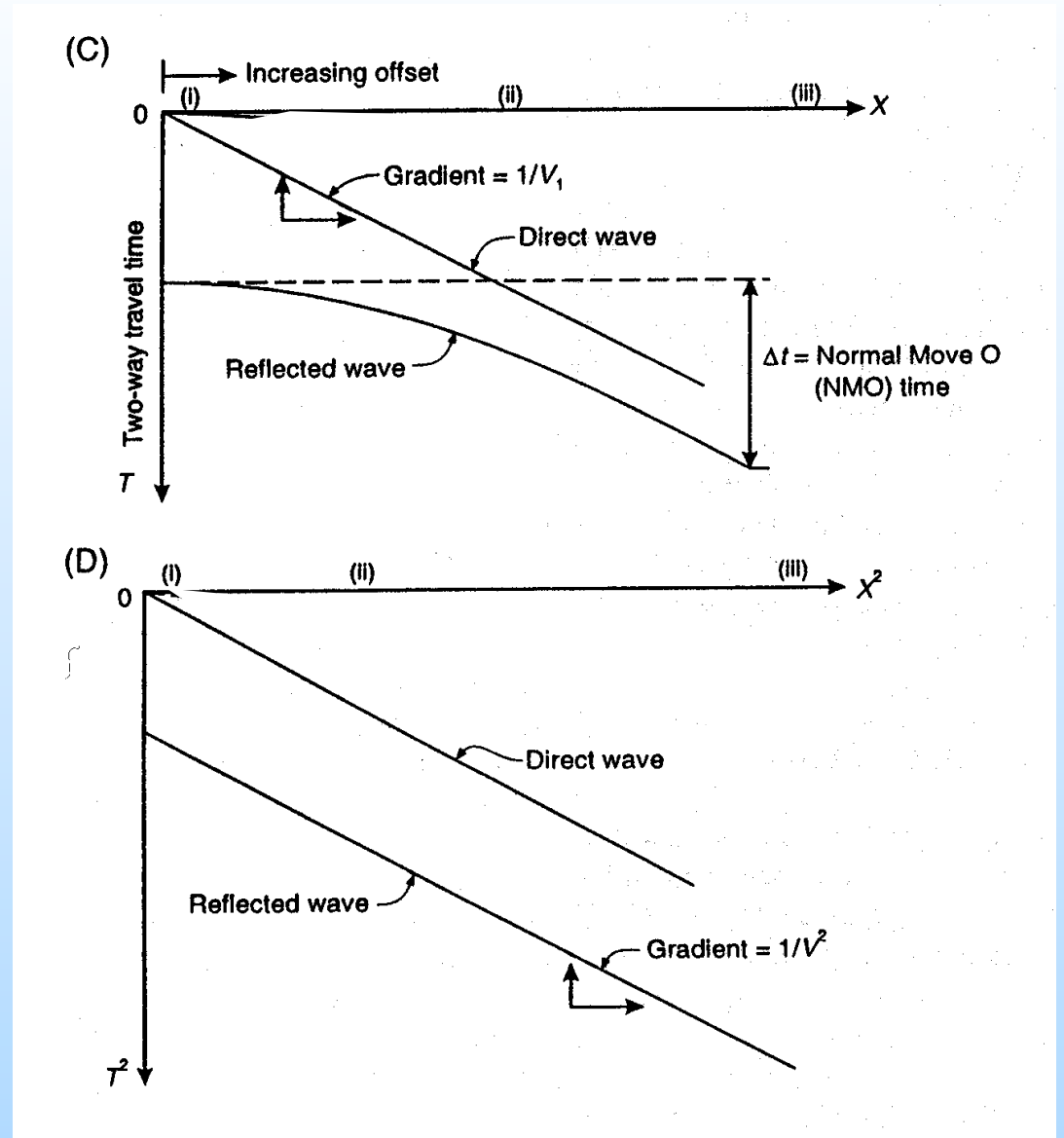




# Geometria delle onde sismiche

Onda diretta

$$t_D = \frac{x}{v}$$



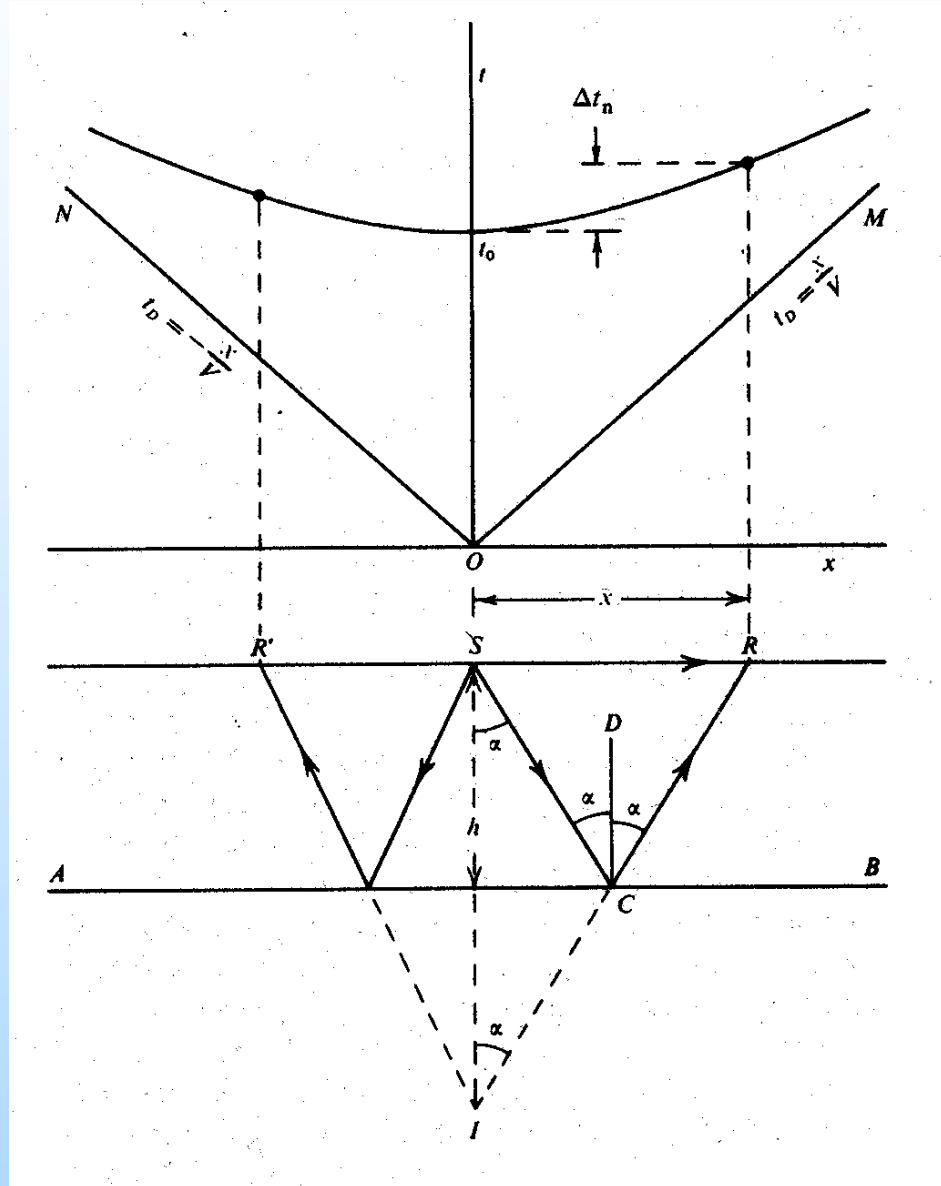
# Geometria delle onde sismiche

## Onda riflessa

$$v^2 t^2 = x^2 + 4h^2$$

$$\frac{v^2 t^2}{4h^2} - \frac{x^2}{4h^2} = 1$$

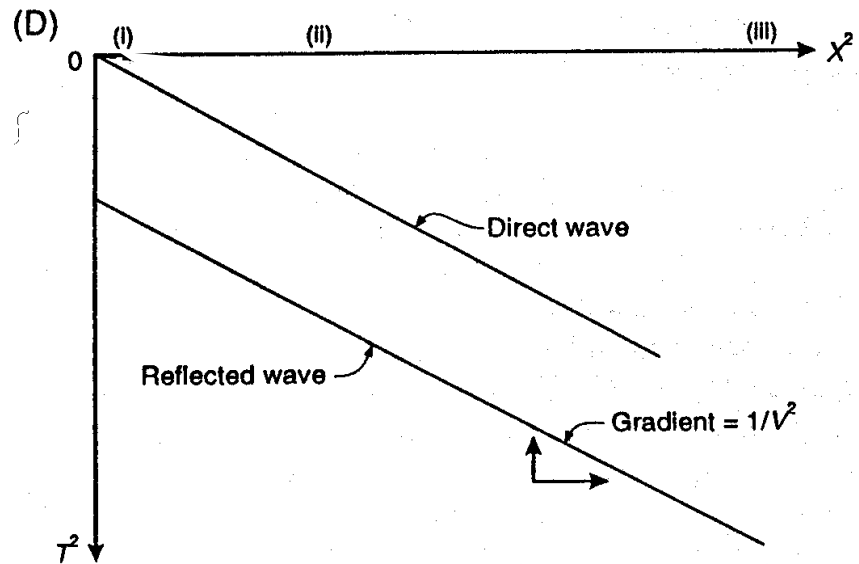
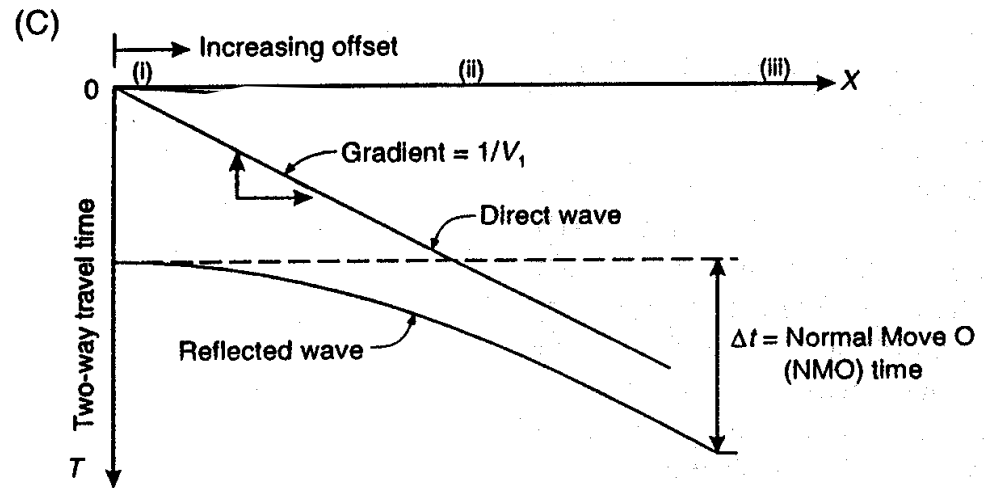
$$h = \frac{vt_o}{2}$$



# Geometria delle onde sismiche

## Onda riflessa

$$t^2 = \frac{x^2}{v^2} + \frac{4h^2}{v^2} = \frac{x^2}{v^2} + t_o^2$$



# Geometria delle onde sismiche

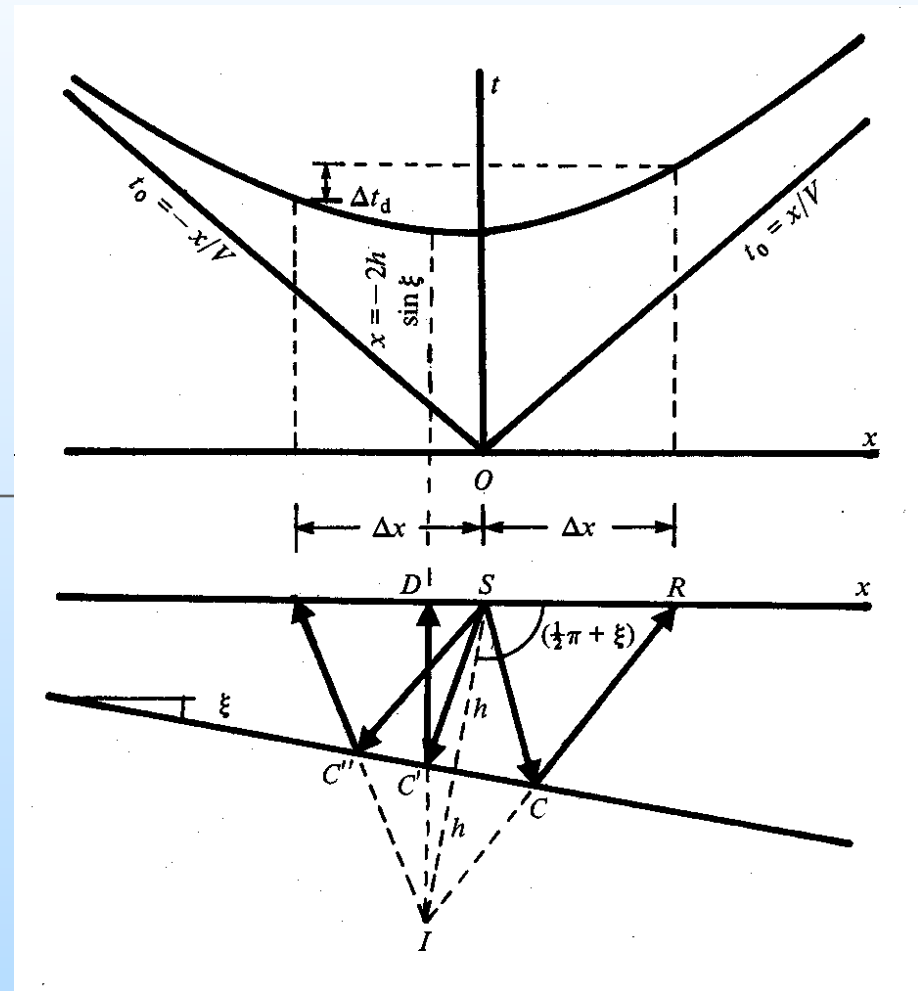
## Normal Move Out

$$\begin{aligned} t &= \frac{2h}{v} \left[ 1 + \left( \frac{x}{2h} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = t_o \left[ 1 + \left( \frac{x}{vt_o} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \\ &= t_o \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{vt_o} \right)^2 - \frac{1}{8} \left( \frac{x}{vt_o} \right)^4 + \dots \right] \\ \Delta t_{nmo} &\approx \frac{x^2}{2v^2 t_o} \end{aligned}$$

# Geometria delle onde sismiche

## Dip Move Out

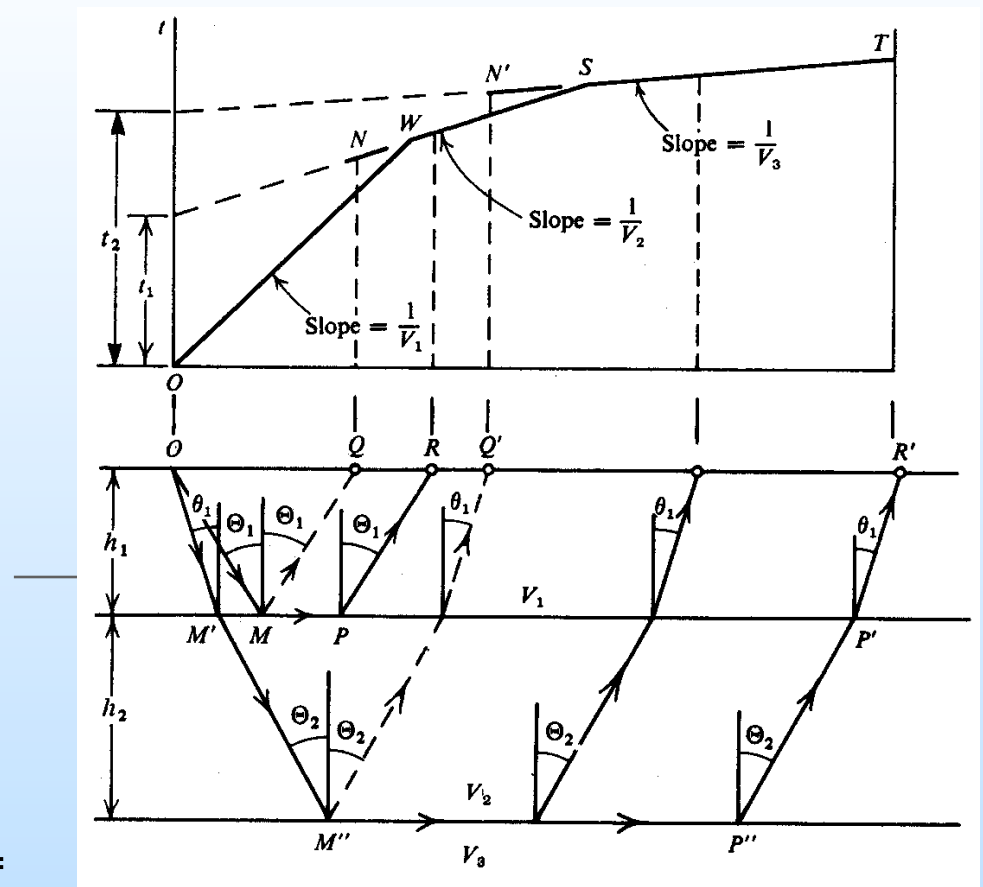
$$\begin{aligned}
 v^2 t^2 &= IR^2 = \\
 &= x^2 + 4h^2 - 4hx \cos\left(\frac{\pi}{2} + \xi\right) = \\
 &= x^2 + 4h^2 + 4hx \sin \xi \\
 \frac{v^2 t^2}{(2h \cos \xi)^2} - \frac{(x + 2h \sin \xi)^2}{(2h \cos \xi)^2} &= 1
 \end{aligned}$$



# Geometria delle onde sismiche

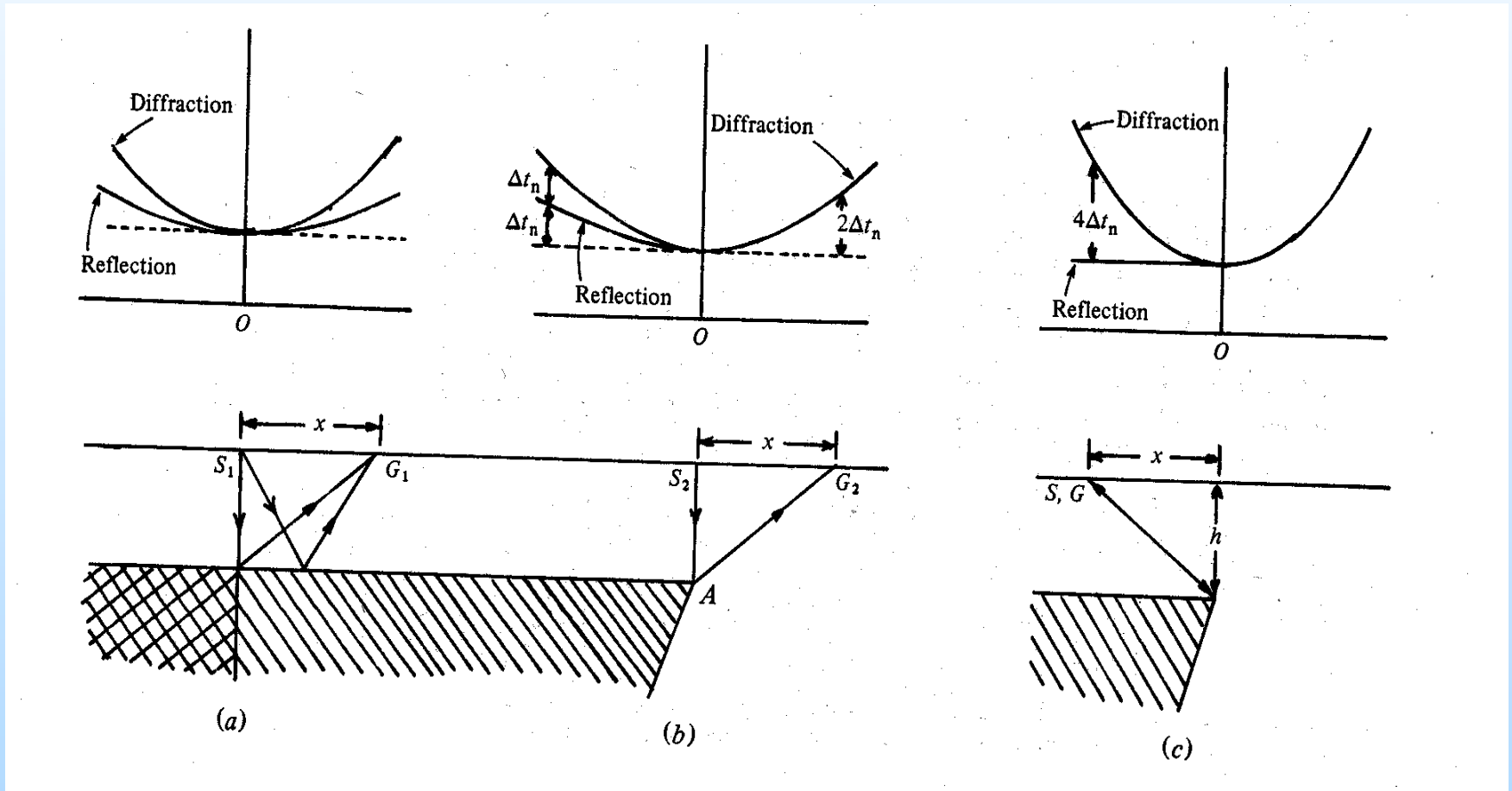
## Rifrazione

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{OM}{v_1} + \frac{MP}{v_2} + \frac{PR}{v_1} = \\
 &= \frac{MP}{v_2} + 2 \frac{OM}{v_1} = \\
 &= \frac{x - 2h \tan \Theta}{v_2} + \frac{2h}{v_1 \cos \Theta} = \\
 &= \frac{x}{v_2} + \frac{2h}{v_1 \cos \Theta} \left( 1 - \frac{v_1 \sin \Theta}{v_2} \right) = \\
 &= \frac{x}{v_2} + \frac{2h \cos \Theta}{v_1}
 \end{aligned}$$



# Geometria delle onde sismiche

## Diffrazione



# Geometria delle onde sismiche

## Diffrazione (2)

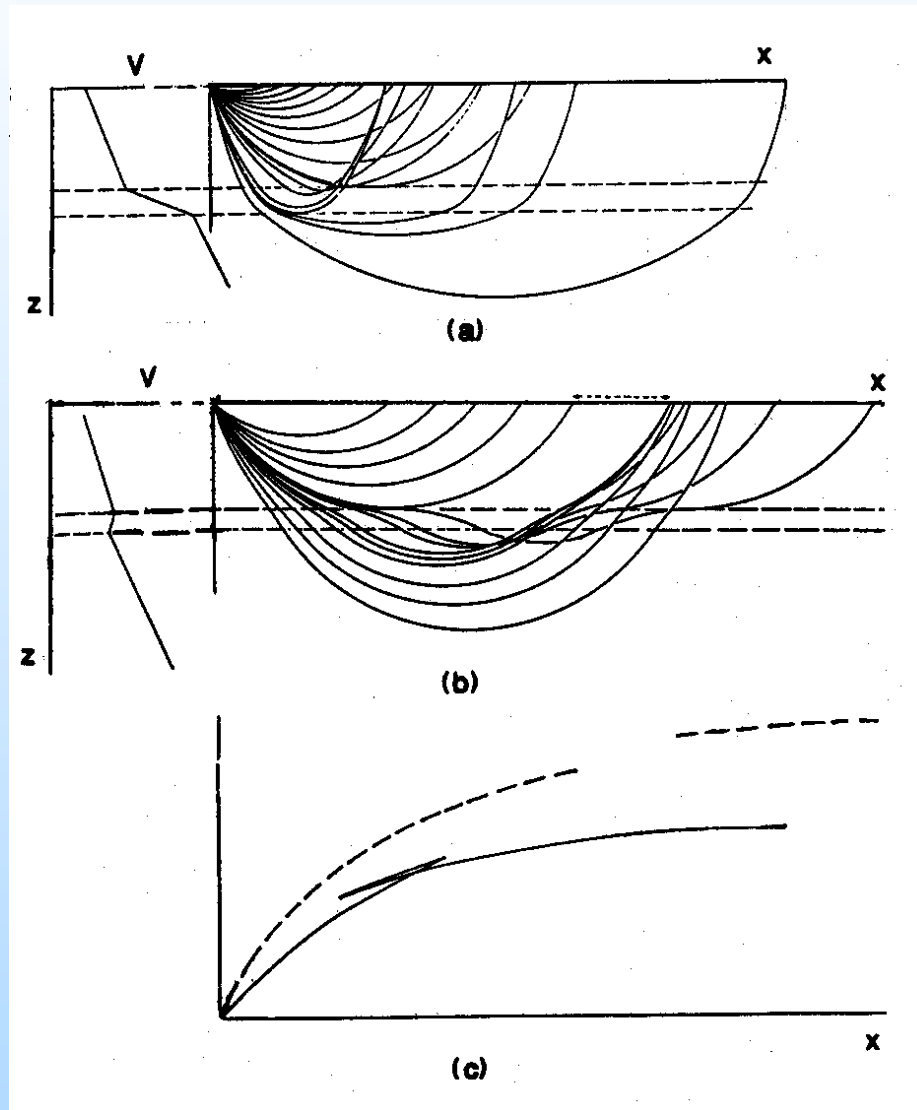
$$\begin{aligned}t_D &= \frac{2}{v} \left( x^2 + h^2 \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2h}{v} \left( 1 + \left( \frac{x}{h} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \approx \\ &\approx \frac{2h}{v} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x}{h} \right)^2 \right) = \frac{2h}{v} + \frac{x^2}{hv} = \\ &= t_o + 4\Delta T_{NMO}\end{aligned}$$



# Geometria delle onde sismiche

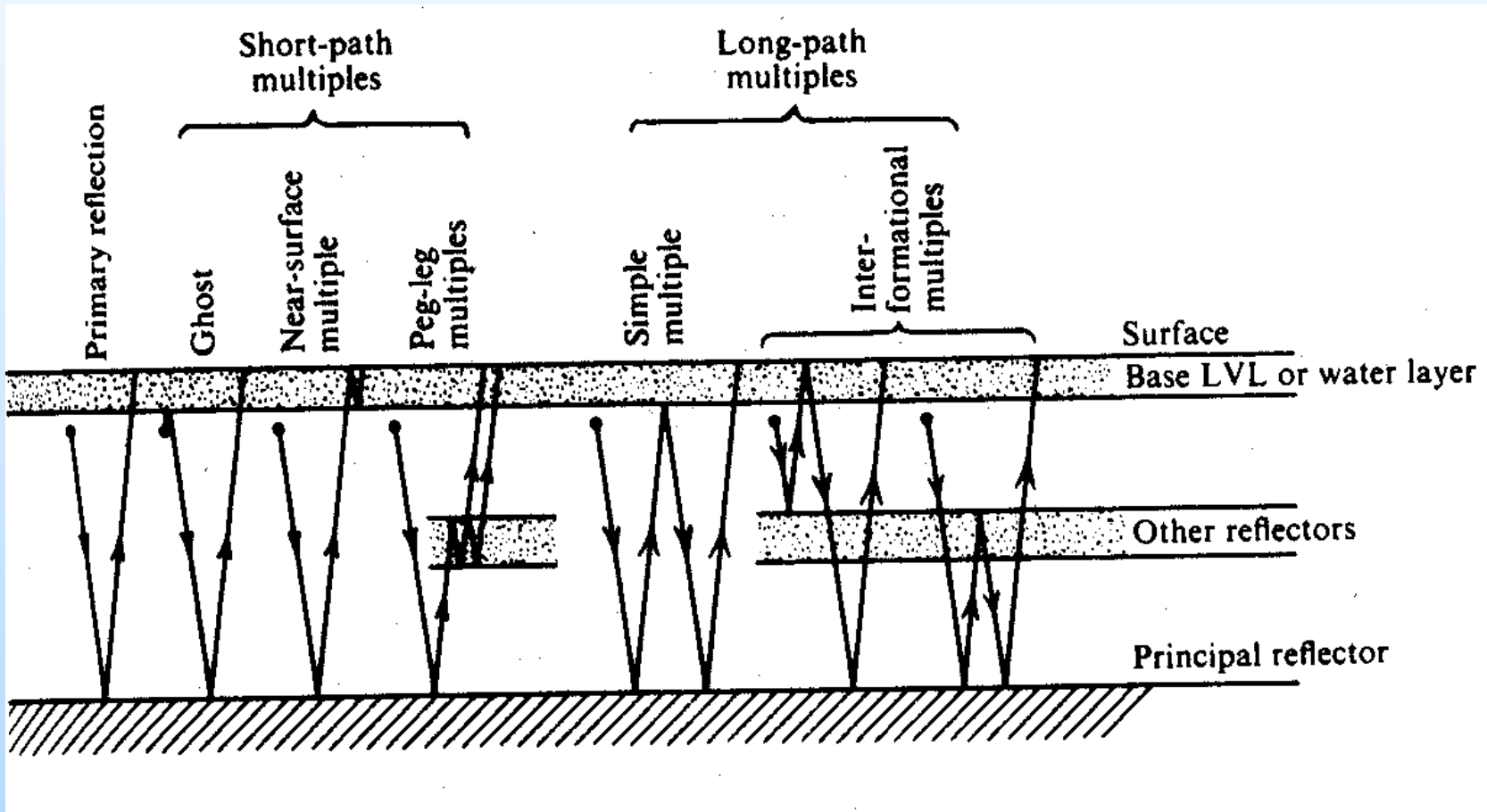
Diving waves

$$V(z) = V_0 + kz$$



# Geometria delle onde sismiche

## Riflessioni multiple



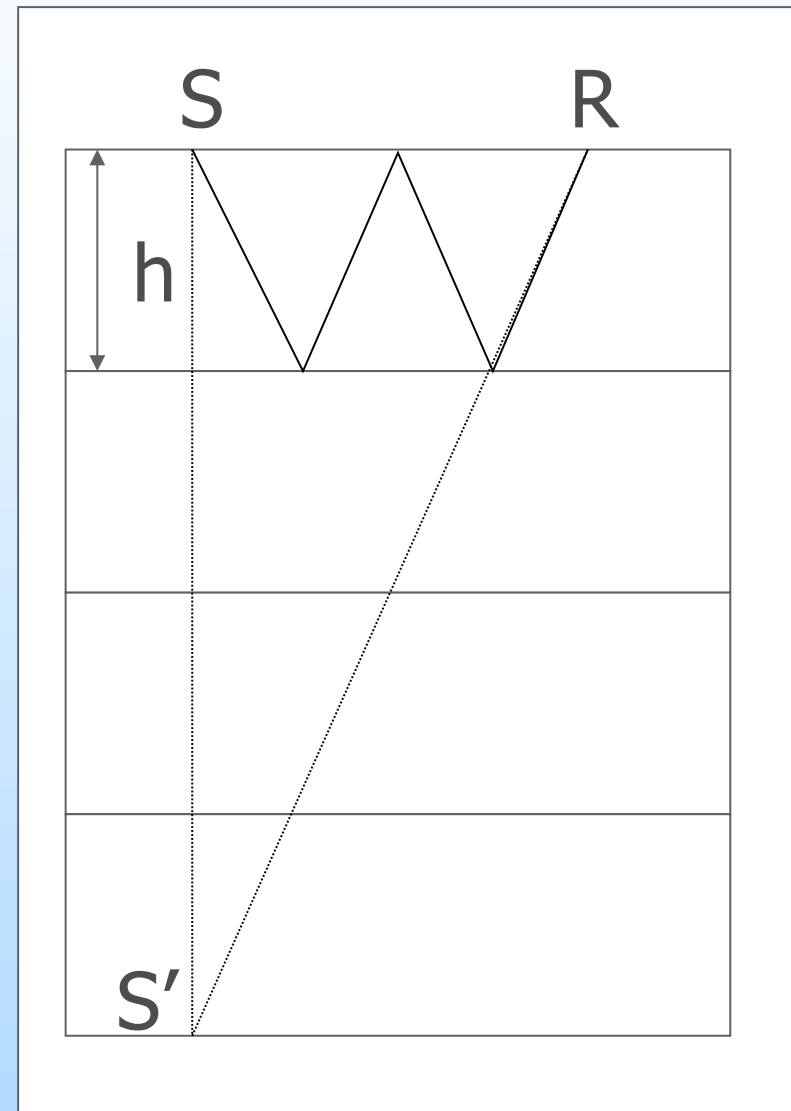
# Geometria delle onde sismiche

## Riflessioni multiple (2)

$$t = \frac{4h}{v} \left[ 1 + \left( \frac{x}{4h} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \approx \frac{4h}{v} + \frac{x^2}{8vh} =$$

$$= 2t_o + \frac{1}{2} \Delta t_{nmo}$$

$$\Delta t_{nmo} \approx \frac{x^2}{2v^2 t_o}$$



# Ripartizione ad un'interfaccia (1)

## Condizioni al contorno

Alla superficie di separazione tra due mezzi con differenti proprietà elastiche

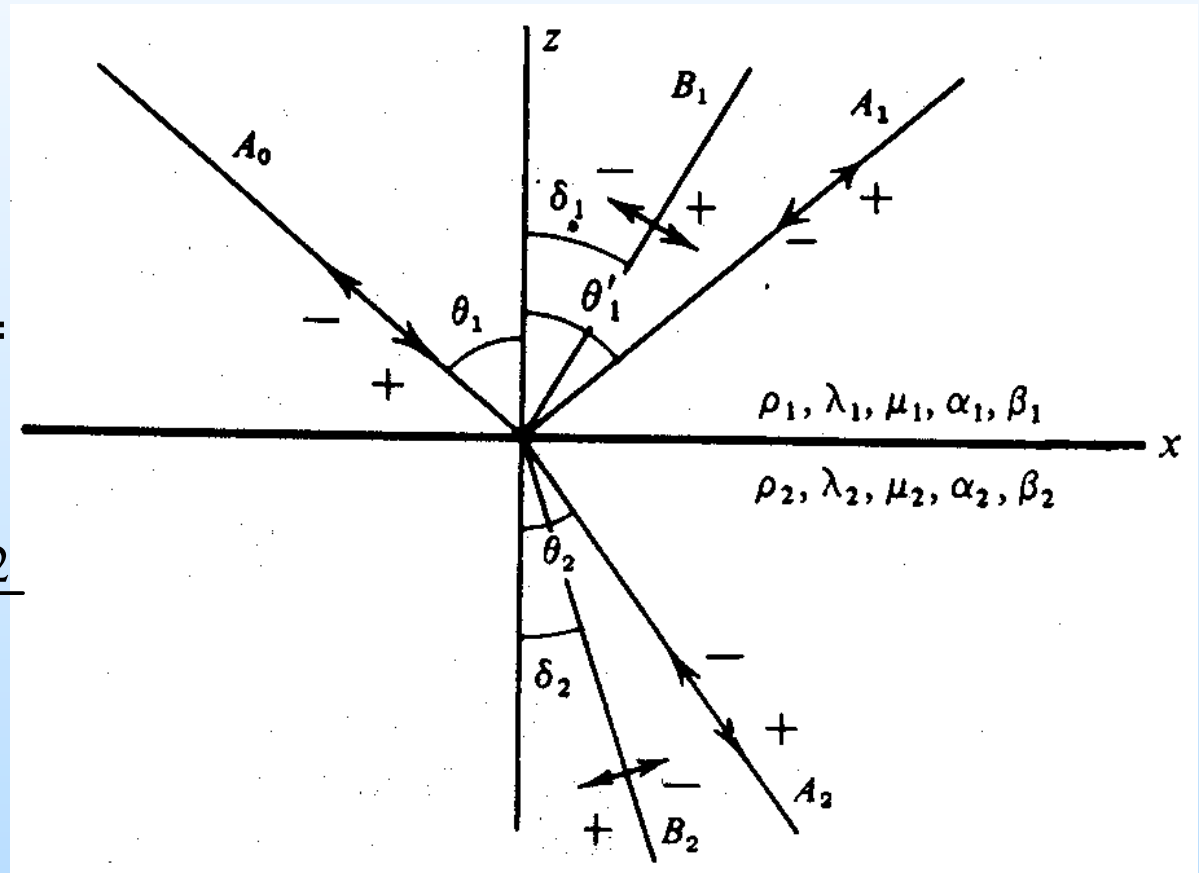
### **Gli stress e gli spostamenti devono essere continui**

Quando i due mezzi sono  $\overline{\text{solidi}}$ , un'onda P (o S) che incida sulla superficie che li separa dovrà in generale produrre onde P riflesse e rifratte ed onde S riflesse e rifratte.

## Ripartizione ad un'interfaccia (2)

Definizione generale della legge di Snell

$$\frac{\sin \theta_1}{\alpha_1} = \frac{\sin \delta_1}{\beta_1} = \frac{\sin \theta_2}{\alpha_2} = \frac{\sin \delta_2}{\beta_2}$$



## Ripartizione ad un'interfaccia (3)

### Equazioni di Zoeppritz

$$(-A_0 + A_1)\cos\theta_1 - B_1\sin\delta_1 = -A_2\cos\theta_2 - B_2\sin\delta_2$$

$$(A_0 + A_1)\sin\theta_1 - B_1\cos\delta_1 = A_2\sin\theta_2 - B_2\cos\delta_2$$

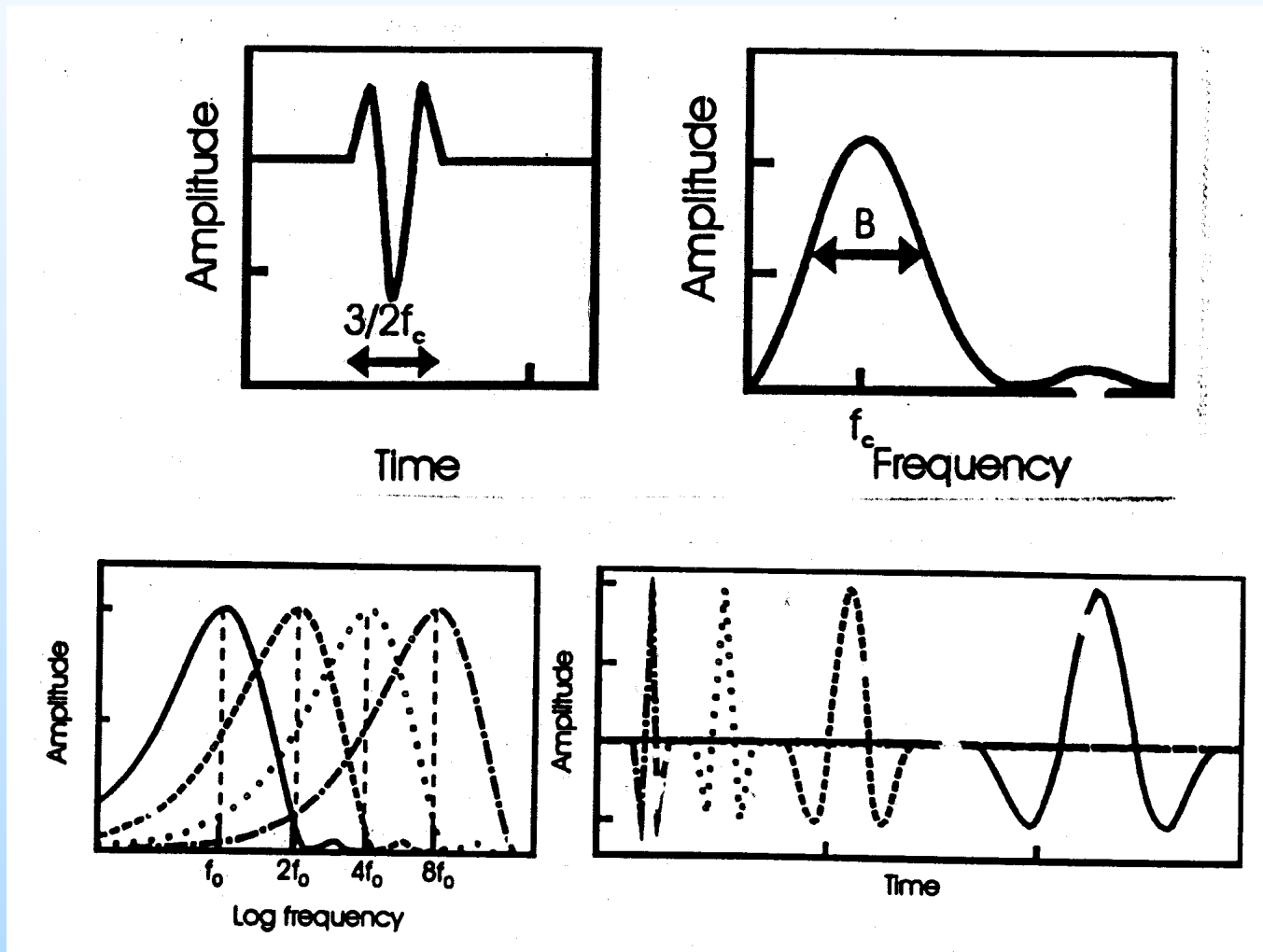
$$(A_0 + A_1)Z_1\cos 2\delta_1 - B_1W_1\sin 2\delta_1 = A_2Z_2\cos 2\delta_2 + B_2W_2\sin 2\delta_2$$

$$(-A_0 + A_1)\left(\frac{\beta_1}{\alpha_1}\right)W_1\sin 2\theta_1 - \overline{B_1}W_1\cos 2\delta_1 =$$

$$-A_2\left(\frac{\beta_2}{\alpha_2}\right)W_2\sin 2\theta_2 + B_2W_2\cos 2\delta_2$$

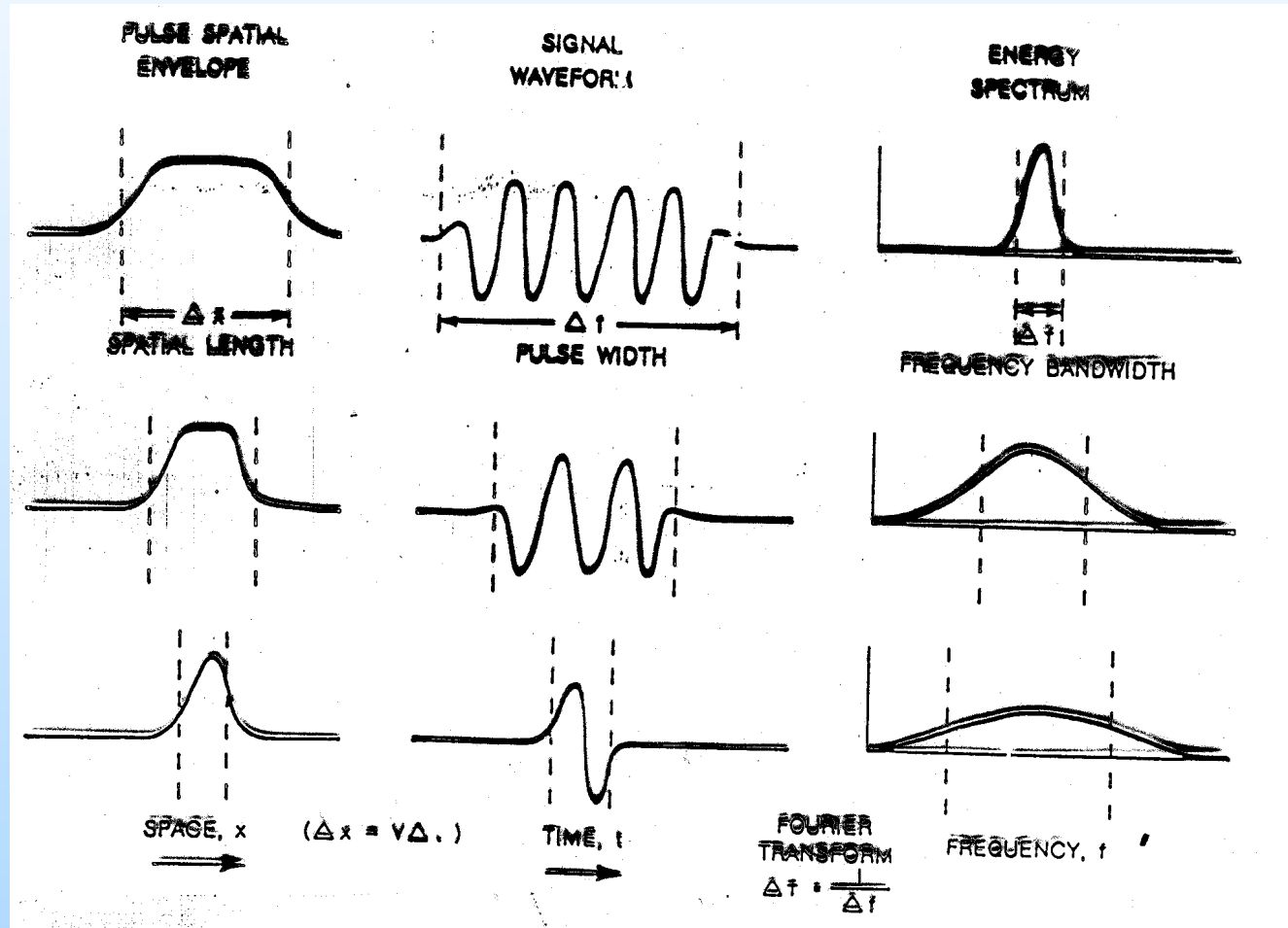
# Risoluzione: verticale (1)

ampiezza di banda e durata impulso



# Risoluzione: verticale (2)

$R_v$  : teoricamente uguale a  $\lambda/4$  (nella pratica spesso non superiore a  $\lambda/3$ )





# Risoluzione: orizzontale

$R_h$  : Dipende da dimensioni prima zona Fresnel

$$r = \sqrt{\frac{\lambda^2}{16} + \frac{\lambda z}{2}}$$

